

## Série de travaux pratiques n°5

### Exercice 1.

Le but de cet algorithme est de construire un diagramme en arcs à partir d'un graphe  $G$  à  $N$  nœuds.

Un diagramme en arcs consiste à placer les nœuds ( $v_0, v_1, v_2, \dots, v_{N-1}$ ) de  $G$  sur un axe et remplacer chaque arête par un arc les joignant comme indiqué par la figure 1 ci-dessous.

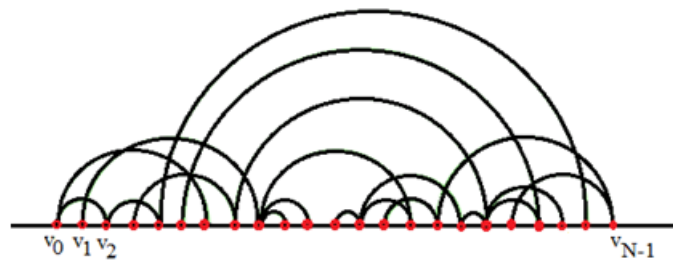


Figure 1. Exemple d'un diagramme en arcs

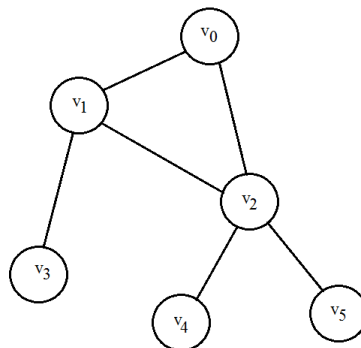
Plus la distance séparant deux nœuds connectés sur l'axe augmente, plus les arcs seront éloignés de l'axe, ce qui fait augmenter l'espace de visualisation. L'objectif est donc de trouver le placement des nœuds sur l'axe qui réduit les longueurs des arcs à dessiner.

Pour ce faire, il faudra **rapprocher** chaque nœud de ses voisins ce qui revient à minimiser la distance de chaque nœud du barycentre de ses voisins.

Une mesure  $d(v_k)$  est associée à  $v_k$  indiquant sa distance au barycentre de ses voisins (càd des nœuds auxquels il est connecté dans  $G$ ). En supposant que les nœuds sont rangés dans un tableau  $T_i$ ,  $d(v_k)$  est calculé comme suit où  $v_k$  est le nœud considéré,  $nb$  est le nombre de voisins **y compris**  $v_k$  et  $i_j$  est l'indice du voisin numéro  $j$  dans  $T_i$ .

$$d(v_k) = \frac{1}{nb} \sum_{j=1}^{j=nb} i_j$$

Soit  $T_0$  le tableau contenant initialement les nœuds ( $v_0, v_1, v_2, \dots, v_{N-1}$ ) disposés dans cet ordre sur l'axe.  $T_0$  sera transformée en  $T_1$ , puis  $T_1$  en  $T_2$  et ainsi de suite. La position d'un nœud  $v_k$  dans le tableau  $T_i$  ( $i > 1$ ) dépend de la position de ses voisins dans  $T_{i-1}$ .



**Figure 2. Un graphe de 6 nœuds**

1. Soit  $G$  un graphe à 6 nœuds comme indiqué par la figure 2. Évaluez pour chaque  $v_k$  la distance  $d(v_k)$  sachant que  $T_0 =$

$v_0$	$v_2$	$v_4$	$v_5$	$v_3$	$v_1$
-------	-------	-------	-------	-------	-------

2. Si  $T_0$  est transformé en  $T_1$  tel que  $T_1 =$ 

$v_4$	$v_0$	$v_5$	$v_2$	$v_1$	$v_3$
-------	-------	-------	-------	-------	-------

 puis  $T_1$  est transformé en  $T_2$  tel que  $T_2 =$

$v_4$	$v_2$	$v_5$	$v_0$	$v_1$	$v_3$
-------	-------	-------	-------	-------	-------

 puis  $T_2$  est transformé en  $T_3$  tel que  $T_3$

$=$ 

$v_4$	$v_5$	$v_2$	$v_0$	$v_1$	$v_3$
-------	-------	-------	-------	-------	-------

, que peut-on déduire sur les

distances  $d(v_k)$  dans les tableaux  $T_i$ . Que peut-on dire de cette transformation ?

3. Une transformation de  $T_3$  est-elle nécessaire ? justifiez votre réponse. Quelle est la condition d'arrêt de ce processus ?
4. Donnez l'algorithme qui construit le diagramme en arcs d'un graphe  $G$  donné de  $N$  nœuds et évaluez sa complexité.
5. Implémentez l'algorithme avec Python