DOI:10.16526/j.cnki.11-4762/tp.2004.07.019

文章编号:1671-4598(2004)07-0657-03 中图分类号:TP273 文献标识码:B

基于排队论的自动化立体仓库AGV调度效率分析

甘剑锋，周晓光

(北京邮电大学 自动化学院，北京 100876)

摘要：为了提高自动化立体仓库系统AGV的输送效率，在对整体系统进行介绍后，运用排队论理论对自动化立体仓库AGV的调度系统进行建模，得到M/G/1模型，在对该模型理论分析后，就该模型的调度效率进行了分析。

关键词：自动化立体仓库；AGV；排队论；M/G/1；调度效率

AGV Dispatching Efficiency Analyzing of Automated Warehouse Based on Queuing Theory

Gan Jianfeng, Zhou Xiaoguang

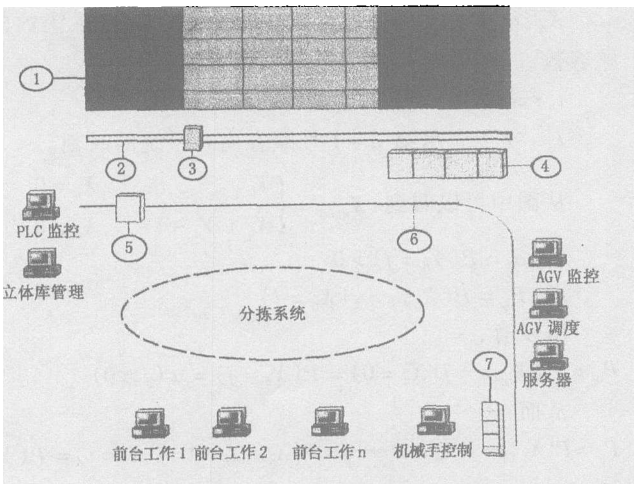
(Department of Automation, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

Abstract: In order to improve the AGV dispatching efficiency, queuing theory was used to model automated warehouse AGV Dispatching system on which a queuing model of M/G/1 was obtained after the whole system is summarized. AGV dispatching efficiency is analyzed based on the M/G/1 after the model of M/G/1 is expounded in the theory.

Key words: automated warehouse; AGV; queuing theory; M/G/1; dispatching efficiency

0 概述

自动化立体仓库又称为自动存储/自动检索系统(Automated Storage/Retrieval System, AS/RS)，是一种自动化的仓储技术，是物料搬运和仓储科学中的一门综合科学技术工程。它以高层立体货架为主要标志，以成套先进搬运设备为基础，以先进的计算机控制技术为主要手段，能自动地存取并实现综合自动化管理货物的多层仓库存储系统。



1. 立体货架；2. 堆垛机滑轨；3. 堆垛机；4. 土包台；5. AGV；6. AGV导引路线；7. 机械手

图1 自动化立体仓库物理组成简图

收稿日期:2004-01-12;**修回日期**:2004-02-04。

作者简介:甘剑锋(1977-),男,江西人,硕士,主要从事计算机控制、自动化物流系统等方向的研究。

周晓光(1957-),男,上海人,教授,主要从事计算机控制、电子商务与自动化物流系统、信息技术等方向的研究。

本自动化立体仓库系统要实现的功能就是模拟邮件、货物的收寄领取的过程。用户在前台将要邮寄的货物或者邮件交由前台工作人员，前台工作人员将收寄信息录入管理信息系统，并打印出相关信息单据回交给送寄人，待完毕后工作人员将送寄的邮件或货物放入输入输出缓冲台。若有顾客要领取邮件或货物，则领取人须将相关单据交由工作人员，工作人员获取到领取单上的信息，通过计算机控制系统的调度将相关的邮件或者货物取出，然后由工作人员送交领取人。

整个立体仓库系统从物理组成看，主要包括立体货架、堆垛机、上包台、智能运送小车（AGV）、机械手、分拣系统等，具体的结构如图1所示。

本系统的调度主要由智能运输车AGV（Automated Guided Vehicle）来完成，AGV是指装备有电磁或光学自动导引装置，能够沿规定的导引路径行驶，具有可编程功能与停车选择装置、安全保护以及各种移载功能的运输小车。入库时，由智能小车负责把入库货物送入指定上包台；出库时，再负责把货物运送到相关位置。本系统中AGV小车利用基于电磁感应原理的埋线式导引方式，在其要行走的路线下面埋设专门的电缆线，由AGV上的传感器靠电磁感应原理跟踪该线，实现导引。

一般来讲：AGV系统的效率主要取决于以下几个因素：(1) 调度（dispatching）：给AGV选择和派送任务过程；(2) 路径（Routing）：从输送源到目的地所走的路径；(3) 规划（Schedule）：决定到达和离开的时间。其目的主要是为了减少在输送过程中的阻塞现象；(4) AGV的配置数量

因为本系统路径和规划已经实施完成，而且AGV

的数量也已确定，所以主要从调度方向来研究 AGV 的效率，因此称之为调度效率。

在物流企业当中，AGV 是很贵重的设备，其价格每台都在 10 万元人民币以上，如果 AGV 的使用效率太低的话，不仅会增加成本造成资源浪费，而且会降低存储效率，影响企业的服务效率，所以有效地使用 AGV 是物流企业降低成本及提高存储效率的一个重要环节，本文就是基于这个目的基础上完成的。

1　排队系统分析

1.1　排队系统概述

排队论是专门研究由于随机因素的影响而产生的拥挤现象的科学，有人也称之为随机服务系统，一个随机服务系统由 3 个部分组成：输入过程、排队规则和服务机构，如图 2 所示。

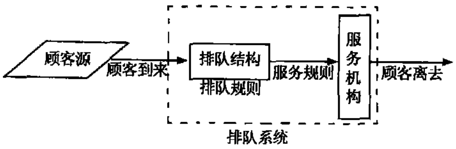


图 2　排队系统结构图

为了更有效地利用资源降低成本，同时更好地满足顾客的要求，让用户尽量得到好的服务，资源利用率的分析必不可少。在该模型中顾客，排队结构，排队规则，服务窗和服务规则组成排队系统，因此可以利用排队论的相关理论来分析该调度系统。

1.2　系统模型抽象与理论阐述

AGV 调度系统是个随机服务系统，其根据顾客的取送要求来完成任务，AGV 小车在本论文中称为服务台或服务窗，对于每台 AGV 来说，任何时刻提供的服务都是有限的，同是由于顾客到来是随机的，也就是说 AGV 调度需求是随机的。

在分析当中我们做如下假设：(1) 每次只取一件物品，如同时取两个则算作两人次，依此类推；(2) 设工作时间为每天 8 小时；(3) 不允许并发操作，也就是说同一时刻 AGV 不会有两个调度任务出现；(3) 所有的出入库操作都以上包台为中间传递的环节，在调度过程中假设所有的路径都是可用的；(4) 不考虑 AGV 的初始态，也就说不考虑 AGV 启动的时间，同时忽略 AGV 到达上包台时减速的时间；(5) 假设各个顾客（在此我们理解为调度需求）的到达率是相同的 λ，上包台服务率为 μ；(6) 在本系统中只存在一台 AGV 小车，我们把这一台 AGV 看成是单服务窗的情形。

关于到达率，在无限源的情况下是按全体顾客来考虑的，在有限源的情况下必须按每个顾客来考虑。因此可以得到 AGV 对一个上包台的服务(操作)时间为 $1/\mu$。

输入过程：顾客到达排队系统，由于顾客源的组成是无限的，顾客独立到达，互不相关，即以前的到达情况对以后顾客得到来没有影响，顾客相继到达的时间间隔是随机的，系统经过较长时间运行后，输入过程平稳。

由于顾客源为泊松分布（根据经验值或者根据数据统计样本我们可以得到这个结论，方法见参考文献[1]）。由于系统当中，各个上包台的距离非常近（相邻的上包台间不足 20cm），运行时间就一两秒钟，相对于货物出入库的时间和从上包台到前台的运行时间总和 4min 而言，可以忽略不计，因此把服务时间看成服从定长分布。通过上面的分析得到该排队系统模型为：M/G/1，其示意图如图 3 所示。对图 3 做个解释[3]：

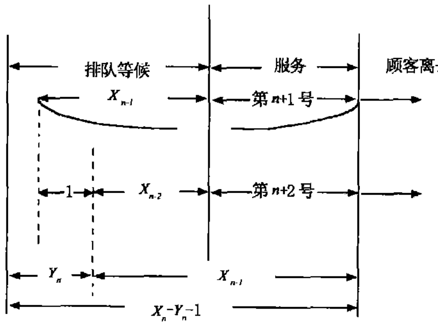


图 3　M/G/1 排队模型示意图

X_n：表示第 n 号顾客刚离开系统的瞬间，系统内留有的顾客数，并将离去的顾客编为第 n 号。

T_n：表示第 n 号顾客刚离开系统的瞬间，下一个(第 $n+1$ 号)顾客所需的服务时间(从第 n 号离去时刻开始算起)。

Y_n：表示第 $n+1$ 号顾客被服务期间，新进入的系统的顾客数。

X_{n+1}：表示第 $n+1$ 号顾客离去时，留在系统内的顾客数。

t_n：表示第 n 号顾客离开系统的时刻。

t_n+T_n：表示第 $n+1$ 号顾客离开系统的时刻。

从图中可以看到：$X_{n+1}=\begin{cases} Y_n & X_n=0 \\ X_n+Y_n-1 & X_n>0 \end{cases}$

令：$a_j=P(Y_n=j)>0$

即：$P_{ij}=P(X_{n+1}=j \mid X_n=i)$

所以有：

$$P_{oj}=P(X_{n+1}=j \mid X_n=0)=P(Y_n=j)=a_j(j\geqslant 0)$$

从而：

$$P_{ij}=P(X_{n+1}=j \mid X_n=i)\rightarrow P_{ij}=P(X_n+Y_n-1=j \mid X_n=i)=P(Y_n=j+1-X_n \mid X_n=i)=\begin{cases} 0 & i>j+1 \\ a_{j+1-i} & i\leqslant j+1 \end{cases}$$

由以上分析可以得知，$\{T_n, n\geqslant 1\}$ 是独立同分布的随机变量序列，假设其分布函数为：$F(t)=P(T_n\leqslant t)$，

于是有：

$$a_j=P(Y_n=j)=\int_0^\infty P(Y_n=j \mid T_n=t)\mathrm{d}F(t)$$

其中：$P(Y_n=j/T_n=t)$ 表示 $(0,t)$ 时间区间内(即在

第 $n+1$ 号顾客所需的服务时间内)新进到系统中有 j 个顾客的概率,由于顾客的到来服从泊松分布,故有:

$$P(Y_n = j \mid T_n = t) = \frac{(\lambda t)^j}{j!} e^{-\lambda t}$$

因为只是作理论运用,具体的证明过程请参见参考文献[3],由于该马氏链遍历,所以有

$$a_j = \int_0^\infty \frac{(\lambda t)^j}{j!} e^{-\lambda t} \mathrm{d}F(t)$$

$$EY_n = \sum_0^\infty j a_j = \int_0^\infty \sum_0^\infty j \frac{(\lambda t)^j}{j!} e^{-\lambda t} \mathrm{d}F(t) = \int_0^\infty \sum_0^\infty \frac{(\lambda t)^j}{(j-1)!} e^{-\lambda t} \mathrm{d}F(t) = \lambda ET_n = \frac{\lambda}{\mu} = \rho$$

$$EY_n^2 = \rho^2 + \rho + \lambda^2 DT_n$$

$$DY_n = \rho + \lambda^2 DT_n$$

$\{p_j\}$ 为平稳分布，且下面等式成立[3]。

$$p_j = \sum_0^\infty p_i p_{ij} \qquad (j \geqslant 0, \sum p_i = 1, p_i \geqslant 0)$$

令:

$$A(x) = \sum_{j=0}^\infty a_j x^j$$

$$P(x) = \sum_{j=0}^\infty p_j x^j$$

可以得到:

$$P(x) = \frac{(1-x) p_0 A(x)}{A(x) - x}$$

因为:

$$A'(1) = \sum_{j=1}^\infty j a_j = EY_n = \rho$$

$$P(1) = 1$$

$$A(1) = 1$$

所以有:

$$\lim_{x \to 1} P(x) = \lim_{x \to 1} \left[\frac{(1-x) p_0 A(x)}{A(x) - x}\right] = \frac{p_0}{1 - A'(1)} = \frac{p_0}{1 - \rho} = 1$$

从而得到:

$$p_0 = 1 - \rho$$

将上式代入 $P(x)$ 中有:

$$P(x) = \frac{(1-x)(1-\rho) A(x)}{A(x) - x}$$

观察 $A(x)$ 可以发现下式存在:

$$DY_n = A''(x) + A'(x) - [A'(x)]^2 \mid_{x=1} = A''(1) + \rho - \rho^2$$

$$\Rightarrow A''(1) = \rho^2 + \lambda^2 DT_n$$

1.3　系统参数计算

上面对排队论模型从理论上进行了简要的分析，下面求解排队论的相关参数。根据采集的数据样本，在分析后可以得到：$\lambda = 35$ 人/天，因为篇幅有限，数据分析过程没有讲述，具体过程可参见参考文献[1]。

根据前面的假设知道：AGV 每次任务的时间几乎相等，需 4 min，每天工作 8 h，因此每台 AGV 每天的工作量为:

$$\mu = 120 \text{ 次/天}$$

故:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{35}{120} < 1$$

因为 $\rho < 1$，所以排队系统稳定[5]，可以得到系统的相关参数。

(1) 由于服务时间服从等长分布，所以有:

$$\sigma^2 = 0$$

(2) 系统内顾客的均值:

$$L_S = EX_n = P'(1) = \left[\frac{(1-x)(1-\rho)A(x)}{A(x) - x}\right]^1 \Bigg|_{x=1} = \rho + \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)} = 0.352 \text{ 人}$$

(3) 顾客在系统中逗留的平均时间为:

$$W_s = \frac{L_S}{\lambda} = \frac{0.352}{35} = 0.01 \text{ 天} = 4.8 \text{ min}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{0.06}{35} = 0.0017 \text{ 天} = 0.82 \text{ min}$$

(4)系统内排队等候的平均顾客数为:

$$L_q = \lambda W_q = L_s - \rho = 0.06 \text{ 人}$$

(5)系统空闲状态概率公式得到如下:

$$P_0 = 1 - \rho = 1 - 35/120 = 0.708$$

1.4　系统结果分析

因为 ρ 越大系统越忙，p_0 越小系统越忙，从计算结果看该系统不忙，顾客到来基本不用排队可以直接接受服务，同时也发现该系统资源利用率很低，这符合看到的实际情况。因此如何提高资源使用率，降低成本是该企业必须要解决的问题。

2　总结

从文章的理论分析中可以看出：在随机系统的分析中，排队论是个很好的数学工具，通过排队论可以分析系统的效率，对系统的规划起到一个良好的指导作用。目前排队论理论在立体仓库调度当中研究的不多，相信随着立体仓库规模的扩大，调度过程将受到大家的关注，调度的效率问题也会越来越受到重视。

参考文献:

[1] 吕敬堂. 排队论在油泵修理中的运用 [J]. 系统工程理论与实践，2000，6:85-90.

[2] 甘应爱. 运筹学（修订版）[M]. 北京：清华大学出版社，2001.

[3] 陆传赉. 排队论 [M]. 北京：北京邮电学院出版社，1994.

[4] Co C G, Tanchoco J M A. A review of research on AGVS vehicle management [M]. Engineering Costs and Production Economics, 1991.

[5] 徐光辉. 随机服务系统 [M]. 北京：科学出版社，1988.