

# 方法精讲-数量 1

主讲教师：唐宋

授课时间：2017.09.28



粉笔公考·官方微信

## 方法精讲-数量 1（笔记）

### 数量关系与资料分析课程设置

数量关系与资料分析的方法精讲阶段共包括 8 次课程，数量关系与资料分析各占 4 次。本阶段主要针对公务员考试中的高频考点进行讲解，也是后续阶段学习的基础，请大家认真学完本阶段的课程之后再进行后续阶段的学习。

方法精讲阶段授课安排如下。

课程名称	课程内容	授课时长
方法精讲——数量 1	代入排除法、数字特性、方程法	2.5 小时
方法精讲——数量 2	工程问题、行程问题	2.5 小时
方法精讲——数量 3	经济利润问题、排列组合与概率	2.5 小时
方法精讲——数量 4	容斥原理、最值问题	2.5 小时
方法精讲——资料 1	统计术语、速算技巧	2.5 小时
方法精讲——资料 2	简单计算、增长率	2.5 小时
方法精讲——资料 3	基期量与现期量、增长量	2 小时
方法精讲——资料 4	比重问题、比值与倍数、平均数、综合分析	2.5 小时

注：实际的授课进度会根据老师的授课节奏和多数学员的接受情况适度微调，请各位学员根据课程进度提前做好预习，以保证听课效果。

**【注意】1.** 今天开始进入数量关系的学习。数量关系在考试中属于各个模块中难度偏高的模块。希望通过四天的学习，对于省考中数量关系模块的题目能够更好地把握。

2. 数量关系有两种题型：数学运算和数字推理。数字推理只有少数省份考，后面会有专项补充课（如江苏省考、浙江省考），绝大部分省份只考数学运算，所以方法精讲课主要讲数学运算。考试中，多数省份数学运算考 10 道题，个别省份考 15 道题。

3. 数学运算的主要内容包括：

（1）三大方法（今晚内容）：代入排除、数字特性、方程法。

（2）六大题型：①工程问题、行程问题（9 月 29 日课程）。②经济利润、

排列组合（9月30日课程）。③容斥原理、最值问题（10月2日课程）。

（3）专项补充：周期问题、统筹问题等。每个省份根据考情不同会有3~5节专项补充课，在方法精讲结束后会添加给大家，大概时间在10月底~11月初。

（4）学霸养成：溶液问题、几何问题、牛吃草问题、鸡兔同笼问题等。考情较少的内容，放在学霸养成课中，每周会有一节课，到时候会添加给大家。

## 第一章 数量关系

### 第一节 代入排除法

**【知识点】代入排除：**把答案作为已知条件，代入到题目中进行排除。

#### 1. 什么时候用：

（1）特定题型：年龄（出现年龄关系）、余数（一个数除以几余几，如，一个数除以7余5，除以3余2）、不定方程（未知数比方程数多）、多位数（如，一个五位数和一个四位数，把后几位数与前几位数调换顺序后新数字……）。前三种考的最多，多位数问题考的比较少。

#### （2）选项信息充分：

①直接。通常题目中告诉甲、乙、丙分别是多少/各为多少/比例是多少。例，A项告诉分别是20、60，则把A项作为已知条件代入题干，进行验证。

②间接。看起来好像只告诉一个条件，但其实可以求出其他内容，也称为信息充分。例，题目告诉甲+乙=80，问甲是？通过A项甲是20，则可以推出乙是60。

（3）其他情况：如，A.1；B.3；C.4；D.6，通过某些技巧知道答案是3的倍数，可以排除A、C项；剩下B、D项，只代入一项必得答案，因为答案唯一，代入C项，验证正确即选C项，验证错误即选D项。

（4）如果题干长、条件多、关系乱：考场上要么代入排除，要么放弃。公务员考试不会出现满分，考80分就是很高的分数，所以数量不需要全部做对，可以适当舍弃。

#### 2. 怎么用：尽量先排除，再代入。注意“尽量”，并不是一定要排除，如

果发现答案有特点能够排除最好。后面讲的数字特性就是为排除服务的。

例 1（2015 国考）小李的弟弟比小李小 2 岁，小王的哥哥比小王大 2 岁、比小李大 5 岁。1994 年，小李的弟弟和小王的年龄之和为 15。问 2014 年小李与小王的年龄分别为多少岁？（ ）

- A. 25, 32  
B. 27, 30  
C. 30, 27  
D. 32, 25

【解析】例 1. 满足两个条件：题型是年龄问题，信息充分（分别为多少），用代入排除法。问“2014 年小李和小王的年龄分别是多少”，找两人之间的关系。根据“小王的哥哥比小王大 2 岁、比小李大 5 岁”，小王的哥哥是参照物，可知小王>小李，注意陷阱：题目出现“各为多少”，注意顺序问题，条件是小王在前小李在后，问题是小王在后小李在前，排除 C、D 项；哥哥作为参照物，年龄量不变，则小王与小李年龄差=5-2=3 岁，只有 B 项满足相差 3。【选 B】

例 2（2017 广东）在公司年会表演中，有甲、乙、丙、丁四个部门的员工参演。已知甲、乙两部门共有 16 名员工参演，乙、丙两部门共有 20 名员工参演，丙、丁两部门共有 34 名员工参演。且各部门参演人数从少到多的顺序为：甲<乙<丙<丁。由此可知，丁部门有多少人参演？（ ）

- A. 16  
C. 23  
B. 20  
D. 25

【解析】例 2. 方法一：问丁部门，条件已知甲乙、乙丙、丙丁，有了丁的数据，可以依次求出四个部门，属于间接充分条件，用代入排除法。代入 A 项：丁=16，则丙=34-16=18，丙>丁，与题干“丙<丁”矛盾，错误；代入 B 项：丁=20，则丙=34-20=14，乙=20-14=6，甲=16-6=10，甲>乙，与题干“甲<乙”矛盾，错误；代入排除法最多代入三项，C 项正确即选 C 项，错误即选 D 项。代入 C 项：丁=23，则丙=34-23=11，乙=20-11=9，甲=16-9=7，满足题干条件，正确。

方法二：先排除再代入。已知丙+丁=34，且丙<丁，则丁一定大于34的一半（17），排除A项；验证B、C两项即可以选出答案。【选C】

**【注意】**1. 先排除再代入，是指根据题干小的细节进行排除，再代入选项验

证，这样更省时间。

2. 拓展：如果本题求丙，则根据丙+丁=34，且丙<丁，丙应当小于 34 的一半（17）。

例 3（2014 天津）在一堆桃子旁边住着 5 只猴子。深夜，第一只猴子起来偷吃了一个，剩下的正好平均分成 5 份，它藏起自己的一份，然后去睡觉。过了一会儿，第二只猴子起来也偷吃了一个，剩下的也正好平均分成 5 份，它也藏起自己的一份，然后去睡觉，第三、第四、第五只猴子也都依次这样做。问那堆桃子最少有多少个？（ ）

A. 4520

B. 3842

C. 3121

D. 2101

【解析】例 3. “也”，说明后面跟前面一样，看懂第一句话即可。问“最少有几个”，用正常方法做会比较麻烦，数据比较大，列方程 5~10 分钟之内做不出来，本题条件多、关系乱，用代入排除法。问“最少”意味着选项可能有 2 项正确，要选择最小的，则从最小的选项开始代入，如果问最大则从最大的选项代入。

代入 D 项：最少有 2101 个，第一只猴子： $(2101-1)/5=420$ ，剩余  $2101-1-420=1680$ ；第二只猴子： $(1680-1)/5=1679/5$ ，不能整除（尾数是 5 或 0 才能被 5 整除），错误。代入 C 项：最少有 3121 个，第一只猴子： $(3121-1)/5=624$ ，计算量比较大，如果一味纯代入，会出现瓶颈，计算量开始变大，并不能节省时间，尽量先排除再代入。

先看各选项减 1 后能否被 5 整除，尾数是 5 或 0 才能被 5 整除。A 项： $(4520-1)$  是 9 结尾，不能整除 5，排除；B 项： $(3842-1)$  是 1 结尾，不能被 5 整除，排除；D 项已经验证，错误；只剩 C 项，不需要再验证。【选 C】

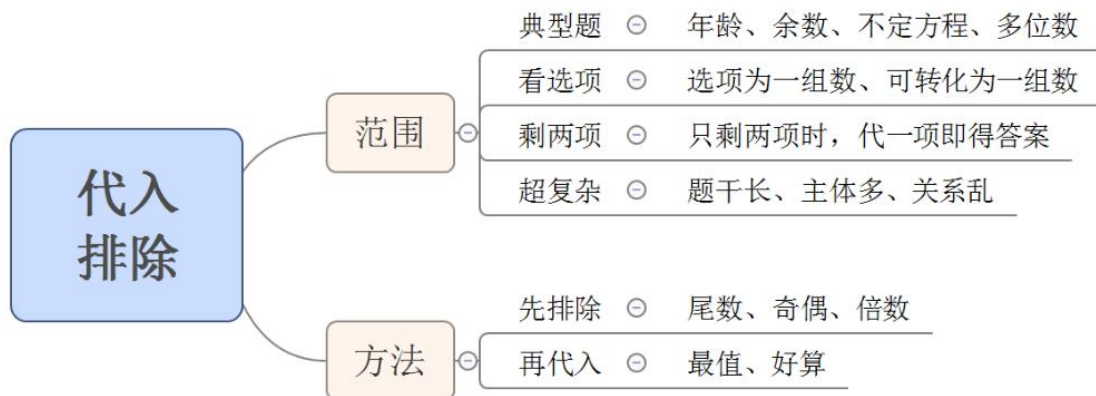
【注意】本题用纯代入验证，计算量大，会比较慢，可以先排除再代入，“剩下的平均分 5 份”，说明选项减 1 后能被 5 整除，选项减 1 后，A、B 项尾数不是 5 或 0，不能整除 5，排除；C、D 项从小到大代入，代入 D 项，第二句话不能满足（第二步不能整除 5），排除；C 项不用再验证。

例 4（2016 重庆）足球比赛的积分规则为：胜一场积 3 分，平一场积 1 分，输一场积 0 分。某球队共进行了 8 场比赛，积 10 分。假设该球队最多输 2 场，则其最多胜（ ）。

- A. 1 场  
B. 2 场  
C. 3 场  
D. 4 场

【解析】例 4. 本题属于不定方程问题，有两个关系：“8 场比赛”、“积 10 分”。可以列两个方程，但有 3 个未知数，属于不定方程组，用代入排除法。问“最多”，从最大的选项开始代入。代入 D 项：胜 4 场，则积分=4\*3=12 分，超过 10 分，错误；代入 C 项：胜 3 场，则积分=3\*3=9 分，一共 10 分，说明平 1 场得 1 分，即 3\*3+1\*1=10 分，输了 8-3-1=4 场，与题干“最多输 2 场”矛盾，错误；代入 B 项：胜 2 场，则积分=2\*3=6 分，一共 10 分，说明平 4 场得 4 分，即 2\*3+4\*1=10 分，输了 8-2-4=2 场，满足条件“最多输 2 场”，正确。【选 B】

【答案汇总】1-4: BCCB



**【小结】**代入排除:

1. 范围：(1) 典型题：年龄、余数、不定方程、多位数。年龄问题和不定方程问题考的比较多一些。

(2) 看选项：选项为一组数、可转化为一组数。如例 2，根据题干条件列出三个式子，但是可以转化为一组数，即知道丁的数据，可以依次求出甲、乙、丙。

(3) 剩两项：只剩两项时，代一项即得答案。如例 3，排除 A、B 项，剩下

C、D 两项，只代入其中一项即可以选出答案，代入 D 项，错误，则 C 项不用再验证，C 项验证的时间会比较长。

(4) 超复杂：题干长、主体多、关系乱。要么代入，要么放弃，能代入就代入，不能代入就放弃。

2. 方法：(1) 先排除：尾数（例 3）、奇偶、倍数。

(2) 再代入：最值（例 3、例 4）、好算（如，A. 60；B. 67；C. 137；D. 200，先代入好算的，200 好算，就先代入 D 项）。

## 第二节 数字特性

### 一、奇偶特性

【知识点】数字特性：

#### 1. 奇偶特性：

(1) 加减法：

奇数+奇数=偶数；奇数-奇数=偶数；

偶数+偶数=偶数；偶数-偶数=偶数；

奇数+偶数=奇数；奇数-偶数=奇数；

偶数+奇数=奇数；偶数-奇数=奇数。

在加减法中，同奇同偶则为偶，一奇一偶则为奇。本结论在一般计算中用的不多，如：73+65，看尾数为 8，直接可以知道是偶数。注意这里是“加减法”，说明后面结果是偶数与前面是加还是减没有关系，利用的是加减的结果具有奇偶恒定不变的特性。

①结论： $a+b$  与  $a-b$  的奇偶性相同，和差同性。如：我班人数=男+女=2977，是奇数，根据和差同性，男-女=奇数。

②引例：共 50 题，答对得 3 分，答错倒扣 1 分，共得 82 分，问答对的题和答错的题相差多少道？

A. 16

B. 17

C. 31

D. 33

【解析】引例. 问“相差多少道”，想到和差同性。根据奇偶特性，对+错=

偶数，则对-错=偶数，排除 B、C、D 项。【选 A】

(2) 乘法（考试只考加减法和乘法，除法奇偶性不能唯一确定）

奇数\*奇数=奇数；

偶数\*偶数=偶数；

奇数\*偶数=偶数；

偶数\*奇数=偶数。

①结论：在乘法中，一偶则偶，全奇为奇。是不是偶数看有没有 2 因子。n 个数相乘，其中只要有一个数是偶数，则乘积为偶数。如： $a*b*c*d$ ，如果 a 是偶数，结果一定是偶数。如果四个数全是奇数，相乘之后不会有 2 因子，结果是奇数。一偶则偶是只要有一个是偶数就可以。

②引例 1. 请问  $4x$ 、 $5y$ 、 $6z$  中有几个偶数？几个奇数？

【解析】引例 1.  $x$ 、 $y$ 、 $z$  前提是整数，则  $4x$ 、 $6z$  是偶数。如果  $y$  是偶数，那么  $5y$  是偶数，所以有 2~3 个偶数，0~1 个奇数。

【注意】偶数\*未知数=偶数，奇数\*未知数=?

③引例 2.  $5x+6y=76$  ( $x$ 、 $y$  是质数)，求  $x$ 、 $y$ 。

【解析】引例 2. 方法一：质数是除了 1 和本身以外，不能被其他数整除。质数有 2、3、5、7、11、13……，主要记住 2、3、5、7、11，后面的考的较少。3、5、7、11、13 都是奇数，最小质数 2 是唯一的偶数，所以有一个特点是逢质必 2。当  $x=2$  时，解得  $y=11$ ，2 和 11 都是质数，符合题意。如果当  $x=2$ ，解得  $y$  是非整数或非质数时，可以反过来验证  $y=2$ ，一般情况总有一个逢质必 2，可以快速猜题。

方法二： $6y$  是偶数，76 是偶数，偶数+偶数=偶数，所以  $5x$  是偶数，5 是奇数，所以  $x$  是偶数，且  $x$  是质数，则  $x=2$ ，代入解得  $y=11$ 。

2. 奇偶特性什么时候用？

(1) 不定方程（考试最多）。 $ax+by=c$ ，不定方程一般先分析奇偶性，先看  $c$  的奇偶性，再看  $a$ 、 $b$ ，然后推  $ax$ 、 $by$  奇偶性。

(2) 知和求差、知差求和。

(3) 平均分两份、2 倍。比如领的福利平均分两份，总数就是偶数；或者体重是两倍，推出体重是偶数。



(4) 质数（逢质必 2）。

例 1 (2015 联考) 每年三月某单位都要组织员工去 A、B 两地参加植树活动，已知去 A 地每人往返车费 20 元，人均植树 5 棵，去 B 地每人往返车费 30 元，人均植树 3 棵，设到 A 地有员工  $x$  人，A、B 两地共植树  $y$  棵， $y$  与  $x$  之间满足  $y=8x-15$ ，若往返车费总和不超过 3000 元，那么，最多可植树多少棵？（ ）

- A. 498                                      B. 400  
C. 489                                      D. 500

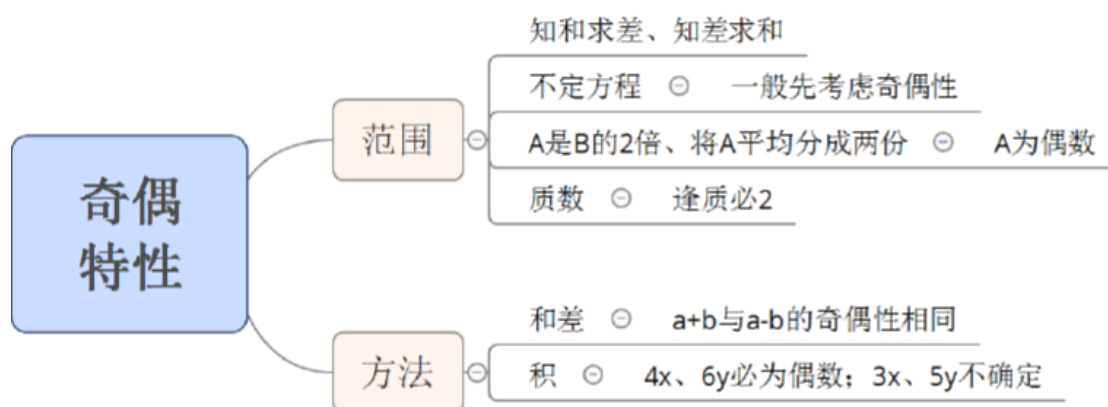
【解析】例 1. 此题本身有方程，问  $y$  最多，而方程中有  $y$ ，即  $y=8x-15$ ，变化为  $8x-y=15$ 。已知不定方程，可能考奇偶性或者代入排除。 $8x$  是偶数，15 是奇数，偶数-奇数=奇数，所以  $y$  是奇数，观察选项，只有 C 项符合。【选 C】

【注意】1. A 项 498 和 C 项 489 是后面两个数字倒过来，考的是奇偶特性。  
2. 数量≠数学，传统数学是严谨学科，讲究的是推理，是系统的学科；数量关系是选择题思维，不一定解出答案，要灵活运用小技巧解题。

例 2 (2016 国考) 某出版社新招了 10 名英文、法文和日文方向的外文编辑，其中既会英文又会日文的小李是唯一掌握一种以上外语的人。在这 10 人中，会法文的比会英文的多 4 人，是会日文人数的两倍。问只会英文的有几人？（ ）

- A. 2    B. 0  
C. 3    D. 1

【解析】例 2. 出现“唯一”，只有小李会两门。问“只会英文”，前面有“会英文的”，两种说法是不一样的。小李在中间（既会英文又会日文），属于两集合交叉，所以只会英文=会英文-会其他=会英文-1。“会法文是会日文人数的两倍”，则会法文是偶数；“会法文比会英文多 4 人”，则偶数-4=会英文=偶数，所以只会英文=偶数-1=奇数，利用奇偶特性，所以排除 A、B 项。代入 C 项，会英文-1=3，所以会英文 4 人，会法文 8 人，会日文 4 人，一共  $4+4+8=16$  人，题目一共才 10 人，不符合题意，排除。验证 D 项，会英文 2 人，会法文 6 人，会日文 3 人，一共  $2+6+3=11$  人，又因为小李是掌握一种以上外文的人，所以  $11-1=10$  人，符合题意。【选 D】



【小结】奇偶特性：和差同性和不定方程最重要。

#### 1. 范围：

- (1) 知和求差、知差求和。
- (2) 不定方程：一般先考虑奇偶性。
- (3) A 是 B 的 2 倍、将 A 平均分成两份：A 为偶数。
- (4) 质数：逢质必 2。

#### 2. 方法：

- (1) 和差： $a+b$  与  $a-b$  的奇偶性相同。
- (2) 积： $4x$ 、 $6y$  必为偶数； $3x$ 、 $5y$  不确定。

### 二、倍数特性

【知识点】倍数特性：答案是多少的倍数，或者答案在多少的基础上做一个改变。比如-3 以后是 5 的倍数，或者+2 以后是 8 的倍数。考法有两种：比例（例 1~例 5，重点、难点）和平均分组（例 6~例 8，容易、重点）。

1. 比如：省考 1 班，男女生比例为 3: 5（人数为  $3n$ :  $5n$ ， $n$  是整数）。

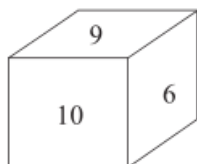
- （1）男生是 3 的倍数。
- （2）女生是 5 的倍数。
- （3）全班人数是 8 的倍数。
- （4）男女生差值是 2 的倍数。

2. 比例： $A/B=m/n$ （ $m$ 、 $n$  互质，最简分数，即不能再约分了。例如：男/女=3/5，3 和 5 互质，分子是 3 的倍数，分母是 5 的倍数）。

- （1） $A$  是  $m$ （3）的倍数。
- （2） $B$  是  $n$ （5）的倍数。
- （3） $A+B$  是  $m+n$ （3+5=8）的倍数。
- （4） $A-B$  是  $m-n$ （ $|3-5|=2$ ）的倍数。

（5）根据一个比例关系，可以得出四个结论，如果问题刚好提到四个结论时，知道答案是几的倍数，可以排除错误选项。

例 1（2017 福建）如下图，一个正方体的表面上分别写着连续的 6 个整数，且每两个相对面上的两个数的和都相等，则这 6 个整数的和为（ ）。



- A. 53
- B. 52
- C. 51
- D. 50

**【解析】**例 1. 条件“连续的 6 个整数，三对相对面的和相等”，上下左右前后相加，即上下和+左右和+前后和=总和。设和为  $x$ ，即  $3x$ =总和，总和是 3 的倍数，观察选项， $51/3=17$ ，只有 C 项符合。**【选 C】**

**【注意】** $A/B=m/1$ ，则  $A$  是  $m$  的倍数，即  $A$  是  $B$  的  $m$  倍，答案可以验证一下。

例 2（2017 吉林）古希腊数学家丢番图（Diophantus）的墓志铭：过路人，这儿埋葬着丢番图，他生命的六分之一是童年；再过了一生的十二分之一后，他开始长胡须，又过了一生的七分之一后他结了婚；婚后五年他有了儿子，但可惜

儿子的寿命只有父亲的一半，儿子死后，老人再活了四年就结束了余生。根据这个墓志铭，丢番图的寿命为（ ）。

- A. 60 岁
- B. 84 岁
- C. 77 岁
- D. 63 岁

【解析】例 2. 先列方程，再代入排除的话，验证很麻烦，先考虑用排除法。“生命的  $\frac{1}{6}$ ”说明寿命是 6 的倍数，寿命一定是偶数，排除 C、D 项。“过了一生的  $\frac{1}{12}$ ”，寿命是 12 的倍数，A、B 项都满足；“又过了一生的  $\frac{1}{7}$ ”，寿命是 7 的倍数，A 项 60 不能整除 7，排除。【选 B】

【知识点】整除判定法则：

1. 一般用口诀法：

(1) 3/9 看各位之和。如 12345 各位和是 15 ( $1+2+3+4+5=15$ )，能被 3 整除，但是不能被 9 整除。

(2) 4/8 看末 2/3 位。4 看末两位，8 看末三位。如：闰年能被 4 整除。如问 2126 年能否被 4 整除？末两位 26 不能整除 4，所以 2126 不是 4 的倍数；问 2126 年能否被 8 整除？观察末三位 126 能否整除 8 即可。

(3) 2/5 看末位。2 看是不是偶数，5 看尾数是不是 0 或 5 即可。

2. 没口诀的用拆分法：要验证是否是 a 的倍数，只需拆分成 a 的整数倍 ± 一个小数字 b，若小数字 b 也能被 a 整除，原数即能被 a 整除。

例：A 项 602、B 项 623、C 项 628、D 项 631，哪个是 7 的倍数？看 7 的整数倍 ± 小数字即可。A 项：602=700-98，700 和 98 是 7 的倍数；或者 602=630-28，前后都可以被 7 整除，所以 602 能被 7 整除。B 项：623=602+21，602 是 7 的倍数，21 也是 7 的倍数，所以 623 能被 7 整除。C 项：628=623+5，5 不能被 7 整除，所以 628 不能被 7 整除。D 项：631=623+8，8 不能被 7 整除，所以 631 不能被 7 整除。

3. 复杂倍数用因式分解：判断一个数能否被 45 整除，只需判断它是 9 和 5 的倍数即可。注意分解后的 2 个数必须互质。

例：问 4320 是不是 45 的倍数？答：45 因式分解成  $5 \times 9$ ，各位之和是 9 ( $4+3+2+0=9$ )，尾数是 0，所以 4320 是 45 的倍数。45 不能分解成  $3 \times 15$ ，分解

后必须互质，能被 15 整除一定能被 3 整除，所以分解出来有倍数关系不能用。  
如：36 可以分解成  $4 \times 9$ ，但是不能分解成  $3 \times 12$  或者  $2 \times 18$  或者  $6 \times 6$ 。

例 3(2016 广东)某单位 2014 年年终评比中，良好等级的人数占总人数的 $\frac{3}{5}$ 。  
2015 年年终评比又多了 60 人被评为良好等级，此时该等级的人数占总人数的 $\frac{9}{11}$ 。  
如果在这两年间该单位的人员没有变化，则该单位共有（ ）人。

- A. 120  
B. 275  
C. 330  
D. 800

【解析】例 3. 2014 年良好占总人数的  $\frac{3}{5}$ ，即良好/总人数 $=\frac{3}{5}$ ，良好是 3 的倍数，总人数是 5 的倍数；2015 年，良好占总数的  $\frac{9}{11}$ ，即（良好+60）/总数 $=\frac{9}{11}$ ，总人数是 11 的倍数，单位内多了 60 人评为良好，因此总人数没发生变化，只是分子增加了。求总人数，只看分母，判断分母是否是 5、11 的倍数。看是否为 5 的倍数，尾数为 0、5，5 的倍数无法排除选项。A 项：12 除以 11 有余数，因此  $12 \times 10$  也不是 11 的倍数；D 项：8 不能被 11 整除， $8 \times 100$  也不是 11 的倍数；C 项： $330=11 \times 30$ ，11 的 3 倍添一个 0；B 项： $275=330-55$ ，330、55 都是 11 的倍数，所以 275 是 11 的倍数，因此排除 A、D 项。验证 B、C 项，代入 C 项，总人数=330，则 2014 年的良好=198；把 198 代入 2015 年， $(198+60)/330=258/330$ ，258 不是 9 的倍数，说明 C 项错误。【选 B】

【注意】题目中总人数不变，看到两个关于总人数的比，说明总人数是 5、11 的倍数，A、D 项不是 11 的倍数，排除。然后从简单的 C 项进行代入，求得 2014 年的良好人数，代入 2015 年进行验证。

例 4(2017 新疆)甲、乙两个班各有 30 多名学生，甲班男、女生比为 5:6，乙班男、女生比为 5:4，则甲、乙两班男生总数比女生总数（ ）。

- A. 多 1 人  
B. 少 1 人  
C. 多 2 人  
D. 少 2 人

【解析】例 4. 题目中提到甲、乙两个班各有 30 多名学生，即男生和女生的总人数共 30 多名，甲班总人数为  $5+6=11$  的倍数，满足条件的甲班总人数为 33 人，共有 11 份，则每份为 3 人，男生人数为  $3 \times 5=15$  人，女生人数为  $33-15=18$

人。乙班总人数为  $5+4=9$  的倍数，且男生和女生的总人数为 30 多名，满足条件的乙班总人数为 36 人，共有 9 份，则每份为 4 人，男生人数为  $5*4=20$  人，女生人数为  $36-20=16$  人。男生总人数  $=15+20=35$  人，女生总人数  $=18+16=34$  人，男生总数比女生总数多 1 人。【选 A】

【注意】1. 30 名、40 名、45 名都不算是 30 多名，“30 多名”的意思以 3 开头，第二位必须大于 0，即  $31\sim39$ 。例如：100 多个，即  $101\sim199$  个。曾经在国考题目中有过类似考法，题目中提到十多个，如果求出正好为 10 个，不满足条件，因此不成立。

2. 甲男/甲女  $=5/6$ ，乙男/乙女  $=5/4$ ，只能判断（甲男+乙男）是 5 的倍数，但是不能判断男生比女生多多少。

3. 把甲班、乙班作为整体去看，得出是 11、9 的倍数，结合 30 多人确定具体的人数。

4. 一道题出现了比例关系，但是分析分子、分母无法得出结论，可以试着求和来做题。

例 5(2016 北京)某单位原拥有中级及以上职称的职工占职工总数的 62.5%。现又有 2 名职工评上中级职称，之后该单位拥有中级及以上职称的人数占总人数的  $\frac{7}{11}$ 。则该单位原来有多少名职称在中级以下的职工？（ ）

A. 68

B. 66

C. 64

D. 60

【解析】例 5. 题目出现百分数，转化为分数，则  $62.5\%=50\%+12.5\%=1/2+1/8=5/8$ 。类似： $37.5\%=50\%-12.5\%=1/2-1/8=3/8$ ， $87.5\%=100\%-12.5\%=1-1/8=7/8$ 。问原来中级以下的职工人数，原来：中级及以上/总人数  $=5/8$ ，则中级以下/总数  $=3/8$ ；后来：（中级及以上+2）/总  $=7/11$ ，中级以下有 2 个人评上中级，则中级以下少 2 个，（中级以下-2）/总  $=4/11$ 。原来的中级以下是 3 的倍数，排除 A、C 项。后来的（中级以下-2）是 4 的倍数，B 项： $66-2=64$ ，是 4 的倍数，正确；D 项： $60-2=58$ ，不是 4 的倍数，排除。【选 B】

【注意】1. 掌握百分数转化的技巧。

2. 问的和给出的条件相反，在分析时要记得进行反转。

【答案汇总】1-5: CBBAB

【小结】比例的常见形式 ( $m/n$  一定为最简比):

1. 男生是女生的  $3/5$  (分数), 如例 3、例 5。
2. 男生与女生之比 3: 5 (比例), 如例 4。
3. 男生是女生的 60% (百分数), 如例 5。
4. 男生是女生的 0.6 倍 (倍数)。

【知识点】平均分组:

1. 整除型 (总数  $= ax$ )。例: 一堆苹果平均每人分 10 个, 刚好分完, 则总数是 10 的倍数, 总数  $= 10 * N$ 。

2. 余数型 (总数  $= ax + b$ )。例: 一堆苹果平均每人分 10 个, 还剩 3 个, 则苹果数  $= 10 * N + 3$ 。若给出两个选项, A 项 103、B 项 97, 类似于例 5, 代入 97, 则  $97 = 10N + 3$ , 则说明 94 是 10 的倍数, 不成立; 或者 10 的倍数尾数为 0,  $0 + 3$ , 尾数为 3, 因此选 A。

例 6 (2015 山东) 车间领到一批电影票和球票发放给车间工人, 电影票是球票数的 2 倍。如果每个工人发 3 张球票, 则富余 2 张, 如果每个工人发 7 张电影票, 则缺 6 张, 问车间领到多少张球票? ( )

- |       |       |
|-------|-------|
| A. 32 | B. 30 |
| C. 64 | D. 60 |

【解析】例 6. 方法一: 问球票, 因此看条件 “如果每个工人发 3 张球票, 则富余 2 张”,  $( ) = 3 * \text{人数} + 2$ , 则  $( ) - 2 = 3 * N$ ,  $( ) - 2$  是 3 的倍数。A 项:  $32 - 3 = 30$ , 是 3 的倍数; B 项:  $30 - 2 = 28$ , 不是 3 的倍数; C 项:  $64 - 2 = 62$ , 不是 3 的倍数; D 项:  $60 - 2 = 58$ , 不是 3 的倍数。只有 A 项满足条件。

方法二: 电影票是球票数的 2 倍。看选项, 30、60; 32、64 满足 2 倍的关系, 电影票是球票的 2 倍, 则有可能设置的是电影票、球票。问的是球票, 数较小, 从 A、B 项中选一项代入即可, 代入 A 项验证无误则选 A 项。【选 A】

【注意】1. 方法二河北考生尽量不要用。

2. 如果排除两个选项，先排除，再代入电影票进行验证。例如代入 A 项可以算出人数=10，电影票每人发 7 张，缺 6 张，说明此时电影票=70-6=64， $64/32=2$ ，满足 2 倍关系。

例 7（2016 深圳）两箱同样多的蛋黄派分别分发给两队志愿者做早餐，分给甲队每人 6 块缺 8 块，分给乙队每人 7 块剩 6 块，已知甲队比乙队多 6 人，则一箱蛋黄派有（ ）块。

- A. 120  
B. 160  
C. 180  
D. 240

【解析】例 7. 由“一箱蛋黄派分给甲队，每人 6 块缺 8 块”，缺几块要减几，或者理解为缺了 8 块，说明（ ）少了，因此（ ）=甲人数\*6 块-8，（ ）+8=甲\*6，即（ ）+8 为 6 的倍数。 $6=2*3$ 。（选项+8）都为 2 的倍数，无法排除；A 项+8=128，不能被 3 整除；B 项+8=168，可以被 3 整除；C 项+8=188 不能被 3 整除；D 项+8=248 不能被 3 整除，只有 B 项满足条件。【选 B】

【注意】盈亏问题，可以利用选项特点解出来。

例 8（2014 广东）在某公司年终晚会上，所有员工分组表演节目。如果按 7 男 5 女搭配分组，则只剩下 8 名男员工；如果按 9 男 5 女搭配分组，则只剩下 40 名女员工。该公司员工总数为（ ）。

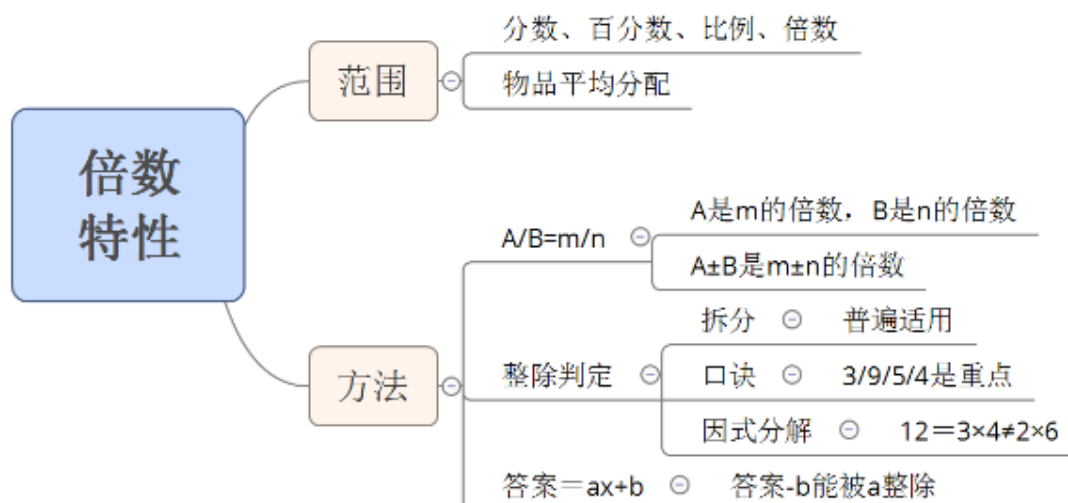
- A. 446  
B. 488  
C. 508  
D. 576

【解析】例 8. 题目问总人数，则看总人数。7 男 5 女搭配即 12 人一组，剩下 8 名员工，（ ）=12\*N+8，（ ）-8=12N，即（ ）-8 是 12 的倍数。 $12=3*4$ ，A 项-8=438，各位和为 15，可以被 3 整除。B 项-8=480，各位和为 12，可以被 3 整除。C 项-8=500，各位和为 5，不是 3 的倍数，不能被 3 整除。D 项-8=568，各位和为 19，不是 3 的倍数，不能被 3 整除。因此排除 C、D 项。A 项-8=438，尾数为 38，不能被 4 整除，排除。【选 B】

【注意】问总人数，需要把男女作为整体去看。



【答案汇总】6-8: ABB



【小结】倍数特性：

1. 范围：

- (1) 分数、百分数、比例、倍数。
- (2) 物品平均分配。

2. 方法：

- (1)  $A/B=m/n$ ：A 是 m 的倍数，B 是 n 的倍数（较为容易）； $A \pm B$  是  $m \pm n$  的倍数（容易忘记，考试时可以试一下）。
- (2) 整除判定：拆分（普遍适用）；口诀（3/9/5/4 是重点）；因式分解（ $12=3 \times 4 \neq 2 \times 6$ ）。
- (3) 答案  $=ax+b$ ：答案  $-b$  能被 a 整除。

### 第三节 方程法

【知识点】方程法（普通方程：未知数和方程个数相同；不定方程）：

1. 普通方程：找等量、设未知数（技巧性较强）、列方程和解方程。
2. 设未知数的技巧：

(1) 设小不设大（减少分数计算）。比如：甲是乙的 3 倍，若设甲为  $x$ ，则会出现  $1/3 * x$ ，出现了分数，因此在设未知数的时候尽量设乙为  $x$ ，则甲为  $3x$ 。

(2) 设中间量（方便列式）。比如：甲、乙、丙三个量，设出现次数最多的，甲出现两次、丙出现两次，乙出现三次或者四次，则可以设出现次数最多的乙为  $x$ 。

(3) 问谁设谁（避免陷阱）。比如：甲为乙的 3 倍，问甲。虽然建议设乙，但是有些同学设乙= $x$ ，没有注意问题为问甲，为了防止掉坑，即问甲设甲。

例 1（2015 江苏）假设空气质量可按良好、轻度污染和重度污染三类划分。一环境监测单位在某段时间对 63 个城市的空气质量进行了监测，结果表明：空气质量良好城市数是重度污染城市数的 3 倍还多 3 个，轻度污染城市数是重度污染城市数的 2 倍。那么空气质量良好的城市个数是（ ）。

- A. 33  
B. 31  
C. 23  
D. 27

【解析】例 1. 轻度是重度的 2 倍，则轻度是偶数。良好出现一次，重度出现两次，轻度出现一次，重度为中间量，两句话都和重度有关，设为  $x$ ，则轻度为  $2x$  个、良好为  $(3x+3)$  个，列式： $6x+3=63$ ，解得  $x=10$ 。良好为  $3*10+3=33$  个。【选 A】

例 2（2017 江西）某人雇用了甲、乙、丙三名工人加工一批零件，其中有 87 个零件不是甲加工的，有 86 个零件不是乙加工的，有 85 个零件不是丙加工的，那么甲加工的零件数是（ ）。

- A. 42 个  
B. 43 个  
C. 44 个  
D. 45 个

【解析】例 2. 经典的方程题。87 个不是甲，则乙+丙=87；86 个不是乙，则甲+丙=86；85 个不是丙，则甲+乙=85。甲、乙、丙各出现两次，三个方程三个未知数是普通的解方程思路。加工的零件数直接设成甲、乙、丙，把文字当成  $x$ 、

y、z。给出三个人两两求和，给出四个人（甲、乙、丙、丁）三三求和，考虑作和，将三个方程全部相加，甲、乙、丙各出现两次，85、86、87 是等差数列，2  
 （甲+乙+丙）=86\*3，甲+乙+丙=43\*3，43\*3 尾数为 9，乙、丙已知，即乙+丙=87，  
 解得甲的尾数为 2，对应 A 项。【选 A】

## 二、不定方程

### 第一类：未知数必须是整数的不定方程

#### ①不定方程

$$ax + by = M$$

方法：分析**奇偶**、**尾数**、**倍数**等数字特性，尝试代入排除。

**奇偶：a、b恰好一奇一偶**

**尾数：a或b的尾数是5或0**

**倍数：a或b与M有公因子**

#### ②不定方程组

$$a_1x + b_1y + c_1z = M$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = N$$

方法：先消元转化为不定方程，再按不定方程求解。

【知识点】不定方程：

1. 第一类：未知数必须是整数的不定方程。

（1）如未知数是人数、箱子的个数、零件的个数等必须为整数的情况。分析  
 方法：分析奇偶特性、尾数特性、倍数特性等数字特性或是考虑代入排除。

（2）不定方程组：先消元。

2. 第二类：未知数可以不是整数的不定方程。x、y、z 不是得分、比赛的场  
 数或是人数，而是时间（1 小时 20 分钟、25.5 分钟）、钱数（1.5 元、1.88 元）。

3. 例 3（员工数为整数）、例 4（子弹数为整数）、比赛场数必须为整数，平  
 常接触的绝大多数不定方程均为第一类。

4. 分析方法：

（1）奇偶特性：a、b（两个系数）恰好一奇一偶。5x+6y=76，6y、76 为偶  
 数，则 5x 为偶数，x 包含因子 2。若变为 5x+7y=76，76 为偶数，5x、7y 的奇偶  
 性不确定，奇数+奇数=偶数，偶数+偶数=偶数，结果无法确定。4x+6y=76，4x、

6y、76 均为偶数，偶数+偶数=偶数，算式必然成立，得不出奇偶特性的结论。

(2) 尾数特性：a 或 b 的尾数是 5 或 0。 $5x+7y=76$ ，5x 的尾数是 5 或 0，76 的尾数是 6。当 5x 的尾数是 5 时，7y 的尾数是 1；当 5x 的尾数是 0 时，7y 的尾数是 6。当 7y 的尾数是 1 时， $3*7=21$ ，y 的尾数是 3；当 7y 的尾数是 6 时， $7*8=56$ ，则 y 的尾数是 8。5x 的尾数是 5 或 0，10x 的尾数是 0。

(3) 倍数特性：a 或 b 与 M 有公因子，a 是 x 的系数，b 是 y 的系数。 $9x+7y=81$ ，两个均为奇数，则无法考虑奇偶特性。尾数分别为 9 和 7，则无法考虑尾数特性。观察公因子，9x、81 是 9 的倍数，9 的倍数+9 的倍数=9 的倍数，则 7y 是 9 的倍数，y 是 9 的倍数（9、18……），若  $y=18$ ，则超过总和，故  $y=9$ 。

例 3（2017 江苏）某地遭受重大自然灾害后，A 公司立即组织捐款救灾。已知该公司有 100 名员工捐款，捐款额有 300 元、500 元和 2000 元三种，捐款总额为 36000 元，则捐款 500 元的员工数是（ ）。

- A. 11 人
- B. 12 人
- C. 13 人
- D. 14 人

【解析】例 3. 已知总人数和总钱数，可以列出一个人数的等式方程和一个钱数的等式方程，设捐款 300 元、500 元、2000 元的人数分别为 x、y、z，列式： $x+y+z=100$ ①， $300x+500y+2000z=36000$ ，约掉两个 0，得到  $3x+5y+20z=360$ ②。三个未知数两个方程，未知数个数比方程多，不定方程组，解法类似不定方程。问 y 则留下 y，消 x 或 z，①\*3 与②联立，②-①\*3，化简得  $2y+17z=60$ ，形式类似于  $ax+by=c$ 。考虑倍数特性，2y、60 包含因子 2，则 17z 包含因子 2，则 z 包含因子 2，z 一定是 2 的倍数。考虑奇偶特性，2y、60 是偶数，则 17z 是偶数，17 不是偶数，则 z 是偶数（2、4、6、8……），若  $z=4$ ， $17*4>60$ ，不满足条件，排除。故  $z=2$ ，解得  $y=13$ ，对应 C 项。【选 C】

例 4（2017 江苏）小王打靶共用了 10 发子弹，全部命中，都在 10 环、8 环和 5 环上，总成绩为 75 环，则命中 10 环的子弹数是（ ）。

- A. 1 发
- B. 2 发
- C. 3 发
- D. 4 发

【解析】例 4. 子弹个数类似上题的人数，成绩类似上题的钱数。设命中 10 环、8 环、5 环的子弹数分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$ 。列式： $x+y+z=10$ ①， $10x+8y+5z=75$ ②，求  $x$ ， $z$  的系数简单（谁的系数简单好消则消谁），消  $z$ ，① $\times 5$  与②联立，②-① $\times 5$ ，化简得  $5x+3y=25$ 。 $5x$ 、 $3y$  两个数均为奇数，不符合奇偶特性的情况。出现  $5x$ ，考虑尾数特性。 $5x$  的尾数为 5 或 0，25 的尾数为 5。若  $5x$  的尾数为 5，则  $3y$  的尾数为 0；若  $5x$  的尾数为 0，则  $3y$  的尾数为 5。若  $3y$  的尾数为 0， $3\times 10$  尾数为 0， $y=10$ ，则  $3y=30$ ，不满足要求，排除。若  $3y$  的尾数为 5，则  $y=5$ ，解得  $x=2$ 。考虑倍数特性， $5x$ 、25 均为 5 的倍数， $3y$  为 5 的倍数， $y$  为 5 的倍数， $y=5$ ，满足要求。【选 B】

## 二、不定方程

### 第二类：未知数可以不是整数的不定方程

#### 赋零法：

- ①未知数个数多于方程个数，且**未知数可以不是整数**；
- ②**答案是一个算式的值**，而非单一未知数的值。

#### 操作：

赋其中 1 个未知数为零，从而快速计算出其他未知数。

【知识点】未知数可以不是整数的不定方程：赋零法。

1. 未知数个数多于方程个数（不定方程），且未知数可以不是整数。
2. 答案是一个算式的值，而非单一未知数的值。即并非求  $x$ 、 $y$ 、 $z$ ，而是求  $x+y+z$ 、 $2x-y+z$ 、 $x+4y+2z$ 。
3. 操作：赋其中一个未知数为零，从而快速计算出其他未知数。

例 5（2016 联考）木匠加工 2 张桌子和 4 张凳子共需要 10 个小时，加工 4 张桌子和 8 张椅子共需要 22 个小时。问如果他加工桌子、凳子和椅子各 10 张，共需要多少小时？（ ）

A. 47.5

B. 50

C. 52.5

D. 55

【解析】例 5. 选项出现小数，即未知数可以是小数，三个未知数两个方程，不定方程组，考虑赋零法。桌子出现两次，赋值加工桌子的时间为 0/张，则加工凳子的时间为 2.5/张，加工椅子的时间为 2.75/张，加工了各 10 张，即  $10 \times (0 + 2.5 + 2.75) = 5.25 \times 10 = 52.5$ 。【选 C】

【注意】满足前提的赋零法计算出的结果百分百准确。无需掌握证明方法，只需掌握用法。

【拓展】甲买了 3 支签字笔、7 支圆珠笔和 1 支铅笔，共花了 32 元，乙买了 4 支同样的签字笔、10 支圆珠笔和 1 支铅笔，共花了 43 元。如果同样的签字笔、圆珠笔、铅笔各买一支，共用多少钱：

A. 21 元

B. 11 元

C. 10 元

D. 17 元

【解析】拓展. 两个等量关系，三种笔的价格，问钱数。钱数可以不为整数，单价可以为 1.5、1.8。设三种笔单价依次为  $x$  元、 $y$  元、 $z$  元，列式： $3x + 7y + z = 32$ ， $4x + 10y + z = 43$ 。由于  $x$ 、 $y$ 、 $z$  可以为小数，故无法解得每个未知数的具体值，即未知数的解有无穷多个。而四个选项均为确定数值，所以未知数的具体值是多少并不影响（签字笔+圆珠笔+铅笔）的值，故只要求出其中一组特殊的解即可。可以令系数最复杂的  $y$ （圆珠笔）等于 0，代入解得  $x$ （签字笔）=11， $z$ （铅笔）=-1。 $x + y + z = 11 + 0 - 1 = 10$  元。【选 C】

【注意】1. 例 3、例 4 以及绝大多数能适用尾数特性、奇偶特性的情况，未知数必须为整数。

2. 也可设其他未知数中的某一个为 0，再求出另外 2 个未知数，即可以设  $x$  或  $z$  为 0，总和仍为 10。

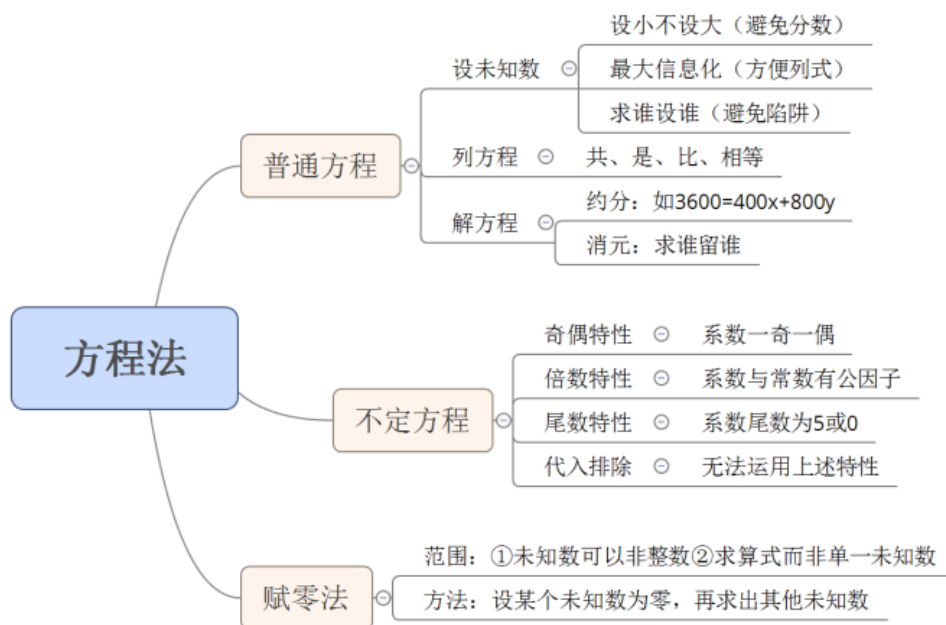
3. 如果题目中有 4 个未知数 2 个方程，可以用赋零法，赋值一个未知数为 0 变为 3 个未知数 2 个方程，仍为不定方程，无法求解，则赋值两个未知数为 0。

【答案汇总】1-5：AACBC

【答案汇总】第一节代入排除法：1-4：BCCB

第二节数字特性：奇偶特性：1-2：CD；倍数特性：1-5：CBBAB；6-8：ABB

第三节方程法：1-5：AACBC



【知识点】方程法：不定方程。

1. 奇偶性：系数一奇一偶。
2. 倍数特性：系数与常数有公因子。
3. 尾数特性：尾数为 5 或 0。
4. 前三个条件都不满足，考虑代入排除。

【注意】1. 预习范围：第四节：工程问题、第五节：行程问题。

2. 预习要求：（1）原则上要做完每个章节至少 50% 的题目。（2）实在不会做的话，对每节前几题要有充分的思考，熟悉题型和题意。

3. 大多数人放弃的科目，我选择攻克。每天提高一点点，风雨兼程，胜利必将属于我！

4. 省考数学比国考重要。省考题量不超过 120 题，能做完，故数学可以拉分。国考题量为 130 题，做不完，故数学拉不开差距。

遇见不一样的自己

come to meet a different you