

Module 7: ADS oefenopgaven werkcollege 1

1. Gegeven drie verschillende integers a , b en c .
 - (a) Geef een algoritme dat het middelste getal oplevert.
 - (b) Hoeveel vergelijkingen heeft je algoritme nodig worst case? Kan dat beter? Hoeveel vergelijkingen avarage case?
2. Geef een algoritme dat het grootste en kleinste element van een array van n getallen oplevert; probeer een algoritme te geven dat ongeveer $1.5n$ vergelijkingen worst case nodig heeft.
3. Laat $p(n) = a_k n^k + a_{k-1} n^{k-1} \dots + a_1 n + a_0$ een polynoom zijn in n met graad k (dus $a_k \neq 0$). Bewijs dat $p(n) \in \Theta(n^k)$.
4. Rangschik de volgende functies van de laagste asymptotische orde naar de hoogste asymptotische orde (en geef ook aan wanneer twee functies van dezelfde asymptotische orde zijn):
 $n, 2^n, n \log n, n^3, n^2, \log n, n - n^3 + 7n^5, n^2 + \log n, e^n$
(hint: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log n}{n^p} = 0$ (voor $p > 0$) en $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^p}{a^n} = 0$ (voor $a > 1$)).
5. Geef de asymptotische orde van de oplossingen van de volgende recursievergelijkingen, met zowel recursiebomen als het Master theorema. Voor alle vergelijkingen geldt $T(1) = 1$, $n > 1$ en $c > 0$.
 - (a) $T(n) = 2T(n/2) + cn$
 - (b) $T(n) = 2T(n/2) + cn^2$
 - (c) $T(n) = T(n/2) + cn$
6. De Torens van Hanoi: een aantal schijven van verschillende grootte zijn om een stokje gestapeld (het *start* stokje), op volgorde van grootte (met de grootste onder). Verder zijn er nog twee lege stokjes, *spare* en *destination*. Het is de bedoeling dat de toren van *start* naar *destination* verplaatst wordt, schijf per schijf, zonder dat ooit een schijf bovenop een kleinere schijf gezet wordt, waarbij je wel van *spare* gebruik mag maken. Een recursieve oplossing:

```
void hanoi(numberOfDisks, start, destination, spare)
{  if (numberOfDisks > 0) {
    hanoi(numberOfDisks - 1, start, spare, destination);
    move top disk from peg start to peg destination;
    hanoi(numberOfDisks - 1, spare, destination, start); }
}
```

Geef een recursieve vergelijking voor het aantal stappen, en los deze vergelijking op.