# 1. Modely předcházející IDM

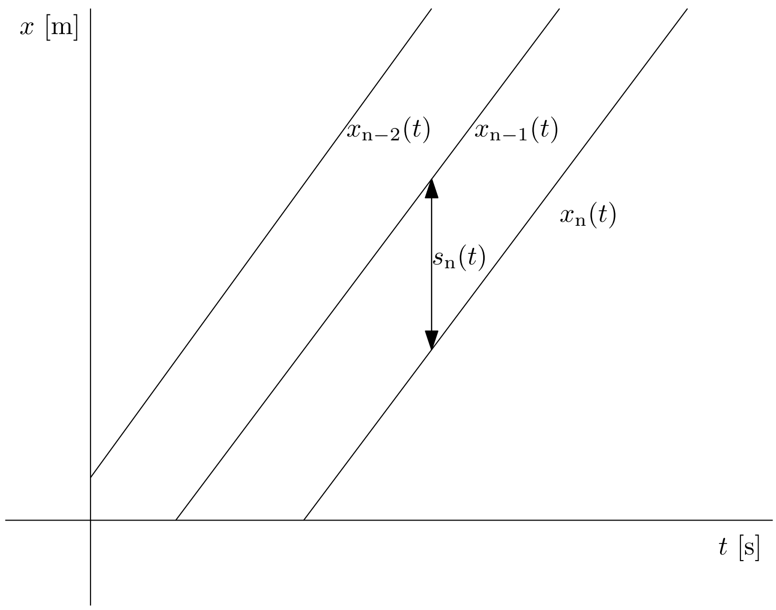
Jednoduše řečeno „Car Following“ modely vycházejí z předpokladu, že pokud n-té vozidlo následuje $n-1$ vozidlo na homogenní dálnici, trajektorie n-tého vozidla bude stejná jako vozidla před ním $(n-1)$ až na posuny v čase a místě. (Vozidlo bude ve stejném místě jako předcházející v jiný čas a ve stejný čas bude na jiném místě.) Všechny další dispozice jednotlivých modelů v sobě tento předpoklad obsahují.

## 1.1 Newellův model

Jestliže $n$-té vozidlo jede za $n-1$ vozidlem (které jede za $n-2$ vozidlem atd.), cíl každého Car following modelu je zjistit závislost trajektorie $n$-tého vozidla $x_n(t)$, jeho pozici v čase $t$ na $n-1$ vozidle, viz. obrázek 1.1. (To také znamená, že není žádná náhodná spojitost mezi těmito vozidly.) Jestliže se $n-1$ vozidlo pohybuje konstantní rychlostí $v$,

$$x_{n-1} = x_n + vt,$$

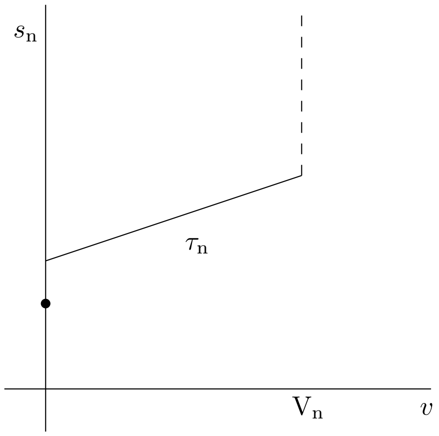
$n$-té vozidlo také pojede průměrnou rychlostí $v$. Pokud by $n$-té vozidlo zrychlovalo, tak by došlo ke kolizi s $n-1$ vozidlem a naopak pokud by zpomalovalo, tak by se $n$-té vozidlo neustále vzdalovalo. Totéž platí pro všechna vozidla jedoucí za $n$-tým. Tento model se nezabývá zjištěním hodnoty rychlosti $v$, předpokládá se, že je určena buďto na základě omezení rychlosti či možnostech vozidla.




Obrázek 1.1: Trajektorie vozidel s konstantní rychlostí

Vzdálenost $s_n = x_n - 1(t) - x_n(t)$ mezi vozidly $n$ a $n-1$ se může měnit v čase. Pokud je dálnice homogenní, tato vzdálenost zůstane konstantní okolo hodnoty $s_n$. Tato hodnota se mění na základě typu vozidla a také závisí na rychlosti $v$.

Předpokládejme, že existuje nějaký empirický vztah mezi rychlostí $v$ a vzdáleností mezi vozidly $s_n$. Pokud rychlost $v$ roste, je logické, že řidiči chtějí dosáhnout většího rozestupu mezi vozidly. Tato závislost mezi $v$ a $s_n$ je znázorněna na obrázku 1.2. Každý řidič má svoji preferovanou rychlost $\mathrm{V}_n$. Jestliže tato rychlost je u $n-1$ vozidla vyšší než u $n$-tého $v > \mathrm{V}_n$, znamená to, že $n$-té vozidlo pojede svoji preferovanou rychlostí (na obrázku 1.2 znázorněna čárkovanou čárou) a $n-1$ vozidlo mu ujede. Hodnota rychlosti $v$ nemůže být záporná a vzdálenost mezi vozidly při nulové rychlosti by měla být níže než polopřímka lineární závislosti, viz černá tečka na obrázku 1.2 při rychlosti $v = 0$.




Obrázek 1.2: Vztah mezi rychlostí $v$ a vzdáleností mezi vozidly $s_n$

Nyní předpokládejme, že $n-1$ se vozidlo nějakou dobu $t$ pohybuje konstantní rychlostí $v$[1] a potom náhle změní rychlost na hodnotu $v'$. Trajektorie vozidel $n$ a $n-1$ mohou poté vypadat jako na obrázku 1.3. Z obrázku lze také vypozorovat jak časovou $\tau_n$, tak prostorovou $d_n$ mezeru mezi vozidly $n$ a $n-1$. Z čárkovaného obdelníku poté dostáváme vztah vzdálenost mezi vozidly před změnou rychlosti $s_n$ a po změně rychlosti $s'_n$,

$$s_n = d_n + v\tau_n, \qquad s'_n = d_n + v'\tau_n.$$

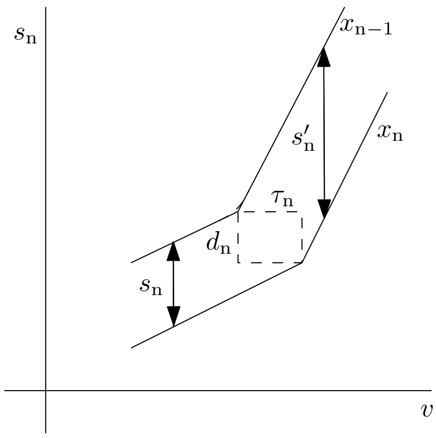
Z toho vyplývá, že pokud leží $v$ a $v'$ na polopřímce z obrázku 1.2, sklon této přímky je právě $\tau_n$ a hodnota $s_n$ při rychlosti $v = 0$ je $d_n$.

Ze vztahu mezi $v$ a $s_n$, jak je zobrazeno na obrázku 1.2, plyne nezávislost mezer $d_n$ a $\tau_n$ na rychlostech $v$, resp. $v'$. Pokud se tedy změní rychlost z hodnoty $v'$ na $v''$, $d_n$ a $\tau_n$ zůstanou při této změně rychlosti stejné. Lineární trajektorie vozidla $x_n(t)$ potom bude jednoduše posun v čase $\tau_n$ a místě $d_n$,

$$x_n(t + \tau_n) = x_n - 1(t) - d_n. \tag{1.1}$$

U Newellova modelu platí, že n-té vozidlo bude (přibližně) kopírovat trajektorii n-1 vozidla dle vztahu (1.1) při vhodných hodnotách $d_n$ a $\tau_n$. Tím, jak se přesně dokáže n-té vozidlo dodržovat vztah (1.1), se Newellův model nezabývá, pouze předpokládá, že řidič je schopen se tímto vztahem řídit. To není tak těžké, protože pokud se změní rychlost vozidla $n-1$, n-tý řidič nemusí zareagovat okamžitě, ale může počkat dokud se mezera $s_n$ nezvýší (neklesne) na hodnotu, která odpovídá nové rychlosti vozidla n-1 (viz obrázek 1.2).

[1] hodnota rychlosti osciluje okolo hodnoty $v$




Obrázek 1.3: Lineární aproximace při změně rychlosti vozidel

Při pozorování se došlo k závěru, že každý řidič nezkoumá každého jiného řidiče na komunikaci, ale pouze jen vhodnou „makroskopickou“ část. Hodnoty $\tau_n$ a $d_n$ jsou přirozené, to vychází ze vztahu (1.1), kde postupným iterováním dostaneme

$$x_n(t + \tau_n + \tau_n - 1 + \cdots + \tau_1) = x_0(t) - d_n - d_n - 1 - \cdots - d_1. \tag{1.2}$$

Hodnoty $\tau_n$ a $d_n$ se značně liší mezi jednotlivými vozidly v závislosti na typu řidiče. První skupina řidičů raději jede blíže vozidlu před sebou $(n-1)$ až na minimální bezpečnou vzdálenost, zatímco druhá skupina naopak preferuje delší vzdálenost pro klidnou reakci na nenadálou událost. Je rozumné, aby se hodnoty $\tau_n$ a $d_n$ lišily, a to tak, že každému jednotlivému vozidlu budou hodnoty vygenerovány z nějakého pravděpodobnostního rozdělení, jehož variační koeficient se bude blížit jedné. Při generování rychlostí vozidel by naopak měl být variační koeficient zanedbatelný.

Položíme-li

$$\overline{\tau} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\tau_k, \qquad \overline{d} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} d_k, \tag{1.3}$$

kde $\overline{\tau}$ a $\overline{d}$ jsou průměrné posuny v čase resp. místě, potom průměrnou vlnovou rychlost spočteme jako podíl $\overline{d}/\overline{\tau}$.

Tento model se dá ovšem popsat nejen mikroskopicky (rychlost, mezera mezi vozidly), ale i makroskopicky (hustota $k$, intenzita $q$). Stacionární stav nastane ve chvíli, kdy se všechna vozidla budou pohybovat konstantní rychlostí s rozdílnými posuny (časovými i prostorovými).

Jestliže

$$s_n = d_n + v\tau_n,$$

a rychlost vozidel je konstantní, tak platí

$$\overline{s} = \overline{d} + v\overline{\tau}.$$

Hustotu $k$ lze potom vypočítat jako převrácenou hodnotu průměrné mezery mezi vozidly $k = 1/\overline{s}$ a rychlost jako podíl intenzity a hustoty $v = q/k$. Tudíž platí

$$q = \frac{1}{\overline{\tau}} - \frac{\overline{d}}{\overline{\tau}}k, \tag{1.4}$$

za předpokladu, že rychlost $v$ je menší než preferovaná rychlost jakéhokoliv vozidla $V_k$.

Rovnice (1.4) propojuje Newellův model s klasickými makroskopickými modely. Problém nastává ve chvíli, kdy průměrná rychlost $v$ je vysšší, než některá s preferovaných rychlostí jednotlivých vozidel. Vozidla se v tomto modelu nemohou předjíždět a proto vznikne kongesce za vozidlem s malou preferovanou rychlostí. V následujících řádcích předpokládáme, že aktuální rychlost vozidla bude menší než preferovaná rychlost $V_n$.

Uvažujme, že se vozidlo $n$ pohybuje přesně podle rovnice (1.1) a vozidlo za ním $(n-1)$ jede plynule za ním.

Rovnici (1.1) můžeme přepsat do tvaru

$$x_n(t+\tau_n) = x_n(t) + \tau_n v_n(t+T_n). \tag{1.5}$$

Rovnice (1.5) lze pro rovnoměrný pohyb zjednodušit na tvar

$$x_n(t+\tau_n) = x_n(t) + \tau_n v_n(t).$$

Tvar rovnice (1.5) plyne z matematické analýzy[2], přičemž hodnota $T_n$ se nachází někde mezi nulou a $\tau_n$. Pokud je funkce hladká bude přibližně

$$T_n = \frac{\tau_n}{2}. \tag{1.6}$$

Rovnice (1.5) lze přepsat na přibližný tvar

$$x_n(t+\tau_n) = x_n(t) + \tau_n v_n(t) + \tau_n T_n a_n(t), \tag{1.7}$$

který uvažuje zrychlení vozidla $a_n$[3].

[2] věta o střední hodnotě

[3] Předpokládejme vozidlo v klidu, které se rozjíždí. Na začátku zvolíme $\tau_n = 5s, t = 0s, T_n = \tau_n/2 = 2,5s$, potom platí

$$x_n(5) = x_n(0) + 5v_n(0+2,5).$$

Pro výpočet dráhy bereme hodnotu rychlosti v čase 2,5s. Nemůžeme vzít hodnotu v nule, vozidlo by v tomto případě stálo na místě. Přibližná hodnota bude tedy opravdu v polovině hodnoty $\tau_n$.

# Literatura


[1] Barceló J, *Fundamentals of traffic simulation*, proceedings, International Series in Operations Research and management science, Springer, 2010

[2] Barrow J, *Nové teorie všeho*, Dokořán, Praha, 2008

[3] Brdička M, Samek L, Sopko B, *Mechanika kontinua*, Academia, Praha, 2011

[4] Haberman R, *Mathematical models: Mechanical vibrations, population dynamics and traffic flow*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1988

[5] Helbing D, Herrmann H J, Schreckenberg M, Wolf D E, *Microscopic Simulation of Congested Traffic* v knížce Traffic and Granular Flow, Springer, Berlin, 2000

[6] Horák J, Krlín L, Raidl A, *Deterministický chaos a jeho fyzikální aplikace*, Academia 2003

[7] Xiaoliang Ma, *A Neural-Fuzzy Framework for Modeling Car-following Behavior* [online], dostupné z `http://www.ctr.kth.se/publications/ctr2006_08.pdf`

[8] May A D, *Traffic flow fundamentals*, Prentice Hall, 1989

[9] Přikryl P, *Numerické metody matematické analýzy*, SNTL, Praha, 1988

[10] Scholtz M, *Classical mechanics and deterministic chaos* [online], dostupné z `http://www.fd.cvut.cz/personal/scholma1/`

[11] Scholtz M, Vaniš M, Veselý P, Matějka P, *Applied mathematics on Faculty of Transportation Sciences*, vyjde ve sborníku k výročí Fakulty dopravní ČVUT

[12] Treiber M, Hennecke A, Helbing D, *Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations*, Physical Review E, **62** (2), pp. 1805–1824, 2000

[13] Treiber M, *Microsimulation of road traffic flow* [online], dostupné z `http://www.traffic-simulation.de/`

[14] Vitásek E, *Numerické metody*, SNTL, Praha, 1987

# Seznam obrázků

# Seznam tabulek