

数字图像处理

第4章 图像复原

信息科学研究所

6.3 中值滤波

对受到噪声污染的退化图像的复原可以采用线性滤波方法来处理，有许多情况下是很有效的。但是多数线性滤波具有低通特性，在去除噪声的同时也使图像的边缘变得模糊了。

中值滤波方法在**某些条件下**可以作到既去除噪声又保护了图像边缘的较满意的复原。

中值滤波是一种去除噪声的非线性处理方法。它是由图基（Turky）在1971年提出的。开始，中值滤波用于时间序列分析，后来被用于图像处理，在去噪复原中得到了较好的效果。

6.3.1 中值滤波的基本原理

中值滤波的基本原理是把数字图像或数字序列中一点的值用该点的一个邻域中各点值的中值代替。

中值的定义如下：

一组数 $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$ ，把 n 个数按值的大小顺序排列：

$$x_{i1} \leq x_{i2} \leq x_{i3} \dots \dots \leq x_{in}$$

$$y = Med(x_1, x_2, x_3, \dots \dots x_n)$$

$$= \begin{cases} x_{i(\frac{n+1}{2})} & n \text{ 为奇数} \\ \frac{1}{2} \left[x_{i(\frac{n}{2})} + x_{i(\frac{n}{2}+1)} \right] & n \text{ 为偶数} \end{cases} \quad (6-144)$$

y 称为序列 $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$ 的中值。例如有一序列为（80, 90, 200, 110, 120），这个序列的中值为110。

把一个点的特定长度或形状的邻域称作窗口。在一维情形下，中值滤波器是一个含有奇数个像素的滑动窗口。窗口正中间那个像素的值用窗口内各像素值的中值代替。

设输入序列为 $\{x_i, i \in I\}$ ， I 为自然数集合或子集，窗口长度为 n 。则滤波器输出为

$$y_i = \text{Med}\{x_i\} = \text{Med}[x_{i-u} \cdots x_i \cdots x_{i+u}] \quad (6-145)$$

$$\text{其中 } i \in I, u = \frac{(n-1)}{2}$$

例如，有一输入序列如下

$$\{x_i\} = \{000800232023203530353002345555000\}$$

在此序列中前面的8是脉冲噪声，中间一段是一种寄生振荡，后面是希望保留的斜坡和跳变。在此采用长度为3的窗口，得到的结果为

$$\{y_i\} = \{00000022222222333333002345555000\}$$

显然，经中值滤波后，脉冲噪声8被滤除了，振荡被平滑掉了，斜坡和阶跃部分被保存了下来。

中值滤波的运算方法可以作些分析。例如常数 K 与序列 $f(i)$ 相乘的中值有如下关系存在

$$\text{Med}\{Kf(i)\} = K \text{Med}\{f(i)\} \quad (6-146)$$

而常数 K 与序列 $f(i)$ 相加的中值有如下关系

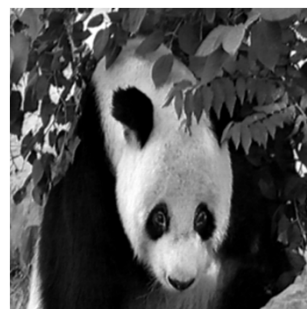
$$\text{Med}\{K + f(i)\} = K + \text{Med}\{f(i)\} \quad (6-147)$$

乘或加上常数 K 不会改变原序列的中值

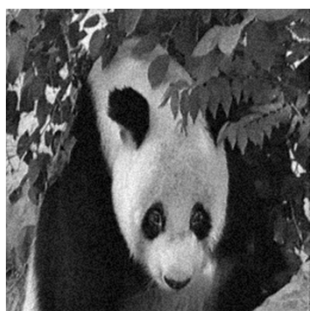
中值滤波的概念很容易推广到二维，此时可以利用某种形式的二维窗口。设 $\{x_{ij}, (i, j) \in I^2\}$ 表示数字图像各点的灰度值，滤波窗口为 A 的二维中值滤波可定义为

$$y_{ij} = \underset{A}{\text{Med}}\{x_{ij}\} = \text{Med}\{x_{(i+r), (j+s)}(r, s) \in A, (i, j) \in I^2\} \quad (6-148)$$

二维中值滤波的窗口可以取方形，也可以取近似圆形或十字形。



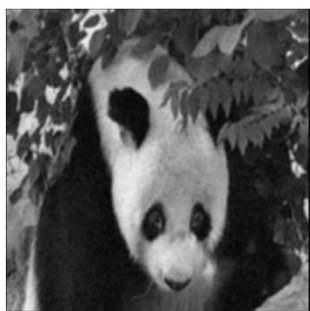
(a) 原像



(b) 加有高斯白噪声图像



(c) 中值滤波图像



(d) 均值滤波图像



(e) 加有椒盐噪声图像



(f) 中值滤波图像



(g) 均值滤波图像

6.3.2 加权的中值滤波

以上讨论中的中值滤波，窗口内各点对输出的作用是相同的。如果希望强调中间点或距中间点最近的几个点的作用，可以采用加权中值滤波法。加权中值滤波的基本原理是改变窗口中变量的个数，可以使一个以上的变量等于同一点的值，然后对扩张后的数字集求中值。

(1) 一维加权的中值滤波

以窗口为3的一维加权中值滤波为例，表示如下

$$y_i = \text{Weighted_Med}(x_{i-1}, x_i, x_{i+1}) \\ = \text{Med}(x_{i-1}, x_{i-1}, x_i, x_i, x_i, x_{i+1}, x_{i+1})$$

$$x_{i-1}$$

$$x_i$$

$$x_{i+1}$$

由公式（6—149）可见，在窗口内，中间点取奇数，两边点取对称数，也就是位于窗口中间的像素重复两次，位于窗口边缘的两个像素重复一次，形成新的序列，然后对新的序列在施以常规中值滤波处理。

(2) 二维的加权中值滤波

二维加权中值滤波与一维情况类似。如果适当地选取窗口内各点的权重，加权中值滤波比简单中值滤波能更好地从受噪声污染的图像中恢复出阶跃边缘以及其他细节。二维加权中值滤波以 3×3 窗口为例，表示如下

原始窗口为：

$$\begin{array}{ccc}
 x_{i-1,j-1} & x_{i-1,j} & x_{i-1,j+1} \\
 x_{i,j-1} & x_{i,j} & x_{i,j+1} \\
 x_{i+1,j-1} & x_{i+1,j} & x_{i+1,j+1}
 \end{array}$$

加权后的中值滤波如下式所示：

$$\begin{aligned}
 y_{ij} &= \text{Weighted_Med}(x_{i-1,j-1}, x_{i-1,j}, x_{i-1,j+1}, \\
 &\quad x_{i,j-1}, x_{i,j}, x_{i,j+1}, x_{i+1,j-1}, x_{i+1,j}, x_{i+1,j+1}) \\
 &= \text{Med}(x_{i-1,j-1}, x_{i-1,j}, x_{i-1,j+1}, x_{i,j-1}, x_{i,j-1}, x_{i,j}, \\
 &\quad x_{i,j}, x_{i,j}, x_{i,j+1}, x_{i,j+1}, x_{i+1,j-1}, x_{i+1,j}, x_{i+1,j+1})
 \end{aligned}$$

(6—150)

即中间的点取三个值（重复两次），上、下、左、右的点各取两个（重复一次），对角线上的点取一个（不重复）。

中值滤波可有效地去除脉冲型噪声，而且对图像的边缘有较好的保护。但是它也有其固有的缺陷，如果使用不当，会损失许多图像细节。例如，采用3×3窗口对图6—6(a)所示的原始图像滤波。

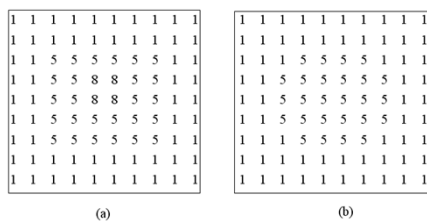


图6—6 中值滤波的实例一

滤波结果如图(b)所示，其结果不但削去了方块的4个角，而且把中间的小方块也滤掉了。因此，中值滤波在选择窗口时要考虑其形状及等效带宽，以避免滤波处理造成的信息损失。

图6—7是中值滤波的另一实例。图(a)是一条细线条图像，经3×3窗口滤波后，图像中的细线条完全滤掉了，如图(b)所示。

0	0	1	0	0
0	0	1	0	0
0	0	1	0	0
0	0	1	0	0
0	0	1	0	0

(a)

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

(b)

图6—7 中值滤波的实例二

以上两例可以直观地看到，中值滤波对图像中的细节处很不理想，所以，中值滤波对所谓的椒盐噪声(pepper salt Noise)的滤除非常有效，但是它对点、线等细节较多的图像却不太适用。

在图6—4中，为了比较中值滤波的效果，也给出了均值滤波的处理结果。均值滤波的滤波过程也是使一个窗口在图像（或序列）上滑动，窗中心位置的点用窗内各点值的平均值来代替。以二维均值滤波为例，它的定义如下：

设 $\{x_{ij}\}$ 表示数字图像各像素的灰度值， A 为一个 3×3 的窗口，则二维均值滤波的定义为

$$y_{ij} = \text{Mean}(x_{ij})$$

$$= \frac{1}{9} \{ x_{i-1,j-1} + x_{i-1,j} + x_{i-1,j+1} + x_{i,j-1} + x_{i,j} + x_{i,j+1} + x_{i+1,j-1} + x_{i+1,j} + x_{i+1,j+1} \}$$

(6—151)

窗口内的全部像素灰度的平均值

求该点的灰度值

窗口

(b)

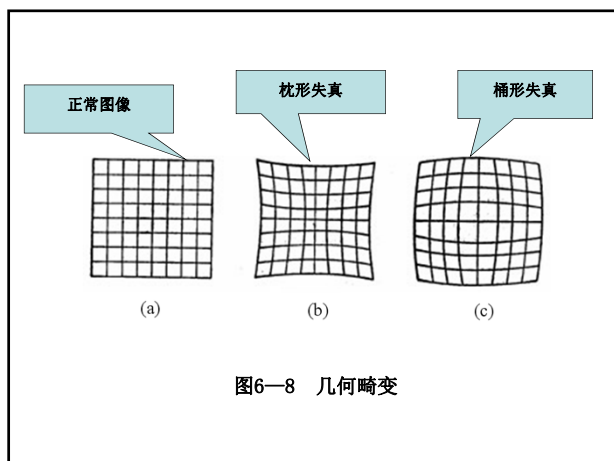
一般均值滤波的边缘保护特性不如中值滤波。

6.4 几种其他空间复原技术

前边讨论了几种基本的图像复原技术。除此之外，尚有一些其他的空间图像复原方法，本节将对这些方法作一些简要的讨论。

6.4.1 几何畸变校正

在图像的获取或显示过程中往往会产生几何失真。例如成像系统有一定的几何非线性。这主要是由于视像管摄像机及阴极射线管显示器的扫描偏转系统有一定的非线性，因此会造成如图6—8所示的枕形失真或桶形失真。图(a)为原始图像，图(b)和图(c)为失真图像。



除此之外还有由于斜视角度获得的图像的透视失真。另外，由卫星摄取的地球表面的图像往往覆盖较大的面积，由于地球表面呈球形，这样摄取的平面图像也将会有较大的几何失真。对于这些图像必须加以校正，以免影响分析精度。

由成像系统引起的几何畸变的校正有两种方法。一种是**预畸变法**，这种方法是采用与畸变相反的非线性扫描偏转法，用来抵消预计的图像畸变；

另一种是所谓的**后验校正方法**。这种方法是**用多项式曲线在水平和垂直方向去拟合每一畸变的网线**，然后求得**反变化的校正函数**。用这个校正函数即可校正畸变的图像。图像的空间几何畸变及其校正过程如图6—9所示。

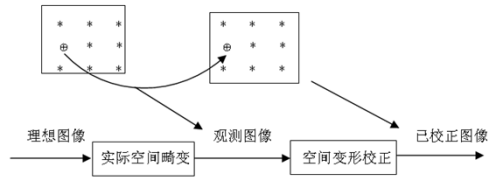


图6—9 空间几何畸变及校正的概念

任意几何失真都可由非失真坐标系 (x, y) 变换到失真坐标系 (x', y') 的方程来定义。方程的一般形式为

$$\begin{cases} x' = h_1(x, y) \\ y' = h_2(x, y) \end{cases} \quad (6-152)$$

在透视畸变的情况下，变换是线性的，即

$$\begin{cases} x' = ax + by + c \\ y' = dx + ey + f \end{cases} \quad (6-153)$$

设 $f(x, y)$ 是无失真的原始图像， $g(x', y')$ 是 $f(x, y)$ 畸变的结果，这一失真的过程是已知的并且用函数 h_1 和 h_2 定义。于是有

$$g(x', y') = f(x, y) \quad (6-154)$$

这说明在图像中本来应该出现在像素 (x, y) 上的灰度值由于失真实际上却出现在 (x', y') 上了。这种失真的复原问题实际上是映射变换问题。在给定了 $h_1(x, y)$ ， $h_2(x, y)$ ， $g(x', y')$ 的情况下，其复原处理可如下进行：

(1) 对于 $f(x, y)$ 中的每一点 (x_0, y_0) ，找出在 $g(x', y')$ 中相应的位置 $(\alpha, \beta) = [h_1(x_0, y_0), h_2(x_0, y_0)]$ 。由于 α 和 β 不一定是整数，所以通常 (α, β) 不会与 $g(x', y')$ 中的任何点重合。

(2) 找出 $g(x',y')$ 中与 (α,β) 最靠近的点 (x'_1,y'_1) ，并且令 $f(x_0,y_0) = g(x'_1,y'_1)$ ，也就是把 $g(x'_1,y'_1)$ 点的灰度值赋于 $f(x_0,y_0)$ 。如此逐点作下去，直到整个图像，则几何畸变得到校正。

(3) 如果不采用 (2) 中的灰度值的代换方法也可以采用内插法。这种方法是假定 (α, β) 点找到后，在 $g(x',y')$ 中找出包围着 (α, β) 的四个邻近的数字点 $(x'_1, y'_1), (x'_{1+1}, y'_1), (x'_1, y'_{1+1}), (x'_{1+1}, y'_{1+1})$ 并且有：

$$\begin{cases} x'_1 \leq \alpha < x'_{1+1} \\ y'_1 \leq \beta < y'_{1+1} \end{cases} \quad (6-155)$$

$f(x,y)$ 中点 (x_0,y_0) 的灰度值由 $g(x',y')$ 中四个点的灰度值间的某种内插法来确定。

在以上方法的几何校正处理中，如果 (α, β) 处在图像 $g(x',y')$ 之外，则不能确定其灰度值，而且校正后的图像多半不能保持其原来的几何形状。

以上讨论的是 g, h_1, h_2 都知道的情况下几何畸变的校正方法。如果只知道 g ，而 h_1 和 h_2 都不知道，但是若有类似规则的网格之类的图案可供参考利用，那么就有可能通过测量 g 中的网格点的位置来决定失真变换的近似值。



如三个邻近网格点构成的小三角形，其在规则网格中的理想坐标为 $(r_1, s_1), (r_2, s_2), (r_3, s_3)$ ，并设这些点在 g 中的位置分别为 $(u_1, v_1), (u_2, v_2), (u_3, v_3)$ 。由线性变换关系

$$\begin{cases} x' = ax + by + c \\ y' = dx + ey + f \end{cases}$$

可认为它把三个点映射到它们失真后的位置，由此，可构成如下六个方程。

$$\begin{cases} u_1 = ar_1 + bs_1 + c \\ v_1 = dr_1 + es_1 + f \\ u_2 = ar_2 + bs_2 + c \\ v_2 = dr_2 + es_2 + f \\ u_3 = ar_3 + bs_3 + c \\ v_3 = dr_3 + es_3 + f \end{cases} \quad (6-156)$$

解这六个方程可求得 a, b, c, d, e, f 。这种变换可用来校正 g 中被这三点连线包围的三角形部分的失真。由此对每三个一组的网格点重复进行，即可实现全部图像的几何校正。

6.4.2 盲目图像复原

多数的图像复原技术都是以图像退化的某种先验知识为基础，也就是假定系统的脉冲响应是已知的。但是，在许多情况下难以确定退化的点扩散函数。在这种情况下，必须从观察图像中以某种方式抽出退化信息，从而找出图像复原方法。

这种方法就是所谓的盲目图像复原。对具有加法性噪声的模糊图像作盲目图像复原的方法有两种，就是直接测量法和间接估计法。

直接测量法盲目图像复原通常要测量图像的模糊脉冲响应和噪声功率谱或协方差函数。

在所观察的景物中，往往点光源能直接指示出冲激响应。另外，图像边缘是否陡峭也能用来推测模糊冲激响应。在背景亮度相对恒定的区域内测量图像的协方差可以估计出观测图像的噪声协方差函数。

间接估计法盲目图像复原类似于多图像平均法处理。例如，在电视系统中，观测到的第 i 帧图像为

$$g_i(x, y) = f_i(x, y) + n_i(x, y) \quad (6-157)$$

式中 $f_i(x, y)$ 是原始图像， $g_i(x, y)$ 是含有噪声的图像， $n_i(x, y)$ 是加性噪声。如果原始图像在 M 帧观测图像内保持恒定，对 M 帧观测图像求和，得到下式之关系

$$f_i(x, y) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M g_i(x, y) - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M n_i(x, y) \quad (6-158)$$

当 M 很大时，式(6—158)右边的噪声项的值趋向于它的数学期望值 $E\{n(x, y)\}$ 。一般情况下白色高斯噪声在所有 (x, y) 上的数学期望等于零，因此，合理的估计量是

$$\hat{f}_i(x, y) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M g_i(x, y) \quad (6-159)$$

盲目图像复原的间接估计法也可以利用时间上平均的概念去掉图像中的模糊。如果有一成像系统，其中相继帧含有相对平稳的目标退化，这种退化是由于每帧有不同的线性位移不变冲激响应 $h_i(x, y)$ 引起的。

例如大气湍流对远距离物体摄影就会产生这种图像退化。只要物体在帧间没有很大移动并每帧取短时间曝光，那么第 i 帧的退化图像可表示为

$$g_i(x, y) = f_i(x, y) * h_i(x, y) \quad (6-160)$$

式中 $f_i(x, y)$ 是原始图像， $g_i(x, y)$ 是退化图像， $h_i(x, y)$ 是点扩散函数， $*$ 代表卷积。式中 $i = 1, 2, 3, \dots, M$ 。

退化图像的傅立叶变换为

$$G_i(u, v) = F_i(u, v)H_i(u, v) \quad (6-161)$$

利用同态处理方法把原始图像的频谱和退化传递函数分开, 则可得到

$$\ln[G_i(u, v)] = \ln[F_i(u, v)] + \ln[H_i(u, v)]$$

如果帧间退化冲激响应是不相关的, 则可得到下面的和式

$$\sum_{i=1}^M \ln[G_i(u, v)] = M \ln[F_i(u, v)] + \sum_{i=1}^M \ln[H_i(u, v)] \quad (6-163)$$

当 M 很大时, 传递函数的对数和式接近于一恒定值, 即

$$K_H(u, v) = \lim_{M \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^M \ln[H_i(u, v)] \quad (6-164)$$

因此, 图像的估计量为

$$\hat{F}_i(u, v) = \exp\left\{\frac{K_H(u, v)}{M}\right\} \prod_{i=1}^M [G_i(u, v)]^{\frac{1}{M}} \quad (6-165)$$

对式(6-165)取傅立叶反变换就可得到空域估计是:

$$\hat{f}(x, y) = \mathcal{F}^{-1}(\hat{F}(u, v))$$

在上面分析中, 并没考虑加性噪声分量。如果考虑加性噪声分量, 则无法进行式(6-162)的分离处理, 后边的推导也就不成立了。对于这样的问题, 可以对观测到的每帧图像先进行滤波处理, 去掉噪声, 然后在图像没有噪声的假设下再进行上述处理。

图像复原的新方法:

(Partial differential equation, PDE) 偏微分方程



