

Основы системного анализа

Лекция 8 (15-я неделя)



4. Методика принятия решений

4.1. Классификация задач принятия решений

4.2. Модели принятия решений


**4.3. Методы решения многокритериальных
задач выбора**

4.4. Методы поиска решения




4.1. Классификация задач принятия решений

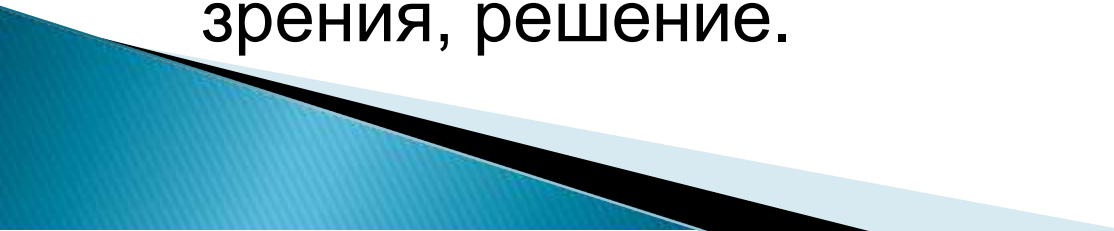
Под принятием решения понимается выбор одного или нескольких вариантов решения проблемы из некоторого исходного множества допустимых вариантов. Это множество будем называть множеством альтернатив X , а любое решение x из него – альтернативой, $x \in X$. Поэтому часто задачу принятия решений называют задачей выбора. Исходное множество альтернатив может быть правильно сформировано только на основе условий и ограничений со стороны внешних систем, которые затрагивает решаемая проблема. Если ЛПР не учитывает требования внешних систем, то множество альтернатив оказывается неполным, а выбор ограниченным, и хорошего решения получить не удастся. Последствием принятия решения назовем событие (исход), необходимость или возможность появления которого определяется данным решением.




Под возможными последствиями, как правило, подразумеваются часто повторяющиеся и не противоречащие логике последствия. Полезно оценивать и случайные (неопределенные) последствия. В этом случае для оценки вероятности (возможности) их наступления используется теория вероятностей (например, распределение Пуассона для определения вероятности наступления редкого события) или теория нечетких множеств. Последствия должны определяться для всех систем, которые затрагивает данное решение. Необходимо учитывать, что любое решение вызывает как положительные, так и отрицательные последствия.



На принятие решения влияет система предпочтений, определяемая как совокупность правил, устанавливающих приоритеты при выборе из множества альтернатив. Решением называется подмножество множества альтернатив, образованное на основе системы предпочтений. Это подмножество может содержать одну или несколько альтернатив или может быть пустым, если не удастся выполнить все требования. Лицо, принимающее решение (ЛПР) – субъект, задающий приоритеты, в интересах которого принимается решение. Как правило, ЛПР стремится получить наилучшее (оптимальное, удовлетворительное), с его точки зрения, решение.




Под наилучшим решением мы будем понимать решение, множество отрицательных последствий которого минимально по сравнению с другими альтернативами. Выбор решения зависит от информации, имеющейся у ЛПР о данной предметной области, т.е. о множестве альтернатив и состоянии окружающей среды, а также от того, как он устанавливает приоритеты, т.е. от его стиля мышления, стратегии поведения. Например, один любит рисковать, другой чрезмерно осторожничает, третий предпочитает “золотую середину” и т.п.




Таким образом, ЛПР обладает некоторой свободой выбора. Однако если он не учитывает особенности решаемой проблемы, ее влияние на внешние системы, то полученное решение может сильно расходиться с реальностью и привести к значительным отрицательным последствиям.

Задачи принятия решений могут различаться типом исхода, структурой предпочтений, количеством оценочных критериев, моделью оптимизации и т.п.

В общем случае задача принятия решения представима кортежем следующего вида: X, I, S, K где X – множество альтернатив; I – уровень информации; S – метод получения решения; K – множество критериев оценки альтернатив.



Множество альтернатив зависит от имеющейся базы знаний, новизны задачи, типа проблемной ситуации. Метод получения решения зависит от имеющейся информации о задаче и включает способ выбора альтернатив, определяемый структурой предпочтений ЛПР, и метод принятия решений, обуславливающий способ агрегирования критериев. В частности, способ выбора альтернатив может предусматривать поиск наилучшего решения, удовлетворительного решения, наиболее предпочтительной альтернативы, эффективной (недоминируемой) альтернативы, возможной альтернативы, наиболее типичной альтернативы и т.п.



Метод принятия решений включает такие подходы, как векторная оптимизация, использование функции полезности, интерактивное программирование и т.п. Множество критериев определяется требованиями внешних систем, степенью детализации задачи и требуемым качеством ее решения. Наиболее существенным фактором является информационная среда задачи.


В зависимости от уровня исходной информации в теории принятия решений применяются традиционно два подхода: классический и поведенческий. *При классическом подходе* каждый вариант решения x оценивается некоторой неотрицательной действительно-значной функцией выигрыша $g(x)$: $x^* = \arg \max_{x \in X} g(x)$.

Этот подход хорошо работает в детерминированной среде и условиях риска. В условиях неопределенности и нечеткости более предпочтителен *поведенческий подход*, при котором множество последствий каждого варианта $s(x)$ сравнивается с множеством допустимых последствий при решении данной проблемы $s_0(x)$. Выбираются такие решения, для которых множество их последствий принадлежит множеству допустимых последствий:

$$x^* = \{x: s(x) \in s_0(x)\}.$$

Множество допустимых последствий формирует ЛПР, исходя из условий и ограничений задачи.

Процесс принятия решений целесообразно рассматривать как систему, состоящую из некоторого набора типовых подсистем (этапов) и их элементов (процедур, действий, операций), взаимодействующих между собой, число и состав которых может варьироваться в зависимости от условий и типа решаемой задачи (класса задач). Входным элементом системы принятия решений (СПР) является информация о проблемной области (исходная информация), выходным – множество допустимых (оптимальных) решений (их реализаций). В дальнейшем мы будем отождествлять принятие решения и его реализацию.



Основными неформальными элементами СПР являются

- ❑ формирование множества альтернатив, оценивание альтернатив;
- ❑ выбор оптимальных (в определенном смысле) вариантов решения.



4.2. Модели принятия решений

Под моделью принятия решений понимается процедура оценивания, помогающая делать выбор между вариантами. Основная трудность при этом возникает из-за наличия большого числа противоречивых критериев, а также их несоизмеримости.

Классификация моделей может быть проведена по ряду признаков. По числу целей (способу описания объекта) различают одно и многоцелевые модели, в зависимости от проблемной ситуации (области применения) возможны следующие типы моделей: модели компромиссов, оптимизационные модели, диагностические модели и т.п.

К одноцелевым (однокритериальным) моделям относятся модели “прибыль – издержки” и “эффективность – затраты”. К многоцелевым (многокритериальным) моделям – многомерные функции полезности и априорные модели сравнения вариантов, основанные на обработке экспертной информации, которые различаются схемами агрегирования исходных (локальных, частных) целей и критериев.


Модели компромиссов описывают способы взвешивания и оценки замен в средствах и целях и особенно существенны для сложных систем, содержащих взаимозависимые подсистемы.

Обычно выделяется два типа моделей: модели, описывающие компромиссы между взаимно замещающими системами, когда одна система может быть замещена другой с точки зрения достижения целей общей системы; модели, относящиеся к компромиссам между взаимно дополнительными системами, когда одна из них дополняет (усиливает или ослабляет) другую.

Оптимизационные модели в зависимости от постановки задачи и степени ее формализации включают дифференциальное исчисление, метод множителей Лагранжа, методы линейного программирования, целевое программирование, динамическое программирование, квадратичное и нелинейное программирование и т.п.

Диагностические модели устанавливают способы систематического поиска неисправностей при нарушении нормальной работы системы и базируются на использовании методов распознавания образов, таксономии и классификации.

Одноцелевые модели. В этих моделях каждая альтернатива оценивается одним критерием, поэтому их называют также однокритериальными. Из одноцелевых моделей наиболее часто используются модели двух типов: “прибыль – издержки” и “эффективность – затраты”.



Применение модели "прибыль – издержки" связано с расчетом одного экономического критерия, так называемого коэффициента стоимости c , выражающего разность или отношение между прибылью и издержками, эффективностью и затратами, входом и выходом системы и т.д. В общем случае модель "прибыль – издержки" имеет вид

$$c(x) = \sum_{j=1}^n a_j(x) - \sum_{k=1}^m b_k(x),$$

где $c(x)$ – коэффициент стоимости альтернативы x ;

первая сумма учитывает общую прибыль для данного варианта по всем элементам положительного воздействия; вторая сумма учитывает общие издержки по всем элементам отрицательного воздействия на достижение заданной цели. Коэффициент стоимости равен разности прибыли и издержек; в некоторых случаях удобно определять его как отношение прибыли к издержкам, при этом первая сумма делится на вторую. Наилучшее решение определяется выражением

$$x^* = \arg \max_{x \in X} c(x);$$

(см. ↓)



т.е. наилучшим считается решение, для которого коэффициент стоимости максимален на множестве альтернатив (читается « x равно аргмаксимум, по x из X , $c(x)$ »).

При использовании модели “эффективность – затраты” сравнение проводится между степенью достижения целей и затратами. Эта модель может быть представлена в виде

$$I(x) = \frac{a(x) - a_0}{b(x)},$$

где $I(x)$ – индекс эффективности затрат для альтернативы (варианта решения) x , $(a(x) - a_0)$ – разность между результатами (степенью достижения цели) после и до осуществления варианта x ; $b(x)$ суммарные затраты на вариант x .

Наилучшее решение определяется выражением

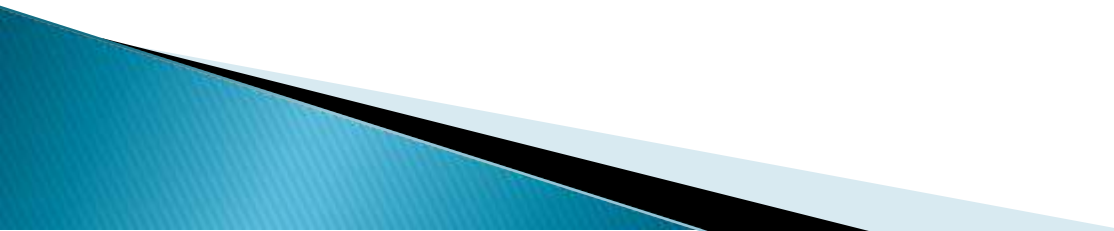
$$x^* = \arg \max_{x \in X} I(x);$$

т.е. наилучшим считается решение, для которого индекс эффективности затрат максимален на множестве альтернатив.

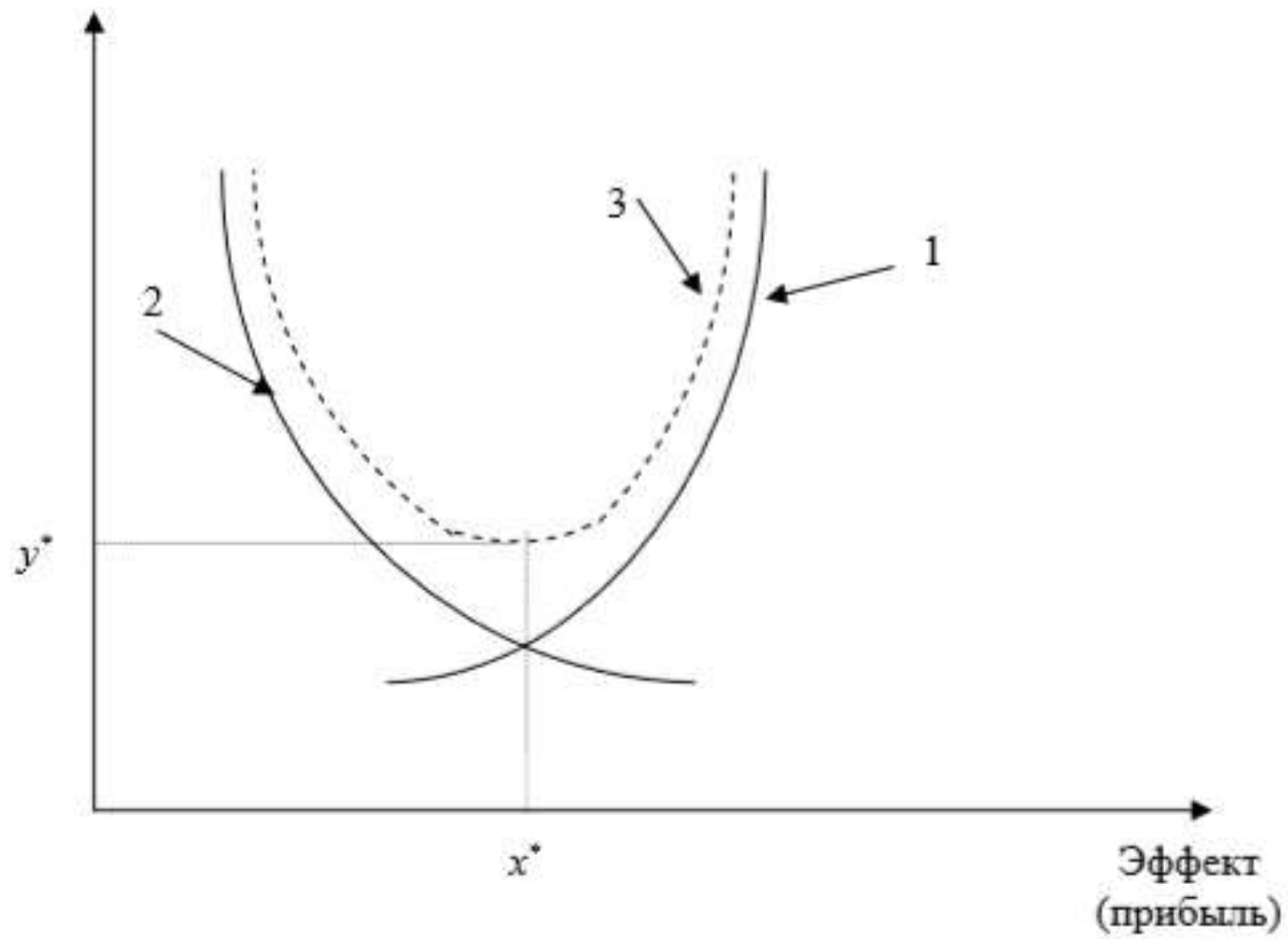
Для того, чтобы расчеты по этим моделям были надежными (достоверными), нужно учитывать, как можно больше составляющих прибыли и издержек для первой модели или эффекта и затрат для второй модели. Рассмотренные модели, хотя и являются упрощенными, обладают большой степенью общности и применимы к решению разнотипных задач выбора.

Кроме того, они используются для нахождения компромиссов, когда решение формируется под воздействием конкурирующих факторов. Проиллюстрируем их применение на двух примерах.

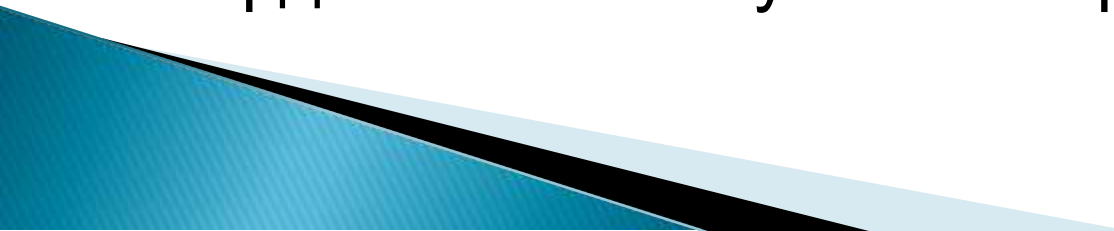
Пример 1. Пусть имеется производственное предприятие (фирма, завод, фабрика и т.п.), выпускающее продукцию. Требуется определить оптимальный уровень затрат на контроль продукции. Выберем в качестве меры эффективности – точность (качество) контроля - ось абсцисс на рисунке:



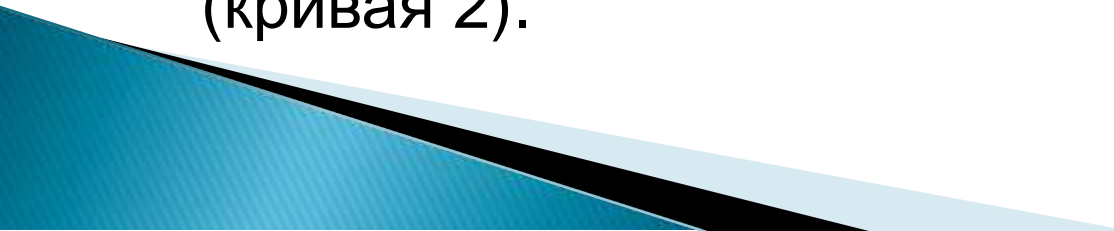
Затраты
(издержки)



По оси ординат будем откладывать затраты (издержки). Тогда если точность контроля сделать очень высокой, то возрастут прямые издержки, связанные с затратами на контроль (кривая 1); если же точность контроля сделать чересчур низкой, то возрастут косвенные издержки, связанные с возвратом продукции, гарантийным ремонтом, потерей престижа и т.п. (кривая 2). Сложение кривых 1 и 2 дает кривую 3. Наилучшее решение по точности контроля соответствует абсциссе минимума кривой 3, а наилучшее решение по суммарным затратам – ординате минимума этой кривой.



Пример 2. Пусть имеется предприятие сферы массового обслуживания (мастерская, комбинат бытового обслуживания, магазин и т.п.). Требуется определить оптимальный уровень качества обслуживания. Отложим по оси ординат затраты, а по оси абсцисс – критерий качества обслуживания, например время обслуживания. Рассуждения проводятся аналогично. Если качество сделать очень высоким (малое время обслуживания), то сильно увеличатся прямые издержки, связанные с затратами на обслуживание (кривая 1), если же сделать его слишком низким (большое время обслуживания), то возрастут косвенные издержки, связанные с рекламациями, потерей времени клиентами и соответственно снижением дохода (кривая 2).




Наилучшие решения по качеству обслуживания и суммарным затратам соответствуют координатам минимума кривой 3.

Таким образом, если учитывать только прямые издержки или только косвенные, то разумного решения получить не удастся, и лишь учет обоих типов издержек приводит к правильному решению.

Многоцелевые модели.

В этих моделях каждая альтернатива оценивается множеством критериев, поэтому они называются также многокритериальными.



К наиболее известным многокритериальным моделям относятся многомерные функции полезности, модели многомерного шкалирования, метод анализа иерархий (метод собственных значений).

Из многомерных моделей наиболее часто используются аддитивные и мультипликативные многомерные функции полезности. Функцией полезности (ценности) называется скалярная функция U , устанавливающая отношение порядка на множестве вариантов

$$U(K_1, \dots, K_n) > U(K'_1, \dots, K'_n) \Leftrightarrow (K_1, \dots, K_n) \succ (K'_1, \dots, K'_n),$$

Где \succ символ “более предпочтителен, чем”;
 (K_1, \dots, K_n) – точка пространства последствий
(критериального пространства). Обобщенная
форма аддитивной модели полезности имеет
вид

$$U_a(x) = \sum_{i=1}^n p_i \hat{U}_i(x),$$

где $U_a(x)$ – функция полезности варианта x ; p_i –
вес фактора (критерия) i ; $\hat{U}_i(x)$ – оценка
полезности варианта x по критерию i .

Обобщенная форма мультипликативной функции полезности имеет вид

$$U_M(x) = \prod_{i=1}^n p_i \hat{U}_i(x).$$

Оценки $\hat{U}_i(x)$, как правило, получаются экспертным путем, но могут задаваться и аналитически применением подходящей аппроксимирующей функции. Аддитивная функция слабо чувствительна к изменению свойств с малыми весами (малыми оценками полезности); мультипликативная, наоборот, сильно зависит от изменения свойств с малыми значениями оценок полезности.

В теории принятия решений доказывается, что функция полезности имеет аддитивный вид, если факторы, входящие в модель, аддитивно независимы. Функция полезности имеет мультипликативную форму, если факторы взаимно независимы по полезности. Первое требование означает фактически уверенность эксперта в том, что модель является линейной по факторам, а второе – что модель содержит взаимодействия факторов различных порядков. На практике обычно веса p_i нормализуют так, что обе формы представления оказываются эквивалентными (могут быть преобразованы друг в друга).

Многомерные модели сравнения вариантов различаются подходами к установлению весов факторов и подфакторов и схемами их агрегирования.

Стандартная процедура сравнения вариантов по многим факторам включает формулирование задачи, выбор факторов и подфакторов, построение дерева решений, назначение весов факторам и их нормализацию, назначение весов подфакторам и нормализацию весов, подсчет показателей (баллов) по всем факторам для каждого варианта, получение взвешенных оценок и суммарного числового выражения полезности для каждого варианта решения.

Основные неформальные шаги в этом алгоритме – выбор факторов и подфакторов, построение дерева решений и назначение весов факторам и подфакторам.

