Berechnung des ggTs der Polynome f und g mit

$$ggT(f,g) = d = \lambda \cdot f + \mu \cdot g$$

Benedikt Wolters

January 18, 2011

Sei $f=x^5+2x^4+x^2+x-2$ und $g=x^4+2x^3$ Berechnung des ggT's mit dem Euklidischen Algorithmus¹²: $(x^5+2x^4+x^2+x-2):(x^4+2x^3)=x\,Rest\,x^2+x-2$ (durch Polynomdivision³) $(x^4+2x^3):(x^2+x-2)=x^2+x+1\,Rest\,x+2$ (durch Polynomdivision) $(x^2 + x - 2) : (x + 2) = x - 1 Rest 0 (durch Polynomdivision)$ Nach dem Euklidischen Algorithmus existiert somit der ggT(f,g) = x + 2"Rückwärts einsetzen:"

$$f = g \cdot x + (x^2 + x - 2) \tag{1}$$

$$f = g \cdot x + (x^2 + x - 2)$$

$$\Rightarrow (x^2 + x - 2) = f - g \cdot x$$
(1)

$$g = (x^2 + x + 1) \cdot (x^2 + x - 2) + (x + 2)$$
 (3)

$$\Rightarrow (x+2) = g - (x^2 + x + 1) \cdot (x^2 + x - 2) \tag{4}$$

Daher gilt:

$$\begin{array}{rcl} ggT(f,g) & = & x+2 \\ \stackrel{(4)}{=} & g-(x^2+x+1)\cdot(x^2+x-2) \\ \stackrel{(2)}{=} & g-(x^2+x+1)\cdot(f-g\cdot x) \\ & = & g-(f(x^2+x+1)-g(x^3+x^2+x)) \\ & = & (-x^2-x-1)\cdot f+g\cdot(x^3+x^2+x+1)\cdot g \end{array}$$

$$\stackrel{\lambda \cdot f + \mu \cdot g}{\Rightarrow} \lambda = (-x^2 - x - 1), \ \mu = (x^3 + x^2 + x + 1)$$
 (5)

Probe:

$$(-x^2 - x - 1) \cdot (x^5 + 2x^4 + x^2 + x - 2) + (x^3 + x^2 + x + 1)(x^4 + 2x^3) = x + 2(\sqrt{x^4 + x^2 + x^2})$$

 $[\]overline{\ ^1 \, http://www.arndt-bruenner.de/mathe/scripts/polynomggt.htm}$

²oder über die Funktion PolynominalGCD in WolframAlpha

 $^{^3}$ http://www.arndt-bruenner.de/mathe/scripts/polynomdivision.htm