Die Koordinatenabbildung

Benedikt Wolters

May 18, 2011

Sei B = (v_1, v_2, v_3) geordnete Basis von $\mathbb{R}^{1x3}$ mit

$$v_1 = (1, -1, 0),\ v_2 = (0, -3, 1),\ v_3 = (1, 1, -1)$$

Sei $w_1 = (1, 0, 0)$

Koordinatenvektor bestimmen:

1. Möglichkeit: (durch scharfes hinsehen, aber nicht immer trivial): $w_1 = 2 \cdot (1, -1, 0) + (-1) \cdot (0, 3, 1) + (-1) \cdot (1, 1, -1)$

   Ablesen ergibt: $\kappa_B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

2. Möglichkeit LGS lösen:

   $$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right] \overset{Gauss-Elimination}{\hookrightarrow} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right]$$

   Aus der x_i-Spalte lässt sich dann der Koordinatenvektor ablesen

   $$\kappa_B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

   (Man könnte sogar alle auf einmal berechnen wenn man alle w_i's auf die rechte Seite schreibt und den Gauss-Algorithmus ausführt.)

Weitere Beispiele zum rechnen:

$$w_2 = (0, 1, 0) \quad , \quad \kappa_B(w_2) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$w_3 = (0, 0, 1) \quad , \quad \kappa_B(w_3) = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$w_3 = (2, 1, -1) \quad , \quad \kappa_B(w_4) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$w_3 = (-1, 1, 1) \quad , \quad \kappa_B(w_5) = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$