第31卷第3期 纺 织 高 校 基 础 科 学 学 报 Vol.31,No.3
2018年9月 BASIC SCIENCES JOURNAL OF TEXTILE UNIVERSITIES Sept.,2018

文章编号:1006-8341(2018)03-0329-06 DOI:10.13338/j.issn.1006-8341.2018.03.12

一类具有心理效应的海洛因毒品传播模型的全局稳定性

王诗雪,刘俊利

(西安工程大学 理学院,陕西 西安 710048)

摘要:建立和分析了一类具有心理效应的海洛因毒品传播模型,给出模型的基本再生数 R_0.当 $R_0\leqslant 1$ 时,无海洛因滥用平衡点全局渐近稳定;当 $R_0>1$ 时,无海洛因滥用平衡点不稳定,且模型存在唯一的海洛因滥用平衡点.并利用 Routh-Hurwitz 判据,Lyapunov 函数和 LaSalle 不变集原理,证明模型平衡点的全局渐近稳定性.

关键词:海洛因模型;基本再生数;平衡点;全局稳定性

中图分类号:O 175.1 **文献标识码**:A

Global stability of a heroin epidemic model with psychological effect

WANG Shixue,LIU Junli

(School of Science,Xi′an Polytechnic University,Xi′an 710048,China)

Abstract:A heroin epidemic model is constructed and analyzed,considering that the psychological effect,and the basic reproduction number R_0 of the model is given.When $R_0\leqslant 1$,the drug-free equilibrium is globally asymptotical stable.When $R_0>1$,the drug use-free equilibrium is unstable,and there exists unique drug spread equilibrium.By using the Routh-Hurwitz criterion,Lyapunov function and LaSalle invariant set principle,the global asymptotical stability of the drug-free equilibrium and the drug spread equilibrium is obtained.

Key words:heroin model;basic reproduction number;equilibrium;global stability

0 引 言

随着经济的快发展,违法毒品滥用的情况日趋严重,给人类的生命健康带来极大的危害,也对国家经

收稿日期:2017-12-18
基金项目:陕西省自然科学基础研究计划项目(2014JQ1038);陕西省教育厅专项科研计划项目(16JK1331)
通信作者:刘俊利(1981—),女,西安工程大学副教授,博士.研究方向为传染病动力学.E-mail:jlliu2008@126.com
引文格式:王诗雪,刘俊利.一类具有心理效应的海洛因毒品传播模型的全局稳定性[J].纺织高校基础科学学报,2018,31(3):329-334.
WANG Shixue,LIU Junli.Global stability of a heroin epidemic model with psychological effect[J].Basic Sciences Journal of Textile Universities,2018,31(3):329-334.

济发展和社会稳定构成了严重威胁.其中,海洛因是目前流行最广、危害最严重的成瘾毒品[1].

利用微分方程建立传染病的数学模型并进行定性和定量分析[2-3],是预防和控制疾病传播的一种重要方法.然而对海洛因毒品传播的理论研究,目前相关的数学模型很少.为此,在2007年,White和Comiskey利用传染病动力学中仓室建模思想,把传染病模型扩展并应用于吸毒人群的研究中,建立了第一个海洛因毒品传播的常微分方程数学模型(ODE)[4].许多学者基于文献[4]中的模型做了进一步的研究工作[5-8].如文献[5]证明得到了文献[4]模型平衡点的存在性以及局部渐近稳定性.文献[6]在文献[4]的基础上考虑到海洛因毒品传播现象与季节因素有关,建立了具有分布时滞的非自治海洛因毒品传播模型.文献[7]考虑易感人群年龄的分布情况,建立了易感性与年龄相关的海洛因毒品传播模型.文献[8]假设处于戒毒治疗阶段的海洛因滥用者对易感者不具有传染性,建立具有复吸现象的海洛因毒品传播的常微分方程模型.

以上的研究工作均没有考虑海洛因吸食者的心理状态,而根据调查研究,吸毒起因占首位的是出于好奇心,其次是为了追求刺激,再者就是空虚无聊[9].家庭环境不好的人群会有很大的心理压力,为了缓解压力和减少痛苦极易选择吸食海洛因来麻痹自己.没有职业的人群整天无所事事,生活没有目标,没有上进心,内心空虚,接触和吸食毒品的机会就会比较大.可见,心理状态对吸食海洛因也起到了一定的影响[10].

1 建立模型

在传染病动力学中发生率起着非常重要的作用,文献[4]采用双线性发生率来描述海洛因毒品传播的过程,也就是说,随着感染个体的增加,感染个体和易感个体的接触率也会增加,但是感染个体并不是呈线性增加,当感染个体很多时,感染将达到一个饱和状态.因此,饱和发生率比双线性发生率更合理,它可以选择适当的参数限制感染个体和易感个体之间的无限接触[11].本文在文献[8]的基础上,考虑到海洛因吸食者的心理效应,引入饱和发生率$\frac{\beta S U_1}{1+\alpha U_1}$.令$h(U_1)S=\frac{\beta U_1}{1+\alpha U_1}\cdot S$,当$U_1$增加时,$h(U_1)$趋于饱和水平.从$h(U_1)$中可以看出$\beta U_1$衡量海洛因毒品的感染力,$\frac{1}{1+\alpha U_1}$则是当吸毒人群数量呈增加趋势时心理效应对其起到抑制作用.因此,引入饱和发生率能更好地描述海洛因毒品传播的动力学行为.由此建立如下模型:

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}S(t)}{\mathrm{d}t}=\Lambda-\dfrac{\beta S(t)U_1(t)}{1+\alpha U_1(t)}-\mu S(t),\\ \dfrac{\mathrm{d}U_1(t)}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\beta S(t)U_1(t)}{1+\alpha U_1(t)}+kU_2(t)-(p+\mu+\delta_1)U_1(t),\\ \dfrac{\mathrm{d}U_2(t)}{\mathrm{d}t}=pU_1(t)-(k+\mu+\delta_2)U_2(t).\end{cases}\tag{1}$$

其中:$S(t)$表示t时刻总人群中易感个体的数量;$U_1(t)$,$U_2(t)$分别表示t时刻未接受治疗的海洛因吸食者和接受治疗的海洛因吸食者的个体数量;Λ表示由普通人群转化为对海洛因具有易感性的个体数量;β是一个易感者被海洛因吸食者感染成为新的海洛因吸食者的概率;α表示心理因子;p是海洛因吸食者进入戒毒治疗的比率;k是海洛因吸食者停止戒毒治疗而再次复吸的概率;μ是人群个体的自然死亡率;δ_1,δ_2分别为未接受治疗的海洛因吸食者和接受治疗的海洛因吸食者的移出率.假定所有参数均是非负常数,且$\Lambda>0$,$\mu>0$模型(1)的初值条件为

$$S(0)=S^0\geqslant 0,U_1(0)=U_1^0\geqslant 0,U_2(0)=U_2^0\geqslant 0.$$

易证在以上初值条件下,$\forall\, t\geqslant 0$,有$S(t)\geqslant 0$,$U_1(t)\geqslant 0$,$U_2(t)\geqslant 0$.且模型(1)的总人口$N(t)=S(t)+U_1(t)+U_2(t)$满足方程

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}=\Lambda-\mu(S+U_1+U_2)-\delta_1 U_1-\delta_2 U_2\leqslant\Lambda-\mu N,$$

因而

$$\limsup_{t\to\infty}N(t)\leqslant\frac{\Lambda}{\mu}.$$

所以集合

$$D=\left\{(S,U_1,U_2)\in R_+^3\ \middle|\ 0\leqslant S+U_1+U_2\leqslant\frac{\Lambda}{\mu}\right\}$$

是模型(1)的正向不变集.

易知，模型(1)总存在无海洛因滥用平衡点：$E_0(S_0,0,0)$，$S_0=\dfrac{\Lambda}{\mu}$.因此，根据文献[12]的方法，计算可得模型(1)的基本再生数：

$$R_0=\frac{\beta(\Lambda/\mu)}{p+\mu+\delta_1}+\frac{pk}{(p+\mu+\delta_1)(k+\mu+\delta_2)}.\tag{2}$$

2　无海洛因滥用平衡点的全局渐近稳定性

关于无海洛因滥用平衡点 E_0 的稳定性有以下结论.

定理 1　当 $R_0\leqslant 1$ 时，E_0 全局渐近稳定；当 $R_0>1$ 时，E_0 不稳定.

证明　利用文献[13-14]中的方法，构造 Lyapunov 函数.首先定义函数

$$f(x)=x-1-\ln x,\ x\in R^+.$$

当 $x>0$ 时 $f(x)\geqslant 0$，且 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得唯一的全局最小值 $f(1)=0$.
构造如下 Lyapunov 函数：

$$V(t)=S_0\cdot f\left(\frac{S}{S_0}\right)+U_1+\frac{k}{k+\mu+\delta_2}U_2.\tag{5}$$

则有

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}\Big|_{(1)}&=S_0\left(\frac{1}{S_0}-\frac{1}{S}\right)\left(\Lambda-\frac{\beta SU_1}{1+\alpha U_1}-\mu S\right)+\left[\frac{\beta SU_1}{1+\alpha U_1}+kU_2-(p+\mu+\delta_1)U_1\right]+\\&\quad\frac{k}{k+\mu+\delta_2}[pU_1-(k+\mu+\delta_2)U_2]=\\&\quad-\mu\frac{(S_0-S)^2}{S}+(p+\mu+\delta_1)\left[\frac{\beta\frac{\Lambda}{\mu}}{(1+\alpha U_1)(p+\mu+\delta_1)}+\frac{pk}{(p+\mu+\delta_1)(k+\mu+\delta_2)}-1\right]U_1\leqslant\\&\quad-\mu\frac{(S_0-S)^2}{S}+(p+\mu+\delta_1)\left[\frac{\beta\frac{\Lambda}{\mu}}{p+\mu+\delta_1}+\frac{pk}{(p+\mu+\delta_1)(k+\mu+\delta_2)}-1\right]U_1=\\&\quad-\mu\frac{(S_0-S)^2}{S}+(p+\mu+\delta_1)(R_0-1)U_1.\end{aligned}$$

当 $R_0\leqslant 1$ 时，则$\dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}\Big|_{(1)}\leqslant 0$，$\dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}=0$ 当且仅当 $S(t)=S_0$，$U_1(t)=0$.由模型(1)的第 3 个方程得 $\forall\, t\geqslant 0$，有 $U_2(t)=0$.由 LaSalle 不变集原理[15]可知，E_0 为全局渐近稳定的.

3　海洛因滥用平衡点的存在性与全局稳定性

假设模型(1)存在海洛因传播平衡点 $E^*(S^*,U_1^*,U_2^*)$，则 S^*，U_1^*，U_2^* 满足方程

$$\begin{cases}\Lambda-\dfrac{\beta S^*U_1^*}{1+\alpha U_1^*}-\mu S^*=0,\\[2mm]\dfrac{\beta S^*U_1^*}{1+\alpha U_1^*}+kU_2^*-(p+\mu+\delta_1)U_1^*=0,\\[2mm]pU_1^*-(k+\mu+\delta_2)U_2^*=0.\end{cases}\tag{6}$$

解得

$$S^*=\frac{\Lambda}{\dfrac{\beta U_1^*}{1+\alpha U_1^*}+\mu},\quad U_2^*=\frac{pU_1^*}{k+\mu+\delta_2},$$

$$U_1^* = \frac{\mu}{\beta+\mu\alpha}\cdot\frac{(p+\mu+\delta_1)(k+\mu+\delta_2)}{p(\mu+\delta_2)+(\mu+\delta_1)(k+\mu+\delta_2)}\cdot(R_0-1).$$

显然当且仅当 $R_0>1$ 时,模型(1)存在唯一的海洛因传播平衡点 E^*.

定理 2 当 $R_0>1$ 时,E^* 局部渐近稳定.

证明 模型(1)在 E^* 处的特征方程为

$$\begin{vmatrix} \lambda+\dfrac{\beta U_1^*}{1+\alpha U_1^*}+\mu & \dfrac{\beta S}{(1+\alpha U_1^*)^2} & 0 \\ -\dfrac{\beta U_1^*}{1+\alpha U_1^*} & \lambda-\dfrac{\beta S}{(1+\alpha U_1^*)^2}+(p+\mu+\delta_1) & -k \\ 0 & -p & \lambda+(k+\mu+\delta_2) \end{vmatrix}=0,$$

即

$$\lambda^3+A\lambda^2+B\lambda+C=0. \tag{7}$$

由方程(6)得

$$\beta S^*=\left(p+\mu+\delta_1-\frac{pk}{k+\mu+\delta_2}\right)(1+\alpha U_1^*),$$

再令 $a=p+\mu+\delta_1$,$b=k+\mu+\delta_2$ 计算整理后得到

$$A=\mu+b+\frac{\beta U_1^*}{1+\alpha U_1^*}+\frac{1}{1+\alpha U_1^*}\left(\alpha a U_1^*+\frac{pk}{b}\right),$$

$$B=\mu b+\frac{1}{1+\alpha U_1^*}\left[\beta U_1^*(a+b)+\alpha U_1^*(ab-pk+\mu a)+\frac{\mu pk}{b}\right],$$

$$C=\frac{1}{1+\alpha U_1^*}\left[(\beta U_1^*+\mu\alpha U_1^*)(ab-pk)\right].$$

由于 $ab-pk=p(\mu+\delta_2)+(\mu+\delta_1)(k+\mu+\delta_2)>0$,则 $A>0$,$B>0$,$C>0$,经计算化简得

$$AB-C=\left(\mu+b+\frac{\beta U_1^*}{1+\alpha U_1^*}\right)B-C+\frac{1}{1+\alpha U_1^*}\left(\alpha a U_1^*+\frac{pk}{b}\right)B,$$

其中

$$\left(\mu+b+\frac{\beta U_1^*}{1+\alpha U_1^*}\right)B-C=\frac{1}{1+\alpha U_1^*}\left[\beta U_1^*(2\mu b+\mu a+b^2)+\alpha U_1^*(\mu^2 a+\mu ab)+\right.$$
$$\left.\mu pk\left(\frac{\mu}{b}+1\right)\right]+\frac{U_1^*}{(1+\alpha U_1^*)^2}\left\{\beta\left[\frac{\mu pk}{b}+pk+\beta U_1^*(a+b)\right]+\right.$$
$$\left.\alpha a(\mu+b)\right\}+\mu^2 b+\mu b^2>0.$$

因此,$AB-C>0$.由 Routh-Hurwitz 判据[16]可知,特征方程(7)的所有根均具有负实部,则当 $R_0>1$ 时,E^* 局部渐近稳定.

定理 3 当 $R_0>1$ 时,海洛因传播平衡点 E^* 为全局渐近稳定的.

证明 构造如下 Lyapunov 函数:

$$V(t)=V_1(t)+V_2(t)+V_3(t),$$

其中 $V_1(t)=S^*\cdot f\left(\dfrac{S}{S^*}\right)$,$V_2(t)=U_1^*\cdot f\left(\dfrac{U_1}{U_1^*}\right)$,$V_3(t)=\dfrac{k}{k+\mu+\delta_2}U_2^*\cdot f\left(\dfrac{U_2}{U_2^*}\right)$.

由方程(6)得

$$\Lambda=\frac{\beta S^* U_1^*}{1+\alpha U_1^*}-\mu S^*,\ \frac{\beta S^* U_1^*}{1+\alpha U_1^*}+kU_2^*=(p+\mu+\delta_1)U_1^*,\ pU_1^*=(k+\mu+\delta_2)U_2^*.$$

令 $g(x)=\dfrac{\beta x}{1+\alpha x}$,计算得

$$\left.\frac{\mathrm{d}V_1}{\mathrm{d}t}\right|_{(1)}=S^*\left(\frac{1}{S^*}-\frac{1}{S}\right)\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}=$$
$$S^*\left(\frac{1}{S^*}-\frac{1}{S}\right)\left(\frac{\beta S^* U_1^*}{1+\alpha U_1^*}+\mu S^*-\frac{\beta S U_1}{1+\alpha U_1}-\mu S\right)=$$

$$-\mu\frac{(S^*-S)^2}{S}+S^*f(U_1^*)\left[1-\frac{Sg(U_1)}{S^*g(U_1^*)}\frac{S^*}{S}+\frac{g(U_1)}{g(U_1^*)}-\frac{SU_1^*g(U_1)}{S^*U_1g(U_1^*)}\right].$$

$$\left.\frac{dV_2}{dt}\right|_{(1)}=U_1^*\left(\frac{1}{U_1^*}-\frac{1}{U_1}\right)\frac{dU_1}{dt}=$$

$$U_1^*\left(\frac{1}{U_1^*}-\frac{1}{U_1}\right)\left[\frac{\beta SU_1}{1+\alpha U_1}+kU_2-\left(\frac{\beta S^*}{1+\alpha U_1^*}+\frac{kU_2^*}{U_1^*}\right)U_1\right]=$$

$$S^*g(U_1^*)\left[\frac{Sg(U_1)}{S^*g(U_1^*)}-\frac{U_1}{U_1^*}-\frac{SU_1^*g(U_1)}{S^*U_1g(U_1^*)}+1\right]+kU_2^*\left(\frac{U_2}{U_2^*}-\frac{U_1^*U_2}{U_1U_2^*}-\frac{U_1}{U_1^*}+1\right).$$

$$\left.\frac{dV_3}{dt}\right|_{(1)}=\frac{k(U_2^*)^2}{pU_1^*}\left(\frac{1}{U_2^*}-\frac{1}{U_2}\right)\frac{dU_2}{dt}=$$

$$\frac{k(U_2^*)^2}{pU_1^*}\left(\frac{1}{U_2^*}-\frac{1}{U_2}\right)\left(pU_1-pU_1^*\frac{U_2}{U_{2*}}\right)=$$

$$kU_2^*\left(\frac{U_1}{U_1^*}-\frac{U_2}{U_2^*}-\frac{U_1U_2^*}{U_1^*U_2}+1\right).$$

则

$$\left.\frac{dV}{dt}\right|_{(1)}=-\mu\frac{(S^*-S)^2}{S}+S^*g(U_1^*)\left[2-\frac{S^*}{S}+\frac{g(U_1)}{g(U_1^*)}-\frac{U_1}{U_1^*}-\frac{SU_1^*g(U_1)}{S^*U_1g(U_1^*)}\right]+$$
$$kU_2^*\left(2-\frac{U_1^*U_2}{U_1U_2^*}-\frac{U_1U_2^*}{U_1^*U_2}\right).$$

由于两个正数的算术平方数不小于其几何平均数，从而 $2-\frac{U_1^*U_2}{U_1U_2^*}-\frac{U_1U_2^*}{U_1^*U_2}\leqslant 0$.又 $1-x\leqslant -\ln x$，则

$$2-\frac{S^*}{S}+\frac{g(U_1)}{g(U_1^*)}-\frac{U_1}{U_1^*}-\frac{SU_1^*g(U_1)}{S^*U_1g(U_1^*)}\leqslant -\ln\frac{S^*}{S}+\frac{g(U_1)}{g(U_1^*)}-\frac{U_1}{U_1^*}-\ln\frac{SU_1^*g(U_1)}{S^*U_1g(U_1^*)}=$$
$$-\ln\frac{U_1^*g(U_1)}{U_1g(U_1^*)}+\frac{g(U_1)}{g(U_1^*)}-\frac{U_1}{U_1^*}\leqslant$$
$$\frac{U_1g(U_1^*)}{U_1^*g(U_1)}-1+\frac{g(U_1)}{g(U_1^*)}-\frac{U_1}{U_1^*}=$$
$$\left[\frac{g(U_1)}{g(U_1^*)}-1\right]\left[1-\frac{g(U_1^*)/U_1^*}{g(U_1)/U_1}\right].$$

因为 $g(x)=\frac{\beta x}{1+\alpha x}$ 单调递增，$\frac{g(x)}{x}=\frac{\beta}{1+\alpha x}$ 单调递减，则上式小于等于 0 .因此 $\left.\frac{dV}{dt}\right|_{(1)}\leqslant 0$.且 $\left.\frac{dV}{dt}\right|_{(1)}=0$ 当且仅当 $S=S^*$，$\frac{U_1^*U_2}{U_1U_2^*}=\frac{U_1U_2^*}{U_1^*U_2}=1$.由 $S=S^*$，知 $\frac{dS}{dt}=0$，即 $\Lambda-\frac{\beta S^*U_1(t)}{1+\alpha U_1(t)}-\mu S^*=0$，则 $U_1=U_1^*$，因此 $U_2=U_2^*$ 即 $\Gamma=\left\{(S,U_1,U_2)\in D\left|\left.\frac{dV}{dt}\right|_{(1)}=0\right.\right\}$ 中的最大不变集为 $\{E^*\}$.由 LaSalle 不变集原理可知，当 $R_0>1$ 时，E^* 为全局渐近稳定的 .

4　结束语

本文在文献[8]的基础上建立了一类具有心理效应的海洛因毒品传播模型，得到了相同的模型基本再生数 R_0 .R_0 完全决定了模型的动力学行为：当 $R_0\leqslant 1$ 时，无海洛因滥用平衡点全局渐近稳定；当 $R_0>1$ 时，无海洛因滥用平衡点不稳定，存在唯一的海洛因传播平衡点，且海洛因毒品传播平衡点全局渐近稳定，说明在人群中海洛因吸食状况会一直持续 .分析基本再生数的表达式发现，传染率越小，海洛因吸食人数越少，减小复吸率也能够减少海洛因吸食者 .引入心理因子 α，从表达式 $\beta SU_1/(1+\alpha U_1)$ 中分析易感人群，内心空虚、压抑、思想不成熟的人容易受到吸毒人群的影响，在毒品中寻求心理慰藉以抚平精神上的焦虑与孤寂 .而接受了一定的教育，对待生活积极乐观的人不容易受影响成为海洛因吸食者 .因而，对易感人群及吸毒人群开展禁毒宣言提早进行心理危机干预，并通过心理治疗帮助他们认识和改善心理障碍，

调整人际关系,适应环境变化,促进人格的健康成长,从而减少吸食海洛因的人数.由此可见,普及毒品知识及其危害性,以及对海洛因吸食者进行药物和心理治疗等措施,对预防和控制海洛因毒品滥用现象是十分必要的.

参考文献(References):

[1] DU J,FAN C L,JIANG H F,et al.Biofeedback combined with cue-exposure as a treatment for heroin addicts[J].Physiol Behav,2014,130(6):34-39.

[2] 孙法国,李海赟,张虹.一类带有非线性传染率的SEIR模型的全局分析[J].纺织高校基础科学学报,2012,25(3):309-313.
SUN F G,LI H Y,ZHANG H.Global analysis of a SEIR epidemic model with nonlinear incidence rate [J].Basic Science Journal of Textile Universities,2012,25(3):309-313.(in Chinese)

[3] 胡新利,刘艳,陈瑶,等.具有饱和治疗率的H7N9型禽流感模型的动力学性态分析[J].纺织高校基础科学学报,2016,29(3):306-311.
HU X L,LIU Y,CHEN Y,et al.The dynamical analysis of the avian influenzavirus H7N9 model with saturated treatment rate[J].Basic Sciences Journal of Textile Universities,2016,29(3):306-311.(in Chinese)

[4] WHITE E,COMISKEY C.Heroin epidemics,treatment and ODE modelling[J].Math Biosci,2007,208(1):312-324.

[5] MULONE G,STRAUGHAN B.A note on heroine pidemics[J].Math Biosci,2009,218(2):138-141.

[6] SAMANTA G P.Dynamic behavior for a nonautonomous heroin epidemic model with time delay[J].Appl Math Comput,2011,35:161-178.

[7] FAN B,LI X Z,MARTCHEVA M,et al.Global stability for a heroin model with age-dependent susceptibility[J].J Syst Sci Complex,2015,28:1243-1257.

[8] 方彬,郭淑利,李学志,等.一类带有复发的海洛因传染病模型的全局稳定性[J].平顶山学院学报,2016,31(5):6-13.
FANG B,GUO S L,LI X Z,et al.Global stability of a heroin epidemic model with relapse[J].Journal of Pingdingshan University,2016,31(5):6-13.(in Chinese)

[9] 肖壮伟,陈绍琦.海洛因依赖者渴求的心理学机制和神经基础[J].汕头大学医学院学报,2006,19(3):186-188.
XIAO Z W,CHEN S Q.The psychological mechanism and neural basis that the heroin addicts crave[J].Journal of Shantou University Medical College,2006,19(3):186-188.(in Chinese)

[10] 孔令驹.对毒品复吸行为的心理因素分析[J].江苏公安专科学校学报,1998(2):39-43.
KONG L J.Psychoanalysis of drug relapse behavior[J].Journal of Jiangsu Public Security College,1998(2):39-43.(in Chinese)

[11] LIU P P.Analysis of a spatial epidemic model with saturated incidence rate[J].Applied Mathematics and Computation,2014,243:426-432.

[12] DRIESSCHE P,WATMOUGH J.Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission[J].Mathematical Biosciences,2002,180(1):29-48.

[13] HUANG G,MA W B,TAKEUCHI Y.Global properties for virus dynamics model with beddington-deAngelis functional response[J].Applied Mathematics Letters,2009,22(11):1690-1693.

[14] ELAIW A M.Global properties of a class of virus infection models with multitarget cells[J].Nonlinear Dynamics,2012,69(1):423-435.

[15] LASALLE J P.The stability of dynamical systems[M].Philaelphia:SIAM,1976:1121-1130.

[16] 马知恩,周义仓.常微分方程定性与稳定性方法[M].北京:科学出版社,2001.
MA Z E,ZHOU Y C.Qualitative and stability methods for ordinary different equations [M].Beijing:Science Press,2001.(in Chinese)

责任编辑:武 晖