

卡爾曼預估器與多目標追蹤法則

Kalman Predictor and Multitarget Tracking Algorithm

周瑞雄/陳梧桐/陳春明/孫惠民

Jui-Hsiung Chou/Wu-Ton Chen/Chuen-Ming Chen/Huey-Min Sun

中華技術學院電機系/電子系/電機系/光武技術學院電子系

Department of Electrical Engineering/Electronic Engineering/

Electrical Engineering

China Institute of Technology

摘 要

本文目地在於針對多目標追蹤提出一些適合在假信號環境中從事對多目標作起始及追蹤的方法。首先建立一般性的多目標追蹤模型，並以卡爾曼預估器，探究其優劣性，作為發展新演算法之參考。為處理因多目標所造成龐大的計算問題，將整體目標群與量測回訊集合分成數個集串，使龐大的計算問題變成為個別獨立的小問題。對於實際雷達訊號所偵測的飛行物與一般多目標模型之相關性將深入研究並建立新適用模型；根據所建立的新模型，推導出有效的新型動態追蹤演算法。

最後，使得偵測多目標過程中的微小訊號能夠清楚呈現，且能將消除雜訊之預估器及平滑器，建立於新模型成為另一新型演算法則，建立一套系統化的多目標追蹤模式。

關鍵字：卡爾曼預估器、多目標追蹤法則

Abstract

The purpose of this paper is to develop Kalman predictor algorithm used to the multitarget tracking problem and track initiation procedure in a cluttered environment. The useful multitarget tracking model is investigated and developed. The existed algorithms are studied to have the well-known techniques in hand. Instead of solving a large problem, the entire set of targets and measurements is divided into several clusters such that a number of smaller problems are solved independently. Moreover, the relationship between the real radar signal and the signal in the general model is given. According to the modified results, a new dynamic model can be erected to fit

the real implementation. Furthermore, some new tracking algorithms are developed for the new dynamic model.

Finally, computer simulation results will be given the proposed algorithms that can be usefully applied in the real tracking.

Keywords : Kalman predictor 、Multitarget tracking algorithm

一、簡介

估計理論(Estimation theory)在現代信號處理工程技術中佔有極重要之地位,而卡爾曼濾波器(Kalman filter)之運用更為其中之代表。傳統之卡爾曼濾波器雖然在追蹤定速目標上有較佳之準確性,然其對瞬變目標追蹤則易產生較大的誤差,甚至發生漏失的現象。經由以卡爾曼濾波器為基礎之適應狀態估計器(Adaptive estimator)技術已逐漸解決所遭遇之各種實際問題且能處理各種龐大而又快速之數位信號工作,例如醫學上之各種生理信號量測、通信系統中信號之截取與辨識以及雷達系統對目標之追蹤處理…等等。以雷達系統對目標追蹤之問題來看,目標之回訊處理佔整個系統之絕對重要地位。在實際目標追蹤問題和卡爾曼濾波器理論上,吾人若能建立一套精確、快速而又有效之適應濾波技術,則將可提升目標追蹤系統信號處理之效率。

由於科技的進步與工藝的突飛猛進,飛行目標的瞬變性能增強,再加上電子戰方法的不斷推陳出新,多目標追蹤問題在民間空中交通管制(ATC)上、軍事防禦監視系統、水下聲納系統及海面上航行監看系統等方面均受到相當的重視。其主要工作係自各種感測器所獲得龐大數量的回訊中,如何去分辨及確定各種目標軌跡與回訊間所產生的關連性,並避免額外雜訊干擾所造成的追蹤誤導與估測準確性的降低。多目標追蹤的方法依據過去發展的記載來看,基本上可分成兩種類型-非貝斯方法與貝斯方法。

1.非貝斯方法[1,2]

(1)追蹤分離法(Tracking splitting)[1]

(2)最大相似性方法(Maximum likelihood method)[2]

2.貝斯方法[3,4,5]

(1)最佳貝斯近似法[3]

(2)次佳貝斯近似法[4,5]

此外,在多目標追蹤問題上,必須考慮到軌跡與各追蹤目標間的關聯性,所以藉由發展有效率的資料連結(Data association)方法來解決軌跡與觀測目標間的關連問題。然而在進行多目標追蹤時,可能形成之資料相關假設(Data Association Hypothesis)數量易隨著目標與回訊的數目增加而累增,同時亦會隨著雜訊的出現而使問題更趨複雜難解。尤其在中、高度雜訊狀況下,複雜性對目標之數目將相對重要,並且容易導致計算負荷上的崩潰。早期一種最簡單的方法為 Singer 和 Sea 所提之最鄰近法(The nearest neighbor approach)[6,7],其係選取最接近目標預測位置之回訊來作為目標狀態更新之依據。然而此方法在實用上只適合較少目標數目之追蹤,且其在目標與回訊關聯性法則確定後很容易產生計算負荷的過載與失誤。其次,多重假設追蹤法(Multiple Hypothesis Tracking,MHT)[8]係依掃描時間的長短來產生各種可能的目標軌跡假設,以進行目標的持續追蹤,但其可能的相關假設亦隨時間的增長而呈指數形式暴增。同時,假目標訊號亦會導致追蹤軌跡的偏離,甚而影響到其他的軌跡而導致發散。近來 Joint Probabilistic Data Association(JPDA)[9]法在多目標追蹤問題上,顯示了在模擬與實用上較成功的範例。其利用隨機概率變數觀念與貝斯(Bayes)原理來處理資料相關假設的問題,在每次時間區間內,將所有回訊(包含假目標訊號)納入考量並計算其概率值 β_j^t 以作為目標狀態資料更新之用。但是此方法亦有其缺點,亦即當目標進行交叉穿越飛行時,容易產生追蹤軌跡的失誤。此外,為了增加資料相關的運算速度,Fisher 和 Casasent[10]利用了巨大的向量內積(vector inner product)運算來處理 JPDA 法中 β_j^t 的計算,由於向量內積運算可以光學式處理器實現,故其發展出一種可實現的快速 JPDA 法,此方法頗適合於多微處理器系統之平行計算。Zhou 和 Bose[11]則提出 Depth-First Search(DFS)法來增加 JPDA 法中 β_j^t 的計算效率,他們的方法平均上又較前述之快速 JPDA 法有較少的運算。

由於多目標追蹤問題之主要癥結乃在於資料相關處理之效率,一個有效率的運算法則往往求之不可得。因此,近年來各方面專家學者均針對此一問題提出各種不同的見解與方法,其中包含了 S-D assignment 法[12-14],其為將長度為 S-1 追蹤窗之 MHT 系統化簡成離散數學最佳化之數學式而成為實際可實現的追蹤方法,然其將面臨隨之而來的 NP-hard multidimensional assignment 問題,此將造成求最佳解的困難並使即使是小規模的問題求解亦變得不實際。以及 M-Best S-D assignment 運算法則[15]則可應用到具同步性之感測器與低速運動之多目標追蹤,此方法提供了次佳 MHT 法則之有效建立並避免了指數形式數目之連合假設(Joint hypotheses)計算需求。另外 Chummun 等人則提出一種 fast data association 技術[16]來處理 multisensor-multitarget 問題,其利用 clustering 和 multidimensional assignment 法則為基礎,建立了一非常有效之資料相關處理方

法。基本上,根據過去文獻記載發現,有關料相關處理的方法另外尚包含了模擬退火(Simulated annealing)法,基因演算法 (Genetic algorithm) 以及類神經網路(Neural networks) [17] 等方式求解,然都不適合用在及時(Real-time)的追蹤系統上。

因此參考前面所述的方法,我們可將卡爾曼濾波器加以適當修正並擴展應用到多目標追蹤問題上。同時為了取代解決多目標追蹤所形成的龐大複雜問題,我們亦可將所有的目標與回訊分解成數個集串(Clusters),並以 S-D assignment 運算法處理各集串之資料相關問題,因此一個較小的問題能夠被獨立的個別求解。本研究方向係利用一卡爾曼預估器、快速資料相關產生器及目標分類器所建立之追蹤法則來處理多目標追蹤問題。它將被證明具有快速收斂的性能、良好的精確度以及對不確定目標與雜訊之強健性,並將以各種情況來進行模擬以驗證此架構具有簡易、有效及優越之性能。

二、卡爾曼濾波器理論

在估計問題和卡爾曼濾波器理論中有關隨機變數估計的資料處理方法可回溯至西元 1800 年 Gauss 發展出之 Deterministic least-squares 技術來處理簡單的 Orbit measurement 問題開始。隨後,在 1910 年 Fisher 提出了以概率密度函數為主之 Maximum likelihood estimation 方法。1940 年 Wiener 則利用隨機程序理論建立了在頻域中最佳濾波器之設計程序,此技術係以相關函數(Correlation function)和連續濾波器脈衝響應來描述一連續時間系統之問題。在同一時期,Kolmogorov 則進一步提出處理有關離散時間系統之問題。在 1960 年代 Wiener 濾波理論繼續被擴展至處理 Nonstationary 和 Multiport 等系統的問題,然其缺點為經常需要作繁複的運算。1960 年 Kalman 等人遂依據狀態空間和時域算式推展出適合在數位計算機運算之最佳遞歸(Recursive)濾波技術。正由於 Kalman 等人所提之最佳遞歸(Recursive)濾波器非常適合在電腦中建立與運算,故有關的訊號處理問題均可迎刃而解。

2-1 線性系統與模型描述

為了運用卡爾曼濾波器消除信號中的雜訊,被量測的系統程序必須能用線性系統描述。許多物理狀態程序,線性系統是指能用如下兩個方程式來描述的程序:

狀態方程式:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k \quad (1)$$

輸出方程式：

$$y_k = Cx_k + z_k \quad (2)$$

在上述方程式中，A、B 和 C 均為矩陣，k 是時間係數，x 稱為系統狀態，u 是系統的已知輸入，y 是所量測的輸出。w 和 z 表示雜訊，其中變異量 w 稱為程序雜訊，z 稱為量測雜訊，它們都是向量，因此包含多個元素。x 中包含系統當前狀態的所有資訊，但它不能被直接量測。因此需要量測向量 y，y 是受到雜訊 z 干擾的系統狀態 x 的函數。我們可以利用 y 獲取 x 的估計，但不一定必須藉由 y 的量測值來獲得 x 的估計，因為 y 受到了雜訊的干擾。例如在沿直線運動的目標模型中，其狀態由目標的位置 p 和速度 v 構成。輸入 u 是控制加速度，而輸出 y 則是量測位置。假定每隔 T 秒時間都能改變加速度並測量目標的位置，根據物理學基本定律，速度 v 將由下述方程式所控制：

$$v_{k+1} = v_k + Tu_k \quad (3)$$

也就是說，下一時刻(T秒之後)的速度將等於當前速度加上控制加速度 u_k 與T的乘積。但前面的方程式並未給出 v_{k+1} 時刻的精確值，因為實際上該速度將受到目標環境擾動及其它意外雜訊的干擾。這些速度雜訊是隨時間變化的隨機變異量，因此下述方程能更好地反應出v的實際情況：

$$v_{k+1} = v_k + Tu_k + \bar{v}_k \quad (4)$$

其中 \bar{v}_k 表示速度雜訊。類似地，可以推導出位置 p 的方程式：

$$p_{k+1} = p_k + Tv_k + \frac{1}{2}T^2u_k + \bar{p}_k \quad (5)$$

其中 \bar{p}_k 表示位置雜訊。下式提出了由位置和速度構成的狀態向量 x：

$$x_k = \begin{bmatrix} p_k \\ v_k \end{bmatrix} \quad (6)$$

最後，由於量測輸出是目標的位置，故我們可以得到一維線性系統的狀態與輸出方程式如下：

$$\begin{aligned}
x_{k+1} &= \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0.5T^2 \\ T \end{bmatrix} u_k + w_k \\
y_k &= [1 \quad 0] x_k + z_k
\end{aligned} \tag{7}$$

z_k 表示在時間 k 時由儀器誤差等因素帶來的測量雜訊。如果希望藉由雷達系統量測飛行目標狀態，則經常需要得到位置 p 和速度 v 的精確估計，換句話說，即需要對狀態 x 進行估計，而卡爾曼濾波器正是狀態估計的有效工具。

在目標運動的模型描述問題上，我們盡可能以較簡化之方式來描述它，然而這會降低一些模型的精確度和往後追蹤之性能。藉由適應式狀態估計器(Adaptive estimator)之發展，將可彌補此項缺點。在我們考慮的目標模型中通常以直線等速的運動軌跡為主，而將轉彎、加速度和急遽瞬變等視作定速運動外的異常擾動。一般典型的目標速度和加速度(轉彎率)可參考表一。

Target	Velocity	Acceleration
Ship	0 → 20 m/sec	2 degree/sec ²
Military Aircrafts	50 → 1000 m/sec	50 → 80 m/sec ²
Missiles	200 → 1200 m/sec	20 up to 100 m/sec ²
Helicopters	0 → 80 m/sec	10 m/sec ²
Civil Aircrafts	50 → 300 m/sec	1.5→3 degree/sec ²

表一 一般典型的目標速度和加速度(轉彎率)

目標的加速度可分成兩種型式：

縱向(Longitudinal)型式：即目標速度大小的變化。

側向(Lateral)型式：即目標運動方向的改變。

後者(側向型式)在軍用戰機的運動中經常出現。根據這個特性，我們將在爾後的目標軌跡模擬中加以測試。從上面所述可知，在目標狀態方程式中，加速度特性可視作隨機而不可預測之驅動輸入(Driving input)和周圍之擾動現象。

2-2 卡爾曼濾波器的原理和演算法

假定線性的目標模型系統如前所述，我們希望利用量測得到的 y 來估計系統 x 的狀態值。通常雷達系統對目標之量測包含目標的距離 R (Range)和方位角 θ (Elevation)等資料，為了便於計算，我們通常會將其轉換成直角座標系統來處理，其二維座標系統轉換程式如下：

$$\begin{aligned}
X(t) &= R \cos \theta \\
Y(t) &= R \sin \theta
\end{aligned} \tag{8}$$

由於系統的行為遵循其狀態方程式，而且可以連續獲得系統的位置和方位量測值，那麼如何確定狀態 x 的最佳估計呢？在此我們需要能對實際狀態進行精確估計的預估器(Predictor)，儘管並不能直接量測該狀態。那麼預估器又應當滿足哪些準則呢？顯然必須滿足以下兩個條件。首先，狀態估計的平均值應等於實際狀態的平均值。換言之，我們並不希望估計值出現過大的偏差。在數學理論上，我們總希望估計的期望值應等於狀態的期望值。其次，我們希望狀態估計與實際狀態之間的偏差儘可能小。也就是說，不僅希望狀態估計的平均值等於實際狀態的平均值，而且希望預估器的狀態估計與實際狀態之間的偏差盡可能達到最小。因此同理地，我們亦希望預估器的均方差誤差(mean square error)盡可能越小越好。卡爾曼濾波器正是能滿足以上兩條準則的預估器，但卡爾曼濾波器解決問題時也必須滿足特定的雜訊條件。在系統模型中， w 表示系統程序雜訊，而 z 表示量測雜訊。因此，必須假定 w 和 z 的平均值均為 0 且 w 與 z 不相關(Uncorrelated)。這樣，在任何時刻 k 、 w_k 和 x_k 均為不相關的隨機變量，而雜訊變異量矩陣 S_w 和 S_z 分別定義為：

$$\text{系統程序雜訊變異量：} S_w = E\begin{pmatrix} w_k & w_k^T \end{pmatrix}$$

$$\text{量測雜訊變異量：} S_z = E\begin{pmatrix} z_k & z_k^T \end{pmatrix}$$

其中 w_k 和 z_k 分別表示在時間 k 時之隨機雜訊向量 w 和 z 的轉置矩陣， $E(\cdot)$ 表示期望值。

依據上述的說明，我們將進一步研究卡爾曼濾波器方程式。首先我們可以選擇不同表示法之方程式來描述卡爾曼濾波器，其中一種表示式如下：

$$\bar{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + Bu_k \quad (9)$$

$$\bar{P}_{k+1} = AP_k A^T + BS_w B^T \quad (10)$$

$$\hat{x}_{k+1} = \bar{x}_{k+1} + K_{k+1}(y_{k+1} - C\bar{x}_{k+1}) \quad (11)$$

$$K_{k+1} = \bar{P}_{k+1} C^T (C\bar{P}_{k+1} C^T + S_z)^{-1} \quad (12)$$

$$P_{k+1} = (I - K_{k+1}C)\bar{P}_{k+1} \quad (13)$$

卡爾曼濾波器方程式由 5 個基本方程式組成，每個方程式都包含有矩陣運算。在上述方程式中， $[\cdot]^{-1}$ 表示反矩陣，而 $[\cdot]^T$ 上表示轉置矩陣。 K 矩陣稱為卡爾曼增益，而 P 矩陣表示估計誤差的變異量。

上述狀態估計方程式相當直接。方程中(11)用來推導 $k + 1$ 時刻之狀態估計，其中第一項 \bar{x}_{k+1} 正好等於 A 與 k 時刻狀態估計的乘積加上 B 與 k 時刻已知輸入的乘積。如果不再進行量測那麼該值就是系統的狀態估計。換言之，狀態估計可以像系統模型中的狀態向量一樣傳遞至後續時刻 $k+1$ 。方程式中第二項稱為

校正項，表示在量測條件下，用於對傳遞的狀態估計進行修正的校正量。此外， K 增益方程式(12)的狀態修正顯示：量測雜訊越大，則 S_z 也將越大，因此 K 值應當較小，而且在計算下一時刻的測量值 y 時，不應過分信賴該值；另一方面，量測雜訊越小， S_z 也將越小，這樣 K 值應當較大，並且在計算下一時刻的測量值時，可以充分信賴該值。因此，整個運算法則構成了一個遞歸方式而隨量測值的連續獲取而進行狀態之不斷更新並得到該系統狀態之最佳估計。

三、多目標追蹤法則

3-1 基於卡爾曼濾波器及卡爾曼平滑濾波器之多目標追蹤

卡爾曼濾波器及卡爾曼平滑濾波器是非常有名的演算法，由於推導過程非常複雜，推導過程可參考參考文獻[18]，整理如下：

之前的各章節時間 k 之系統狀態變數以 \mathbf{x}_k 表示，在本單元將以 $\mathbf{x}(k)$ 表示，也就是以函數表示法代替下標表示法。設共有長度 L 時段點之量測資料可供處理。

卡爾曼濾波器：

卡爾曼濾波器初始值設定

$\hat{\mathbf{x}}(0/0) = E\{\mathbf{x}(0)\}$ ；對於雷達信號追蹤問題可用前二點求得速度再從第二點開始計算。

$P(0/0) = P_x(0)$ ；對於雷達信號追蹤問題，可以座標及速度之平方為初始值方別置於 $P(0/0)$ 之對角線上為初始值。

卡爾曼濾波器依 $j=1, j=2, \dots, j=L$ 的順序執行下列方程式：

$$\hat{\mathbf{x}}(j/j-1) = A\hat{\mathbf{x}}(j-1/j-1)$$

$$P(j/j-1) = AP(j-1/j-1)A^T + \sigma_r^2 BB'$$
； σ_r 為輸入之變異量

$$\tilde{y}(j/j-1) = y(j) - C\hat{\mathbf{x}}(j/j-1)$$

$$\eta(j) = CP(j/j-1)C^T + \sigma_n^2$$
； σ_n 為量測雜訊之變異量

$$K(j) = P(j/j-1) \cdot \frac{C^T}{\eta(j)}$$

$$P(j/j) = [I - K(j)C]P(j/j-1)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(j/j) = \hat{\mathbf{x}}(j/j-1) + K(j)\tilde{y}(j/j-1)$$

卡爾曼平滑濾波器：

卡爾曼平滑濾波器初始值設定

$$w(L+1/L) = 0$$

卡爾曼平滑濾波器依 $j=L, j=L-1, j=L-2, \dots, j=1$ 的順序執行下列方程式：

$$A_p(j) = A[I - K(j)C]$$

$$w(j/N + L) = A_p^T(j)w(j+1/N + L) + C^T \eta^{-1}(j) \tilde{y}(j/j-1)$$

$$\hat{x}(j/N + L) = \hat{x}(j/j-1) + P(j/j-1)w(j/N + L)$$

執行完上列卡爾曼濾波器及卡爾曼平滑濾波器後，可使用結果進一步求得預估輸入

$$\hat{u}(j) = \sigma_r^2 B^T w(j/N + L)$$

上列卡爾曼濾波器及卡爾曼平滑濾波器先執行卡爾曼濾波器，再反向執行卡爾曼平滑濾波器，結果再用於輸入估計，僅適用於批次計算，不適於軌跡追蹤的應用問題，我們假設時間 N 及 N 以前的輸入已估計完成不再改變，推導得下列適用於長時間遞迴運算之演算法

卡爾曼濾波器：

$N=1$ 時之初始值或新軌跡加入時的初始值可以下列方式求得：

$\hat{x}(0/0) = E\{x(0)\}$ ；對於雷達信號追蹤問題可用前二點求得速度再從第二點開始計算。

$P(0/0) = P_x(0)$ ；對於雷達信號追蹤問題，可以座標及速度之平方為初始值

依 $j = N+1, j = N+2, \dots, j = N+L$ 的順序執行下列方程式：

$$\hat{x}(j/j-1) = A\hat{x}(j-1/j-1)$$

$$P(j/j-1) = AP(j-1/j-1)A^T + \sigma_r^2 BB'$$
； σ_r 為輸入之變異量

$$\tilde{y}(j/j-1) = y(j) - C\hat{x}(j/j-1)$$

$$\eta(j) = CP(j/j-1)C^T + \sigma_n^2$$

$$K(j) = P(j/j-1) \cdot \frac{C^T}{\eta(j)}$$

$$P(j/j) = [I - K(j)C]P(j/j-1)$$

$$\hat{x}(j/j) = \hat{x}(j/j-1) + K(j)\tilde{y}(j/j-1)$$

卡爾曼平滑濾波器：

卡爾曼平滑濾波器初始值設定

$$w(N+L+1/N+L) = 0$$

依 $j = N+L, j = N+L-1, j = N+L-2, \dots, j = N+1$ 的順序執行下列方程式：

$$A_p(j) = A[I - K(j)C]$$

$$w(j/N + L) = A_p^T(j)w(j+1/N + L) + C^T \eta^{-1}(j) \tilde{y}(j/j-1)$$

$$\hat{x}(j/N + L) = \hat{x}(j/j-1) + P(j/j-1)w(j/N + L)$$

執行完上列卡爾曼濾波器及卡爾曼平滑濾波器後，可使用結果進一步求得預估輸入

$$\hat{u}(j) = \sigma_r^2 B^T w(j/N + L)$$

依據上式，我們假設時間小於等於 N 的 $u(j)$ (之前用的符號為 u_j) 估計值 $\hat{u}(j)$ 皆已經正確求得，但如果我們轉向以輸入值來考量，我們可以提出一合理的基於卡爾曼濾波器及卡爾曼平滑濾波器的新演算法用於多目標的追蹤，名為基於卡爾曼濾波器及卡爾曼平滑濾波器之最小全平方輸入演算法，其方式描述如下如下

1. 設目前時間 N 有 m 條飛行物軌跡，而時間 $N+1$ 至 $N+L$ 新測得之目標位置依次共有 $n(1), n(2), \dots, n(L)$ 點。
2. 可利用上述 $\hat{u}(j)$ 的估計方程式，對各軌跡連接至時間 $N+1$ 至 $N+L$ 新測得之目標位置之所有組合，每一組合中的每一軌跡求得 $u(N+1), u(N+2), \dots, u(N+L)$ 的估計值 $\hat{u}(N+1), \hat{u}(N+2), \dots, \hat{u}(N+L)$ ，每一軌跡中再將估計值 $\hat{u}(N+1), \hat{u}(N+2), \dots, \hat{u}(N+L)$ 平方後再相加，也就是求 $\sum_{j=N+1}^{N+L} (\hat{u}(j))^2$ 。每一組合中再將各軌跡的 $\sum_{j=N+1}^{N+L} (\hat{u}(j))^2$ 再相加。
3. 以各組合中各軌跡的 $\sum_{j=N+1}^{N+L} (\hat{u}(j))^2$ 再相加所得的值最小的連接方式為時間 $N+1$ 的多目標軌跡。
4. 使用時間 $N+2$ 至 $N+L+1$ 的量測資料，重複 2. 及 3. 的計算，如此不斷的遞迴。

四、模擬結果

4-1 雷達系統模式

考慮

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0.5T^2 & 0 \\ T & 0 \end{bmatrix} u_k \\ y_k &= [1 \quad 0] x_k + z_k \end{aligned}$$

目標一的位置初值在 $(30000, 40000)$ m 的座標上， $T=1$ ，以速度 $(0, -600) m/sec$ 飛行，前 30 秒無加速度，第 30 秒至 90 秒，系統有加速度 $u = (30, 30) m/sec^2$ ；第 90 秒至 150 秒，系統有加速度 $u = (-30, -30) m/sec^2$ ；150 秒後系統有加速度 $u = (30, 30) m/sec^2$ ，在無測量雜訊的情況下則其 200 秒內之軌跡如以下各例之圖中左上角所示所示：

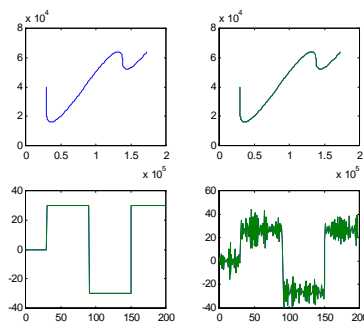
4-2 基於卡爾曼濾波器及卡爾曼平滑濾波器演算法模擬

例 1

在上述的模式下設雜訊之變異量 $\sigma=1$ ，利用基於卡爾曼濾波器及卡爾曼平滑濾波器之最小全平方輸入演算法，取 $L=1$ 進行追蹤計算，輸入變異量 $\sigma_r=30$ ，進行追蹤計算結果如(圖 1)所示。

圖中左上角為有量測雜訊下之量測資料。右上角為量測資料與估計的結果，由於二圖完全密合故只見一曲線。左下角為原輸入，x 軸加速度與 y 軸加速度，由於二圖完全密合故只見一曲線。右下角為估計所得之 x 軸輸入與 y 軸輸入，可見其平均值與原輸入幾乎完全一樣，但由於雜訊的影響與原輸入有誤差產生但不嚴重。

(圖 1)

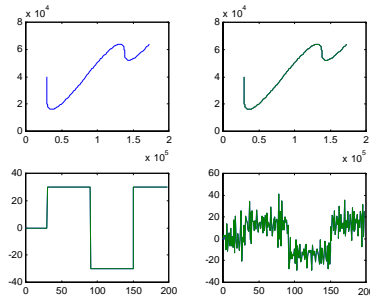


例 2

在上述的模式下設雜訊之變異量 $\sigma=10$ ，利用基於卡爾曼濾波器及卡爾曼平滑濾波器之最小全平方輸入演算法，取 $L=1$ 進行追蹤計算，輸入變異量 $\sigma_r=30$ ，進行追蹤計算結果如(圖 2)所示。

圖中左上角為有量測雜訊下之量測資料。右上角為量測資料與估計的結果，由於二圖完全密合故只見一曲線。左下角為原輸入，x 軸加速度與 y 軸加速度，由於二圖完全密合故只見一曲線。右下角為估計所得之 x 軸輸入與 y 軸輸入，可見其平均值與原輸入已有偏離。

(圖 2)

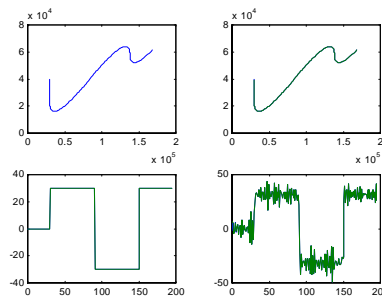


例 3

在上述的模式下設雜訊之變異量 $\sigma=1$ ，利用基於卡爾曼濾波器及卡爾曼平滑濾波器之最小全平方輸入演算法，取 $L=4$ 進行追蹤計算，輸入變異量 $\sigma_r=30$ ，進行追蹤計算結果如(圖 3)所示。

圖中左上角為 $\sigma=1$ 的量測雜訊下之量測資料。右上角為量測資料與估計的結果，由於二圖完全密合故只見一曲線。左下角為原輸入，x 軸加速度與 y 軸加速度，由於二圖完全密合故只見一曲線。右下角為估計所得之 x 軸輸入與 y 軸輸入，可見雖然估計的輸入與原輸入已有誤差，平均與原輸入相近，但估計所得的輸出量測值仍表現良好。同樣 $\sigma=1$ ， $L=4$ 的結果與 $L=1$ 的結果都很好。

(圖 3)



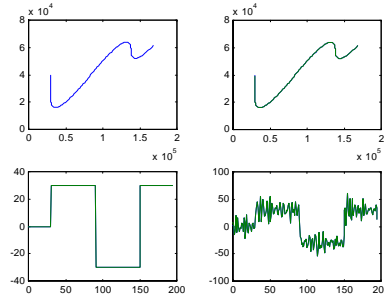
例 4

在上述的模式下設雜訊之變異量 $\sigma=10$ ，利用基於卡爾曼濾波器及卡爾曼平滑濾波器之最小全平方輸入演算法，取 $L=4$ 進行追蹤計算，輸入變異量 $\sigma_r=30$ ，進行追蹤計算結果如(圖 4)所示。

圖中左上角為 $\sigma=10$ 的量測雜訊下之量測資料。右上角為量測資料與估計的結果，由於二圖完全密合故只見一曲線。左下角為原輸入，x 軸加速度與 y 軸加速度，由於二圖完全密合故只見一曲線。右下角為估計所得之 x 軸輸入與 y 軸輸入，可見雖然估計的輸入與原輸入已有誤差，平均與原輸入相

近，但估計所得的輸出量測值仍表現良好。 $L=4$ $\sigma=10$ 的結果與 $L=1$ $\sigma=1$ 的結果所估計得的輸入結果相近。

(圖 4)



五、結論

本文對目標追蹤方法之初期研究，提出一基於卡爾曼濾波器及卡爾曼平滑濾波器之多目標追蹤演算法，雖然只進行單一目標追蹤，但模擬結果顯示其結果適用於量測雜訊很小或很大的情況，另外我們發現演算法中的 L 值取得比較大時結果也會比較好，但計算量也會增加。

未來如能進一步結合本演算法用於雷達真實信號的處理，將能進一步的驗證所提方法的優缺點。

誌謝

本計畫之研究，乃由行政院國科會國防科技學術合作協調小組，提供研究經費，得以順利完成。研究計畫案編號為 NSC 91-2623-7-157-002，特此誌謝。

參考文獻

1. P. Smith and G. Buechler, "A branching algorithm for discriminating and tracking multiple objects," *IEEE Transactions on Automatical Control*, 20, pp. 101-104, Feb. 1975.
2. C. L. Morefield, "Application of 0-1 integer programming to multitarget tracking problem," *IEEE Transactions on Automatical Control*, 22, pp. 302-312, June 1977.

3. R. A. Singer, R. G. Sea and K. B. Housewright, "Derivation and evaluation of improved tracking filters for use in dense multitargets," *IEEE Transactions on Information Theory*, 20, July 1974.
4. R.A. Singer, "Estimation optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets," *IEEE Transactions on Aerospace and electronic systems*, 6, pp. 473-483 July 1970.
5. Y. Bar-Shalom and E. Tse, "Tracking in a cluttered environment with probabilistics data association," *Proceedings of the 4th Symposium Nonlinear Estimation, University California, San Diego*, Sept. 1974.
6. R.A. Singer and R.G. Sea, "New results in optimizing surveillance system tracking and data correlation performance in dense multitarget environment," *IEEE Transactions on Automatical Control*, 18, pp. 571-581 Dec. 1973.
7. H. Leung, Z. Hu and M. Blanchette, "Evaluation of multiple radar target trackers in Successful environment," *IEEE Transactions on Automatical Control*, 35, 2, pp. 663-674 1973.
8. D. B. Reid, "An algorithm for tracking multiple targets," *IEEE Transactions on Automatical Control*, 24, 6 pp. 423-432 Dec. 1979.
9. T.E. Fortman, Y. Bar-Shalom and M. Sheffe, "Sonar tracking of multiple targets using joint probablistic data association," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, OE-8, 5 173-184 July 1983.
10. J. L. Fisher and D. P. Casasent "Fast JPDA multitarget tracking algorithm," *Applied Optics*, 28, pp.371-376 Jan.1989.
11. B. Zhou and N.K. Bose, "Multitarget tracking in clutter:Fast algorithms for data association,"*IEEE Transactions on Aerospace and electronic systems*, 29, pp. 352-363 Apr. 1983.
12. S. Deb, k. Pattipati, and Y. Bar-Shalom, "A multisensor-multitarget data association algorithm for heterogeneous sensors," *IEEE Transactions on Aerospace and electronic systems*, 29, 2, pp. 560-568 Apr. 1993.
13. S. Deb, M. Yeddanapudi, K. Pattipati, and Y. Bar-Shalom, "A generalized S-D assignment algorithm for multisensor-multitarget state estimation," *IEEE Transactions on Aerospace and electronic systems*, 33, 2, pp. 523-538 Apr. 1997.
14. K. Pattipati, S. Deb, Y. Bar-Shalom, and R. Washburn, "A new relaxation algorithm and passive sensor data association," *IEEE Transactions on Automatical control*, 37, 2, pp. 197-213 Feb. 1992.

15. R. L. Popp , K. Pattipati, and Y. Bar-Shalom, “M-Best S-D assignment algorithm with application to multitarget tracking,” *IEEE Transactions on Aerospace and electronic systems*, 37, 1, pp. 22-39 Jan. 2001.
16. M. R. Chummun, T. Kirubarajan, K.R. Pattipati, and Y. Bar-Shalom, “Fast data association using multidimensional assignment with clustering,” *IEEE Transactions on Aerospace and electronic systems*, 37, 3, pp. 898-911 July 2001.
17. L. Chin, “Application of neural networks in target tracking data fusion,” *IEEE Transactions on Aerospace and electronic systems*, 30, 1, pp. 281-287 Jan. 1994.
18. Jerry M. Mendel, *Lessons in Estimation Theory for Signal Processing, Communication, and Control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1995.