

과제 1: Floyd 2

20161024 백우열

1. 구현:

- 구현 언어: C++

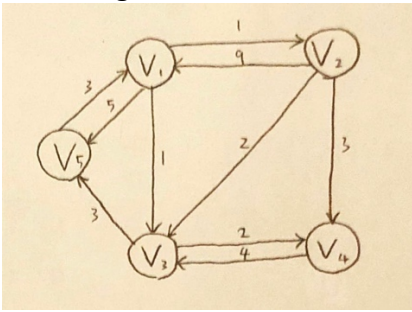
1) Floyd2(Algorithm 3.4):

- Problem: digraph 에서 각각의 vertex 에서의 최단 경로와 최단 거리 계산
- Inputs: A weighted, directed graph and n , the number of vertices in the graph. The graph is represented by a two-dimensional array W , which has both its rows and columns indexed from 1 to n , where $W[i][j]$ is the weight on the edge from the i th vertex to the j th vertex
- Inputs:
 - n : 인접행렬 사이즈
 - w : digraph 에서 vertices 사이의 거리, $n \times n$ matrix
 - 6x6 matrix 의 0th row 와 0th column 을 0 으로 하고 1~5 범위만 사용
 - d : digraph 에서 vertices 사이의 거리, $n \times n$ matrix
 - 6x6 matrix 의 0th row 와 0th column 을 0 으로 하고 1~5 범위만 사용
 - p : $n \times n$ matrix
 - 6x6 matrix 의 0th row 와 0th column 을 0 으로 하고 1~5 범위만 사용
- Outputs:
 - d : digraph 에서 vertices 사이의 최단 거리, $n \times n$ matrix
 - p : digraph 에서 vertices 사이의 최단 경로에 반드시 포함되는 vertex, $n \times n$ matrix
- 구현 순서:
 - 6x6 배열 중 1~5 행, 1~5 열만 사용
 - d, p 배열 초기화
 - Vertex k 를 거쳐 가는 경우가 더 빠를 때
 - d 의 최단 거리, p 의 최단 경로 업데이트($d[i][j] = d[i][k] + d[k][j]$)

2) Path(Algorithm 3.5):

- Problem: 두 vertices 의 최단 경로에서 지나는 vertices 들 출력
- Inputs:
 - q : 시작 vertex
 - r : 도착 vertex
- Outputs:
 - v_q, v_r 사이의 vertices
- 구현 순서:
 - 중간노드 존재하는 경우:
 - 시작노드(q)와 중간노드($p[q][r]$)사이의 노드로 path 재귀호출
 - 중간노드($p[q][r]$)출력
 - 중간노드($p[q][r]$)와 도착노드(r)사이의 노드로 path 재귀호출

2. figure 3.2



손계산:

D^0	1	2	3	4	5	P	1	2	3	4	5	$D[2][1] + D[1][3] = \infty > 3 = D[2][3]$ $" \quad D[1][4] = 10 > 2 = D[2][4]$ $" \quad D[1][5] = 14 < \infty = D[2][5] \checkmark$ $D[3][1] = \infty, D[4][1] = \infty$ $\Rightarrow D[5][1] + D[1][2] = 3 < \infty = D[5][2] \checkmark$ $D[1][3] = \infty = \infty = D[5][3]$ $D[1][4] = 4 < \infty = D[5][4] \checkmark$
1	0	1	∞	1	5	1	0	0	0	0	0	$\Rightarrow D[5][2] + D[2][3] = 4 < \infty = D[5][3] \checkmark$ $" \quad D[2][4] = 3 > 1 = D[5][4]$ $" \quad D[2][5] = 15 > 5 = D[5][5]$ $D[3][2] = \infty, D[4][2] = \infty$ $\Rightarrow D[5][2] + D[2][1] = 13 > 3 = D[5][1]$ $" \quad D[2][3] = 7 < \infty = D[5][3] \checkmark$ $D[2][4] = 6 > 4 = D[5][4]$
2	9	0	3	2	$\underline{14}$	2	0	0	0	0	1	$\Rightarrow D[5][3] + D[3][2] = \infty > 1 = D[5][2]$ $" \quad D[3][4] = 8 > 1 = D[5][4]$ $" \quad D[3][5] = \infty > 5 = D[5][5]$ $D[2][3] + D[3][1] = \infty > 9 = D[2][1]$ $" \quad D[3][4] = 7 > 2 = D[2][4]$ $" \quad D[3][5] = \infty > 14 = D[2][5]$ $D[4][3] + D[3][1] = \infty > \infty = D[4][1]$ $" \quad D[3][2] = \infty > \infty = D[4][2]$ $" \quad D[3][5] = \infty > 3 = D[4][5]$
3	∞	∞	0	4	∞	3	0	0	0	0	0	$D[5][3] + D[3][1] = \infty$ $D[3][2] = \infty$ $D[3][4] = 11$ $D[5][1] = 3 \quad \infty > 3$ $D[5][2] = 4 \quad \infty > 4$ $D[5][4] = 4 \quad 11 > 4$ $D^3 = D^2$
4	∞	∞	2	0	3	4	0	0	0	0	0	
5	3	$\underline{4}$	∞	$\underline{4}$	0	5	0	1	0	1	0	

D^3	1	2	3	4	5	P	1	2	3	4	5
1	0	1	4	1	5	1	0	0	2	0	0
2	9	0	3	2	14	2	0	0	0	0	1
3	∞	∞	0	4	∞	3	0	0	0	0	0
4	∞	∞	2	0	3	4	0	0	0	0	0
5	3	4	7	4	0	5	0	1	2	1	0

\Rightarrow

$$\begin{aligned}
 D[1][4] + D[4][2] &= \infty > 1 = D[1][2] & D[5][4] + D[4][1] &= \infty \\
 D[4][3] &= 3 < 4 = D[1][3] & b[4][2] &= \infty \\
 D[4][5] &= 4 < 5 = D[1][5] & D[4][3] &= 6 \\
 D[3][4] + D[4][1] &= \infty > 9 = D[2][1] & b[5][1] &= 3 \\
 D[4][3] &= 4 > 3 = D[2][3] & D[5][2] &= 4 \\
 D[4][5] &= 5 < 14 = D[2][5] & D[5][3] &= 7 \checkmark \\
 D[3][4] + D[4][1] &= \infty = \infty = D[3][1] & 6 < 7 & \\
 D[4][2] &= \infty = \infty = D[3][2] & & \\
 D[4][5] &= 7 < \infty = D[3][5] & &
 \end{aligned}$$

D^4	1	2	3	4	5	P	1	2	3	4	5
1	0	1	<u>3</u>	1	<u>4</u>	1	0	0	<u>4</u>	0	<u>4</u>
2	9	0	3	2	<u>5</u>	2	0	0	0	0	<u>4</u>
3	∞	∞	0	4	<u>7</u>	3	0	0	0	0	<u>4</u>
4	∞	∞	2	0	3	4	0	0	0	0	0
5	3	4	<u>6</u>	4	0	5	0	1	<u>4</u>	1	0

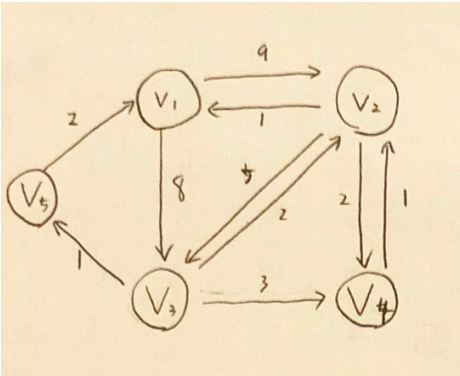
\Rightarrow

$$\begin{aligned}
 D[1][5] + D[5][2] &= 8 > 1 = D[1][2] & D[4][5] + D[5][1] &= 6 \\
 D[5][3] &= 10 > 3 = D[1][3] & b[5][2] &= 7 \\
 D[5][4] &= 8 > 1 = D[1][4] & b[5][3] &= 9 \\
 D[2][5] + D[5][1] &= 8 < 9 = D[2][1] & D[4][1] &= \infty > 6 \checkmark \\
 D[5][3] &= 11 > 3 = D[2][3] & D[4][2] &= \infty > 7 \checkmark \\
 D[5][4] &= 9 > 2 = D[2][4] & D[4][3] &= 2 < 9 \\
 D[3][5] + D[5][1] &= 10 < \infty = D[3][1] & & \\
 D[5][2] &= 11 < \infty = D[3][2] & & \\
 D[5][4] &= 11 > 4 = D[3][4] & &
 \end{aligned}$$

D^5	1	2	3	4	5	P	1	2	3	4	5
1	0	1	3	1	4	1	0	0	4	0	4
2	<u>8</u>	0	3	2	5	2	<u>5</u>	0	0	0	4
3	<u>10</u>	<u>11</u>	0	4	7	3	<u>5</u>	<u>5</u>	0	0	4
4	<u>6</u>	<u>7</u>	2	0	3	4	<u>5</u>	<u>5</u>	0	0	0
5	3	4	6	4	0	5	0	1	4	1	0

\Leftarrow

3. 자작 데이터



손계산:

D^0	1	2	3	4	5	P	1	2	3	4	5
1	0	9	∞	8	∞	1	0	0	0	0	0
2	1	0	2	5	∞	2	0	0	0	0	0
3	∞	1	0	∞	∞	3	0	0	0	0	0
4	∞	2	3	0	1	4	0	0	0	0	0
5	2	∞	∞	∞	0	5	0	0	0	0	0

D^1	1	2	3	4	5	P	1	2	3	4	5
1	0	9	∞	8	∞	1	0	0	2	0	0
2	1	0	2	5	∞	2	0	0	0	0	0
3	∞	1	0	∞	∞	3	0	0	0	0	0
4	∞	2	3	0	1	4	0	0	0	0	0
5	2	<u>11</u>	∞	<u>10</u>	0	5	0	<u>1</u>	0	<u>1</u>	0

D^2	1	2	3	4	5	P	1	2	3	4	5
1	0	9	<u>11</u>	8	∞	1	0	0	<u>2</u>	0	0
2	1	0	2	5	∞	2	0	0	0	0	0
3	<u>2</u>	1	0	<u>6</u>	∞	3	<u>2</u>	0	0	<u>2</u>	0
4	<u>3</u>	2	3	0	1	4	<u>2</u>	0	0	0	0
5	2	11	<u>13</u>	10	0	5	0	1	<u>2</u>	1	0

$$\begin{aligned}
 D[2][1] + D[1][3] &= \infty > 2 = D[2][3] \\
 " \quad D[1][4] &= 9 > 5 = D[2][4] \\
 " \quad D[1][5] &= \infty = \infty = D[2][5] \\
 D[3][1] &= \infty, D[4][1] = \infty \\
 \Rightarrow D[5][1] + D[1][2] &= 11 < \infty = D[5][2] \checkmark \\
 D[1][3] &= \infty = \infty = D[5][3] \\
 D[1][4] &= 10 < \infty = D[5][4] \checkmark
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Leftarrow D[1][2] + D[2][3] &= 11 < \infty = D[1][3] \checkmark & D[5][2] + D[2][1] &= 12 \\
 " \quad D[2][4] &= 14 > 8 = D[1][4] & " \quad D[5][3] &= 13 \\
 " \quad D[2][5] &= \infty = \infty = D[1][5] & D[5][1] &= 2 < 12 \\
 D[3][2] + D[2][1] &= 2 < \infty = D[3][1] \checkmark & D[5][3] &= \infty > 13 \checkmark \\
 " \quad D[2][4] &= 6 < \infty = D[3][4] \checkmark & D[5][4] &= 10 < 16 \\
 " \quad D[3][5] &= \infty = \infty = D[3][5] \\
 D[4][2] + D[2][1] &= 3 < \infty = D[4][1] \checkmark \\
 " \quad D[2][3] &= 4 > 3 = D[4][3] \\
 " \quad D[2][5] &= \infty > 1 = D[4][5]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Leftarrow D[1][3] + D[3][2] &= 12 > 9 = D[1][2] & D[5][3] + D[3][1] &= 15 \\
 " \quad D[3][4] &= 15 > 8 = D[1][4] & D[3][2] &= 14 \\
 " \quad D[3][5] &= \infty = \infty = D[1][5] & D[3][4] &= 19 \\
 D[2][3] + D[3][1] &= 4 > 1 = D[2][1] & D[5][1] &= 2 < 15 \\
 " \quad D[3][4] &= 6 > 5 = D[2][4] & D[5][2] &= 11 < 14 \\
 " \quad D[3][5] &= \infty = \infty = D[2][5] & D[5][4] &= 10 < 19 \\
 D[4][3] + D[3][1] &= 5 > 3 = D[4][1] & D^3 &= D^2 \\
 " \quad D[3][2] &= 4 > 2 = D[4][2] \\
 " \quad D[3][5] &= \infty > 1 = D[4][5]
 \end{aligned}$$

D^3	1	2	3	4	5	P	1	2	3	4	5
1	0	9	11	8	∞	1	0	0	2	0	0
2	1	0	2	5	∞	2	0	0	0	0	0
3	2	1	0	6	∞	3	2	0	0	2	0
4	3	2	3	0	1	4	2	0	0	0	0
5	2	11	13	10	0	5	0	1	2	1	0

\Rightarrow

$$\begin{aligned}
 D[1][4] + D[4][2] &= 10 > 9 = D[1][2] & D[5][4] + D[4][1] &= 13 \\
 D[4][3] &= 11 = 11 = D[1][3] & b[4][2] &= 12 \\
 " & & D[4][5] &= 9 < \infty = D[1][5] \checkmark & D[4][3] &= 13 \\
 D[2][4] + D[4][1] &= 8 > 1 = D[2][1] & D[5][1] &= 2 < 13 \\
 D[4][3] &= 8 > 2 = D[2][3] & D[5][2] &= 11 < 12 \\
 " & & D[4][5] &= 6 < \infty = D[2][5] \checkmark & D[5][3] &= 13 = 13 \\
 D[3][4] + D[4][1] &= 7 > 2 = D[3][1] & & & & \\
 D[4][2] &= 6 > 1 = D[3][2] & & & & \\
 D[4][5] &= 5 < \infty = D[3][5] \checkmark & & & &
 \end{aligned}$$

D^4	1	2	3	4	5	P	1	2	3	4	5
1	0	9	11	8	<u>9</u>	1	0	0	2	0	<u>4</u>
2	1	0	2	5	<u>6</u>	2	0	0	0	0	<u>4</u>
3	2	1	0	6	<u>7</u>	3	2	0	0	2	<u>4</u>
4	3	2	3	0	1	4	2	0	0	0	0
5	2	11	13	10	0	5	0	1	2	1	0

\Rightarrow

$$\begin{aligned}
 D[1][5] + D[5][2] &= 20 > 9 = D[1][2] & D[4][5] + D[5][1] &= 3 \\
 D[5][3] &= 22 > 11 = D[1][3] & " & D[5][2] &= 12 \\
 " & & D[5][4] &= 19 > 8 = D[1][4] & " & D[5][3] &= 14 \\
 D[2][5] + D[5][1] &= 8 > 1 = D[2][1] & D[4][1] &= 3 = 3 \\
 " & & D[5][3] &= 19 > 2 = D[2][3] & D[4][2] &= 2 < 12 \\
 " & & D[5][4] &= 16 > 5 = D[2][4] & D[4][3] &= 3 < 14 \\
 D[3][5] + D[5][1] &= 9 > 2 = D[3][1] & & & & \\
 " & & D[5][2] &= 19 > 1 = D[3][2] & & & \\
 " & & D[5][4] &= 17 > 6 = D[3][4] & & & D^5 = D^4
 \end{aligned}$$

D^5	1	2	3	4	5	P	1	2	3	4	5
1	0	9	11	8	9	1	0	0	2	0	4
2	1	0	2	5	6	2	0	0	0	0	4
3	2	1	0	6	7	3	2	0	0	0	4
4	3	2	3	0	1	4	2	0	0	0	0
5	2	11	13	10	0	5	0	1	2	1	0