

方法精讲-数量 3

主讲教师：唐宋

授课时间：2017.09.30



粉笔公考·官方微信

方法精讲-数量 3（笔记）

第六节 经济利润问题

【知识点】经济利润问题：

1. 涉及的公式：公式多，但是考法变化少。

（1）利润=售价-成本。如粉笔的班级售价是 880 元，成本是 700 元，利润是 180 元。

（2）利润率=利润/成本。利润率=180/700 \approx 20%⁺。

（3）售价=成本*（1+利润率）。880=700*（1+20%⁺）。考试时经常考查反面情况，售价是 880 元，利润率是 20%⁺，成本=售价/（1+利润率）=880/（1+20%⁺）。原始公式、反向的基础推导公式均需要掌握。

（4）考试中利润率有两种考法。数量：利润率=利润/成本。资料分析：利润率=利润/收入（售价）。数学题一般在试卷的中间位置，一般是第 50~60 题；资料分析题一般在试卷的最后位置。两者表述一样，但是算法不同。

数学运算题考查小范围，如商店、小卖部，小生意的成本容易核算，多出的部分即是利润，数量：利润率=利润/成本。资料分析题研究的是全国的经济、某省的经济、全国的工业等，宏观层面的成本难以核算，售价/收入容易核算，资料分析：利润率=利润/收入。

（5）折扣=售价/原价。商品销量不如预期，可能会打折销售。

例：一种商品的成本是 100 元，利润率是 20%，打了八折，问现价是多少？

答：成本*（1+利润率）=售价，打八折是指现在的售价是原来的售价的 80%，售价*折扣=现价，即现价=100*（1+20%）*80%=96 元，虽然打折出售，但是成本不变，现在的利润是 96-100=-4 元，不仅没有赚钱，还亏钱，即亏损 4 元。

（6）易错点：①打八折。在原价的基础上乘以 80%，如原价是 100 元，现价是 80 元。②折扣率是 80%。折扣率是指降低多少，如折扣率是 5%，指减少的部分。折扣率是百分之几十即在原价的基础上减少了百分之几十，折扣率是 80%即乘以（1-80%）。打八折的折扣率是 20%，折扣率是 20% \neq 打两折。

（7）总价=单价*数量。总利润=单个利润*数量。总成本=单个成本*数量。

2. 涉及的方法：有两种切入点。

(1) 求具体价格：例如：成本、售价、利润等。根据公式列式计算、列方程，以计算为主。此考法没有难度。

(2) 求比例：例如：利润率（选项均是百分数）、打折（选项均是比例），一般考虑赋值法。问利润率或打几折，一般题目不给出具体钱数，给百分数求百分数，考虑赋值。有成本尽量赋值成本，成本可以延伸出售价、利润、利润率。常设成本为 1、10、100 等好算的数，一般建议设值成本为 100。

例 1（2017 北京）一台全自动咖啡机打八折销售，利润为进价的 60%，如打七折出售，利润为 50 元。则这台咖啡机的原价是多少元？（ ）

- A. 250
- B. 240
- C. 210
- D. 200

【解析】例 1. 方法一：问原价，以公式的理解、运算为主。进价是成本，以进价为基础进行计算。问原价，设原价为 x 元，第一种情况是打八折出售，价格变为 $0.8x$ ，利润为进价的 60%， $0.8x = \text{成本} \times (1 + 60\%)$ ，60%即是利润率，利润率 = 利润 / 进价。第二种情况是打七折出售，利润为 50 元， $0.7x = \text{成本} + 50$ 元①。第一种情况是已知利润率（百分数），售价 = 成本 \times (1 + 利润率)。第二种情况是已知利润的具体值，售价 = 成本 + 利润的具体值。解方程，两个未知数两个方程， $0.8x = \text{成本} \times (1 + 60\%) = 1.6 \times \text{成本}$ ，约分得 $x = 2 \times \text{成本}$ ②。代入①式得 $0.7 \times 2 \times \text{成本} = \text{成本} + 50$ ，解得成本 = $50 / 0.4 = 500 / 4 = 125$ 元， $x = 2 \times \text{成本} = 250$ 元。

方法二：设成本为 x 元，则原价为 y 元，进价即成本，列式： $0.8y = x + 60\% \times x$ ， $0.7y = x + 50$ ，和方法一的方程相同。两个方程两个未知数，解得 $x = 125$ ， $y = 250$ 。

【选 A】

【注意】此题设进价、原价、成本价均可。

例 2（2017 江苏）某公司将一款自行车 3 次折价销售，第二次在首次打折的基础上打相同的折扣，第三次在第二次打折的基础上降价三分之一。已知该款自行车 3 次打折后的价格是原价的 54%，则首次的折扣是（ ）。

- A. 7.5 折
- B. 8 折

C. 8.4 折

D. 9 折

【解析】例 2. 求百分数（折扣），以赋值为主。打折三次，第二次在首次打折的基础上打相同的折扣，若首次打九折，则第二次也打九折，即原价*九折*九折。第三次在第二次打折的基础上降价 $1/3$ ，价格降低 $1/3$ ，降价即减少，剩下 $2/3$ 的价格。假设打了 x 折，列式：原价* x 折* x 折* $(1-1/3)$ =原价*54%。原价在方程中可以约掉，故原价是否设值均可。假设原价是 100 元，打了 x 折，列式： $100*x*x*(1-1/3)=100*54\%$ ，约掉 100，化简得 $x^2*2/3=54\%$ ， $x^2=54\%*3/2=81\%=0.81$ ， $9*9=9^2=81$ ， x 本身是百分数，百分数的平方相当于百分数两遍，解得 $x=90\%=0.9$ ，即打九折。【选 D】

【注意】1. 数学题需要先看清题意，事半功倍。

2. $x^2=81\%=0.81$ ，平方数不到 1， $x>0.81$ ，相当于在 0.81 的基础上开平方，故 $x=0.9$ ，即打九折。若 E 项是 9%，错误选项需要排除。

3. 观察发现答案有两个整数折扣，可以考虑代入排除法，假设 B 项正确，原价是 100 元， $100*0.8*0.8*2/3\approx 40^+$ ，不满足条件，排除。代入 D 项验证，满足条件。

4. 7.5 折是 75%，8.4 折是 84%，折扣有两个数字，一个代表十位，一个代表个位。

例 3（2015 江苏）某商品今年的成本比去年减少 15%，由于售价不变，利润率比去年增加了 24 个百分点，则该商品去年的利润率为（ ）。

A. 24%

B. 30%

C. 36%

D. 42%

【解析】例 3. 出现百分数（比例），考虑赋值法。成本有升降，售价保持不变，利润率增加/减少，求今年的利润率/去年的利润率。售价不变无法赋值售价，若赋值售价，赋值两个量，则结果即为自己设定的值，没有对应选项。赋值去年的成本为 100 元，今年的成本为 85 元。设售价为 x 元且保持不变，则去年的利润率+24 个百分点=今年的利润率。利润率=（售价-成本）/成本，去年利润率为 $(x-100)/100$ ，今年利润率为 $(x-85)/85$ ，24 个百分点即 $24/100$ 。列式： $(x-100)/100+24/100=(x-85)/85$ 。化简得 $(x-76)/100=(x-85)/85$ ，约分得 $(x-76)$

$/20 = (x-85)/17$ ，可以考虑交叉相乘相等进行解方程，但是计算量大，考试时此种计算方法不可取。观察式子，相加会出现 $2x$ ，算式更加复杂，则应作减法， $(x-76)/20 = (x-85)/17 = [(x-76) - (x-85)]/3 = 9/3 = 3$ 。 $x-76=20*3$ ，解得 $x=136$ ，或者 $(x-85)/17=3$ ，解得 $x=136$ ，即售价为 136 元。去年的成本为 100 元，去年的利润率为 $(136-100)/100=36\%$ 。【选 C】

【注意】1. 此题是各地省考的经典题型，容易拉开差距。

2. 小技巧：如果 $A/B=C/D$ ，那么 $A/B=C/D=(A\pm C)/(B\pm D)$ ，如 $9/15=3/5=(9+3)/(15+5)=12/20=(9-3)/(15-5)$ 。

3. 什么情况用加法：左边未知数为正，右边未知数为负，求和后抵消 x ， $(x-76)/20 = (85-x)/17=9/37$ ，消去未知数 x 。真正做题时数字会设置的很巧妙。

例 4（2015 吉林）某书店开学前新进一批图书，原计划按 40% 的利润定价出售，售出 80% 的图书之后，剩下的图书打折促销，结果所得利润比原计划少 14%，则剩下的图书销售时按定价打了几折？（ ）

- A. 7
B. 8.5
C. 8
D. 7.5

【解析】例 4. 部分打折问题，前面 80% 的图书按照定价卖，后面 20% 的图书打折出售，最后利润比原计划少了 14%。题目中都是百分数，考虑赋值法。“40% 的利润”即利润率为 40%，设成本为 100，则定价为 140 元。设共有 10 本书，则前 8 本按照定价 140 元出售，后 2 本按照折扣价 x 元出售。原计划利润 $=10*(140-100)=400$ ，实际所得利润 $=400*(1-14\%)=344$ 元，则 $8*(140-100)+2*(x-100)=344$ ，解得 $x=112$ 元。 x 为折扣价，定价为 140 元，折扣 $=112/140=0.8$ ，打了 8 折。【选 C】

【注意】1. 思路：（1）原计划利润：10 本*100 元*40%。（2）实际情况利润：①8 本*40 元。②2 本* $(x-100)$ 元。（3）实际情况利润=原计划利润* $(1-14\%)$ 。

2. 本题总成本=单件成本*件数，则可以把单件成本和件数分别设出来。

【知识点】分段计价：

1. 在生活中，水电费、出租车计费等，每段计费标准不等。问：在不同收费标准下，一共需要的费用？

2. 计算方法：

(1) 按标准，分开。

(2) 计算后，汇总。

3. 例：某地出租车收费标准为：3 公里内 8 元，超出 3 公里，每公里 2 元，小明坐车走了 10 公里，共花费多少钱？

答：共走了 10 公里，前 3 公里为 8 元，后 7 公里每公里 2 元，共 $8+7*2=22$ 元。

例 5(2016 联考)某地居民用水价格分二级阶梯，户年用水量在 0~180(含)吨的水价 5 元/吨；180 吨以上的水价 7 元/吨。户内人口在 5 人以上的，每多 1 人，阶梯水量标准增加 30 吨。老张家 5 人，老李家 6 人，去年用水量都是 210 吨。问老李家的人均水费比老张家少多少元？()

A. 12

B. 35

C. 47

D. 60

【解析】例 5. 老张家 5 人，阶梯水量标准为 180 吨，180 吨以内的部分每吨 5 元，超过 180 吨的部分每吨 7 元；老李家 6 人，户内人口在 5 人以上，多了 1 个人即增加了 30 吨，阶梯水量标准为 210 吨，210 吨以内的部分每吨 5 元，超过 210 吨的部分每吨 7 元。去年用水量都是 210 吨，老张家水费： $180*5+30*7=1110$ 元，老李家水费： $210*5=1050$ 元。注意本题问的是人均，不能直接相减，要除以人数，列式： $1110/5-1050/6=222-175=47$ 元。【选 C】

【注意】计算小技巧：列式的时候直接约分，老张家人均水费= $(180*5+30*7)/5=180+6*7=222$ ，老李家人均水费= $(210*5)/6=35*5=175$ 。或者算尾数，老张家尾数为 2，老李家尾数为 5，相减尾数为 7。

【知识点】合并付费：

1. 在生活中，商品享受的折扣往往随总金额而变化。问：如果将分开购买的物品合到一起买会省多少钱呢？

2. 引例：100 元内不打折，100-200 元全单 9 折，200 元以上全单 8 折。购买两件商品，分别付 85 元和 192 元，如果一起购买，会比分开购买省多少钱？

答：合在一起买享受的优惠最大，85 元的商品没有打折（若原价为 100 元，应该打 9 折，为 90 元， $85 < 90$ ，说明此商品没有打折），原价到 8 折省了 20%，则省了 $20\% \times 85 = 17$ 元。192 元是实际支付的费用，原价超过 200 元（若原价为 200 元，应该打 8 折，为 180 元， $192 > 180$ ，说明此商品原价超过 200），已经打了 8 折，合在一起买没有再享受新的优惠。

3. 合并付费：

- （1）省的钱在于折扣的不同。
- （2）折扣是在原价的基础上进行打折。
- （3）找合并前后折扣的差距。

例 6（2016 深圳）某商场举行促销活动，规定：一次购物不超过 100 元的，不给优惠；超过 100 元而不超过 300 元的，一律 9 折优惠；超过 300 元的，其中 300 元以内部分仍按 9 折优惠，超过部分按 8 折优惠。小王两次购物分别用了 90.9 元和 295.6 元，现小李决定一次性购买小王两次购买的同样的物品，那么小李应付款（ ）。

- A. 362.32 元
- B. 352.4 元
- C. 352.4 元或 368.32 元
- D. 368.32 元或 376.4 元

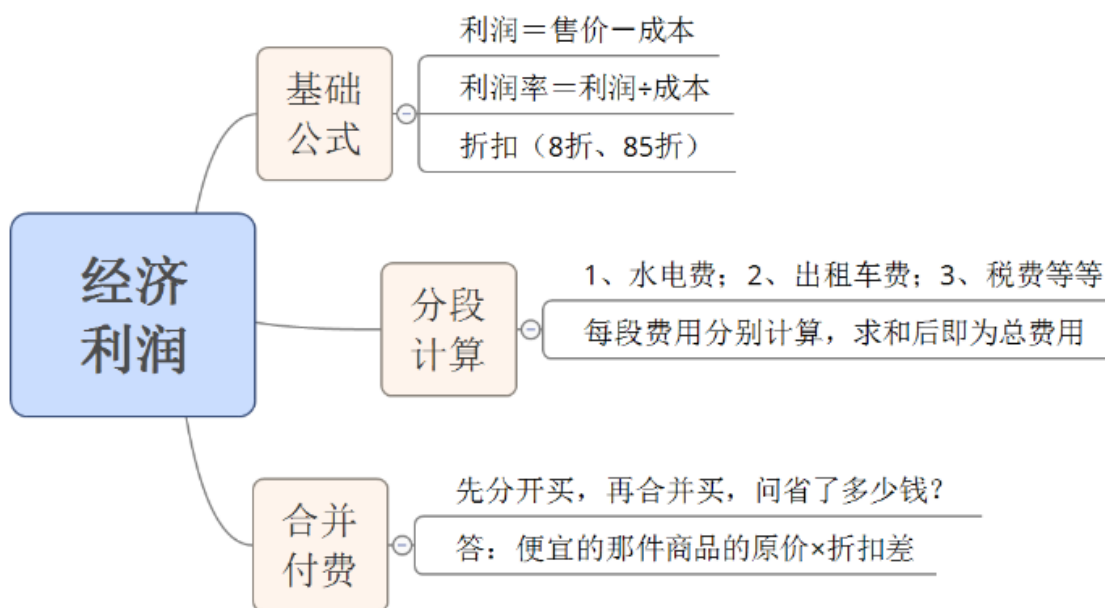
【解析】例 6. 先分析便宜的商品，90.9 元的商品原价有可能正好是 90.9 元，也有可能是打了 9 折（若原价为 100 元，打 9 折后为 90 元， $90 < 90.9$ ，说明此商品有可能打了 9 折），原价为 $90.9 / 0.9 = 101$ 元。295.6 元的商品原价超过 300 元（若原价为 300 元，打 9 折为 270 元， $270 < 295.6$ ，此商品原价超过 300 元），已经享受了 8 折优惠，合并也不再省钱，只需要分析便宜的商品即可。

（1）原价为 90.9 元：从不打折到超过 300 元的部分，即从不打折变成 8 折，应付款为 90.9×0.8 ，结果有两位小数。观察选项，最终结果应该有两种情况，但 A、B 项只有一种情况，排除；C、D 项都有 368.32，有两位小数，则此种情况不用再计算。

(2) 原价为 101 元：从 9 折变成 8 折，应付款为 $101 \times 0.8 = 80.8$ 元，另一件商品为 295.6 元，一共应该付款 $80.8 + 295.6 = 376.4$ 元。【选 D】

【注意】本题的第二种情况最能考验考生的水平，因此关键点在第二种情况，可以先计算第二种情况，算出 376.4 元后，可以发现只有 D 项符合。

【答案汇总】1-5: ADCCC; 6: D



【小结】经济利润：

1. 基础公式：

- (1) 利润 = 售价 - 成本。
- (2) 利润率 = 利润 / 成本。
- (3) 售价 = 成本 × (1 + 利润率)。
- (4) 折扣 (8 折、85 折)。

2. 分段计算：

- (1) 水电费、出租车费、税费等。
- (2) 每段费用分别计算，求和后即为总费用。

3. 合并付费：先分开买，再合并买，问省了多少钱？

答：便宜的那件商品的原价*折扣价（比如引例中 $85 \times 0.2 = 17$ 元）。如果问应付款，则把实际付款的钱数相加即可。

第七节 排列组合与概率

【注意】排列组合：一共 12 题，1~4 题为公式应用，5~9 题为重点题型（捆绑法、插空法），10~12 题为概率问题，概率问题是排列组合的延伸题型，二者有很多题型概念上是相通的。

【知识点】分类与分步：

1. 假设从北京去上海出差，有三种工具：火车、飞机、轮船，火车有 3 种坐法，飞机有 5 种坐法，轮船有 2 种坐法，求从北京到上海有几种不同的方法？

答：在三种交通工具中选择一种，要么飞机，要么火车，要么轮船，出现“要么……要么”，运用加法，一共 $3+5+2=10$ 种。

2. 若从北京到上海直达车没了，需要先去济南中转，从北京到济南有 5 种方法，从济南到上海有 3 种方法，求从北京到上海有几种方法？

答：从北京到上海，要先去济南再去上海，先把第一步做完，再把第二步做完，先……再……，用乘法 $5 \times 3 = 15$ 种方法。

3. 分类（要么……要么……）相加；分步（先……后……）相乘。

【引例】从甲地到乙地每天有直达班车 4 班，从甲地到丙地每天有直达班车 5 班，从丙地到乙地每天有直达班车 3 班，则从甲地到乙地共有多少种不同的乘车方法？（ ）

A. 12

B. 19

C. 32

D. 60

【解析】引例. 画图理解，从甲到乙直达有 4 种方法；若转车，从甲到丙有 5 种方法，从丙到乙有 3 种方法。要么直达，要么转车，从中选一种，直达有 4 种情况，转车为 $5 \times 3 = 15$ 种，一共 $4+15=19$ 种方法。**【选 B】**



【知识点】排列与组合：

1. 排列：与顺序有关。从 n 个元素中有顺序的取出 m 个，表示为 $A(n, m)$
 $= n * (n-1) * \dots * (n-m+1)$ ，从 n 开始乘 m 个数，记住从哪个开头，乘几个数即可。

如从 6 个人中有顺序的选 3 个人， $A(6, 3) = 6 * 5 * 4$ ，上标决定有几个数，下标决定从几开始； $A(8, 2) = 8 * 7$ ，排列组合一般不考计算，一般考查算式。

2. 组合：与顺序无关。从 n 个元素中不考虑顺序的抽出 m 个， $C(n, m) = [n * (n-1) * \dots * (n-m+1)] / (m * \dots * 1)$ ，分子为排列算法，分母从 m 乘到 1。不用知道为什么，排列组合的难是无极限的，考试只需知道何时用 A ，何时用 C 即可。

如 $C(6, 3) = (6 * 5 * 4) / (3 * 2 * 1) = 20$ ； $C(9, 4) = (9 * 8 * 7 * 6) / (4 * 3 * 2 * 1) = 126$ 。计算结果一定为整数，若非整数肯定是计算错误。

3. 判定标准：如粉笔有 10 个管培生，第一种：要挑出 3 人去搬桌子；第二种：挑出 3 人去领一二三等奖，问哪个用 A ，哪个用 C ？

答：第一种：若挑甲、乙、丙去搬东西，调换顺序变成丙、乙、甲，还是这三人搬东西，谁先搬谁后搬只是名字的先后，对做的事情没有影响，交换后与没交换是一样的，故用 $C(10, 3)$ 。

第二种：挑三人，先挑甲，再挑乙，最后挑丙，此时甲为一等奖，乙为二等奖，丙为三等奖；若顺序调换，变为乙、甲、丙，此时乙为一等奖，甲为二等奖，丙为三等奖，明显与刚才情况不同。若三人做不一样的事情，或者换顺序后情况发生变化，此时需要考虑顺序， $A(10, 3)$ 。

结论：从已选的主体中任意挑出两个，调换顺序。有差别，与顺序有关 (A)；无差别，与顺序无关 (C)。

C. 450

D. 75

【解析】例 2. 一共 10 个专家 10 间房，所以一个专家住一间房。有宽松要求有严格要求的，先排特殊情况。第一步：4 个人要住 2 层，从 2 层的 5 间房中选 4 间房给 4 个专家，5 选 4，房间房号不同（有的靠街、有的潮湿），有顺序 A (5, 4)；或者房间是无生命的，为无顺序，C (5, 4)，4 个人选房间（人不同），需要考虑顺序，C (5, 4) * A (4, 4)，较为麻烦。第二步：3 个人要求住一层，从一层的 5 间房中选 3 间房给 3 个人，为 A (5, 3)。第三步：剩下的 3 个专家没有要求，剩下的 3 间房给 3 个人，有顺序 A (3, 3)。要全部满足才能满足要求，“先……再……”用乘法， $A(5, 4) * A(5, 3) * A(3, 3) = (5*4*3*2) * (5*4*3) * (3*2*1) = 120*60*6 = 7200*6 > 7200$ ，只有 A 项满足条件。【选 A】

例 3 (2016 北京) 某次专业技能大赛有来自 A 科室的 4 名职工和来自 B 科室的 2 名职工参加。结果有 3 人获奖且每人的成绩均不相同。如果获奖者中最多只有 1 人来自 B 科室，那么获奖者的名单和名次顺序有多少种不同的可能性？()

A. 48

B. 72

C. 96

D. 120

【解析】例 3. 因最多只有一个来自 B 科室，所以要么 2 个来自 A 科室，1 个来自 B 科室 (2A1B)，要么 3 个全部来自 A 科室 (3A)。名单为获奖人的名字，名次为确定的排序，故此题要先选择谁获奖了，再进行排序。

先分类讨论：(1) 如果 2 个来自 A 科室，1 个来自 B 科室：A 科室的 4 个人中有 2 人获奖 C (4, 2)，B 科室的 2 个人中有 1 人获奖 C (2, 1)，一共有 $C(4, 2) * C(2, 1) = 6*2 = 12$ 种；(2) 如果 3 个人来着 A 科室：从 A 科室的 4 个人中挑 3 个 C (4, 3)，B 科室没有人则不用考虑，一共有 $C(4, 3) = C(4, 1) = 4$ 种。“要么……要么”用加法，选人共有 $12+4=16$ 种。

因为每一个名单上都有 3 个名字，每一个名单上的三个名字彼此间都是有不同的，所以名单与名单之间是没有关系的，故需要将甲、乙、丙进行排序，三人有内部顺序 A (3, 3) = 6 种。先选人再排序，用乘法 $16*6=96$ 种。【选 C】

【注意】C (n, m)：当 m 很大时（很接近 n）， $C(n, m) = C(n, n-m)$ 。

C. 5001~20000

D. 大于 20000

【解析】例 5. “每个部门的参赛选手比赛顺序必须相连”，说明每个部门的选手要捆在一起。（1）先捆绑。本题用 3 次捆绑，第一个部门：A(3,3)；第二个部门：A(2,2)；第三个部门：A(4,4)， “先……后……”，用乘法。

（2）再排列。把三个部门分别看做整体进行全排列，即 A(3,3)，则一共的情况数=A(3,3)*A(2,2)*A(4,4)*A(3,3)，求范围，用估算，原式 $\approx 12*100^+$ >1000，但是小于 5000。【选 B】

【注意】本题创新点（难点）在于：三个部门，每个部门内部要相邻。

【答案汇总】1-5: BACBB

例 6（2017 广东）单位工会组织拔河比赛，每支参赛队伍都由 3 名男职工和 3 名女职工组成。假设比赛时要求 3 名男职工的站位不能全部连在一起，则每支队伍有几种不同的站位方式？（ ）

A. 432

B. 504

C. 576

D. 720

【解析】例 6. “不能全部连在一起”，即不能全相邻，与不相邻不同，不能全相邻说明甲乙可以相邻，与丙之间需要隔一个女生，不相邻说明甲乙丙中间都要隔一个女生。不能全相邻包括不相邻和有 2 人相邻这两种情况，比较复杂，正难反易。不能全相邻反面是全相邻，用捆绑法。不相邻情况数=总情况数-反面情况数（三个男生全相邻）=A(6,6)-A(3,3)*A(4,4)=720-6*24，用尾数法，原式尾数=0-4=6。【选 C】

【注意】A(6,6)=6*5*4*3*2*1=6*A(5,5)=6*120=720。

【知识点】插板法：

1. 引例：甲乙丙丁戊己 6 个老师站成一排照相，要求甲乙丙 3 人必须不相邻，有（ ）种不同的站法？

答：（1）先排可以相邻的，即丁戊己 3 人，A(3,3)=6。（2）再插空，3 人形成 4 个空，将甲乙丙插入空中，4 个空中选 3 个插入，人与人不同，有顺序，用 A，A(4,3)=24。则一共有 6*24=144 种站法。

2. 方法：(1) 先排：先安排可以相邻的元素，形成若干个空位。

(2) 再插：将不相邻的元素插入到空位中。

3. 易错点：第(2)步有无顺序，取决于插进去的元素不同或相同。如，人与人不同，所以有顺序，用A；如果插入三只猴子，猴子与猴子分不出区别，所以没有顺序，用C。

例 7 (2017 江苏) 两公司为召开联欢晚会，分别编排了 3 个和 2 个节目，要求同一公司的节目不能连续出场，则安排节目出场顺序的方案共有 ()。

A. 12 种

B. 18 种

C. 24 种

D. 30 种

【解析】例 7. “不能连续”说明不相邻。假设甲公司编排 3 个节目，乙公司编排 2 个节目。“同一公司的节目不能连续出场”，说明甲公司的 3 个节目不能相连、乙公司的 2 个节目不能相连。

方法一：(1) 先排乙，把乙公司的 2 个节目进行排列，即 $A(2, 2)$ ；(2) 再排甲。乙公司的 2 个节目形成 3 个空，把甲公司的 3 个节目插入空中，3 个空选 3 个，节目不相同，有顺序，即 $A(3, 3)$ 。所以方案总共有 $A(2, 2) * A(3, 3) = 12$ 种。

方法二：(1) 先排甲。把甲公司的 3 个节目进行排列， $A(3, 3)$ ；(2) 再排乙。将乙公司的 2 个节目插入空中，甲公司的 3 个节目形成 4 个空，注意“坑”：因为同一个公司的节目不能相连，所以乙公司的节目不能插在两头，只能插在中间的 2 个空，即 $A(2, 2)$ 。所以方案总共有 $A(3, 3) * A(2, 2) = 12$ 种。【选 A】

例 8 (2017 四川) 某兴趣组有男、女生各 5 名，他们都准备了表演节目，现在需要选出 4 名学生各自表演 1 个节目，这 4 人中既要有男生，也要有女生，且不能由男生连续表演节目，那么，不同的节目安排有多少种？()

A. 3600

B. 3000

C. 2400

D. 1200

【解析】例 8. “各 5 名”、“选 4 人”，说明是 10 人中选 4 人，要求有男有女，且男生不连续，则先排女生，再将男生插空。5 男 5 女选 4 人有三种方法：

(1) 3 男 1 女：此时男生必定有相邻，与题意矛盾，排除；(2) 2 男 2 女：2

个女生形成 3 个空，3 个空选 2 个插入男生，男生有顺序，即 $A(2, 2) * A(3, 2)$ ，5 个男生中选 2 人、5 个女生中选 2 人，则 $C(5, 2) * C(5, 2) * A(2, 2) * A(3, 2) = 10 * 10 * 2 * 6 = 1200$ ；（3）1 男 3 女：3 个女生形成 4 个空，此时男生不管怎么排都满足男生不相邻，即 $C(5, 1) * C(5, 3) * A(4, 4) = 5 * 10 * 24 = 1200$ 。所以一共有 $1200 + 1200 = 2400$ 种方案。【选 C】

【注意】本题如果分析清楚，说明插空法与常规方法已经基本掌握清楚。

【知识点】枚举法：

1. 引例：有若干张面值不等的货币（5 元、2 元、1 元），要支付一笔费用，有多少种无需找零的付钱方式？

答：求“无需找零”，需要正好凑 13 元。考查拆法，用公式不好做，直接枚举，按照从大到小依次枚举，不容易遗漏。（1）5 元的 2 张、2 元的 1 张、1 元的 1 张： $5 * 2 + 2 * 1 + 1 * 1 = 13$ ；（2）5 元的 2 张、2 元的 0 张、1 元的 3 张： $5 * 2 + 2 * 0 + 1 * 3 = 13$ 。共 2 种方式。

2. 方法：（1）按照面额或数值的大小，从大到小列表枚举，不漏不重。

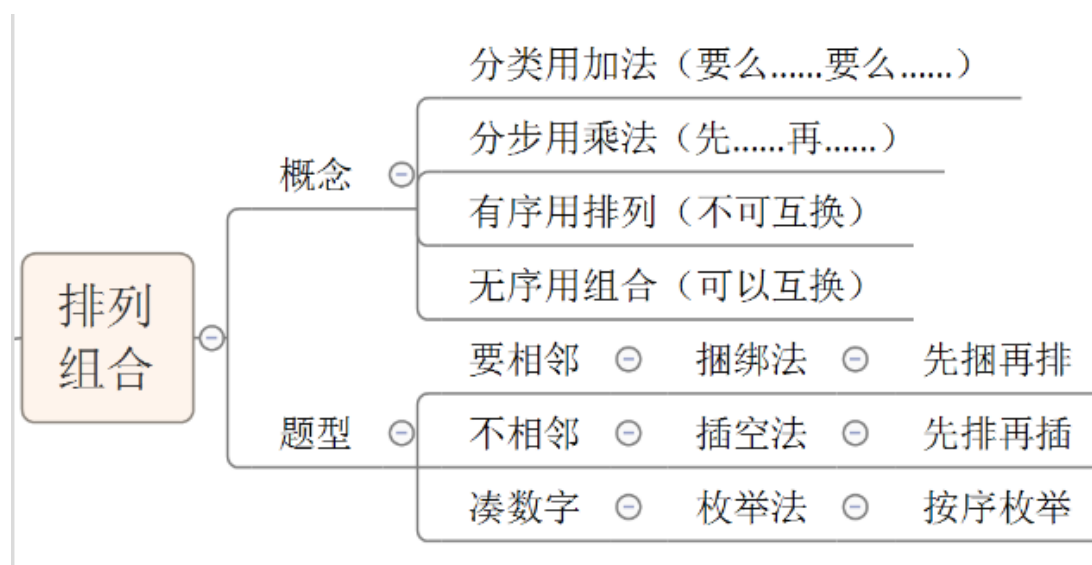
（2）注意每种数值的个数不得超过条件给的上限。

例 9（2015 国考）餐厅需要使用 9 升食用油，现在库房里库存有 15 桶 5 升装的，3 桶 2 升装的，8 桶 1 升装的。问库房有多少种发货方式，能保证正好发出餐厅需要的 9 升食用油？（ ）

- A. 4
- B. 5
- C. 6
- D. 7

【解析】例 9。“正好”表示刚好等于 9 升，枚举法（从大到小）：（1）5 升 1 桶+2 升 2 桶+1 升 0 桶；（2）5 升 1 桶+2 升 1 桶+1 升 2 桶；（3）5 升 1 桶+2 升 0 桶+1 升 4 桶；5 升情况前面都列举出来了，所以往下降，注意陷阱，5 升 0 桶+2 升 4 桶+1 升 1 桶，2 升最多是 3 桶，不能用 4 桶，所以错误；（4）5 升 0 桶+2 升 3 桶+1 升 3 桶；（5）5 升 0 桶+2 升 2 桶+1 升 5 桶；（6）5 升 0 桶+2 升 1 桶+1 升 7 桶；5 升 0 桶+2 升 0 桶+1 升 9 桶，1 升的只有 8 桶，不能用 9 桶，所以错误。一共 6 种的情况。【选 C】

【注意】当一个桶从有到无时，往往有陷阱。凡是考查“切桶”（把桶的数量从1变为0）的题目要注意“坑”，看题干已给条件的上限。



【小结】排列组合：

1. 概念：（1）分类用加法（要么……要么……）。

（2）分步用乘法（先……再……）。

（3）有序用排列（不可互换位置）。

（4）无序用组合（可以互换位置）。

2. 题型：

（1）要相邻：捆绑法。先捆再排。

（2）不相邻：插空法。先排再插。

（3）凑数字：枚举法。按序枚举。

【注意】特殊说明：

1. 排列组合题型较多，难度坡度较大，故在精讲课中安排的是公式运用（例1～4）和重点题型（例5～9）。

2. 还有一些题型（如插板法、错位排列等）会在后续的学霸养成课为大家讲解。

3. 请先复习好精讲课中的重点内容，再学习较难的后续补充。

【知识点】概率：

1. 给情况求概率。如，中彩票一等奖的概率=满足一等奖的情况数/所有情况数。

(1) 公式：概率=满足要求的情况数/全部的情况数。概率在 0~1 之间，不会超过 1。

(2) 注意：正难则反，满足概率=1-不满足概率。

2. 给概率求概率。如，下雨的概率是……，遇到红灯的概率是……，打牌输的概率……。

(1) 分类： $P(A) = P_1 + P_2 + \dots + P_n$ 。

如，今天晴天概率是 0.4，多云概率是 0.1，阴雨概率是 0.4，暴雨概率是 0.1，问去郊区玩的概率是多少？

答：只有晴天和多云可以去郊区玩，要么晴天要么多云，用加法， $0.4 + 0.1 = 0.5$ 。

(2) 分步： $P(A) = P_1 * P_2 * \dots * P_n$ 。

如，从甲地到乙地需要经过 2 个红灯，第一个红灯概率是 0.4，第二个红灯概率是 0.7，问从甲到乙遇到红灯的概率？

答：先遇到第一个红灯，后遇到第二个红灯，用乘法， $0.4 * 0.7 = 0.28$ 。

例 10（2015 国考）某单位有 50 人，男女性别比为 3：2，其中有 15 人未入党，若从中任选 1 人，则此人为男性党员的概率最大为多少？（ ）

- A. 3/5
- B. 2/3
- C. 3/4
- D. 5/7

【解析】例 10. 50 个人比例是 3：2，即 30 男 20 女，“15 人未入党”可以还原为入党的人有 35 人，求男性党员概率最多。 $P_{\text{男性党员}} = C(\text{男党员}, 1) / C(50, 1) = \text{男党员} / 50$ 。党员人数=35>男性人数=30，所以最幸运情况是 30 名男性全是党员，即 $30/50 = 3/5$ 。【选 A】

【注意】 $P = \text{满足要求} / \text{总情况}$ ，总情况比较好算，所以答案是 $X/50$ ，看选项，分母 50 可以约分，但 50 不是 3、4、7 的整数倍，即不能约分为 3、4、7，所以排除 B、C、D 项。结论：概率题先算分母，用倍数特性排除选项。

【答案汇总】 6-10: CACCA

例 11 (2016 江苏) 一辆公交车从甲地开往乙地需经过三个红绿灯路口, 在这三个路口遇到红灯的概率分别是 0.4、0.5、0.6, 则该车从甲地开往乙地遇到红灯的概率是 ()。

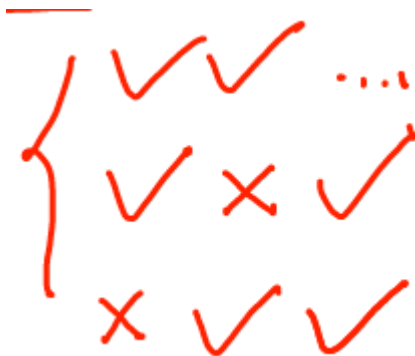
- A. 0.12
B. 0.50
C. 0.88
D. 0.89

【解析】例 11. 遇到红灯有三种情况：遇到一个红灯；遇到二个红灯；遇到三个红灯，逐一分析比较麻烦，正难反易。遇到红灯的反面是没有遇到红灯，则没有遇到红灯的概率=0.6*0.5*0.4，所以遇到红灯概率=1-0.6*0.5*0.4=1-0.12=0.88。【选 C】

例 12（2015 联考）某场羽毛球单打比赛采取三局两胜制。假设甲选手在每局都有 80% 的概率赢乙选手，那么这场单打比赛甲有多大的概率战胜乙选手？
（ ）

- A. 0.768 B. 0.800
C. 0.896 D. 0.924

【解析】例 12. “三局两胜”有三种情况：（1）前两局胜，第三局不用再比： $80\% \times 80\%$ ；（2）第一、三局胜，第二局输： $80\% \times 20\% \times 80\%$ ；（3）第一局输，后两局胜： $20\% \times 80\% \times 80\%$ 。“要么……要么……”，分类用加法：总的情况数 $= 80\% \times 80\% + 80\% \times 20\% \times 80\% + 20\% \times 80\% \times 80\% = 80\% \times 80\% \times (1 + 40\%) = 64\% \times 1.4$ ，尾数法，原式尾数 $= 4 \times 4 = 6$ 。【选 C】



【注意】比赛中，只要不是“一局定胜败”，则高手越比越厉害。如果胜率低于 50%，则越比胜率越低；如果胜率高于 50%，则越比胜率越高。

【答案汇总】第六节：经济利润问题：1-5：ADCCC；6：D

第七节：排列组合与概率问题：1-5：BACBB；6-10：CACCA；11-12：CC

【注意】1. 预习范围：第八节容斥问题、第九节最值问题。

2. 预习要求：（1）原则上要做完每个章节至少 50%的题目。

（2）实在不会做的话，对每节前几题要有充分的思考，熟悉题型和题意。

3. 行百里者半九十。成功只有两步：一步是开始，一步是坚持。

遇见不一样的自己

come to meet a different you