10.2 模拟赛

StudyingFather

2020 年 10 月 1 日

题目名称	美术展	游戏	实验比较
题目类型	传统	传统	传统
时间限制	1.0 秒	1.5 秒	1.0 秒
内存限制	256 MiB	64 MiB	256 MiB
子任务数目	4	10	20
子任务是否等分	否	是	是

注意事项：

1. 本场比赛难度相当于 NOIp 2018 Day2。
2. 所有题目均采用标准输入输出。
3. 题目栈空间限制和内存限制一致。
4. 评测在 NovaOJ 上进行，比赛采用 OI 赛制，即每道题取最后一次提交计分。
5. 对于采用子任务捆绑测试的题目，你在该题上的得分等于各子任务的得分之和，而各子任务的得分等于该子任务下每个测试点的最低得分。
6. 赛后可以在组题人的洛谷博客[1]上找到题解。

[1] https://studyingfather.blog.luogu.org/simulation-contests-log

1 美术展

1.1 题目描述

Nova 中学将举行美术展，在美术展中将展出来自全国各地的各种美术品。

现在有 N 件候选美术品，编号为 1 至 N。每件艺术品有描述其尺寸与价值的两个整数，第 i 件艺术品的尺寸为 A_i，其价值为 B_i。

美术展至少有一件美术品被选中并展示，并且举办美术展的展览馆足够大，所以展出所有的 N 件美术品也是可行的。为了符合学生的审美，我们想使得参展的美术品之间的尺寸之差不能太大。并且，我们想使得参展的美术品价值之和尽量大。因此，我们决定按照以下方式选定参展的美术品：

在参展美术品中，令 $A_{\max}$ 为所选美术品中最大的尺寸，$A_{\min}$ 为所选美术品中最小的尺寸。令 S 为所有参展美术品的总价值之和。给出候选美术品的数量以及其尺寸与价值，求 $S-(A_{\max}-A_{\min})$ 的最大值。

1.2 输入格式

第一行包括一个整数 N，表示有 N 件候选美术品。

接下来 N 行，第 $i+1$ 行给出两个整数 A_i, B_i，表示第 i 件美术品的尺寸与价值。

1.3 输出格式

输出一行一个整数，表示 $S-(A_{\max}-A_{\min})$ 的最大值。

1.4 样例

1.4.1 样例输入 1

```
3
2 3
11 2
4 5
```

1.4.2 样例输出 1

```
6
```

1.4.3 样例解释 1

在这个样例中，有三件候选美术品，其尺寸与价值分别为 $2,11,4$ 与 $3,2,5$。如果我们选择第一件美术品与第三件美术品参展，我们有 $S-(A_{\max}-A_{\min})=6$。在所有参选美术品中，$A_{\max}=4, A_{\min}=2, S=3+5=8$。可以证明 $S-(A_{\max}-A_{\min})$ 不超过 6。

1.4.4 样例输入 2

```
6
4 1
1 5
10 3
9 1
4 2
5 3
```

1.4.5 样例输出 2

```
7
```

1.4.6 样例输入 3

```
15
1543361732 260774320
2089759661 257198921
1555665663 389548466
4133306295 296394520
2596448427 301103944
1701413087 274491541
2347488426 912791996
2133012079 444074242
2659886224 656957044
1345396764 259870638
2671164286 233246973
2791812672 585862344
2996614635 91065315
971304780 488995617
1523452673 988137562
```

1.4.7 样例输出 3

```
4232545716
```

1.5 子任务

对于所有输入数据，有 $2 \le N \le 5 \times 10^5$，$1 \le A_i \le 10^{15}$ $(1 \le i \le N)$，$1 \le B_i \le 10^9$ $(1 \le i \le N)$。

各子任务的约束条件如下：

子任务编号	分值	约束
1	10	$N \le 16$
2	20	$N \le 300$
3	20	$N \le 5 \times 10^3$
4	50	无特殊约束

2 游戏

2.1 题目描述

在宇宙中一个遥远的角落，有一个属于数学家的星球。在这个星球上有 N 个城市，分别编号为 $1 \sim N$。最初这些城市间并没有道路相连，数学家们通过互联网来交流。

最近，一个数学家想到了一个非常有意思的游戏，这个游戏发到网上后，吸引了其他数学家的关注。数学家们想要借此来一次线下面基，交流这个游戏背后的问题。为此，他们准备在这个星球上修建道路。

道路修建的工作会持续 M 天。在第 i 天，当且仅当 $\gcd(x, y) = M - i + 1$ 时，城市 i 和城市 j 之间，会修建一条道路。

现在数学家们想要知道，在第几天，他能从自己的城市出发，经过道路到达他想要去的目的地。

2.2 输入格式

第一行包含三个整数 N, M, Q，分别代表该星球上城市的数量，修建道路的天数，数学家的询问数。

接下来 Q 行，每行两个整数 x, y，代表数学家想要知道城市 x 和城市 y 在第几天可以通过道路相互抵达。

2.3 输出格式

输出 Q 行，第 i 行输出一个整数，代表第 i 组询问的答案。

2.4 样例

2.4.1 样例输入 1

```
8 3 3
2 5
3 6
4 8
```

2.4.2 样例输出 1

```
3
1
2
```

2.4.3 样例解释 1

第一天，道路 $(3, 6)$ 将会被修建，因此第二组询问的答案是 1。

第二天，道路 $(2, 4), (2, 6), (2, 8), (4, 6), (6, 8)$ 将会被修建，此时城市 4 可以经由城市 6 到达城市 8。

第三天，任意两个编号互质的城市间的道路都将被修建，容易发现此时可以从任意一个城市出发，到达其他所有城市。

2.4.4 样例输入 2

```
25 6 1
20 9
```

2.4.5 样例输出 2

```
4
```

2.4.6 样例输入 3

```
9999 2222 2
1025 2405
3154 8949
```

2.4.7 样例输出 3

```
1980
2160
```

2.5 子任务

所有数据均满足：$1 \le N, Q \le 10^5$，$1 \le M \le N$，$1 \le x, y \le N$。

本题共有 10 个子任务，其中 4 个子任务满足 $N \le 1000$。

3 实验比较

3.1 题目描述

小 D 被邀请到实验室，做一个跟图片质量评价相关的主观实验。

实验用到的图片集一共有 N 张图片，编号为 1 到 N。实验分若干轮进行，在每轮实验中，小 D 会被要求观看某两张随机选取的图片，然后小 D 需要根据他自己主观上的判断确定这两张图片谁好谁坏，或者这两张图片质量差不多。

用符号"$<$"、"$>$"和"$=$"表示图片 x 和 y（x、y 为图片编号）之间的比较：如果上下文中 x 和 y 是图片编号，则 $x<y$ 表示图片 x「质量优于」y，$x>y$ 表示图片 x「质量差于」y，$x=y$ 表示图片 x 和 y「质量相同」；也就是说，这种上下文中，"$<$"、"$>$"、"$=$"分别是质量优于、质量差于、质量相同的意思；在其他上下文中，这三个符号分别是小于、大于、等于的含义。

图片质量比较的推理规则（在 x 和 y 是图片编号的上下文中）：

1. $x<y$ 等价于 $y>x$。
2. 若 $x<y$ 且 $y=z$，则 $x<z$。
3. 若 $x<y$ 且 $x=z$，则 $z<y$。
4. $x=y$ 等价于 $y=x$。
5. 若 $x=y$ 且 $y=z$，则 $x=z$。

实验中，小 D 需要对一些图片对 (x,y)，给出 $x<y$ 或 $x=y$ 或 $x>y$ 的主观判断。小 D 在做完实验后，忽然对这个基于局部比较的实验的一些全局性质产生了兴趣。

在主观实验数据给定的情形下，定义这 N 张图片的一个合法质量序列为形如"$x_1R_1x_2R_2\ldots x_N$"的串，也可看作是集合 $\{x_iR_ix_{i+1}|1\leq i\leq N-1\}$，其中 x_i 为图片编号，$x_1,x_2,\ldots,x_N$ 两两互不相同（即不存在重复编号），R_i 为 $<$ 或 $=$，「合法」是指这个图片质量序列与任何一对主观实验给出的判断不冲突。

例如：质量序列 $3<1=2$ 与主观判断"$3>1$，$3=2$"冲突（因为质量序列中 $3<1$ 且 $1=2$，从而 $3<2$，这与主观判断中的 $3=2$ 冲突；同时质量序列中的 $3<1$ 与主观判断中的 $3>1$ 冲突），但与主观判断"$2=1$，$3<2$" 不冲突；因此给定主观判断"$3>1$，$3=2$"时，$1<3=2$ 和 $1<2=3$ 都是合法的质量序列，$3<1=2$ 和 $1<2<3$ 都是非法的质量序列。

由于实验已经做完一段时间了，小 D 已经忘了一部分主观实验的数据。对每张图片 X_i，小 D 都最多只记住了某一张质量不比 X_i 好的另一张图片 K_{X_i}。这些小 D 仍然记得的质量判断一共有 M 条（$0\leq M\leq N$），其中第 i 条涉及的图片对为 (K_{X_i},X_i)，判断要么是 $K_{X_i}<X_i$，要么是 $K_{X_i}=X_i$，而且所有的 X_i 互不相同。小 D 打算就以这 M 条自己还记得的质量判断作为他的所有主观数据。

现在，基于这些主观数据，我们希望你帮小 D 求出这 N 张图片一共有多少个不同的合法质量序列。我们规定：如果质量序列中出现"$x=y$"，那么序列中交换 x 和 y 的位置后仍是同一个序列。因此：$1<2=3=4<5$ 和 $1<4=2=3<5$ 是同一个序列，$1<2=3$ 和 $1<3=2$ 是同一个序列，而 $1<2<3$ 与 $1<2=3$ 是不同的序列，$1<2<3$ 和 $2<1<3$ 是不同的序列。

由于合法的图片质量序列可能很多，所以你需要输出答案对 10^9+7 取模的结果。

3.2 输入格式

第一行两个正整数 N, M，分别代表图片总数和小 D 仍然记得的判断的条数；
接下来 M 行，每行一条判断，每条判断形如「$x < y$」或者「$x = y$」。

3.3 输出格式

输出仅一行，包含一个正整数，表示合法质量序列的数目对 $10^9 + 7$ 取模的结果。

3.4 样例

3.4.1 样例输入

```
5 4
1 < 2
1 < 3
2 < 4
1 = 5
```

3.4.2 样例输出

```
5 4
```

3.4.3 样例解释

不同的合法序列共五个，如下所示：

- $1 = 5 < 2 < 3 < 4$
- $1 = 5 < 2 < 4 < 3$
- $1 = 5 < 2 < 3 = 4$
- $1 = 5 < 3 < 2 < 4$
- $1 = 5 < 2 = 3 < 4$

3.5 子任务

所有数据均满足 $1 \le N \le 100$，$0 \le M \le N$，$1 \le x, y \le N$。