数字图像处理

第4章 图像编码

信息科学研究所

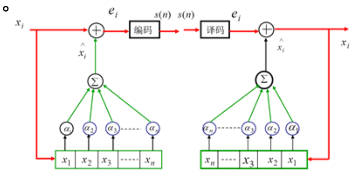
5.5 预测编码

20世纪40年代，Weiner提出了最佳线性预测理论，1952年Oliver和Harrison等人认识到了线性预测在通信中的作用，并建议把它用于降低冗余度。多年来，人们在大量的试验的基础上成功地试制了多种设备。在我国，70年代就已经研制了采用预测编码的可视电话设备。

预测编码法是一种设备简单质量较佳的高效编码法。预测编码方法主要有二种。一种是(Delta Modulation)或DM编码法，另一种是DPCM (Differential Pulse Code Modulation)编码法。本节主要介绍这两种方法的原理及其在图像编码中的应用。

5.5.1 预测编码的基本原理

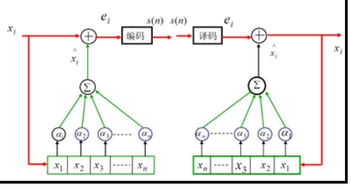
预测编码的基本原理如图5—21所示。假设有一个平均值为零，均方根值为 σ 的平稳信号 $X(t)$ 在时刻 $t_1, t_2, \cdots\cdots, t_n$ 被取样，而且其相应的样值为 $x_1, x_2, x_3, \cdots\cdots, x_n$ 。



编码原理图中，x_i 是下一个样值。根据前面出现的 n个样值，可以得到 x_i 的预测值:

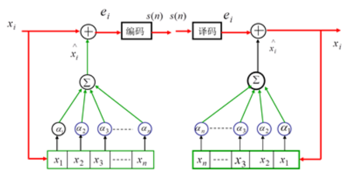
$$\hat{x}_i = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 + \cdots\cdots \alpha_n x_n \quad (5—38)$$

式中 $x_1, x_2, x_3, \cdots\cdots, x_n$ 是x_i的前n个样值。$\alpha_1, \cdots, \alpha_n$ 是预测参数。设 e_i 为 x_i 与 $\hat{x}_i$ 之间的误差值，则



$$e_i = x_i - \hat{x}_i$$

预测编码就是要对误差 e_i 进行编码，而不是对样值直接编码。那么，对误差编码果真可以压缩数据率吗？下面先定性地分析一下其可能性。



假如直接对样值 x 编码，那么正如前面谈到的那样，代码平均长度有一个下限 $\overline{N}_{\min}$，这个下限就是信源的熵 $\boldsymbol{H(X)}$，即

$$\overline{N}_{\min} = H(X) = -\sum p(i)\log p(i) \qquad (5—40)$$

同样道理，如果对误差信号进行编码，那么，它也应该有一个下限，设为 $\boldsymbol{H(E)}$。显然，预测编码可以压缩数码率的条件是

$$H(E) < H(X) \qquad (5—41)$$

熵是概率分布的函数，分布越均匀熵越大。熵值大，则其平均码长之下限必然会加大，码率就会增高。反之，分布越集中熵值越小，而其平均码长之下限就会越短，码率就会降低。

如果预测比较准确，那么误差就会集中于不大的数值内，从而使 $\boldsymbol{H(E)}$ 小于 $\boldsymbol{H(X)}$ 。由于图像信号中样值的高度相关性，使得相邻样值之间的差别总是十分微小的，所以其差值分布十分集中。预测前后的概率分布情况如图所示。

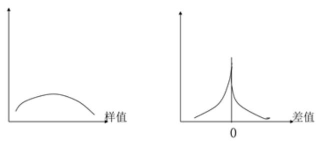


图5—22预测前后的概率密度分布示意图
(a) 为图像信号概率密度分布
(b) 为差值信号概率密度分布

图像信号帧内像素相关系数在0.85左右，帧间相关系数在0.95左右。由此可见，图像像素间的相关性是很大的，其压缩潜力也是很大的。由上面的定性分析可知，预测编码是可以压缩码率的。

$$\hat{x}_i = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 + \cdots\cdots \alpha_n x_n \qquad (5—38)$$

使用线性预测器，预测值与前面n个已出现样值的关系如式(5—38)所示。线性预测的关键一步在于预测系数 α_i 的求解。预测误差信号是一个随机变量，它的均方误差为 σ_i^2 。

$$\sigma_i^2 = E[(x_i - \hat{x}_i)^2] \qquad (5—42)$$

这里E[]表示数学期望。通常把均方误差最小的预测称为最佳预测。通过最小均方误差准则可求解预测系数，即

$$\frac{\partial E[(x_i-\hat{x}_i)^2]}{\partial \alpha_j}=0 \qquad (5—43)$$
$$j=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots,\ n$$

将式(5—38)代入，则

$$\frac{\partial\ E[(x_i-\hat{x}_i)^2]}{\partial \alpha_j}$$
$$=\frac{\partial\ E[(x_i-(\alpha_1 x_1+\alpha_2 x_2+\cdots\cdots+\alpha_n x_n))^2]}{\partial \alpha_j} \qquad (5—44)$$
$$=-2E[(x_i-(\alpha_1 x_1+\alpha_2 x_2+\cdots\cdots+\alpha_n x_n))x_j]$$

其中 $j=1,\ 2,\ 3,\cdots\cdots,\ n$

为求极小值可令式(5—44)等于0，即

$$E[(x_i-(\alpha_1 x_1+\alpha_2 x_2+\cdots\cdots+\alpha_n x_n))x_j]=0$$

或

$$E[(x_i-\hat{x}_i)x_j]=0 \qquad (5—45)$$
$$j=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots,\ n$$

因为信号x是平稳的随机过程，并且均值为零，所以可将任意两个像素的协方差定义为 R_{ij}

$$R_{ij}=E[(x_i-\overline{x})(x_j-\overline{x})]=E[x_i x_j] \quad (5—46)$$

展开式（5—45）得

$$E[x_i x_j-\alpha_1 x_1 x_j-\alpha_2 x_2 x_j-\cdots\cdots-a_n x_n x_j]=0$$

$$E[x_i x_j-\alpha_1 x_1 x_j-\alpha_2 x_2 x_j-\cdots\cdots-a_n x_n x_j]=0$$

令式中 $j=1,\ 2,\ 3,\cdots\cdots,\ n;\ i=0$ 则

$$\begin{cases} R_{01}=\alpha_1 R_{11}+\alpha_2 R_{22}+\cdots\cdots+\alpha_n R_{n1} \\ R_{02}=\alpha_1 R_{12}+\alpha_2 R_{22}+\cdots\cdots+\alpha_n R_{n2} \\ \cdots\cdots \\ R_{0n}=\alpha_1 R_{1n}+\alpha_2 R_{2n}+\cdots\cdots+\alpha_n R_{nn} \end{cases} \qquad (5—47)$$

这是一个**n**阶线性联立方程组，当协方差 R_{ij} 都已知时，那么各个预测参数 α_i 是可以解出来的。

另外，由上面的讨论可知，如果 $\hat{x}_i$ 是 x_i 的最佳线性估计值，则

而其均方误差为

$$\begin{aligned}\sigma_i^2 &= E[(x_i-\hat{x}_i)^2] \\ &= E[(x_i-\hat{x}_i)(x_i-\hat{x}_i)] \\ &= E[(x_i-\hat{x}_i)x_i-(x_i-\hat{x}_i)\hat{x}_i] \\ &= E[(x_i-\hat{x}_i)x_i]-E[(x_i-\hat{x}_i)\hat{x}_i] \\ &= E[(x_i-\hat{x}_i)x_i]-E[(x_i-\hat{x}_i)(\alpha_1x_1+\alpha_2x_2+\cdots\cdots+\alpha_nx_n)] \\ &= E[(x_i-\hat{x}_i)x_i]-E[\alpha_1(x_i-\hat{x}_i)x_1]-E[\alpha_2(x_i-\hat{x}_i)x_2] \\ &\quad -\cdots\cdots-E[\alpha_n(x_i-\hat{x}_i)x_n]=E[(x_i-\hat{x}_i)x_i]\end{aligned}$$

$$E[(x_i-\hat{x}_i)x_j]=0$$

$$j=1,2,3,\ \cdots\cdots,n$$

由此可得 $\sigma_i^2=E[(x_i-\hat{x}_i)x_i]$ (5—48)

当 $i=0$ 时，则

$$\sigma_0^2=E[x_0^2-x_0\hat{x}_0] \quad (5—49)$$

将 $\hat{x}_0=\alpha_1x_1+\alpha_2x_2+\cdots\cdots+\alpha_nx_n$

代入式(5—49)，并引入协方差之定义，则

$$\sigma_0^2=R_{00}-(\alpha_1R_{01}+\alpha_2R_{02}+\cdots\cdots+\alpha_nR_{0n}) \quad (5—50)$$

$$\sigma_0^2=R_{00}-(\alpha_1R_{01}+\alpha_2R_{02}+\cdots\cdots+\alpha_nR_{0n})$$

式中 R_{00} 是原序列**X**的方差。由式(5—50)可见，误差序列的方差 σ_0^2 比原序列的方差确实要小。如果在形成估计时所用的取样值*n*无限制时，那么误差取样序列总可以是完全不相关的。

协方差为0, 不相关,
不相关, 协方差为0.
协方差为0, 不相关, 但不一定独立
独立, 一定不相关, 协方差=0

如果取样序列是 ***r*** 阶马尔可夫序列，则在形成 x_i 的最佳估计中，只需采用 ***r*** 个取样值，而且得出的误差取样序列也会是不相关的。由于解除了样值间的相关性，也就解除了存在于相关性中的冗余度。

对于图像编码，特别是电视信号编码，如果利用同一行的前r个样值进行预测，叫一维预测。如果同时利用前面几行的样值预测就叫二维预测。电视图像一般是一帧一帧连续发送的，那么可以利用前面若干帧进行预测，这时就是三维预测。

对于电视信号，可认为它是一阶马尔可夫过程，这时只采用前值预测法便可以了。其误差值为

$$e_i=x_i-\hat{x}_i=x_i-\alpha_1x_{i-1} \quad (5—51)$$

此时，电视信号取样序列的自相关函数近于指数形式，即 e^{-at} 的形式。

5.5.2 △M（DM）编码

1. △M编码的基本原理

△M编码基本原理框图如图所示

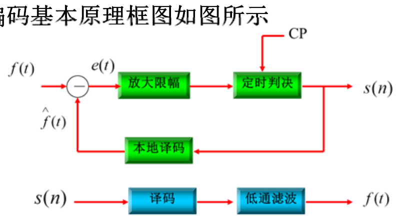
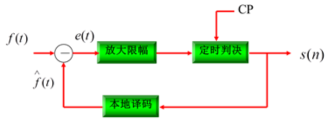


图5—27 △M编码、译码原理方框图

△*M*编码器包括比较器、本地译码器和脉冲形成器三个部分。收端译码器比较简单，它只有一个与编码器中的本地译码一样的译码器及一个视频带宽的低通滤波器。



⊿*M*编码器实际上就是1bit编码的预测编码器。它用一位码字来表示 ***e*(*t*)**

$$e(t) = f(t) - \hat{f}(t) \qquad (5—53)$$

式中***f*(*t*)**为输入视频信号，$\hat{f}(t)$ 是 ***f*(*t*)** 的预测值。

当差值***e*(*t*)**为一个正的增量时用“**1**”码来表示，

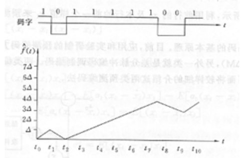
当差值***e*(*t*)**为一个负的增量时用“**0**”码来表示。

译码阶段：

当译码器收到“**1**”时，信号则产生一个正跳变，当译码器收到“**0**”时，则信号电压产生一个负的跳变，由此即可实现译码。

根据上述原理，讨论一下译码电路。一般说来，译码器应具有下述三个功能：

（1）收到“1”时，产生一个正斜变电压，当连续收到“1”时，则连续上升；（2）收到“0”时，产生一个负斜变电压，当连续收到“0”时，则连续下降；（3）正、负斜率相等，且具有记忆功能。



最普通的译码器就是一个**RC**积分电路。电路的工作原理如图所示。当输入“**1**”时，开关接$+E_0$，输入“**0**”时，开关接 $-E_0$。电容的二端就是译码输出。如果在t=**0**时输入“**1**”，也就是开关接到 ***+E*0** 上。假定此时电容上已有电压 U_0 ，则电容器上的电压 U_c 可用式**(5—54)**求出

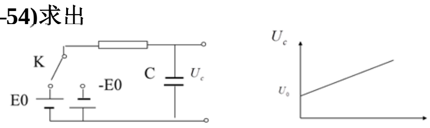


图 **5—30** 单积分**RC**译码器

$$U_c = E_0(1-e^{-\frac{t}{RC}}) + U_0 e^{-\frac{t}{RC}} \qquad (5—54)$$

式中，第一项表示 U_0=0 时，E_0 对电容C的充电，第二项表示 E_0=0 时 U_0 的放电。当二者都存在时，U_c是它们的和。

因为

$$e^{-\frac{t}{RC}} = 1 - \frac{t}{RC} + \frac{1}{2}\left(\frac{t}{RC}\right)^2 - \frac{1}{2\times 3}\left(\frac{t}{RC}\right)^3 + \cdots\cdots$$

(5—55)

这里t是一个码元的长度，而t远小于RC，所以式(5—55)可近似为式(5—56)的形式

$$e^{-\frac{t}{RC}} \approx 1 - \frac{t}{RC} \qquad (5—56)$$

这样，在收到“1”时，电容器上的电压为

$$U_c = E_0(1-1+\frac{t}{RC}) + U_0(1-\frac{t}{RC})$$
$$= (E_0 - U_0)\frac{t}{RC} + U_0 \qquad (5—57)$$

式中U_0可看作是先前各码元在电容器上建立的电压之代数和。一般情况下，U_0是远小于E_0的，所以，电容器上的电压U_c可近似为下式

$$U_c = (E_0 - U_0)\frac{t}{RC} + U_0 \approx E_0\frac{t}{RC} + U_0$$

(5—58)

如果连续收到n个“1”，则电容器上的电压可由式(5—59)表示

$$U_c = E_0\frac{nt}{RC} + U_0 \qquad (5—59)$$

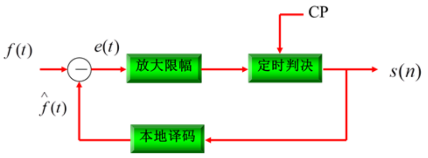
只要nt远小于RC，则电容器上的电压会一直随时间线性增长，保证在收到连“1”码时，每次上升同样一个量化级，上升的斜率就是 $E_0\frac{t}{RC}$ 。另外，电容器能够保持电荷，因而具有记忆作用。

由式(5—58)知道，收到“1”时电压会上升一个量化阶，当收到“0”时，相当于图5—29中开关接到-E_0，此时会使电容上的电压下降一个量化阶，所以，简单的*RC*电路就能实现增量调制编码器的译码。

下面讨论编码器的工作原理。假定“1”码的电压值为+ E_0 ，“0”码的电压值为 –E_0 。编码原理如下图所示。

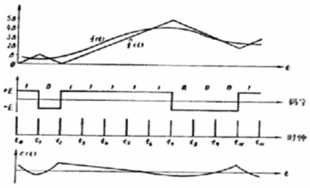
图像信号**$f(t)$**送入相减器，输出码经本地译码后产生的预测值 $\hat{f}(t)$ 也送至相减器。相减器的输出就是图像信号**$f(t)$**与其预测值 $\hat{f}(t)$ 之差 $e(t)$ ，即

$$e(t) = f(t) - \hat{f}(t)$$



误差信号 **$e(t)$** 送入脉冲形成器以控制脉冲形成。脉冲形成器一般由放大限幅和双稳判决电路组成。脉冲形成器的输出就是所需要的数码。码率由取样脉冲决定。

当取样脉冲到来时刻 **$e(t)$>0** 则发“**1**”，当 **$e(t)$ <0**则发“**0**”。发“0”还是发“1”完全由 $e(t)$ 的极性来控制，与 $e(t)$的大小无关。为了提高控制灵敏度，在电路中还加有放大限幅电路。下图说明了编码过程。



在 **$t=t_0$** 时，输入一模拟信号**$f(t)$**，在此时刻 **$f(t_0)$** > $\hat{f}(t_0)$ ，也就是 **$e(t)$ >0**，则脉冲形成电路输出“**1**”。从**t_0** 开始本地译码器将输出正斜变电压，使上升，以便跟踪**$f(t)$**。由于**$f(t)$**变化缓慢，$\hat{f}(t)$ 上升较快，所以在 t_1 时刻**$f(t)$**- $\hat{f}(t)$ <**0**，因此，在第二个时钟脉冲到来时便输出码“**0**”。

以此类推，在 $t_2,t_3,\cdots\cdots,t_n$ 等时刻码字的产生原理相同。图5—31中分别画出了编出的码流、时钟及误差信号的示意波形。显而易见，对 ***f*(*t*)** 的跟踪越好，则误差信号***e*(t)**越小。这就是△M编、译码的基本原理。

2. △***M***编码的基本特性

△M编码性能主要由斜率过载特性、量化噪声以及量化信噪比等性能来衡量。

1） 斜率过载特性

由△***M***的编码原理可知，$\hat{f}(t)$ 应很好地跟踪***f*(*t*)**，跟踪得越好，误差***e*(*t*)**越小。当△***M***编码器出现连“**1**”或连“**0**”码时，就说明输入模拟信号***f*(*t*)**有较大的斜率。

当判决时钟脉冲的频率及跳变量化台阶确定后，***f*(*t*)**的最大变化斜率就应满足下式

$$\left|\frac{df(t)}{dt}\right|_{\max} \le \frac{\Delta}{T_s} \qquad (5—60)$$

式中△代表量化阶，T_s是取样脉冲周期。

如果输入的是正弦信号，即

$$f(t) = A\sin\omega_c t \qquad (5—61)$$

式中***A***是信号***f*(*t*)**的振幅， ω_c 是正弦波的角频率。

当***t*=0**时

$$\left|\frac{df(t)}{dt}\right|_{\max} = A\omega_c \qquad (5—62)$$

在这种情况下，不过载条件为

$$A \le \frac{\Delta}{2\pi}\left(\frac{f_s}{f_c}\right) \qquad (5—63)$$

式中 f_s 是取样脉冲频率， f_c 是正弦波的频率。一般来说，为了满足不过载条件，△**M**的取样率要比***PCM***高得多。

例如，视频信号的带宽 f_c **=6.5MHz**，

如果采用PCM编码 f_s=2× f_c =13MHz。当每取样值编8位码时，码率可达104Mb。当采用△M编码时，如果正弦信号峰值A=1V，量化阶为△=0.1V，由式(5—63)可求得不过载的

$$f_s \geq \frac{A}{\Delta} \times 2\pi f_c = \frac{1}{0.1} \times 2 \times 3.14 \times 6.5 = 408MHz$$

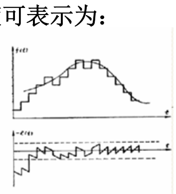
当每取样值编8位码时，码率可达3264Mb。

显然，码率太高了。当然，这只是指避免过载而言。一般情况，不能单靠提高 f_s 的办法来解决过载问题，否则码率太高。解决斜率过载的有效方法是采用自适应增量编码法，即***ADM***编码法。

2） △M的量化噪声

△M编码法量化噪声的产生如图所示。由图可见，在不过载的情况下，量化噪声的幅度不会超过±△，而且，可认为在－△～＋△范围内量化噪声是以等概率出现的，因此，量化噪声的概率密度可表示为：

$$p(e) = \begin{cases} \dfrac{1}{2\Delta} & -\Delta \leq e \leq +\Delta \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$



量化噪声的功率由式（5—65）来表示

$$N_q = \int_{-\Delta}^{+\Delta} e^2 p(e) \mathrm{d}e = \frac{\Delta^2}{3} \qquad (5—65)$$

由式(5—65)得到的 N_q 是指在编码器中由比较判决带来的量化噪声功率。

它的频谱很宽，并且它的频谱可以近似地认为是均匀分布的，也就是其频谱从低频到高频的分布是一样的。在这样的前提下，可容易地求出它的功率谱密度，即

$$\sigma_N = \frac{\Delta^2}{3 f_s} \qquad (5—66)$$

在译码时，由于有一个截频为 f_m 的低通滤波器，所以，它将抑制一部分量化噪声。此时，在译码输出端，量化噪声的平均功率由式(5—67)表示。$\overline{N}_q$ 就是△M编码器的量化噪声。

$$\overline{N}_q = \frac{\Delta^2}{3} \cdot \frac{f_m}{f_s} \qquad (5—67)$$

３） △M的量化信噪比

一般量化噪声的大小并不能完全说明一幅图像质量的好坏。与语音信号编码一样，信号幅度（或功率）与噪声幅度(或功率)的比值才能较全面地说明一幅图像质量受噪声影响的程度。

正弦信号的平均功率可由式（**5—68**）求得

$$S = \frac{A^2}{2} \qquad (5—68)$$

在保证不过载的情况下，***A*** 应满足

$$A \le \frac{\Delta}{2\pi} \cdot \frac{f_s}{f_c} \qquad (5—69)$$

将式

$$A \le \frac{\Delta}{2\pi} \cdot \frac{f_s}{f_c}$$

代入则：

$$S = \frac{\left(\frac{\Delta}{2\pi} \cdot \frac{f_s}{f_c}\right)^2}{2} = \frac{\Delta^2}{8\pi^2} \cdot \left(\frac{f_s}{f_c}\right)^2 \qquad (5—70)$$

由此，可以求得△***M***的量化信噪比为

$$\frac{S}{\overline{N}_q} = \frac{3}{8\pi^2} \cdot \frac{f_s^{\ 3}}{f_c^{\ 2} \cdot f_m} \qquad (5—71)$$

式中 f_s 是取样频率，f_c 是视频信号的最高频率，f_m 是低通滤波器的截止频率。由此可见，在滤波器的截止频率和视频信号的带宽都确定的情况下，△***M***编码器的量化信噪比与取样频率的三次方成正比。

如果把式（**5—71**）表示的量化信噪比用分贝来表示可得到下式

$$\begin{aligned}\left(\frac{S}{\overline{N}_q}\right)_{dB} &= 10\log_{10} 0.04 \cdot \frac{f_s^3}{f_c^2 \cdot f_m} \\ &= 10\log_{10} 0.04 f_s^3 - 10\log_{10} f_c^2 - 10\log_{10} f_m \\ &= -14 + 30\log_{10} f_s - 20\log_{10} 0.04 f_c - 10\log_{10} f_m\end{aligned} \qquad (5—72)$$

由式(5—72)可以看到，△M的量化信噪比随着 f_s 的增加以每倍频9dB的速度增加；随着低通滤波器截止频率f_m的提高以每倍频3dB的速度下降；随着视频信号带宽 f_c 的增加以每倍频6dB的速度下降。

5.5.3 DPCM编码

预测编码的另一种有用的形式是**DPCM**编码 ***(Differential Pulse Code Modulation)***。这实际上是△**M**和**PCM**两种技术相结合的编码方法。

1. *DPCM*编码的基本原理

在卡特勒的专利中提出利用积分器根据一行上前样本值预测现样本值，并且把现样本值与其估计值的差值进行量化和编码。这就是*DPCM*的基本设计思想。DPCM编码的基本原理如图5—37所示。

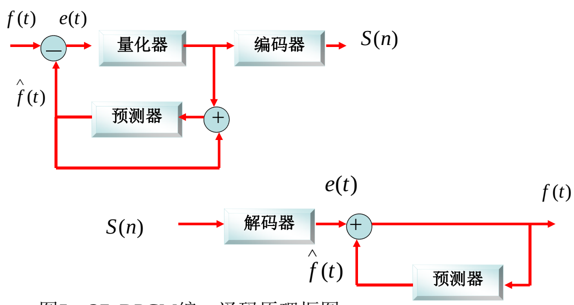
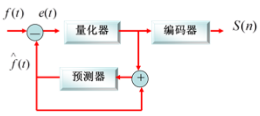
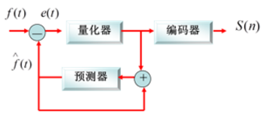


图5—37 DPCM编、译码原理框图

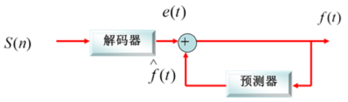
图中**(a)**是编码器原理框图。它由取样器、比较器、量化器、预测器、编码器五个部分组成。输入信号***f*(*t*)**经采样后将样值送入比较器，使得***f*(*t*)**与预测值 $\hat{f}(t)$相减得出误差信号，即：$e(t)=f(t)-\hat{f}(t)$ 。然后，将***e*(*t*)**送入量化器量化为M个电平之一 $m=2^N$ ，



量化后的样值再送入***PCM***编码器中编码，以便传输。另外一路是将***e*(*t*)**送入相加器，在这里***e*(*t*)**与 $\hat{f}(t)$ 相加后再送入预测器，以便预测下一个样值。



译码器的原理框图如图所示。译码器收到码字后首先经*PCM*译码，得到 **e(t)** 后再送入相加器与预测值相加得到 **f(t)**。另外，**f(t)**又送到预测器以便预测下一个样值。



由上面的原理可知，***DPCM***实际上是综合了△***M***和***PCM***两种编码技术的一种编码方法，△***M***实际上是一位二进制码的差分脉码调制，也就是用**1bit**码来表示增量值，而***DPCM***是***N***位二进码来表示**e(t)**值的编码法。

2. DPCM编码的量化信噪比

DPCM编码器中的量化器与**PCM**中的量化器具有相同的工作原理。如图**5—39**所示，量化器的特性有**(a)**，**(b)**两种。这两种特性在小信号输入情况下有比较明显的差别，对于**(a)**特性来说，当输入值在**0**～△之间时，量化器没有输出。

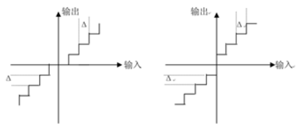


图 5—39 两种均匀量化的输入、输出特性

但是，对于**(b)**特性来说则有输出。在输入信号幅度大时是没有区别的。图中的一个阶梯△就是一个量化阶。由于在整个输入信号幅度范围内量化阶△是一个常数，所以称为均匀量化。

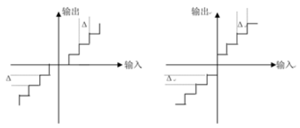


图 5—39 两种均匀量化的输入、输出特性

由于DPCM编码仍然是对误差信号编码，所以其不过载条件仍然要满足下式，即

$$A \le \frac{\Delta}{2\pi} \cdot \frac{f_s}{f_c}$$

式中 f_s 是取样频率，f_c 是视频信号的最高频率。

在临界状态下

$$A = \frac{\Delta f_s}{2\pi f_c} \qquad (5—74)$$

系统最大信号功率输出为

$$S = \frac{\Delta^2 f_s^2}{8\pi^2 f_c^2} \qquad (5—75)$$

但是，由于误差的范围是在（＋△，－△）之间，在**DPCM**系统中，误差又被量化为M个电平，则

$$\Delta = \left(\frac{M-1}{2}\right)\cdot\delta \qquad (5—76)$$

式中 δ 是**DPCM**量化阶，则

$$S = \frac{\left(\frac{M-1}{2}\right)^2 \delta^2 f_s^2}{8\pi^2 f_c^2} = \frac{(M-1)^2 \delta^2 f_s^2}{32\pi^2 f_c^2} \qquad (5—77)$$

这是在临界过载条件下的最大输出功率公式。其中M是量化级数，δ 是**DPCM**量化阶，f_s 是取样频率，f_c 是视频信号频带宽度。

在**DPCM**中，由于系统的量化误差不再在±△范围内，而是在（$-\frac{\delta}{2}, +\frac{\delta}{2}$）范围内，其中 $\delta = \frac{2\Delta}{M-1}$ 。由于对 $e(t)$ 的编码是**PCM**编码，所以其量化噪声应符合**PCM**编码量化噪声规律，即

$$N_q' = \frac{\delta^2}{12} \qquad (5—78)$$

如果**DPCM**系统输出数字信号的码元速率为 Nf_s，同时，可认为噪声频谱均匀地分布于频带宽度为 Nf_s 的范围内，这时可求得量化噪声功率谱密度为

$$p(f) = \frac{\delta^2}{12Nf_s} \qquad (5—79)$$

式中 N是编码比特数，f_s 为取样频率，δ 为量化阶。

在译码时，考虑到低通滤波器的作用，则噪声功率为

$$N_q = p(f)\cdot f(m) = \frac{\delta^2}{12Nf_s}\cdot f(m) \qquad (5—80)$$

因此，可求得***DPCM***编码的量化信噪比为

$$\left(\frac{S}{N_q}\right) = \frac{\frac{(M-1)^2\delta^2 f_s^2}{32\pi^2 f_c^2}}{\frac{\delta^2}{12Nf_s}\cdot f_m} = \frac{3N(M-1)^2 f_s^3}{8\pi^2 f_c^2\cdot f_m} \qquad (5—81)$$

式中***S***代表信号功率，N_q 代表噪声功率，f_m 是低通滤波器的截止频率，***N***是编码的比特数，其他符号的意义同前。

式**(5—81)**便是**DPCM**编码的信噪比性能。与△**M**编码的性能作一下比较。

△M的量化信噪比为

$$\left(\frac{S}{N_q}\right)=\frac{3}{8\pi^2}\cdot\frac{f_s^3}{f_c^2\cdot f_m}$$

而**DPCM**的量化信噪比为

$$\left(\frac{S}{N_q}\right)=\frac{3N(M-1)^2}{8\pi^2}\cdot\frac{f_s^3}{f_c^2\cdot f_m}$$

显然在 f_s 相同的情况下

$$\frac{3N(M-1)^2}{8\pi^2} >> \frac{3}{8\pi^2}$$

这说明*DPCM*的性能远优于△*M*。在*N*=1，*M*=2的情况下，*DPCM*就变成△*M*编码法了，其量化信噪比自然也就等于△*M*的量化信噪比。与△*M*编码方法一样，在*DPCM*编码中为了适应非平稳信号的特性，常采用可变量化器。这也是一种自适应方式。