

发射粒子?
 \downarrow
 $v = v + g \cdot t$ 重力
 $v = \text{decay} \cdot v$ 空气阻力
 $w = \text{decay} \cdot w$

刚体

每点: $x_i = x + R r_i$, $\phi(x_i) = (x_i - p) \cdot N < 0$? 用 signed distance function
 $\rightarrow \epsilon$ 缓冲.

刚体动力学
 $v_i = v + w \times R r_i$, $v_i \cdot \vec{N} < 0$?

Shape matching.

每位
 相加 $\text{sum}_v = \text{sum}_v + v_i$
 $\text{sum}_r = \text{sum}_r + R r_i$
 sum_n++
 $\downarrow n > 0$?
 平均 $v_i = \text{sum}_v / \text{sum}_n$
 $r_i = \text{sum}_r / \text{sum}_n$

每个点 i 更新速度
 $V_N = (v \cdot N) N$
 $V_T = v - V_N$
 库伦定律 $a = \max\{0, a(\mu, \mu)\}$
 $V_N = -\mu V_N, V_T = a V_T, v = V_N + V_T$

刚体动力学

Shape matching.

$\Delta v = \frac{K}{m} = \frac{v_i^{\text{new}} - v_i}{\Delta t} = \frac{K}{m} j$
 已知 $K = \frac{1}{m} - (R r_i)^T I^{-1} (R r_i)^T$
 对称矩阵
 计算冲量 j

impulse法:
 $x[i] = x[i] - [(x_i - p) \cdot \vec{N} - \epsilon] N$
 \downarrow shape matching.
 最优化 (c, R_i)
 $c = \frac{1}{N} \sum y_i$
 $A = [(y_i - c) r_i^T] [r_i r_i^T]$
 SVP: $= U D V^T = R S$ polar decomposition.
 $= (U V) (V D V^T)$ 旋转 \rightarrow 本地形变.
 $x = c + R r_i$
 $v_i = (x - x_i) / t$
 $x_i = x$
 $A = A / \|A\|$
 $R = B A^T (C^T R)$
 体积极小

更新 $v = v + \frac{1}{m} j$
 $w = w + I^{-1} (R r_i \times j)$

弹簧模型隐式积分

$$\begin{aligned} V_i &= \text{decay} \cdot V_i && \text{空气阻力} \\ \tilde{x}_i &= x_i + V_i t \\ x_i &= \tilde{x}_i \end{aligned}$$

隐式积分 \rightarrow 最小化 $\pi' = \text{argmin} F(x)$
 ~~$F = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2$ 牛顿法~~
 梯度 $\nabla F = g = \frac{1}{t^2} M (x - \tilde{x}) - f(x)$
 对每个点:
 $g_i = \frac{1}{t^2} M (x - \tilde{x}_i)$

对每个边:
 $g_i = g_i + k (1 - \frac{L_e}{|x_i - x_j|}) (x_i - x_j)$
 $g_j = g_j + k (1 - \frac{L_e}{|x_i - x_j|}) (x_i - x_j)$ } 弹簧力

牛顿法: $F' = \frac{F'(x_0)}{g} + \frac{F''(x_0)}{H} \Delta x$
 $x^{k+1} = x^k + \Delta x = x^k - H^{-1} \cdot g_i$
 $= x^k - (\frac{1}{t^2} M_i + 4k)^{-1} g_i$

迭代 32 次
 PDEs \rightarrow quadratic energy E
 Hessian 为常数矩阵.

使用 Cheby shev 加速

投影函数 PBD

$$\begin{aligned} V_i &= V_i - g t && \text{空气阻力} \\ V_i &= \text{decay} \cdot V_i && \text{重力} \\ \tilde{x}_i &= x_i + V_i t \\ x_i &= \tilde{x}_i \end{aligned}$$

Strain Limiting $\sigma = 1$
 投影函数:
 $\text{sum}_x = \text{sum}_x + \frac{1}{2} (x_i + x_j) + L_e \frac{|x_i - x_j|}{|x_i - x_j|}$
 $\text{sum}_n_i ++$
 $\text{sum}_x = \text{sum}_x + \frac{1}{2} (x_i + x_j) - L_e \frac{|x_i - x_j|}{|x_i - x_j|}$
 $\text{sum}_n_j ++$
 $x_i = \frac{\text{sum}_x + \alpha x_i}{\text{sum}_n_i + \alpha}, V_i = V_i + \frac{x_i}{\Delta t}$
 Jacobi 方式要一起更新
 Gauss-Seidel 有与顺序有关, 难并行, 有 artifact.

~~Impulse 方法~~

碰撞检测
 signed distance function.
 对圆: $\phi(x) = |x - c| - r < 0$

碰撞响应 (Impulse 方法)

$$\begin{aligned} V_i &= V_i + \frac{1}{\Delta t} (c + r \frac{x_i - c}{|x_i - c|} - x_i) \\ x_i &= c + r \frac{x_i - c}{|x_i - c|} \end{aligned}$$

移到球表面.

有限元模拟 SetVK 弹性体 (用显式积分)

FEM

读取模型, 保存顶点数和四面体数

模型预处理: 重心 (local coordinate).

四面体 \rightarrow 三角形 mesh $\rightarrow D_m = [X_{10} \ X_{20} \ X_{30}]$, inv- D_m .

边矩阵 (local)

空网格 重力

$$V_{\text{avg}} = 0.2t \quad f_i = g$$

形变梯度 deformation gradient

$$F = [X_{10} \ X_{20} \ X_{30}] \cdot \text{inv-}D_m$$

基于有限元

$$\text{Green Strain } G = \frac{1}{2} (F^T F - I)$$

$$P = \frac{\partial w}{\partial G} = FS$$

$$\text{SetVK: } S = 2 \mu G + \lambda \text{tr}(G) \cdot I$$

$$f_i = - \frac{P D_m^{-T}}{6 \det(D_m^{-1})}$$

$$f_0 = - \sum_{i=1}^3 f_i$$

Second Piola stress S
first Piola stress P

(Cauchy Stress σ)

基于 Isotropic Materials.

P 是 F 的函数.

$$P(F) = P(UDV^T) = U P(\Lambda) V^T$$

$$P(\Lambda) = P(I_c, II_c, III_c)$$

SetVK: 能量密度函数是主拉伸量的函数

$$p = \partial w / \partial \lambda_i$$

$$P = U P V^T$$

$$f_i = - \frac{P D_m^{-T}}{6 \det(D_m^{-1})}$$

更新速度, 位置.

$$V_i = \text{decay}(V_i + \frac{f_i}{m} t)$$

$$X_i = X_i + V_i t$$

摩擦

$$\begin{aligned} \phi(x) &< h \\ a &= \max(10, \mu_N \mu_T) \\ \mu_N &= -\mu_N V \\ \mu_T &= a V \\ V &= V_N + V_T \end{aligned}$$

Laplacian 平滑

$$V_i = \beta V_i + (1-\beta) \frac{V_i}{n}$$

取件码

17-237

唐印文化 (兰园店)

2023年02月17日 星期五

文件: 21

总纸张数量: 28 张



再次打印

QQ、微信主界面

下拉找到或搜索萌蚤云印

远程下单

到店领取即可

模拟水波和刚体耦合.

① 根据 shallow wave 更新高度 h^{new} (粘带 β)

对于刚体对水的作用.

② 用共轭梯度法 CG 求解虚拟高度 v .

泊松方程得

③ 衰减 v , 用 σ , 防止水波大.

判断边界, 更新高度 h .

④ 水对刚体.

阿基米德浮力 $f = \rho g V$

f 作用于刚体, torque.

$\hookrightarrow \mathbf{E},'$

⑤ 更新 h . 迭代.

迭代
8次