

# 1. Modely předcházející IDM

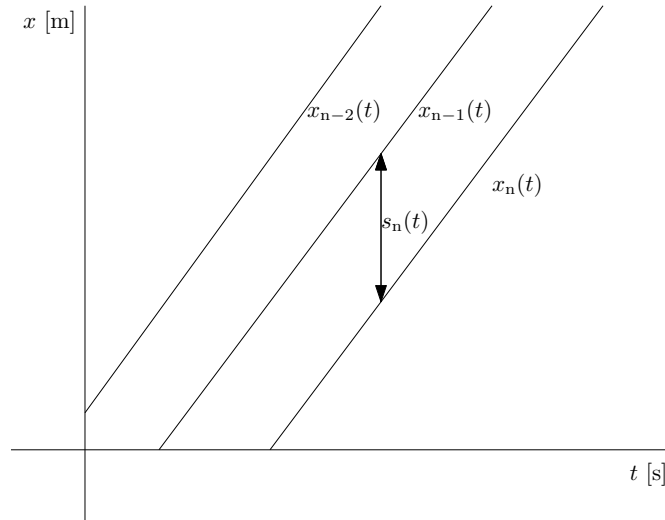
Jednoduše řečeno „Car Following“ modely vycházejí z předpokladu, že pokud  $n$ -té vozidlo následuje  $n-1$  vozidlo na homogenní dálnici, trajektorie  $n$ -tého vozidla bude stejná jako vozidla před ním ( $n-1$ ) až na posuny v čase a místě. (Vozidlo bude ve stejném místě jako předcházející v jiný čas a ve stejný čas bude na jiném místě.) Všechny další dispozice jednotlivých modelů v sobě tento předpoklad obsahují.

## 1.1 Newellův model

Jestliže  $n$ -té vozidlo jede za  $n-1$  vozidlem (které jede za  $n-2$  vozidlem atd.), cíl každého Car following modelu je zjistit závislost trajektorie  $n$ -tého vozidla  $x_n(t)$ , jeho pozici v čase  $t$  na  $n-1$  vozidle, viz. obrázek 1.1. (To také znamená, že není žádná náhodná spojitost mezi těmito vozidly.) Jestliže se  $n-1$  vozidlo pohybuje konstantní rychlostí  $v$ ,

$$x_{n-1} = x_n + vt,$$

$n$ -té vozidlo také pojede průměrnou rychlostí  $v$ . Pokud by  $n$ -té vozidlo zrychlovalo, tak by došlo ke kolizi s  $n-1$  vozidlem a naopak pokud by zpomalovalo, tak by se  $n$ -té vozidlo neustále vzdalovalo. Totéž platí pro všechna vozidla jedoucí za  $n$ -tým. Tento model se nezabývá zjištěním hodnoty rychlosti  $v$ , předpokládá se, že je určena buďto na základě omezení rychlosti či možnostech vozidla.

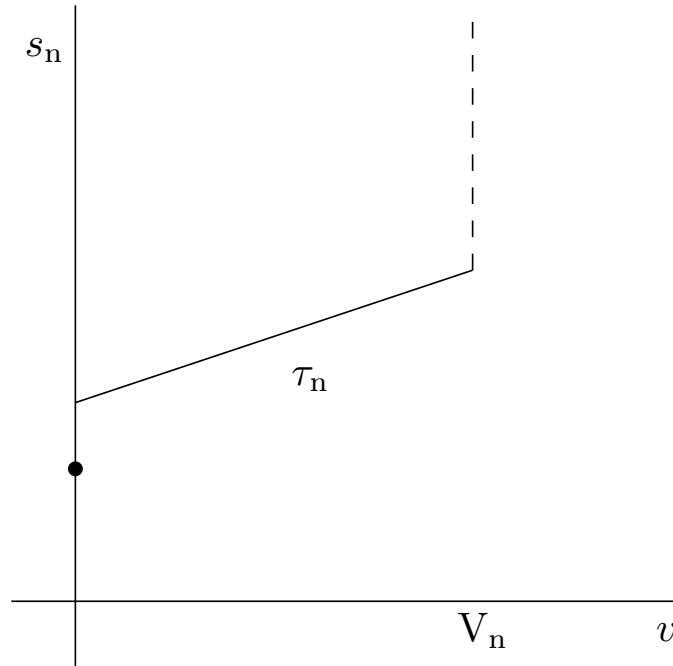


Obrázek 1.1: Trajektorie vozidel s konstantní rychlostí

Vzdálenost  $s_n = x_{n-1}(t) - x_n(t)$  mezi vozidly  $n$  a  $n-1$  se může měnit v čase. Pokud je dálnice homogenní, tato vzdálenost zůstane konstantní okolo hodnoty  $s_n$ . Tato hodnota se mění na základě typu vozidla a také závisí na rychlosti  $v$ .

Předpokládejme, že existuje nějaký empirický vztah mezi rychlostí  $v$  a vzdáleností mezi vozidly  $s_n$ . Pokud rychlost  $v$  roste, je logické, že řidiči chtějí dosáhnout většího rozestupu mezi

vozidly. Tato závislost mezi  $v$  a  $s_n$  je znázorněna na obrázku 1.2. Každý řidič má svoji preferovanou rychlost  $V_n$ . Jestliže tato rychlost je u  $n-1$  vozidla vyšší než u  $n$ -tého  $v > V_n$ , znamená to, že  $n$ -té vozidlo pojede svoji preferovanou rychlostí (na obrázku 1.2 znázorněna čárkovanou čarou) a  $n-1$  vozidlo mu ujede. Hodnota rychlosti  $v$  nemůže být záporná a vzdálenost mezi vozidly při nulové rychlosti by měla být níže než polopřímka lineární závislosti, viz černá tečka na obrázku 1.2 při rychlosti  $v = 0$ .



Obrázek 1.2: Vztah mezi rychlostí  $v$  a vzdáleností mezi vozidly  $s_n$

Nyní předpokládejme, že  $n-1$  se vozidlo nějakou dobu  $t$  pohybuje konstantní rychlostí  $v^1$  a potom náhle změní rychlost na hodnotu  $v'$ . Trajektorie vozidel  $n$  a  $n-1$  mohou poté vypadat jako na obrázku 1.3. Z obrázku lze také vypočítat jak časovou  $\tau_n$ , tak prostorovou  $d_n$  mezeru mezi vozidly  $n$  a  $n-1$ . Z čárkovaného obdelníku poté dostáváme vztah vzdálenost mezi vozidly před změnou rychlosti  $s_n$  a po změně rychlosti  $s'_n$ .

$$s_n = d_n + v\tau_n, \quad s'_n = d_n + v'\tau_n.$$

Z toho vyplývá, že pokud leží  $v$  a  $v'$  na polopřímce z obrázku 1.2, sklon této přímky je právě  $\tau_n$  a hodnota  $s_n$  při rychlosti  $v = 0$  je  $d_n$ .

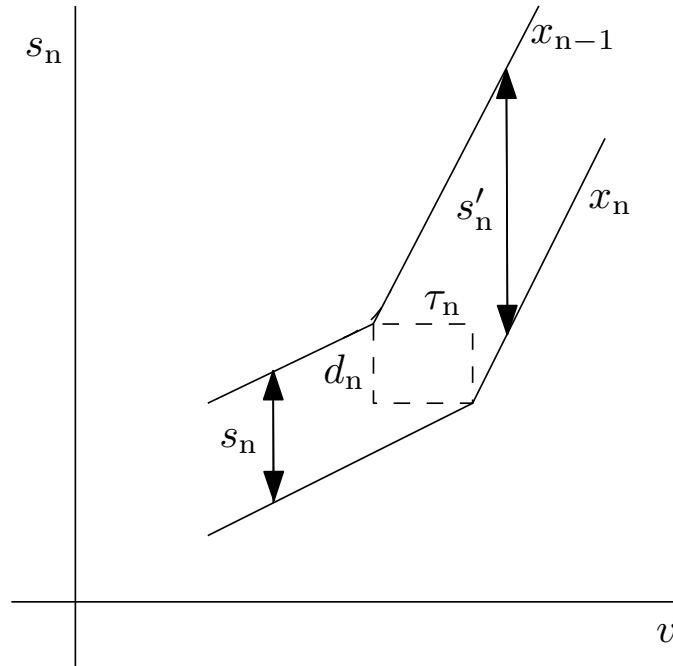
Ze vztahu mezi  $v$  a  $s_n$ , jak je zobrazeno na obrázku 1.2, plyne nezávislost mezer  $d_n$  a  $\tau_n$  na rychlostech  $v$ , resp.  $v'$ . Pokud se tedy změní rychlost z hodnoty  $v'$  na  $v''$ ,  $d_n$  a  $\tau_n$  zůstanou při této změně rychlosti stejné. Lineární trajektorie vozidla  $x_n(t)$  potom bude jednoduše posun v čase  $\tau_n$  a místě  $d_n$ .

$$x_n(t + \tau_n) = x_{n-1}(t) - d_n. \quad (1.1)$$

---

<sup>1</sup>hodnota rychlosti osciluje okolo hodnoty  $v$

U Newellova modelu platí, že  $n$ -té vozidlo bude (přibližně) kopírovat trajektorii  $n-1$  vozidla dle vztahu (1.1) při vhodných hodnotách  $d_n$  a  $\tau_n$ . Tím, jak se přesně dokáže  $n$ -té vozidlo dodržovat vztah (1.1), se Newellův model nezabývá, pouze předpokládá, že řidič je schopen se tímto vztahem řídit. To není tak těžké, protože pokud se změní rychlost vozidla  $n-1$ ,  $n$ -tý řidič nemusí zareagovat okamžitě, ale může počkat dokud se mezera  $s_n$  nezvýší (neklesne) na hodnotu, která odpovídá nové rychlosti vozidla  $n-1$  (viz obrázek 1.2).



Obrázek 1.3: Lineární aproximace při změně rychlosti vozidel

Při pozorování se došlo k závěru, že každý řidič nezkoumá každého jiného řidiče na komunikaci, ale pouze jen vhodnou „makroskopickou“ část. Hodnoty  $\tau_n$  a  $d_n$  jsou přirozené, to vychází ze vztahu (1.1), kde postupným iterováním dostaneme

$$x_n(t + \tau_n + \tau_{n-1} + \dots + \tau_1) = x_0(t) - d_n - d_{n-1} - \dots - d_1. \quad (1.2)$$

$\tau_n$  a  $d_n$  se značně liší mezi jednotlivými vozidly v závislosti na typu řidiče. První skupina řidičů raději jede blíže vozidlu před sebou ( $n-1$ ) až na minimální bezpečnou vzdálenost, zatímco druhá skupina naopak preferuje delší vzdálenost pro klidnou reakci na nenadálou událost. Je rozumné, aby se hodnoty  $\tau_n$  a  $d_n$  lišily, a to tak, že každému jednotlivému vozidlu budou hodnoty vygenerovány z nějakého pravděpodobnostního rozdělení, jehož variační koeficient se bude blížit jedné. Při generování rychlostí vozidel by naopak měl být variační koeficient zanedbatelný.

Položíme-li

$$\bar{\tau} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \tau_k, \quad \bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n d_k, \quad (1.3)$$

kde  $\bar{\tau}$  a  $\bar{d}$  jsou průměrné posuny v čase resp. místě, potom průměrnou vlnovou rychlost spočteme jako podíl  $\bar{d}/\bar{\tau}$ .

# Literatura

- [1] Barceló J, *Fundamentals of traffic simulation*, proceedings, International Series in Operations Research and management science, Springer, 2010
- [2] Barrow J, *Nové teorie všeho*, Dokořán, Praha, 2008
- [3] Brdička M, Samek L, Sopko B, *Mechanika kontinua*, Academia, Praha, 2011
- [4] Haberman R, *Mathematical models: Mechanical vibrations, population dynamics and traffic flow*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1988
- [5] Helbing D, Herrmann H J, Schreckenberg M, Wolf D E, *Microscopic Simulation of Congested Traffic* v knížce Traffic and Granular Flow, Springer, Berlin, 2000
- [6] Horák J, Krlín L, Raidl A, *Deterministický chaos a jeho fyzikální aplikace*, Academia 2003
- [7] Xiaoliang Ma, *A Neural-Fuzzy Framework for Modeling Car-following Behavior* [online], dostupné z [http://www.ctr.kth.se/publications/ctr2006\\_08.pdf](http://www.ctr.kth.se/publications/ctr2006_08.pdf)
- [8] May A D, *Traffic flow fundamentals*, Prentice Hall, 1989
- [9] Příkryl P, *Numerické metody matematické analýzy*, SNTL, Praha, 1988
- [10] Scholtz M, *Classical mechanics and deterministic chaos* [online], dostupné z <http://www.fd.cvut.cz/personal/scholma1/>
- [11] Scholtz M, Vaniš M, Veselý P, Matějka P, *Applied mathematics on Faculty of Transportation Sciences*, vyjde ve sborníku k výročí Fakulty dopravní ČVUT
- [12] Treiber M, Hennecke A, Helbing D, *Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations*, Physical Review E, **62** (2), pp. 1805–1824, 2000
- [13] Treiber M, *Microsimulation of road traffic flow* [online], dostupné z <http://www.traffic-simulation.de/>
- [14] Vitásek E, *Numerické metody*, SNTL, Praha, 1987

# Seznam obrázků

1.1	Trajektorie vozidel s konstantní rychlostí . . . . .	1
1.2	Vztah mezi rychlostí $v$ a vzdáleností mezi vozidly $s_n$ . . . . .	2
1.3	Lineární aproximace při změně rychlosti vozidel . . . . .	3

# Seznam tabulek