

第十三届蓝桥杯大赛软件赛省赛

Java 研究生组

【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

结果填空题：要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

程序设计题：要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

注意：不要使用 `package` 语句。

注意：选手代码的主类名必须为：**Main**，否则会被判为无效代码。

注意：如果程序中引用了类库，在提交时必须将 `import` 语句与程序的其他部分同时提交。只允许使用 Java 自带的类库。

试题 A：排列字母

本题总分：5 分

【问题描述】

小蓝要把一个字符串中的字母按其在字母表中的顺序排列。

例如，LANQIAO 排列后为 AAILNOQ。

又如，GOODGOODSTUDYDAYDAYUP 排列后为 AADDDDDGGGOOOPSTUUYYY

。

请问对于以下字符串，排列之后字符串是什么？

WERETHEREISAWILLTHEREISAWAY

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个由大写字母组成的字符串，在提交答案时只填写这个字符串，填写多余的内容将无法得分。

试题 B: 灭鼠先锋

本题总分：5 分

【问题描述】

灭鼠先锋是一个老少咸宜的棋盘小游戏，由两人参与，轮流操作。

灭鼠先锋的棋盘有各种规格，本题中游戏在两行四列的棋盘上进行。游戏的规则为：两人轮流操作，每次可选择在棋盘的一个空位上放置一个棋子，或在同一行的连续两个空位上各放置一个棋子，放下棋子后使棋盘放满的一方输掉游戏。

小蓝和小乔一起玩游戏，小蓝先手，小乔后手。小蓝可以放置棋子的方法很多，通过旋转和翻转可以对应如下四种情况：

```
XOOO XXOO OXOO OXXO
OOOO OOOO OOOO OOOO
```

其中 o 表示棋盘上的一个方格为空，x 表示该方格已经放置了棋子。

请问，对于以上四种情况，如果小蓝和小乔都是按照对自己最优的策略来玩游戏，小蓝是否能获胜。如果获胜，请用 V 表示，否则用 L 表示。请将四种情况的胜负结果按顺序连接在一起提交。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个长度为 4 的由大写字母 V 和 L 组成的字符串，如 VVLL，在提交答案时只填写这个字符串，填写多余的内容将无法得分。

试题 C：质因数个数

时间限制：5.0s 内存限制：512.0MB 本题总分：10 分

【问题描述】

给定正整数 n ，请问有多少个质数是 n 的约数。

【输入格式】

输入的第一行包含一个整数 n 。

【输出格式】

输出一个整数，表示 n 的质数约数个数。

【样例输入】

396

【样例输出】

3

【样例说明】

396 有 2, 3, 11 三个质数约数。

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $1 \leq n \leq 10000$ 。

对于 60% 的评测用例， $1 \leq n \leq 10^9$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 10^{16}$ 。

试题 D: 数位排序

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 10 分

【问题描述】

小蓝对一个数的数位之和很感兴趣，今天他要按照数位之和给数排序。当两个数各个数位之和不同时，将数位和较小的排在前面，当数位之和相等时，将数值小的排在前面。

例如，2022 排在 409 前面，因为 2022 的数位之和是 6，小于 409 的数位之和 13。

又如，6 排在 2022 前面，因为它们的数位之和相同，而 6 小于 2022。

给定正整数 n , m ，请问对 1 到 n 采用这种方法排序时，排在第 m 个的元素是多少？

【输入格式】

输入第一行包含一个正整数 n 。

第二行包含一个正整数 m 。

【输出格式】

输出一行包含一个整数，表示答案。

【样例输入】

13

5

【样例输出】

3

【样例说明】

1 到 13 的排序为：1, 10, 2, 11, 3, 12, 4, 13, 5, 6, 7, 8, 9。第 5 个数为 3。

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $1 \leq m \leq n \leq 300$ 。

对于 50% 的评测用例， $1 \leq m \leq n \leq 1000$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq m \leq n \leq 10^6$ 。

试题 E: 蜂巢

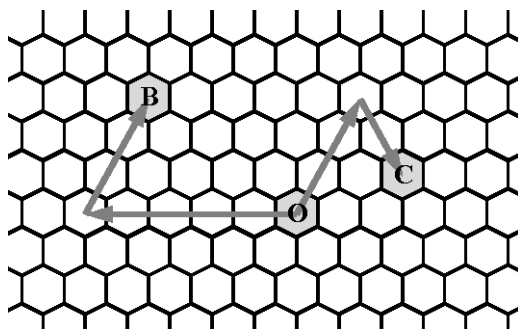
时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

蜂巢由大量的六边形拼接而成, 定义蜂巢中的方向为: 0 表示正西方向, 1 表示西偏北 60° , 2 表示东偏北 60° , 3 表示正东, 4 表示东偏南 60° , 5 表示西偏南 60° 。

对于给定的一点 O , 我们以 O 为原点定义坐标系, 如果一个点 A 由 O 点先向 d 方向走 p 步再向 $(d+2) \bmod 6$ 方向 (d 的顺时针 120° 方向) 走 q 步到达, 则这个点的坐标定义为 (d, p, q) 。在蜂窝中, 一个点的坐标可能有多种。

下图给出了点 $B(0, 5, 3)$ 和点 $C(2, 3, 2)$ 的示意。



给定点 (d_1, p_1, q_1) 和点 (d_2, p_2, q_2) , 请问他们之间最少走多少步可以到达?

【输入格式】

输入一行包含 6 个整数 $d_1, p_1, q_1, d_2, p_2, q_2$ 表示两个点的坐标, 相邻两个整数之间使用一个空格分隔。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示两点之间最少走多少步可以到达。

【样例输入】

0 5 3 2 3 2

【样例输出】

7

【评测用例规模与约定】

对于 25% 的评测用例， $p_1, p_2 \leq 10^3$ ；

对于 50% 的评测用例， $p_1, p_2 \leq 10^5$ ；

对于 75% 的评测用例， $p_1, p_2 \leq 10^7$ ；

对于所有评测用例， $0 \leq d_1, d_2 \leq 5$ ， $0 \leq q_1 < p_1 \leq 10^9$ ， $0 \leq q_2 < p_2 \leq 10^9$ 。

试题 F: 爬树的甲壳虫

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

有一只甲壳虫想要爬上一颗高度为 n 的树, 它一开始位于树根, 高度为 0, 当它尝试从高度 $i-1$ 爬到高度为 i 的位置时有 P_i 的概率会掉回树根, 求它从树根爬到树顶时, 经过的时间的期望值是多少。

【输入格式】

输入第一行包含一个整数 n 表示树的高度。

接下来 n 行每行包含两个整数 x_i, y_i , 用一个空格分隔, 表示 $P_i = \frac{x_i}{y_i}$ 。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案, 答案是一个有理数, 请输出答案对质数 998244353 取模的结果。其中有理数 $\frac{a}{b}$ 对质数 P 取模的结果是整数 c 满足 $0 \leq c < P$ 且 $c \cdot b \equiv a \pmod{P}$ 。

【样例输入 1】

```
1
1 2
```

【样例输出 1】

```
2
```

【样例输入 2】

```
3
1 2
3 5
7 11
```

【样例输出 2】

623902744

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $n \leq 2$ ， $1 \leq x_i < y_i \leq 20$ ；

对于 50% 的评测用例， $n \leq 500$ ， $1 \leq x_i < y_i \leq 200$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 100000$ ， $1 \leq x_i < y_i \leq 10^9$ 。

试题 G: 重新排序

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

给定一个数组 A 和一些查询 L_i, R_i , 求数组中第 L_i 至第 R_i 个元素之和。

小蓝觉得这个问题很无聊, 于是他想重新排列一下数组, 使得最终每个查询结果的和尽可能地大。小蓝想知道相比原数组, 所有查询结果的总和最多可以增加多少?

【输入格式】

输入第一行包含一个整数 n 。

第二行包含 n 个整数 A_1, A_2, \dots, A_n , 相邻两个整数之间用一个空格分隔。

第三行包含一个整数 m 表示查询的数目。

接下来 m 行, 每行包含两个整数 L_i, R_i , 相邻两个整数之间用一个空格分隔。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

【样例输入】

```
5
1 2 3 4 5
2
1 3
2 5
```

【样例输出】

```
4
```

【样例说明】

原来的和为 $6 + 14 = 20$ ，重新排列为 $(1, 4, 5, 2, 3)$ 后和为 $10 + 14 = 24$ ，增加了 4。

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $n, m \leq 50$ ；

对于 50% 的评测用例， $n, m \leq 500$ ；

对于 70% 的评测用例， $n, m \leq 5000$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n, m \leq 10^5$ ， $1 \leq A_i \leq 10^6$ ， $1 \leq L_i \leq R_i \leq 10^6$ 。

试题 H: 技能升级

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

小蓝最近正在玩一款 RPG 游戏。他的角色一共有 N 个可以加攻击力的技能。其中第 i 个技能首次升级可以提升 A_i 点攻击力, 以后每次升级增加的点数都会减少 B_i 。 $\lceil \frac{A_i}{B_i} \rceil$ (上取整) 次之后, 再升级该技能将不会改变攻击力。

现在小蓝可以总计升级 M 次技能, 他可以任意选择升级的技能和次数。请你计算小蓝最多可以提高多少点攻击力?

【输入格式】

输入第一行包含两个整数 N 和 M 。

以下 N 行每行包含两个整数 A_i 和 B_i 。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

【样例输入】

```
3 6
10 5
9 2
8 1
```

【样例输出】

```
47
```

【评测用例规模与约定】

对于 40% 的评测用例, $1 \leq N, M \leq 1000$;

对于 60% 的评测用例, $1 \leq N \leq 10^4, 1 \leq M \leq 10^7$;

对于所有评测用例, $1 \leq N \leq 10^5, 1 \leq M \leq 2 \times 10^9, 1 \leq A_i, B_i \leq 10^6$ 。

试题 I: 最优清零方案

时间限制: 3.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

给定一个长度为 N 的数列 A_1, A_2, \dots, A_N 。现在小蓝想通过若干次操作将这个数列中每个数字清零。

每次操作小蓝可以选择以下两种之一:

1. 选择一个大于 0 的整数, 将它减去 1;
2. 选择连续 K 个大于 0 的整数, 将它们各减去 1。

小蓝最少经过几次操作可以将整个数列清零?

【输入格式】

输入第一行包含两个整数 N 和 K 。

第二行包含 N 个整数 A_1, A_2, \dots, A_N 。

【输出格式】

输出一个整数表示答案。

【样例输入】

```
4 2
1 2 3 4
```

【样例输出】

```
6
```

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例, $1 \leq K \leq N \leq 10$ 。

对于 40% 的评测用例, $1 \leq K \leq N \leq 100$ 。

对于 50% 的评测用例, $1 \leq K \leq N \leq 1000$ 。

对于 60% 的评测用例, $1 \leq K \leq N \leq 10000$ 。

对于 70% 的评测用例, $1 \leq K \leq N \leq 100000$ 。

对于所有评测用例, $1 \leq K \leq N \leq 1000000$, $0 \leq A_i \leq 1000000$ 。

试题 J: 推导部分和

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

对于一个长度为 N 的整数数列 A_1, A_2, \dots, A_N , 小蓝想知道下标 l 到 r 的部分和 $\sum_{i=l}^r A_i = A_l + A_{l+1} + \dots + A_r$ 是多少?

然而, 小蓝并不知道数列中每个数的值是多少, 他只知道它的 M 个部分和的值。其中第 i 个部分和是下标 l_i 到 r_i 的部分和 $\sum_{j=l_i}^{r_i} A_j = A_{l_i} + A_{l_i+1} + \dots + A_{r_i}$, 值是 S_i 。

【输入格式】

第一行包含 3 个整数 N 、 M 和 Q 。分别代表数组长度、已知的部分和数量和询问的部分和数量。

接下来 M 行, 每行包含 3 个整数 l_i, r_i, S_i 。

接下来 Q 行, 每行包含 2 个整数 l 和 r , 代表一个小蓝想知道的部分和。

【输出格式】

对于每个询问, 输出一行包含一个整数表示答案。如果答案无法确定, 输出 UNKNOWN。

【样例输入】

```
5 3 3
1 5 15
4 5 9
2 3 5
1 5
1 3
1 2
```

【样例输出】

15

6

UNKNOWN

【评测用例规模与约定】

对于 10% 的评测用例， $1 \leq N, M, Q \leq 10$ ， $-100 \leq S_i \leq 100$ 。

对于 20% 的评测用例， $1 \leq N, M, Q \leq 20$ ， $-1000 \leq S_i \leq 1000$ 。

对于 30% 的评测用例， $1 \leq N, M, Q \leq 50$ ， $-10000 \leq S_i \leq 10000$ 。

对于 40% 的评测用例， $1 \leq N, M, Q \leq 1000$ ， $-10^6 \leq S_i \leq 10^6$ 。

对于 60% 的评测用例， $1 \leq N, M, Q \leq 10000$ ， $-10^9 \leq S_i \leq 10^9$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq N, M, Q \leq 10^5$ ， $-10^{12} \leq S_i \leq 10^{12}$ ， $1 \leq l_i \leq r_i \leq N$ ， $1 \leq l \leq r \leq N$ 。数据保证没有矛盾。