

Группа М3213

К работе допущен \_\_\_\_\_

Студент Кадыров Денис

Работа выполнена \_\_\_\_\_

Преподаватель Хуснутдинова Наира  
Рустемовна

Отчет принят \_\_\_\_\_

## **Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №3.01**

Изучение электростатического поля методом моделирования

## 1. Цель работы

Изучение пространственного распределения эквипотенциальных поверхностей и силовых линий электростатического поля с использованием метода экспериментального моделирования в слабо-проводящей среде.

## 2. Задачи, решаемые при выполнении работы

1. Построение эквипотенциальных линий электростатического поля в моделируемой среде.
2. Определение направления и характера распределения силовых линий электрического поля.
3. Исследование влияния проводящих объектов на топологию электростатического поля.
4. Проведение расчетов напряженности поля и поверхностной плотности зарядов в различных точках модели.

## 3. Объект исследования

Электростатическое поле, созданное в слабо-проводящей среде двумя электродами, моделирующее распределение поля в плоском конденсаторе и в системе с проводящим объектом.

## 4. Метод экспериментального исследования

Метод экспериментального моделирования электростатического поля на основе закона аналогии между электрическим полем в вакууме и в изотропной проводящей среде. Для измерений используется электролитическая ванна, в которой создается электрическое поле путем подачи напряжения на электроды, а потенциалы фиксируются с помощью измерительного зонда и вольтметра.

## 5. Рабочие формулы

1. Напряженность электрического поля:

$$\vec{E} = -\nabla\phi, \text{ для плоского конденсатора: } \phi(x) = \phi_0 + E \cdot x.$$

2. Средняя напряженность между двумя точками:

$$\langle E_{12} \rangle = \frac{\phi_1 - \phi_2}{l_{12}}, \text{ где } \phi_1, \phi_2 \text{ — потенциалы, } l_{12} \text{ — расстояние.}$$

3. Поверхностная плотность электрического заряда:  $\sigma' = \varepsilon_0 \cdot E_n$ ,  
где  $\varepsilon_0 \approx 8.85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м — электрическая постоянная,  $E_n$  — напряженность, перпендикулярная поверхности.

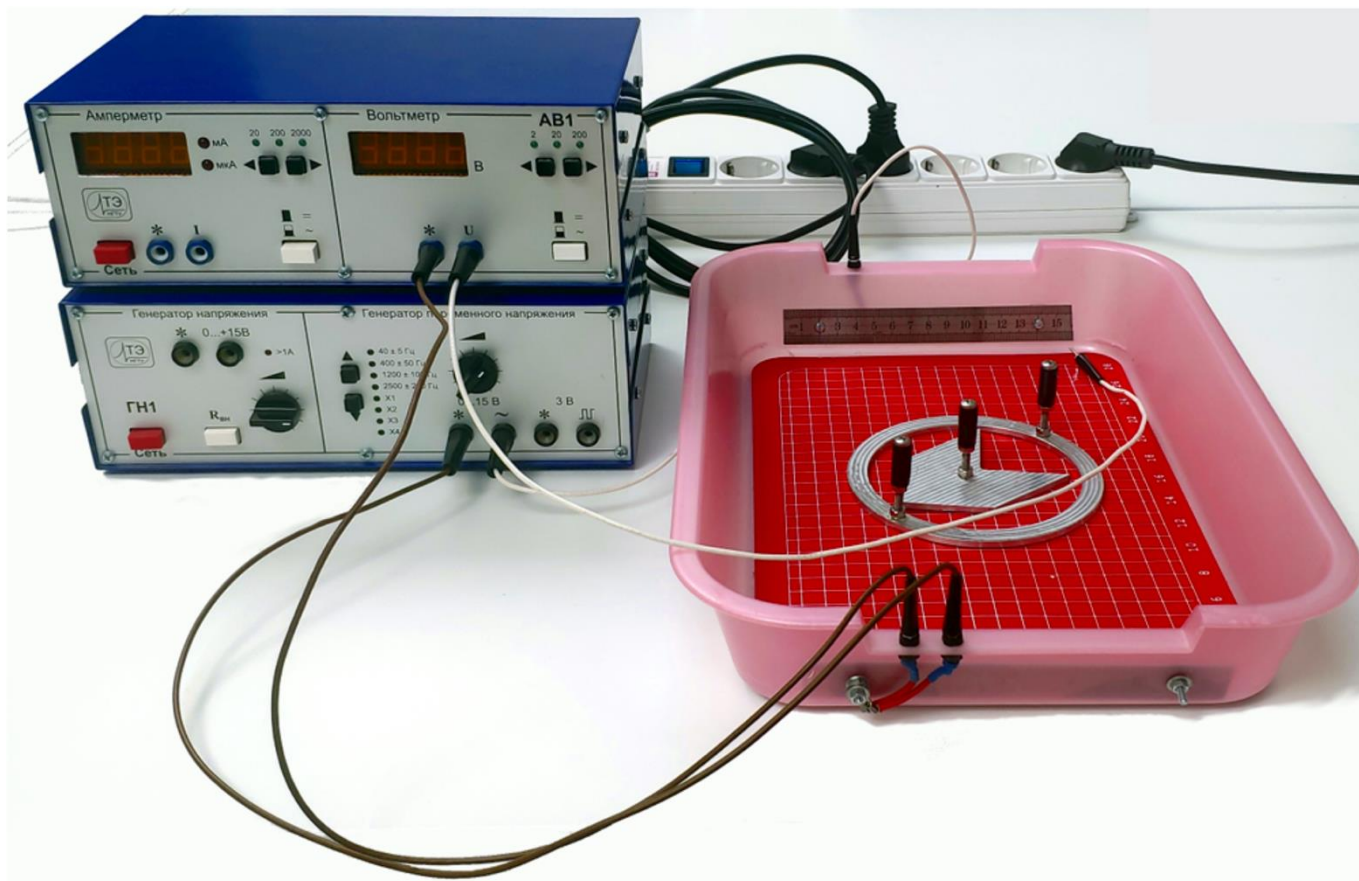
4. Погрешность измерений напряженности:

$$\Delta E = \sqrt{\left(\frac{\Delta\phi}{l}\right)^2 + \left(\frac{\phi \cdot \Delta l}{l^2}\right)^2}, \text{ где } \Delta\phi \text{ — погрешность потенциала, } \Delta l \text{ — погрешность расстояния.}$$

## 6. Измерительные приборы

№ п/п	Наименование	Характеристика	Используемый диапазон	$\Delta_{\text{и}}$
1	Вольтметр (в составе АВ1)	Измерение переменного напряжения	0 – 20 В	$\pm 0.1$ В
2	Генератор напряжения (ГН1)	Источник переменного напряжения с регулировкой частоты	400 Гц	$\pm 50$ Гц
3	Миллиметровая бумага (формат А4)	Для нанесения эквипотенциальных линий и координат	-	$\pm 1$ мм по X, $\pm 0.5$ мм по Y

## 7. Схема установки.



- **Электролитическая ванна** — прямоугольный резервуар с недистиллированной водой, в который помещены электроды и измерительный зонд. Используется для моделирования электростатического поля.
- **Электроды** — два плоских металлических проводника, закрепленные на противоположных стенках ванны. Подключены к генератору напряжения (ГН1).
- **Генератор напряжения (ГН1)** — устройство, обеспечивающее подачу переменного напряжения ( $400 \pm 50$  Гц) на электроды.
- **Измерительный зонд** — тонкий изолированный проводник, используемый для измерения потенциала в заданной точке ванны. Подключен к вольтметру.
- **Вольтметр (в составе комбинированного прибора АВ1)** — прибор для измерения действующего значения разности потенциалов между зондом и электродом.
- **Миллиметровая бумага** — используется для нанесения эквипотенциальных линий и координат измеренных точек.

## 8. Результаты косвенных измерений

Расчет величины напряженности в центре электролитической ванны:

$$E_{\text{центр}} \approx \frac{\phi_1 - \phi_2}{l_{12}} = \frac{(7.57 - 5.57) \text{ В}}{(0.161 - 0.112) \text{ м}} \approx 40.8163 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

Расчет величины напряженности в окрестности одного из электродов:

$$E_{+} \approx \frac{\phi_1 - \phi_2}{l_{12}} = \frac{(11.57 - 9.57) \text{ В}}{(0.26 - 0.21) \text{ м}} = 40 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

Расчет величины поверхностной плотности электрического заряда на электродах:

$$\sigma_+ = -\varepsilon_0 \cdot E_+ = -(8.85 \cdot 10^{-12}) \cdot 40 = -3.54 \cdot 10^{-10} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$$

Аналогичным методом проведем вычисления напряженности на каждом отрезке для конфигурации поля при наличии проводящего кольца, чтобы найти области с минимальной и максимальной напряженностью. Результаты запишем в таблицу:

	Результаты вычислений, $\frac{\text{В}}{\text{м}}$								
	1,87- 3,87	3,87- 4,87	4,87- 5,87	5,87- 6,87	6,87- 7,87	7,87- 8,87	8,87- 9,87	9,87- 11,87	11,87- 12,87
2	100	45,4545	37,0370	27,7777	24,3902	38,4615	76,9230	60,6060	52,6315
4	-	-	47,6190	25	18,5185	41,6666	-	-	-
6	153,846	55,5555	62,5	-	-	62,5	52,6315	105,263	62,5
8	-	-	52,6315	-	-	62,5	-	-	-
10	125	76,9230	71,4285	-	-	62,5	76,9230	111,111	66,6666
12	-	-	62,5	-	-	58,823	-	-	-
14	117,647	58,8235	58,8235	-	-	50	55,5555	105,26	62,5
16	-	-	47,6190	24,3902	19,6078	38,4615	-	-	-
18	95,2380	47,619	35,714	27,027	27,777	34,4827	47,619	80	52,631

Исходя из результатов вычислений напряженности можно сделать вывод, что  $E_{min} \approx 18,52 \frac{\text{В}}{\text{м}}$ , а  $E_{max} \approx 153,85 \frac{\text{В}}{\text{м}}$

## 9. Расчет погрешностей измерений

Найдем погрешность измерения потенциала и измерения длины отрезка между потенциалами:

$$\frac{\partial E}{\partial \varphi_1} = \frac{1 - \varphi_2}{l_{12}} \quad \frac{\partial E}{\partial \varphi_2} = \frac{\varphi_1 - 1}{l_{12}} \quad \frac{\partial E}{\partial \varphi_1} = -\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l_{12}^2}$$

Тогда погрешность напряженности можно найти:

$$\Delta E = \sqrt{\frac{1 - \varphi_2}{l_{12}} \Delta \varphi + \frac{\varphi_1 - 1}{l_{12}} \Delta \varphi - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l_{12}^2} \Delta l_{12}} = \sqrt{\Delta \varphi \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l_{12}} - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l_{12}^2} \Delta l_{12}}$$

Где  $\Delta \varphi = 0,1 \text{ В}$  – погрешность измерения потенциала вольтметром,  $\Delta l_{12}$  – погрешность измерения длины отрезка между потенциалами линейкой, возьмем  $0,001 \text{ м}$ , тогда:

Частные производные для погрешности:

$$\frac{\partial E}{\partial \varphi_1} = \frac{1}{l_{12}} = \frac{1}{0.049} \approx 20.41,$$

$$\frac{\partial E}{\partial \varphi_2} = -\frac{1}{l_{12}} = -20.41,$$

$$\frac{\partial E}{\partial l_{12}} = -\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l_{12}^2} = -\frac{7.57 - 5.57}{0.049^2} \approx -832.65$$

Погрешность напряженности в центре ванны:

$$\Delta E_{\text{центр}} = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial \phi_1} \cdot \Delta \phi\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial \phi_2} \cdot \Delta \phi\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial l_{12}} \cdot \Delta l_{12}\right)^2}$$

$$\Delta E_{\text{центр}} = \sqrt{(20.41 \cdot 0.1)^2 + (-20.41 \cdot 0.1)^2 + (-832.65 \cdot 0.001)^2} \approx 2.93 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

Итог для центра ванны:

$$E_{\text{центр}} = 40.82 \pm 2.93 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

Аналогично считаем для остальных данных:

$$\Delta E_{+} = \sqrt{(20.00 \cdot 0.1)^2 + (-20.00 \cdot 0.1)^2 + (-800.00 \cdot 0.001)^2} \approx 2.83 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

$$\text{Итог для области около электрода: } E_{+} = 40.00 \pm 2.83 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

$$\Delta E_{\text{max}} = \sqrt{(7.692)^2 + (-7.692)^2 + (-11.818)^2} \approx 14.84 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

$$\Delta E_{\text{min}} = \sqrt{(1.852)^2 + (-1.852)^2 + (-0.344)^2} \approx 2.65 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

Итог для  $E_{\text{max}}$  и  $E_{\text{min}}$ :

$$E_{\text{max}} = 153.85 \pm 14.84 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

$$E_{\text{min}} = 18.52 \pm 2.65 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

## 10. Графики

График 1. Срезы эквипотенциальных поверхностей и силовые линии модели, имитирующей плоский конденсатор.



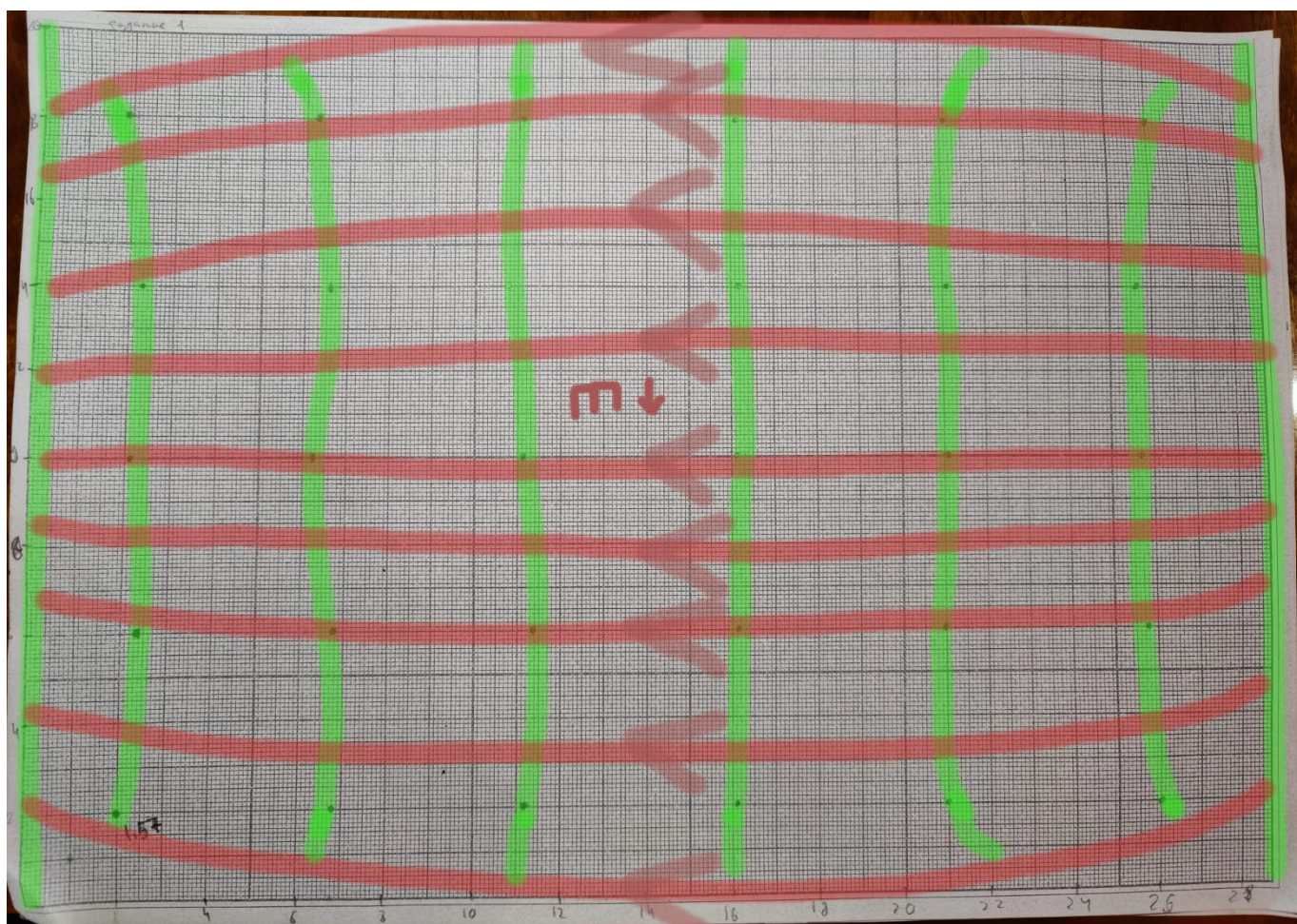


График 2. Срезы эквипотенциальных поверхностей и силовые линии модели, имитирующей электростатическое поле с помещенным по центру кольцевым проводником.



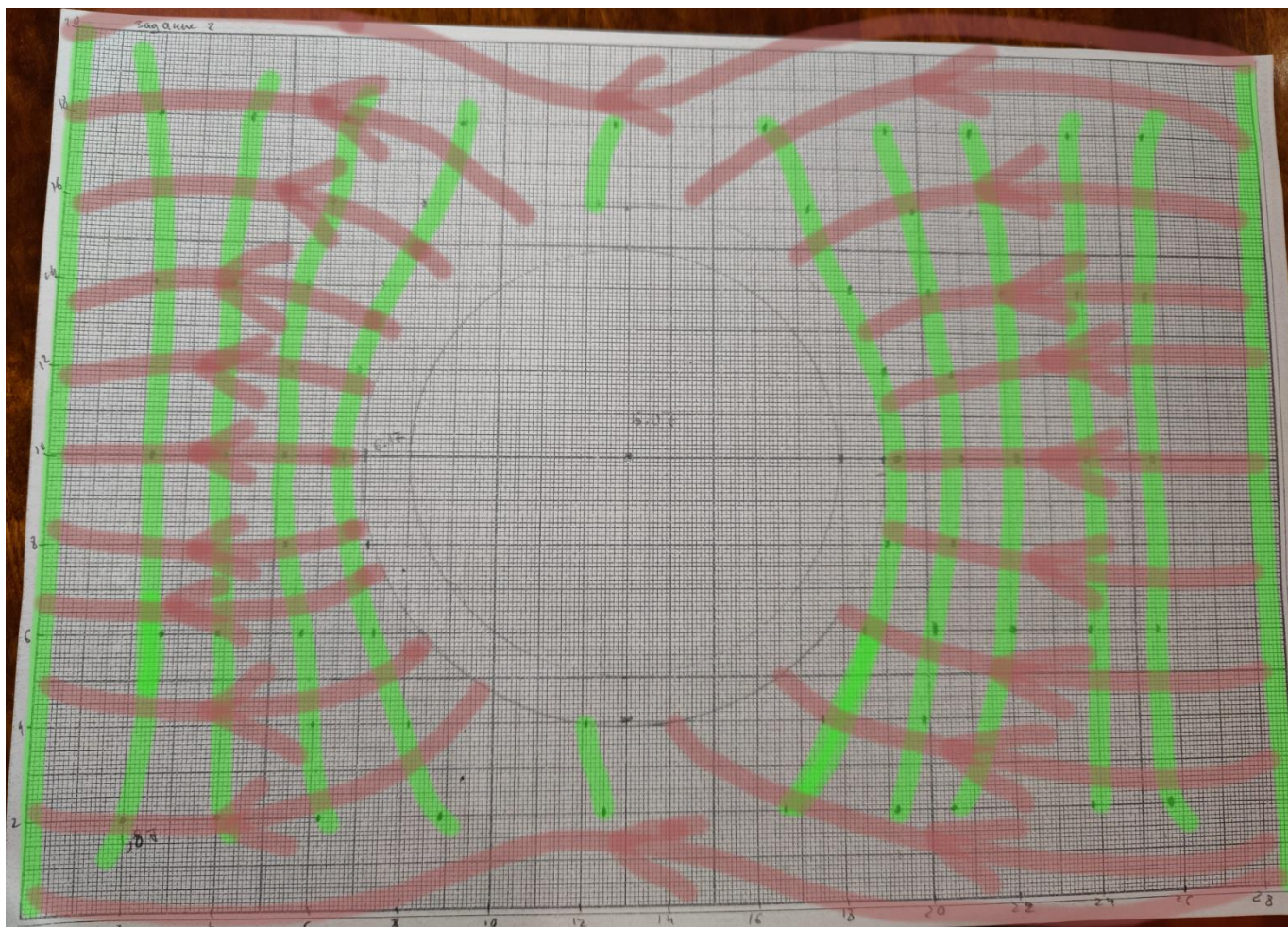
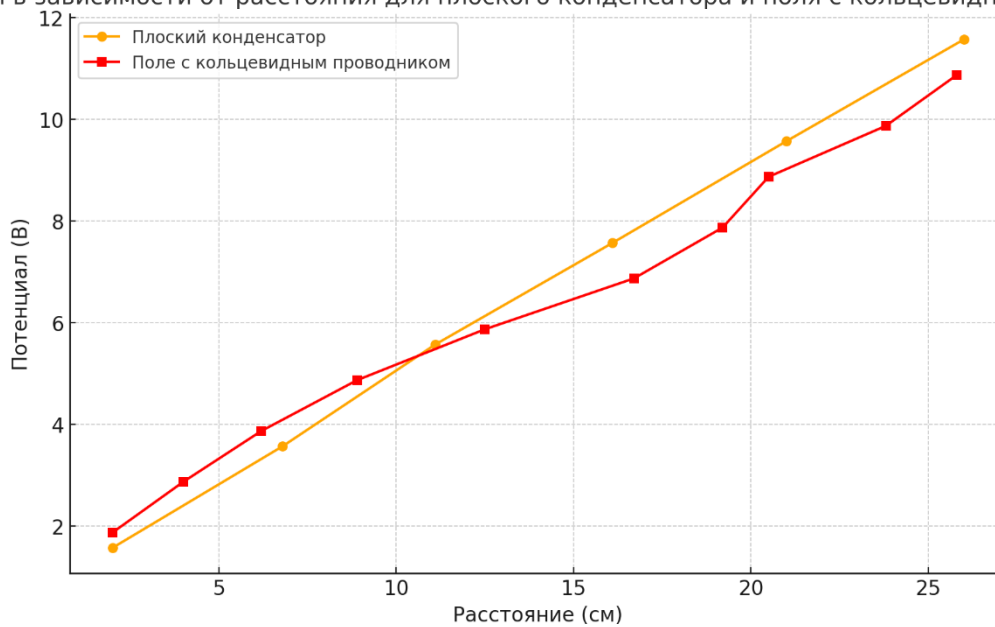


График 3. Зависимость потенциала от координаты по оси, перпендикулярной электродам.

Потенциал в зависимости от расстояния для плоского конденсатора и поля с кольцевидным проводником



## 11. Окончательные результаты

Значения напряженности в центре электролитической ванны:

$$E_{\text{центр}} = 40.82 \pm 2.93 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

в окрестности правого (+) электрода:

$$E_{+} = 40.00 \pm 2.83 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

Оценка поверхностной плотности электрического заряда вблизи проводников:

$$\sigma_{+} = -3.54 \cdot 10^{-10} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$$

Значения максимальной напряженности в конфигурации с кольцевым проводником:

$$E_{\text{max}} = 153.85 \pm 14.84 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

Значения минимальной напряженности в конфигурации с кольцевым проводником:

$$E_{\text{min}} = 18.52 \pm 2.65 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

## 12. Выводы и анализ результатов работы

В ходе работы были исследованы две конфигурации электростатического поля: плоский конденсатор и система с проводящим кольцом. В центре электролитической ванны напряженность составила  $40.82 \pm 2.93$  В/м, а вблизи правого электрода  $40.00 \pm 2.83$  В/м. Поверхностная плотность заряда на проводниках равна  $-3.54 \cdot 10^{-10}$  Кл/м<sup>2</sup>.

Для кольцевой конфигурации максимальная напряженность ( $153.85 \pm 14.84$  В/м) наблюдалась у краев кольца, а минимальная ( $18.52 \pm 2.65$  В/м) в центре. Распределение напряженности согласуется с теоретическими ожиданиями, а различия в измерениях объясняются экспериментальными погрешностями. Работа продемонстрировала правильность построения эквипотенциальных линий и закономерности для заданных конфигураций.