

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СХЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ

Основные подходы к моделированию:

- непрерывно-детерминированный (дифференциальные уравнения);
- дискретно-детерминированный (конечные автоматы);
- дискретно-стохастический (вероятностные автоматы);
- непрерывно-стохастический (системы массового обслуживания);
- сетевые (сети Петри);
- обобщенный или универсальный (агрегативные системы)

D-схемы (dynamic)

Подход: непрерывно-детерминированный

Форма: дифференциальные уравнения, уравнения в частных производных

Приложение: теория автоматического управления

Пример: модель двигателя постоянного тока с независимым возбуждением

$$U_{\epsilon} = I_{\epsilon} R_{\epsilon} + L_{\epsilon} \, dI_{\epsilon} / dt$$

$$U_{\text{я}} = I_{\text{я}} R_{\text{я}} + L_{\text{я}} \, dI_{\text{я}} / dt + k\Phi\omega$$

$$M_{\partial\theta} = k\Phi I_{\text{я}}$$

$$M_{\partial\theta} - M_{\text{н}} = J_{\Sigma} \, d\omega / dt$$

Переменные, входящие в вектор состояния модели:

$I_{\text{я}}$ - ток цепи возбуждения

I_{ϵ} - ток якорной цепи

ω - угловая скорость ротора

F-схемы (finite automat)

Подход: дискретно-детерминированный

Форма: конечные автоматы (с памятью и без памяти;
синхронные и асинхронные; в виде графов, таблиц, матриц),
нейронные сети

$$F = \langle Z, X, Y, \varphi, \psi, z_0 \rangle \quad z(t+1) = \varphi[z(t), x(t)] \quad y(t) = \psi[z(t), x(t)]$$

Приложение: теория автоматов для моделирования работы элементов и узлов ЭВМ, устройств контроля, регулирования и управления, систем временной и пространственной коммутации в технике обмена информацией

Примеры:

Автомат Мили

$$z(t+1) = \varphi[z(t), x(t)], t = 0, 1, 2, \dots;$$

$$y(t) = \psi[z(t), x(t)], t = 0, 1, 2, \dots;$$

Автомат Мура

$$z(t+1) = \varphi[z(t), x(t)], t = 0, 1, 2, \dots;$$

$$y(t) = \psi[z(t)], t = 0, 1, 2, \dots,$$

P-схемы (probabilistic automat)

Подход: дискретно-стохастический

Форма: вероятностные автоматы, дискретные марковские модели, вероятностные нейронные сети

$$P = \langle Z, X, Y, B \rangle \quad \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J b_{kj} = 1$$

b_{kj} - вероятности перехода автомата в состояние z_k и появления на выходе сигнала y_j если он был в состоянии z_s и на его вход в этот момент времени поступил сигнал x_i

Z-детерминированный – если выбор нового состояния является детерминированным

Y-детерминированный – если выходной сигнал P-автомата определяется детерминировано (марковская цепь)

Приложение: генераторы марковских последовательностей при построении и реализации процессов функционирования систем или воздействий внешней среды

Q-схемы (queueing system)

Подход: непрерывно-стохастический

Форма: СМО, СеМО

$$Q = \langle Z, Y, W, U, H, R, A \rangle$$

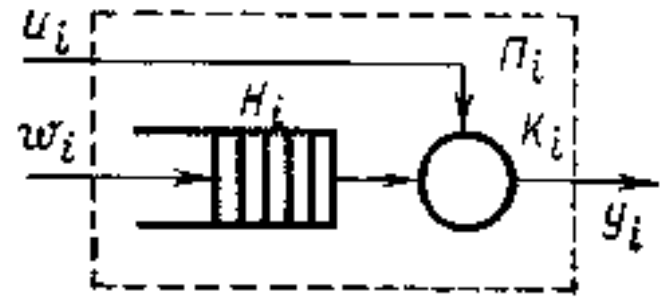
W - множество входящих потоков

U - множество потоков обслуживания

H - множество собственных параметров

R - оператор сопряжения элементов структуры

A - оператор алгоритмов обслуживания заявок



Приложение: моделирование процессов обслуживания и функционирования экономических, производственных, технических, социальных систем

Примеры: потоки поставок продукции некоторому предприятию, потоки деталей и комплектующих изделий на сборочном конвейере цеха, заявки на обработку информации ЭВМ от удаленных терминалов

N-схемы (nets)

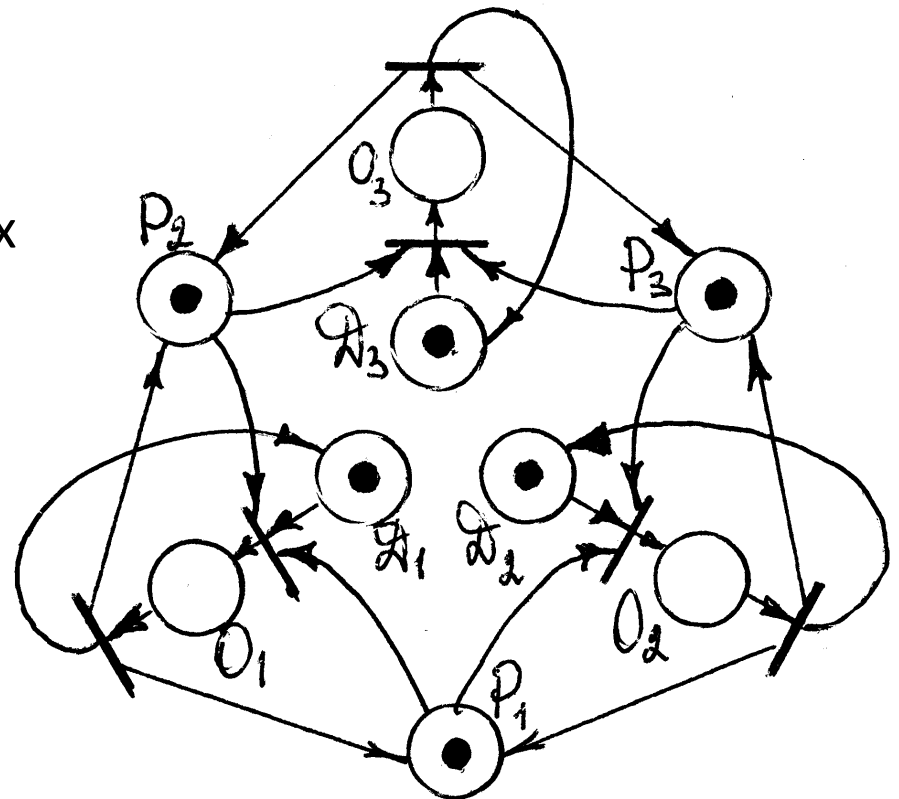
Подход: структурный с анализом причинно-следственных связей, динамическое дискретное моделирование

Форма: сети Петри (в виде множеств, двудольного ориентированного мультиграфа)

$$N = \langle P, T, I, O, \mu \rangle$$

Приложение: моделирование параллельных и конкурирующих процессов в различных системах

Пример:
задача об обедающих мудрецах



А-схемы (aggregate system)

Подход: обобщенный, универсальный, комбинированный

Форма: агрегативная система (сложная система представляется в виде многоуровневой конструкции из взаимосвязанных элементов, объединенных в подсистемы различных уровней)

$$A = \langle T, X, Y, Z, Z^{(Y)}, R, W, U, H, G \rangle$$

T – множество моментов времени

X, Y – входные и выходные сигналы

Z – множество состояний

$Z^{(Y)}$ – состояния выдачи выходного сигнала

R – оператор сопряжения агрегатов

U, V, W – случайные операторы процесса функционирования агрегата (смены его состояний)

H – множество собственных параметров

G – оператор выходов

Приложение: большие системы, которые не могут быть формализованы в виде типовых математических схем

