Сети Петри

$$C = \{ P, T, I, O \} \qquad I: T \to P^*$$

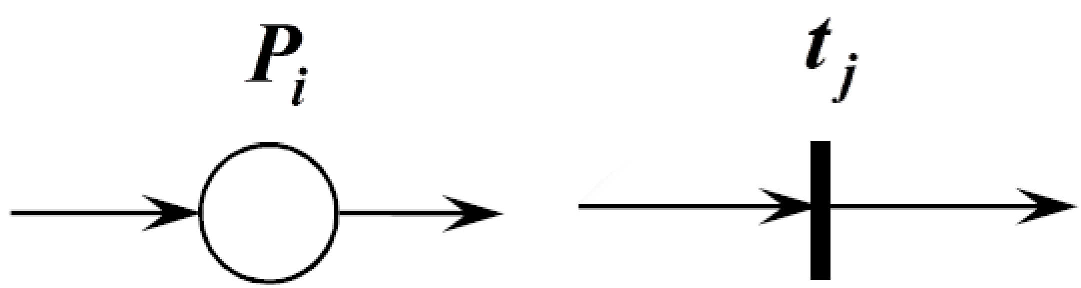
$$P \cap T = \emptyset \qquad O: T \to P^*$$

P = {p_1, p_2,…, p_n} – конечное множество **позиций**

T = {t_1, t_2,…, t_m} – конечное множество **переходов**

I – множество **входных** функций (отображение из переходов в комплекты позиций P*)

O – множество **выходных** функций (отображение из переходов в комплекты позиций P*)



Пример сети Петри

В виде структуры:

$P = \{p1, p2, p3, p4, p5\}$

$T = \{t1, t2, t3, t4\}$

$I(t1)=\{p1\}$

$I(t2)=\{p2, p3, p5\}$

$I(t3)=\{p3\}$

$I(t4)=\{p4\}$

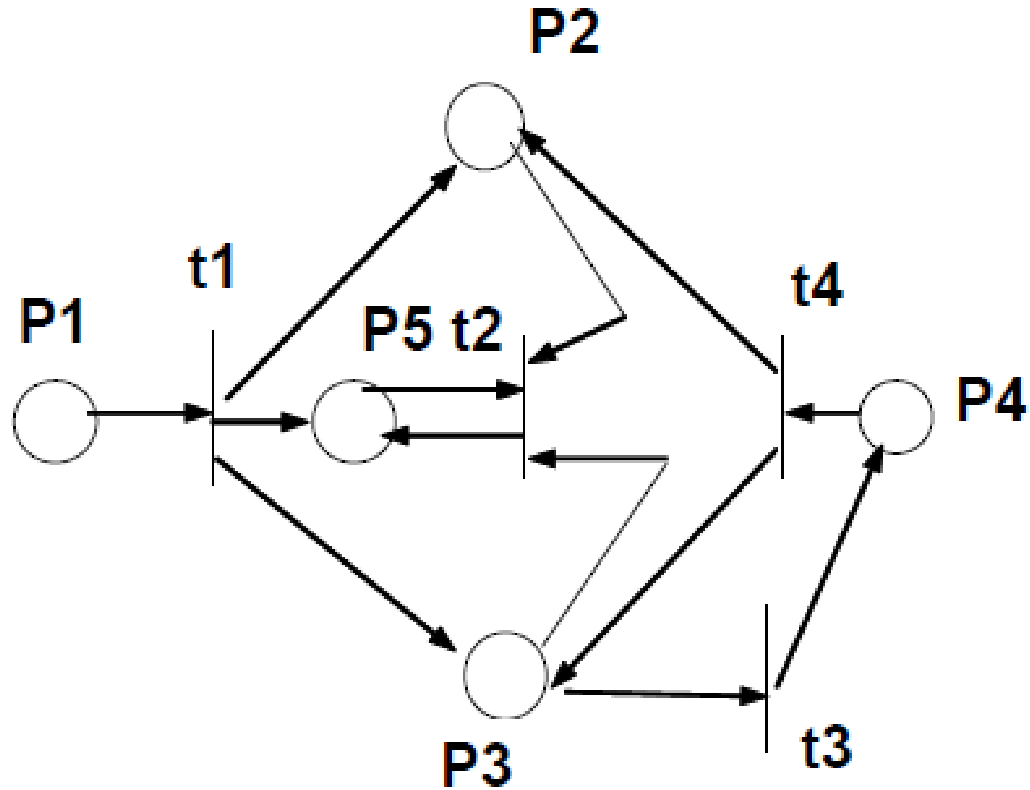
$O(t1)=\{p2, p3, p5\}$

$O(t2)=\{p5\}$

$O(t3)=\{p4\}$

$O(t4)=\{p2, p3\}$

В виде графа:

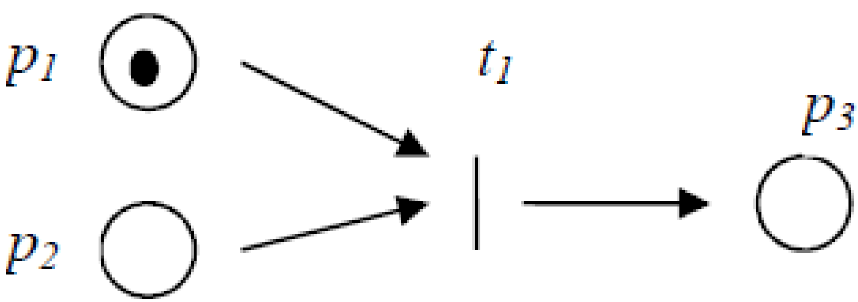


Маркировка сети Петри

$$C_\mu = \{ P, T, I, O, \mu \}$$

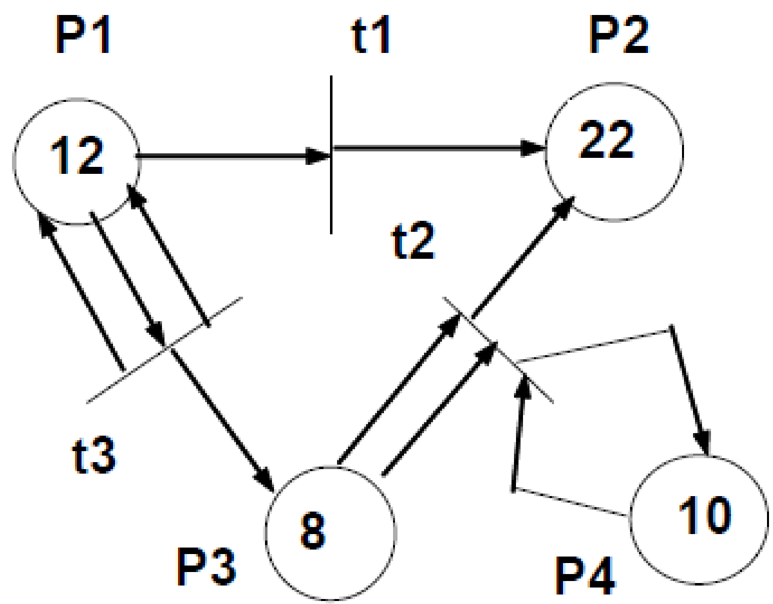
$$\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots \mu_n)$$

Маркировка фишками (метками):



$\mu = (1;0;0)$

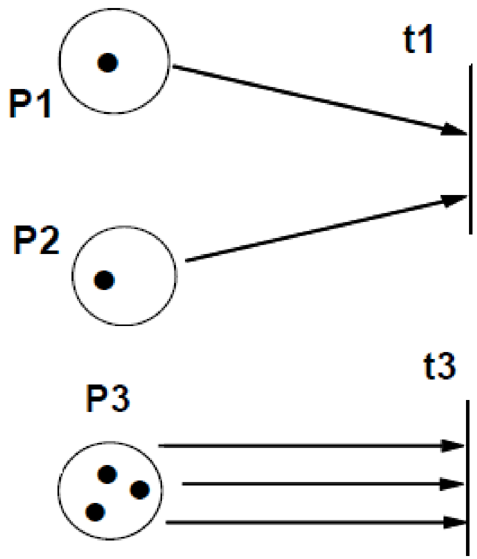
Маркировка числами:



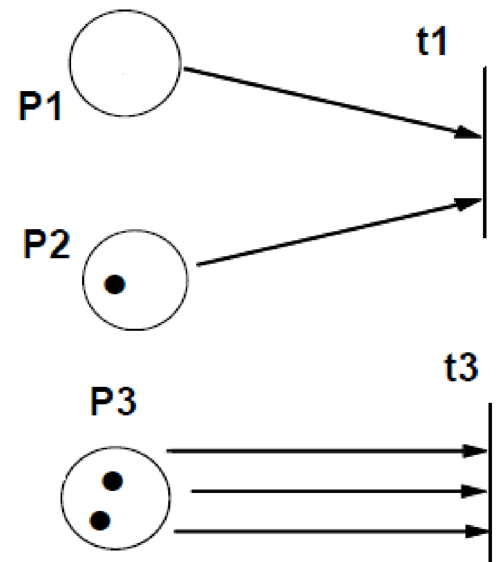
$\mu = (12,22,8,10)$

Правила выполнения сети Петри

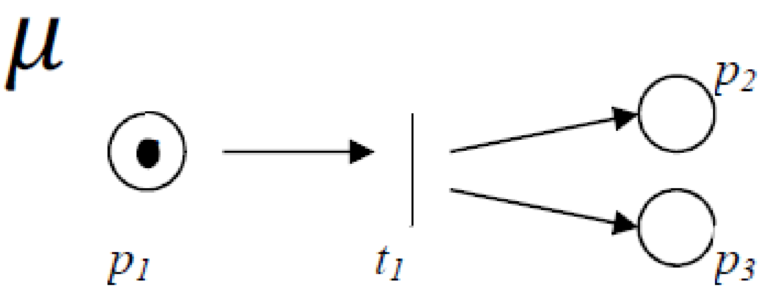
Разрешенные переходы:

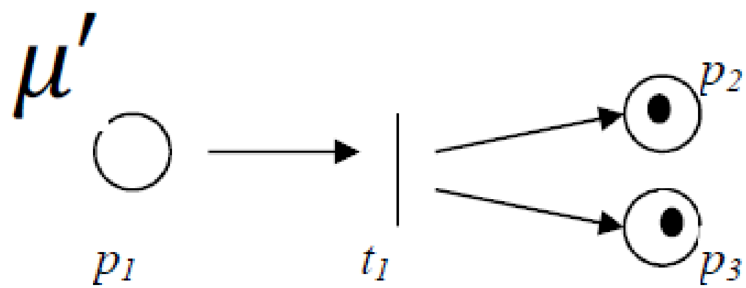


Запрещенные переходы:



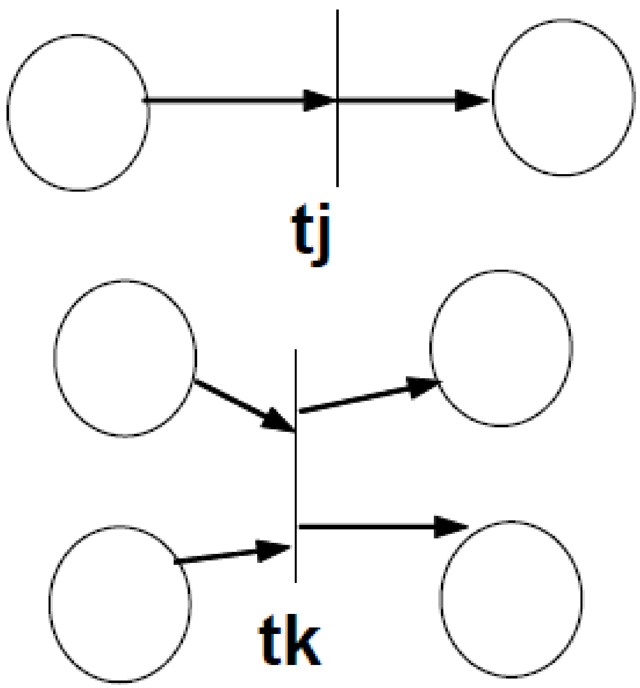
Достижимый переход: $\mu = (1;0;0);\ \mu' = (0;1;1) \quad \mu \to \mu'$



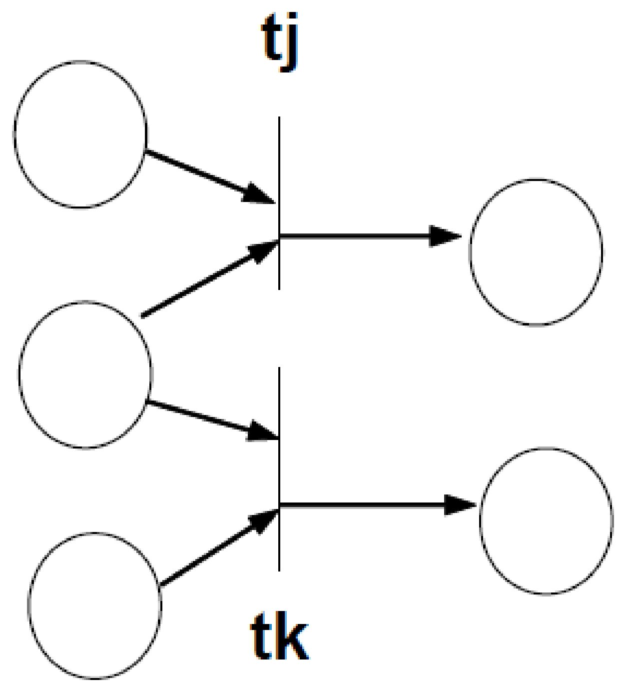


Правила выполнения сети Петри

Одновременность:



Конфликт:



Модель обработки запросов сервером

Условия (позиции):

1) сервер ждет;

2) запрос поступил и ждет;

3) сервер обрабатывает запрос;

4) запрос обработан.

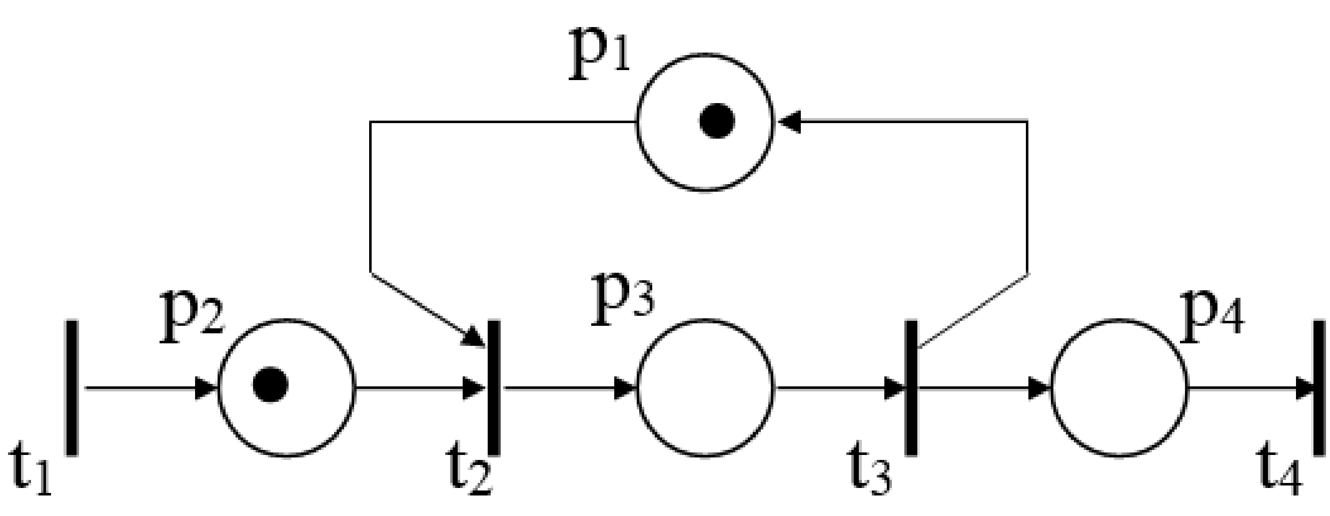
События (переходы):

1) запрос поступил;

2) сервер начинает обработку запроса;

3) сервер заканчивает обработку запроса;

4) результат обработки отправляется.



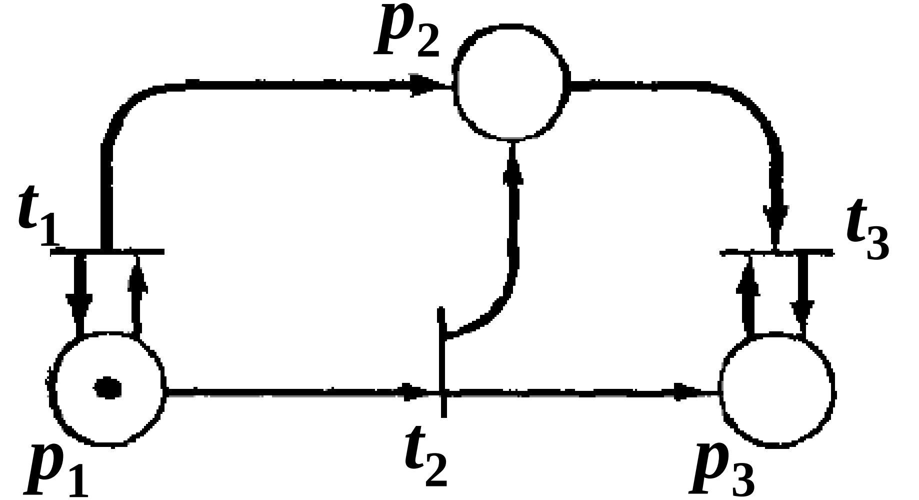
Виды сетей Петри

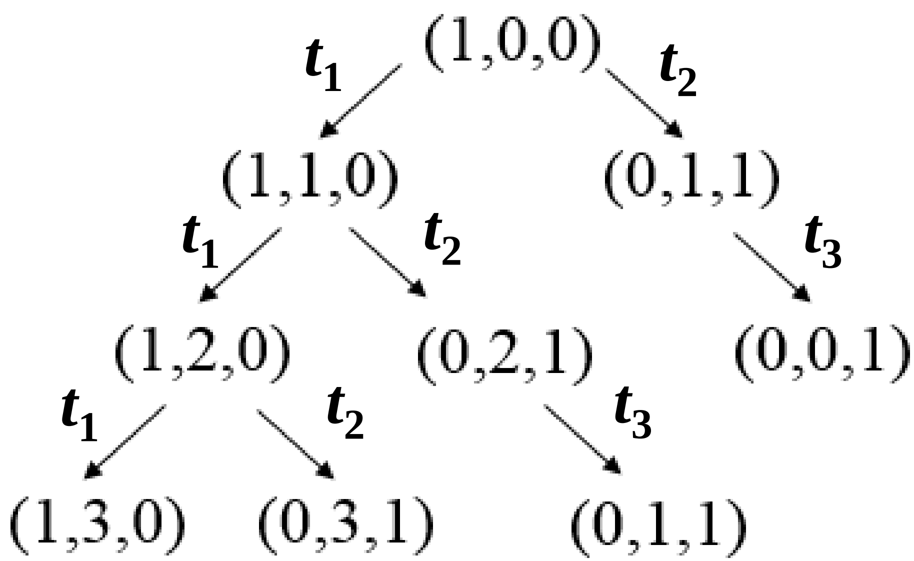
1) Временная;
2) Стохастическая;
3) Функциональная;
4) Цветная;
5) Автоматная.

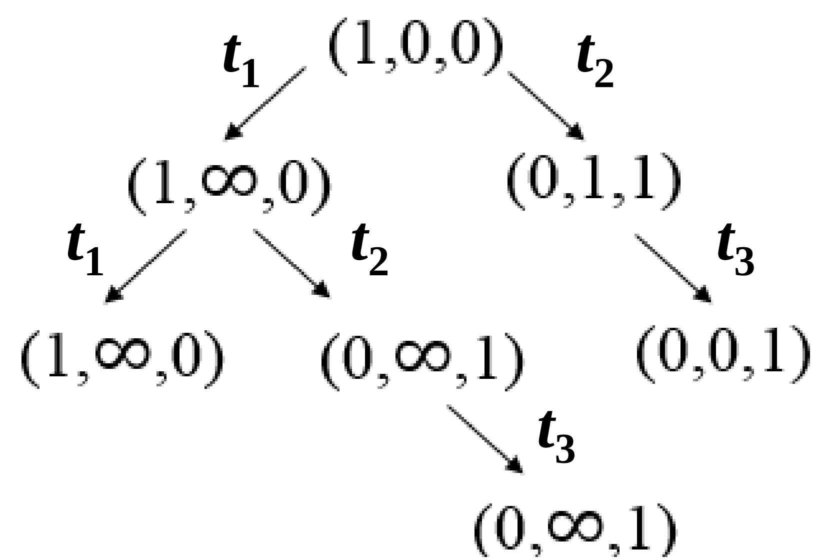
Свойства сети Петри

1) безопасная;
2) k-ограниченная;
3) консервативная;
4) достижимая;
5) живая/тупиковая/частично тупиковая.

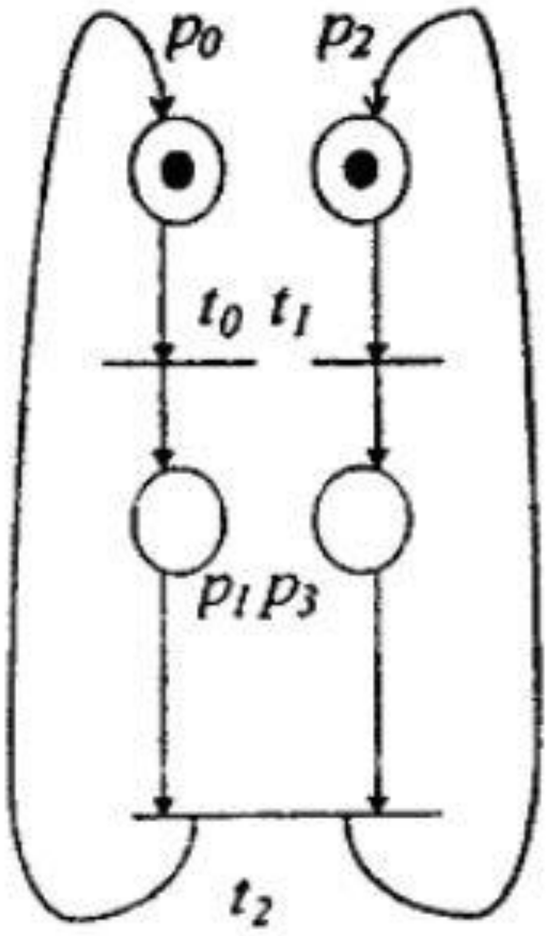
Анализ: дерево достижимостей

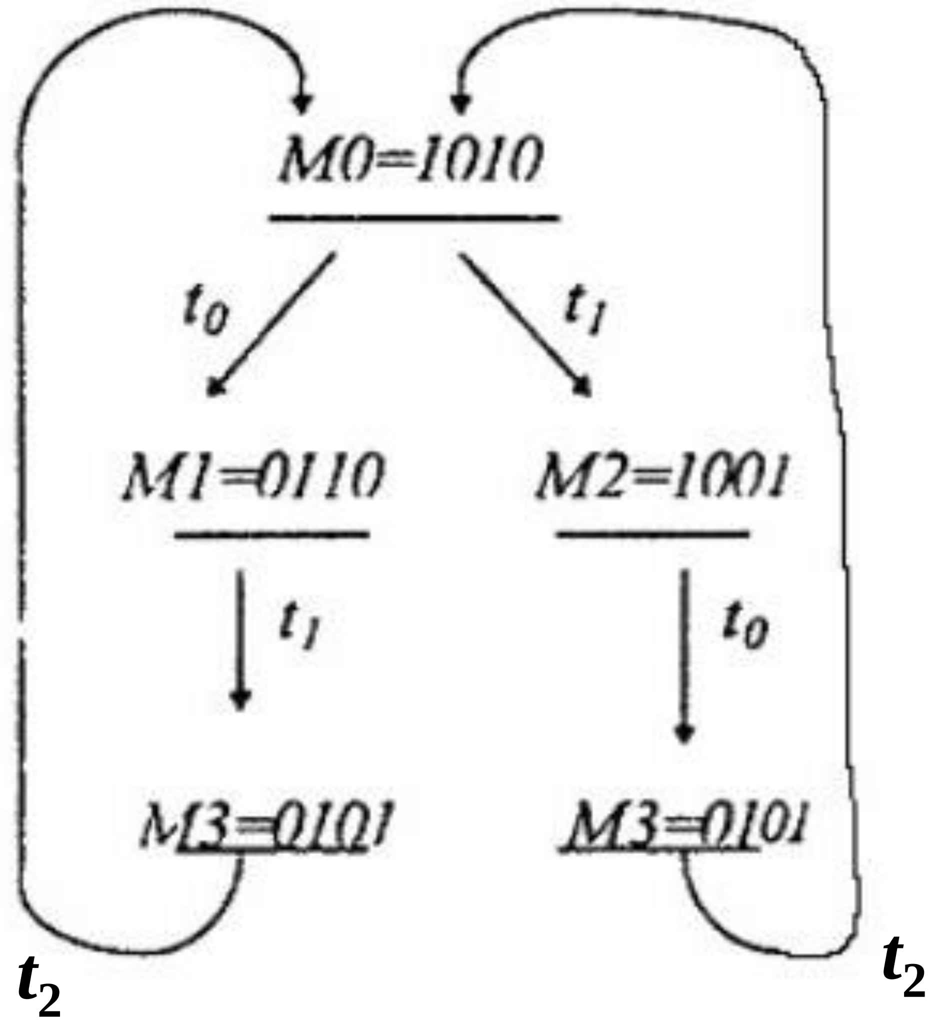




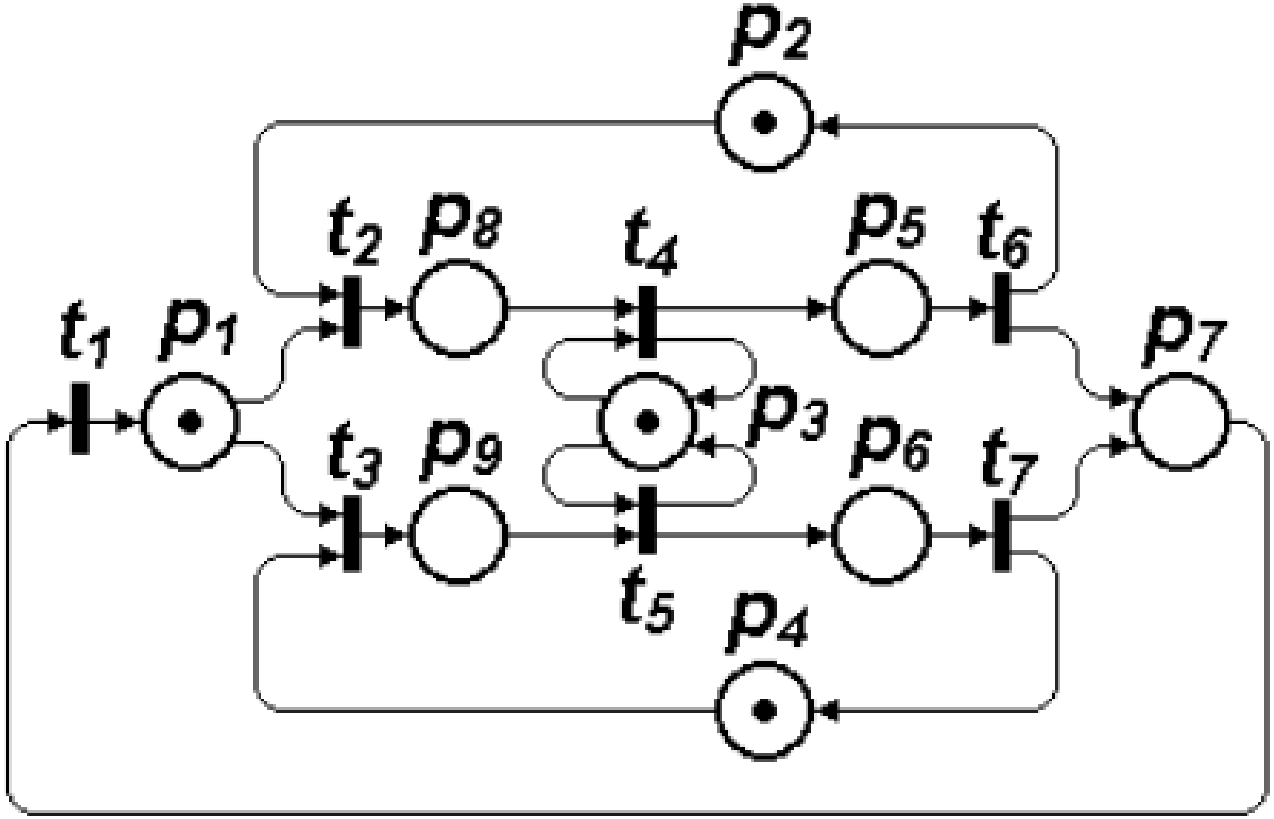


Анализ: дерево достижимостей





Построить дерево достижимостей:



Анализ: матричные уравнения

Матрицы:

$$F=F(p_i,t_j) \qquad H=H(t_j,\ p_i)$$

$e(j)$ - вектор перехода t_j

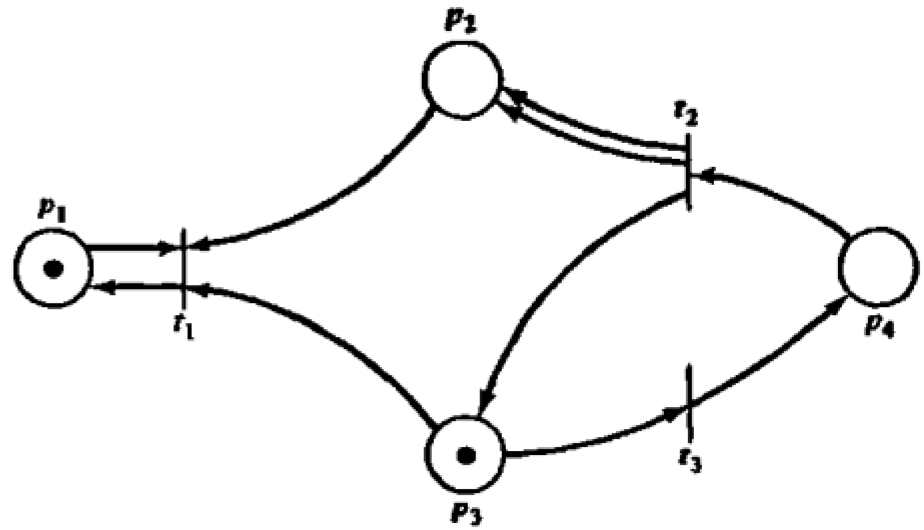
$$C=H-F^T$$

$\sigma = t_{j_1}, t_{j_2}, \ldots, t_{j_k}$ - последовательность запусков переходов

$f(\sigma)=e(j_1)+e(j_2)+\ldots+e(j_k)$ - вектор запусков последовательности

$\mu` = \mu + f(\sigma)\cdot C$ - маркировка сети после запуска последовательности σ

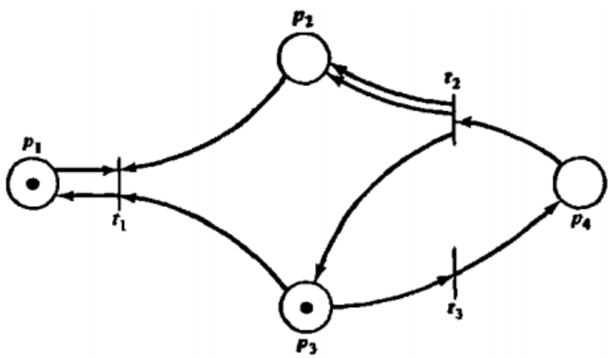
Пример анализа сети Петри матричными уравнениями



F^T

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ и } H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример анализа сети Петри матричными уравнениями



$$F^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mu_0 = (1,0,1,0)$$

$$C = H - F^T = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mu_1 = \mu_0 + (0,0,1) \cdot C = (1,0,1,0) + (0,0,1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= (1,0,1,0) + (0,0,-1,1) = (1,0,0,1).$$

Пример анализа сети Петри матричными уравнениями

Последовательность запусков переходов $\sigma = t_3 t_2 t_3 t_2 t_1$ представляется вектором (1;2;2).

$$\mu` = (1,0,1,0) + (1,2,2) \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = (1,3,0,0).$$

Для определения того, является ли маркировка (1,8,0,1) достижимой из (1,0,1,0), имеем уравнение

$$(1,8,0,1) = (1,0,1,0) + x \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$x = (0;4;5),\ \sigma = t_3 t_2 t_3 t_2 t_3 t_2 t_3 t_2 t_3.$$