



ZUSAMMENFASSUNG MULTISENSORNAVIGATION

Fakultät für Geoinformatik
of Hochschule für Angewandte Wissenschaften München

Zusammenfassung

geschrieben bei

Felix Strobel

March 2019

Contents

1	Stoffübersicht	6
1.1	Homogene Matrix	6
1.2	Pose	6
1.3	Singulärwertzerlegung	6
1.4	Levenberg-Marquardt	6
1.5	Bündelblockausgleichung	6
1.6	Range-Bearing Sensor	7
1.7	Bearing only Sensor	7
1.8	Trajektorie	7
1.9	Koppelnavigation	7
1.10	Sigma Point Kalman Filter	7
1.11	Extended Kalman Filter	7
1.12	ICP oder Scanmatching	8
1.13	Partikelfilter	8
1.14	RANSAC	8
1.15	Loop closure	8
1.16	SLAM	8
2	Einführung	9
2.1	Lokalisieren	9
2.2	3D Konstruieren	9
2.3	Mobile Mapping	9
3	Mathematische Grundlagen	10
3.1	Skalarprodukt	10
3.2	Winkel zwischen zwei Vektoren	10
3.3	Orthononalität	10
3.4	Vektorprodukt	10
3.5	Rechte Hand Regel	10
3.6	Vektorprodukt	11
3.7	Rotation	11
3.8	Rotation vs. Spiegelung	11
	3.8.1 Rotation	11
	3.8.2 Spiegelung	11
3.9	Prüfung auf Rotation	11
3.10	Homogene Matrix	11
	3.10.1 Translation und Rotation	11

3.10.2	Vorteile	12
3.10.3	Intepretation als Koordinatenursprung	12
3.10.4	Berechnung Koordinatenursprung	12
3.10.5	Berechnung der Achsen	12
3.11	Koordinatensysteme	12
3.11.1	Affines Koordinatensystem	12
3.11.2	Orthogonales Koordinatensystem	12
3.11.3	Orientierungstreues Koordinatensystem	12
3.12	RPY Darstellung	12
3.12.1	Rotation als RPY	12
3.12.2	RPY to Matrix	13
3.12.3	Weitere Darstellungen	13
3.13	Kalmanfilter	13
3.13.1	Modellannahmen	13
3.13.2	EKF nicht linear	13
3.13.3	Warum ist die Zustandsschätzung wieder eine Normalverteilung	13
3.13.4	Zusammenhang Extremwert und Mittelwert	13
3.13.5	Inovation?	13
3.13.6	Parameter des Gain	13
3.13.7	Wertebereich des Gain	14
3.13.8	Eingrenzung des Bereichs des Mittelwerts der Schätzung	14
3.14	Kalmanfilter	14
3.15	Kapitel 5	15
4	Partikelfilter	16
4.1	WDF	16
4.2	Mutation	16
4.3	Modellannahmen des Partikelfilters	16
4.4	Kalmanfilter vs. Partikelfilter	16
4.5	Generation	16
4.6	Partikel	16
4.7	Schritte des Partikelfilter	17
4.7.1	Init	17
4.7.2	Bewegung	17
4.7.3	Messung	17
4.7.4	Propagation	17
4.7.5	Gewichtung	17
4.7.6	Neuverteilung der Partikel	17
4.7.7	Berechnung der Position	17
4.8	Anzahl Schleifen in Init	17

List of Figures

List of Tables

1 Stoffübersicht

1.1 Homogene Matrix

Matrix, die Positionen und Orientierung beinhaltet

$$M = \begin{pmatrix} R & T \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_1 \\ r_{31} & r_{23} & r_{33} & t_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

Wird verwendet, damit man einfacher rechnen kann.

1.2 Pose

Beschreibt die Lage eines Körpers.

1.3 Singulärwertzerlegung

Zerlegung einer Matrix in 3 Spezielle Matrizen welche miteinander Multipliziert die grundlegende Matrix ergeben. Auf der Hauptdiagonalen der mittleren Matrix stehen die Singularitäten der grundlegenden Matrix.

1.4 Levenberg-Marquardt

Der Levenberg-Marquardt-Algorithmus ist ein numerischer Optimierungsalgorithmus zur Lösung nichtlinearer Ausgleichs-Probleme mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate. Das Verfahren kombiniert das Gauß-Newton-Verfahren mit einer Regularisierungstechnik, die absteigende Funktionswerte erzwingt. Deutlich robuster als das Gauß-Newton-Verfahren, das heißt, er konvergiert mit einer hohen Wahrscheinlichkeit auch bei schlechten Startbedingungen, allerdings ist auch hier Konvergenz nicht garantiert. Ferner ist er bei Anfangswerten, die nahe dem Minimum liegen, oft etwas langsamer.

1.5 Bündelblockausgleichung

Das Optimieren der "Sehstrahlenbündel" einer 3D-Szene, die von mehreren Kameras bzw. von einer Kamera aus mehreren Perspektiven aufgenommen wird. Bei der Bündelblockaus-

gleichung können gleichzeitig die Positionen der Punkte im 3D-Raum, die Positionen und Orientierungen der beobachtenden Kameras sowie deren interne Kalibrierparameter derart an die Messbilder angepasst werden, dass verbleibende Fehler (z. B. Bildverzerrungen, Messfehler der Auswertung) möglichst optimal auf alle Beobachtungen verteilt werden. Speziell wird der Begriff verwendet, um nicht nur einzelne Bildpaare (je 2 überdeckende Messbilder) photogrammetrisch auszuwerten, sondern eine beliebige Anzahl von zusammenhängenden Bildern (Block) miteinander zu verknüpfen. Zur Berechnung könnte man z.B. Levenberg-Marquardt-Algorithmus nehmen.

1.6 Range-Bearing Sensor

Sensor welcher die Richtung und die Entfernung zu einem Messpunkt angibt.

Beispiel: Lidar

1.7 Bearing only Sensor

Sensor welcher nur die Richtung angibt. Theodolit und Kamera

1.8 Trajektorie

Der Weg eines Objektes in abhängigkeit von der Zeit.

1.9 Koppelnavigation

Koppelnavigation oder dead reckoning ist das aneinanderfügen vergangener Standortmessungen, welche jeweils relativ zum letzten Messzeitpunkt sind.

1.10 Sigma Point Kalman Filter

Kalman Filter für nicht lineare Gleichungssysteme. Legt eine Normalverteilte Punktwolke um den aktuellen Punkt. Stabiler als der Kalmanfilter.

1.11 Extended Kalman Filter

Der EKF ist eine nicht lineare Version des Kalman Filters welcher mittels einer Schätzung des aktuellen Mittels und der Covarianzen linearisiert wird.

1.12 ICP oder Scanmatching

Iterative Closest Point um den kürzesten Abstand zwischen zwei Punktwolken zu bestimmen. Wird genutzt um Ob

1.13 Partikelfilter

Kann aus dem Vergleich vieler Messungen zu einer bekannten "Karte" den Ort absolut bestimmen.

1.14 RANSAC

Random sample consensus - Eine iterative Methode um outliner zu erkennen oder eine Gerade durch eine Punktwolke zu legen, welche viele outliner hat.

1.15 Loop closure

Wenn Messungen einen geschlossenen loop bilden. Dies kann genutzt werden um Filter und Ausgleichungen zu testen oder zu verbessern.

1.16 SLAM

Simultaneous localization and mapping - Zeitgleiches Positionieren und mappen der Messdaten. Wird in unbekannter Umgebung verwendet.

2 Einführung

2.1 Lokalisieren

Wie kann ich meine Position "Global" berechnen.

2.2 3D Konstruieren

Daten werden immer vom aktuellen Standort aus aufgenommen. Diese können dann nach einer Lokalisierung ins Globale System überführt werden.

2.3 Mobile Mapping

Eine Mobile Plattform mit einer Multisensorplattform nimmt die Daten auf. Die Map kann aber im Postprocessing berechnet werden.

3 Mathematische Grundlagen

3.1 Skalarprodukt

$$\vec{a} \circ \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi \quad (3.1)$$

$$\vec{a} \circ \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} = a_x b_x + a_y b_y \quad (3.2)$$

3.2 Winkel zwischen zwei Vektoren

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \circ \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \quad (3.3)$$

3.3 Orthononalität

Wenn die Vektoren normiert sind und das Vektorprodukt 0 ergibt?

$$\vec{a} \circ \vec{b} = 0 \quad (3.4)$$

3.4 Vektorprodukt

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \quad (3.5)$$

$$|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \varphi \quad \text{for } (0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ) \quad (3.6)$$

3.5 Rechte Hand Regel

Die Rechte Hand gibt die Richtung der Achsen vor.

- Daumen: X
- Zeigefinger: Y
- Mittelfinger: Z

3.6 Vektorprodukt

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_y b_z - b_z a_y \\ a_z b_x - b_x a_z \\ a_x b_y - b_y a_x \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

3.7 Rotation

1. Winkel der Drehung um jeweils eine Achse
2. Rotationsmatrix multipliziert mit der Transponierten ergibt die Einheitsmatrix I
3. Spalten stehen Senkrecht aufeinander

3.8 Rotation vs. Spiegelung

3.8.1 Rotation

überführt ein Rechtwinkliges/Rechtshändiges Koordinatensystem in ein anderes Rechtwinkliges/Rechtshändiges Koordinatensystem. $R \cdot R^T$ ist Einheitsmatrix.

3.8.2 Spiegelung

Die Hand wechselt. Die Determinante wird -1

3.9 Prüfung auf Rotation

```

1 if abs(max(max((rotation * rotation') - eye(3)))) > 0.0000000000000001
2 isRotation = false;
3 else
4 isRotation = true;
```

3.10 Homogene Matrix

3.10.1 Translation und Rotation

$$M = \begin{pmatrix} R & T \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

3.10.2 Vorteile

Mehrere Bewegungen können durch Matrixmultiplikation aneinander gekettet werden bzw. leichter invertiert werden.

3.10.3 Interpretation als Koordinatenursprung

3.10.4 Berechnung Koordinatenursprung

3.10.5 Berechnung der Achsen

3.11 Koordinatensysteme

3.11.1 Affines Koordinatensystem

Lineare Koordinatensystem

3.11.2 Orthogonales Koordinatensystem

Rechtwinklig

3.11.3 Orientierungstreues Koordinatensystem

Es bleibt nach der rechten Hand definiert.

3.12 RPY Darstellung

Jede Rotation kann als Roll, Pitch, Yaw dargestellt werden.

Roll X-Achse

Pitch Y-Achse

Yaw Z-Achse

3.12.1 Rotation als RPY

Dabei können Singularitäten auftreten. (Bei Pitch = $\pi/2$)

Matrix to RPY

```
1 y = atan2(rotation(2,1), rotation(1,1));
2 p = atan2(-rotation(3,1), rotation(1,1) * cos(y) + rotation(2,1) * sin(y));
3 r = atan2(rotation(3,2)/cos(p), rotation(3,3)/cos(p));
```

3.12.2 RPY to Matrix

Eine Rotation, welche zuerst um die Roll, dann die Pitch und zuletzt die Yaw achse dreht

$$R_{\alpha,\beta,\gamma} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \cos \gamma \\ \sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma \\ -\sin \beta & \cos \beta \sin \gamma & \cos \beta \cos \gamma \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

3.12.3 Weitere Darstellungen

- Quaternionen
- Axis/Angle Darstellung -> numerisch stabil

3.13 Kalmanfilter

Die aktuelle Zugangsschätzung und der neue Messwert haben beide Fehler und die Wahrheit liegt in der Mitte. Aus der Mitte wird der neue Wert der schätzung berechnet.

3.13.1 Modellannahmen

- Rauschen ist zufällig - normalverteilt und nicht systematisch
- Lineare Abbildung, damit die Normalverteilung eine Normalverteilung bleibt.

3.13.2 EKF nicht linear

Das nicht lineares wird linearisiert. Dabei werden Fehler gemacht.

3.13.3 Warum ist die Zustandsschätzung wieder eine Normalverteilung

Es wird mit linearen Modellen und Normalverteilungen gerechnet.

3.13.4 Zusammenhang Extremwert und Mittelwert

Bei Normalverteilungen sind sie identisch.

3.13.5 Inovation?

Der Unterschied zwischen Estimation und Messung.

3.13.6 Parameter des Gain

Standardabweichung

3.13.7 Wertebereich des Gain

0-1

3.13.8 Eingrenzung des Bereichs des Mittelwerts der Schätzung

3.14 Kalmanfilter

3.14.1 Forward/Backward Algorithmus

Die Nutzung der Varianzen, gerechnet vor vorne und hinten.

3.14.2 Singulärwertzerlegung

Aufteilung in 3 Teilmatrizen. $A = UDV^T$. U: eine unitäre $m \times m$ -Matrix ist, D: Diagonalmatrix
V: die Adjungierte einer unitären $n \times n$ $n \times n$ -Matrix V

3.14.3 UWB Messungen, wie kann eine Trajektorie geschätzt werden

Polynome vom Grad x ($p(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 \dots$) $a_0 + a_1 * 0 + a_2 * 0^2 + \dots = [x_0 \ y_0]$. Das ganze wird in Matrix-Vektor form gebracht. Werte in der Strukturmatrix werden durch t_n geteilt, um sie zu normalisieren. Anschließend in matlab mit $ax = \text{linsolve}(A, ax) \dots$

3.14.4 Was ist ein homogenes lineares Gleichungssystem

Homogen: Auf den Nullraum abgebildet. (Rechter und unterer Rand sind 0). Lineares Gleichungssystem: gleich viel Gleichungen wie Unbekannte.

3.14.5 Was ist ein überbestimmtes und inhomogenes Gleichungssystem

Ich bilde nicht auf den Nullraum ab und habe mehr Gleichungen als Unbekannte.

3.14.6 Kernidee Integrity Monitoring

Abweichungen von über 3 Sigma sind nicht zu verwenden.

3.14.7 Phasen des Kalmanfilters

Prediction Phase Der Teil beim Kalmanfilter der als erstes ausgeführt wird, es wird das Bewegungsmodell verwendet und geschätzt wo wir sind.

measurement update die neue Messung kommt rein.

Estimation eigentlicher Filterschritt.

3.14.8 wie lauten die Modellannahmen des Kalman Filters

Normalverteilte Rauschen, Normalverteilt, Lineares Bewegungsmodell,

3.14.9 Warum linear Verteilt

Damit eine Normalverteilung normal bleibt.

3.14.10 warum ist die Modellannahme "linear" beim EKF wichtig?

Dieser Arbeitet mit nicht linearen Modellen, welche linearisiert werden müssen.

3.14.11 Warum Normalverteilungen

Weil diese deutlich einfacher zu verarbeiten sind.

3.14.12 Was bewirkt der Kalmanfilter

Verrechnet eine Schätzung aus einem Bewegungsmodell und der aktuellen Messung miteinander und schätzt dadurch den realen Wert.

3.14.13 Warum ergibt eine neue Zustandsschätzung wieder eine Normalverteilung

Weil wir nur Normalverteilungen haben und eine Normalverteilung * Normalverteilung = Normalverteilung

3.14.14 Wenn Mittelwert bekannt, wie berechnung der Varian

In Struktur der Normalverteilung bringen und dann Varianz ablesen.

3.14.15 Cartesian Motion**3.14.16 Warum können hier keine 3x3 Matrizen nicht direkt interpoliert werden?**

Da die eigenschaften der Drehungen verloren gehen würden. Daher überführung in RPY darstellung -> überführung in nächstes -> und zurück.

3.15 Kapitel 5

4 Partikelfilter

4.1 WDF

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion [1]

4.2 Mutation

Das verändern eines Messwertes von einer Generation zur nächsten

4.3 Modellannahmen des Partikelfilters

- Sensoren nicht normalverteilt
- WDF kann multimodal / mit mehreren Peaks sein, damit kann ich mich Global positionieren

4.4 Kalmanfilter vs. Partikelfilter

- Normalverteilt vs. nicht normalverteilt
- Linear vs. nicht linear
- Kalmanfilter ist mathematisch, Partikelfilter ist algorithmisch

4.5 Generation

Eine Menge von N posen (Partikel) zum Zeitpunkt X_k

Jede Generation approximierte die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (WDF) anhand des momentan verfügbaren Wissens

4.6 Partikel

Eine Pose der Generation X_k

4.7 Schritte des Partikelfilter

Es gibt einen Init und fünf reguläre Schritte dazu noch einen um die Position zu berechnen

4.7.1 Init

Initialisierung durch Gleichverteilung von Partikeln

4.7.2 Bewegung

Bewegen des Roboters (*Zeitpunkt $k - 1$*)

4.7.3 Messung

Messung durchführen (*Zeitpunkt k*)

4.7.4 Propagation

Propagation aller Partikel durch Bewegungsmodell (Zeitpunkt k) (Mutation kann auch hier durchgeführt werden) Hier werden die Partikel mit dem Bewegungsmodell bewegt.

Wenn Q (Rauschen) mit 0 angenommen wird,

Q wird verwendet um das Rauschen der Sensoren zu imitieren. Außerdem wird es verwendet um die Partikel zu verteilen.

4.7.5 Gewichtung

Bewertung der Messungen für jedes Partikel.

Gewichtung Beispiel:

Differenz zwischen Partikelmessung und realer Messung. Reale Messung als Zentrum einer Normalverteilung und Gewichtung entspricht der Wahrscheinlichkeit in dieser Normalverteilung.

4.7.6 Neuverteilung der Partikel

Neuverteilung der Partikel mit Mutation

4.7.7 Berechnung der Position

Berechnung der Position mittels gewichtetem Mittel oder ransac [2] (1.14)

4.8 Anzahl Schleifen in Init

Wieviel Schleifen in init

Bibliography

[1] <https://de.wikipedia.org/wiki/Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion>

[2] <https://de.wikipedia.org/wiki/RANSAC-Algorithmus>