

# Analiza statystyczna danych

dr Marcin Woźniak

[woz@amu.edu.pl](mailto:woz@amu.edu.pl)

*konsultacje po wcześniejszym umówieniu!*

# Literatura

- *Statystyczna analiza danych z wykorzystaniem programu R*, red. M. Walesiak, E. Gatnar, PWN 2012.
- B. Everitt, T. Hothorn, *A Handbook of Statistical Analyses Using R*, Taylor & Francis 2010.
- Robert Nisbet, Gary Miner and Ken Yale, *Handbook of Statistical Analysis and Data Mining Applications*, Elsevier, 2018.
- W. N. Venables i B. D. Ripley, *Modern Applied Statistics with S*, Springer 2002.
- D. Griffith, C. Amrhein, J. Desloges, *Statistical Analysis for Geographers*, Prentice Hall, 1990.

# Warunki zaliczenia

- Egzamin pisemny z **treści wykładów**
- Termin I: 6 lutego 2024, g.10:00, s.21
- Termin poprawkowy: luty 2024 (druga połowa)
- Warunkiem podejścia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń

# Plan wykładów

- Czym jest statystyka i kontekst historyczny
- Dane statystyczne
- Metoda statystyczna
- Podstawowe miary opisu danych (miary rozrzutu i środka, miary zależności i bliskości, współczynnik Giniego i krzywa Lorenza)
- Projektowanie badań społecznych (dobór próby, pomiar)

# Plan wykładów

- Dalsza eksploracja danych (podstawowe algorytmy klasyfikacji danych: k-means, DB-scan, metody hierarchiczne i niehierarchiczne)
- AI i uczenie maszynowe
- Predykcja statystyczna (modele regresji liniowej pojedynczej i wielorakiej, regresja logistyczna, modele szeregów czasowych)

Analiza Statystyczna

# Czym jest statystyka?



<https://www.youtube.com/watch?v=4DruxASC1kM>

Czym jest statystyka?

Analiza Statystyczna

# Czym jest statystyka?

*"Statistics is the branch of scientific method which deals with the data obtained by counting or measuring the properties of populations of natural phenomena. In this definition 'natural phenomena' includes all the happenings of the external world, whether human or not."*

Professor Maurice Kendall, 1943

## Analiza Statystyczna

*"Statistics is: the fun of finding patterns in data; the pleasure of making discoveries; the import of deep philosophical questions; the power to shed light on important decisions, and the ability to guide decisions..... in business, science, government, medicine, industry..."*

Professor David Hand, 2009



# Czym jest statystyka?

- Dziedzina matematyki zajmująca się zbieraniem, analizą, wizualizacją i interpretacją danych
- Dwa (główne) działy: statystyka opisowa i wnioskowanie statystyczne
- Dostarcza metod do analizy i interpretacji otaczającej nas rzeczywistości

Analiza Statystyczna

# Czym jest statystyka?

- Dziedzina matematyki zajmująca się zbieraniem, analizą, wizualizacją i interpretacją danych
- Dwa (główne) działy: statystyka opisowa i wnioskowanie statystyczne
- Dostarcza metod do analizy i interpretacji otaczającej nas rzeczywistości
- Termin “statystyka” może też odnosić się do konkretnych wskaźników
- Rozwój wielu nowych technik analitycznych opartych na statystyce

Analiza Statystyczna

# Statystyka – podejście analityczne

- SPSS
- Statistica
- Stata
- MATLAB
- GAUSS
- E Views
- GRETL
- R

Analiza Statystyczna

# Środowisko R



Article [Talk](#)

[Read](#) [Edit](#) [View history](#)

## R (programming language)

From Wikipedia, the free encyclopedia

**R** is a [programming language](#) for [statistical computing](#) and graphics supported by the R Core Team and the R Foundation for Statistical Computing. Created by statisticians [Ross Ihaka](#) and [Robert Gentleman](#), R is used among [data miners](#), [bioinformaticians](#) and [statisticians](#) for [data analysis](#) and developing statistical software.<sup>[7]</sup> Users have created packages to augment the functions of the R language.

According to user [surveys](#) and studies of scholarly literature databases, R is one of the most commonly used programming languages used in data mining.<sup>[8]</sup> As of December 2022, R ranks 11th in the [TIOBE index](#), a measure of programming language popularity, in which the language peaked in 8th place in August 2020.<sup>[9][10]</sup>

The official R software environment is an open-source free software environment within the GNU package, available under the GNU General Public License. It is written primarily in C, Fortran, and R itself (partially self-hosting). Precompiled executables are provided for various operating systems. R has a command line interface.<sup>[11]</sup> Multiple third-party graphical user interfaces are also available, such as RStudio, an integrated development environment, and Jupyter, a notebook interface.

### Contents [\[hide\]](#)

- History
- Features
  - Data processing
  - Programming
- Packages
- Milestones
- Interfaces
- Implementations
- Community
- The R Journal*
- Comparison with alternatives

**R**



R terminal

<b>Paradigms</b>	Multi-paradigm: procedural, object-oriented, functional, reflective, imperative, array <sup>[1]</sup>
<b>Designed by</b>	Ross Ihaka and Robert Gentleman
<b>Developer</b>	R Core Team
<b>First appeared</b>	August 1993; 29 years ago
<b>Stable release</b>	4.2.2 <sup>[2]</sup> / 31 October 2022; 2 months

# Środowisko R

- Wywodzi się z języka S opracowanego na potrzeby analizy danych
- Własne czasopismo “R Journal”
- Używany na uniwersytetach (np. MIT, Cambridge)
- Używany w wielu firmach komercyjnych (np. Google, CitiBank, Novartis)

## Data Science Scientific Programmer

Bristol-Myers Squibb - Hopewell, NJ

At least 2 years programming experience in public health data sets preferred. As a member of this team, you will integrate data from diverse clinical trial and...

Estimated: \$120,000 - \$160,000 a year ⓘ

## Data Scientist

Microsoft - Redmond, WA

Experience with a numerical programming language such as Python/Numpy/Scipy, R, Matlab, or similar and some familiarity with SQL or similar....

Estimated: \$77,000 - \$110,000 a year ⓘ

13d

## Data Scientist III (Bioinformatics/Data Analytics)

Bio-Rad - Pleasanton, CA

Experienced with one major programming language (e.g. 3+ years proven leadership experience, managing Data Scientists and Statisticians....

Estimated: \$130,000 - \$170,000 a year ⓘ

## Data Scientist/Statistician/Predictive Modeler

DataLab USA - Germantown, MD

Programming with SQL. R experience a plus. DataLab USA is an award winning database marketing company that focuses on optimizing multichannel

# Zalety R

- Darmowy i dostępny na wszystkie platformy
- Otwarty kod źródłowy
- Szybki, elastyczny i stabilny
- Duże możliwości graficzne
- Duża liczba tutoriali i system pomocy
- Możliwość instalacji dodatkowych pakietów

Analiza Statystyczna

# Wady R

- Ograniczony interfejs graficzny
- Brak komercyjnego wsparcia technicznego
- Przechowuje dane w pamięci fizycznej
- Konieczność nauki języka (+)

Statystyka - kontekst historyczny

Analiza Statystyczna



# Statystyka - kontekst historyczny

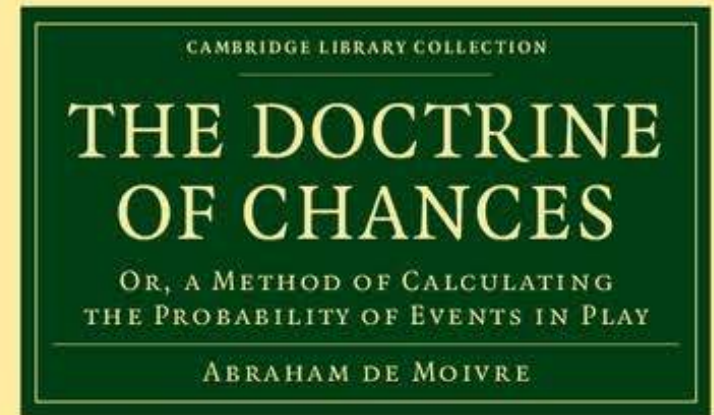
- Relatywnie nowa dyscyplina nauki
- Większość dorobku powstała w ostatnich 150 latach
- Początkowo głównym czynnikiem rozwoju był hazard
- Dualność współczesnej analizy statystycznej: ujęcie klasyczne vs ujęcie Bayesowskie

# Początki...

Przypuśćmy, że mamy stos 13 kart w jednym kolorze i inny stos 13 kart w innym kolorze.

Założmy, że każdy stos zawiera po jednym asie.

Jakie jest prawdopodobieństwo, że biorąc po jednej karcie z każdego stosu, wyciągnę dwa asy?



CAMBRIDGE

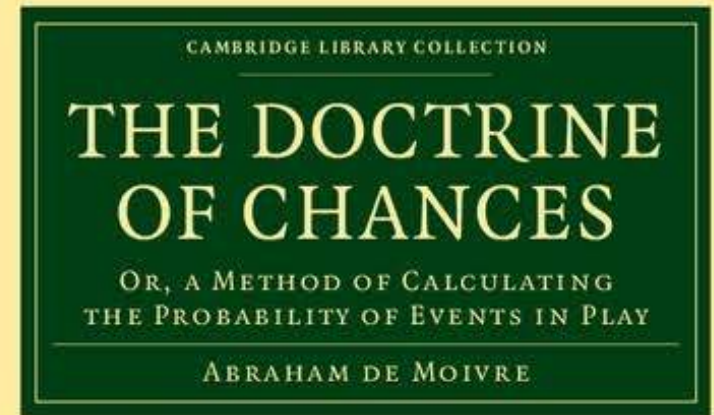
# Początki...

Przypuśćmy, że mamy stos 13 kart w jednym kolorze i inny stos 13 kart w innym kolorze.

Założmy, że każdy stos zawiera po jednym asie.

Jakie jest prawdopodobieństwo, że biorąc po jednej karcie z każdego stosu, wyciągnę dwa asy?

$$1/13 * 1/13 = 1/169$$



CAMBRIDGE

# Dualizm analizy statystycznej

- Thomas Bayes (prawdopodobieństwo warunkowe) vs Ronald Fisher (model parametryczny)

# Analiza Statystyczna

# Ujęcie Bayesa

- Prawdopodobieństwo wystąpienia zdarzenia w **przyszłości** jest równe prawdopodobieństwu jego wystąpienia w **przeszłości** podzielonemu przez prawdopodobieństwo wystąpienia wszystkich konkurencyjnych zdarzeń.



Thomas Bayes  
1702-1761

# Analiza Statystyczna



# Ujęcie Bayesa



Thomas Bayes  
1702-1761

- Prawdopodobieństwo wystąpienia zdarzenia w **przyszłości** jest równe prawdopodobieństwu jego wystąpienia w **przeszłości** podzielonemu przez prawdopodobieństwo wystąpienia wszystkich konkurencyjnych zdarzeń.
- Analiza przebiega w oparciu o pojęcie **prawdopodobieństwa warunkowego**: prawdopodobieństwa wystąpienia zdarzenia przy założeniu, że inne zdarzenie już wystąpiło.
- Rozpoczyna się od kwantyfikacji istniejącego stanu wiedzy badacza, przekonań i założeń na temat przeszłych zdarzeń.

Analiza Statystyczna

# Twierdzenie Bayesa

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

**Jakie jest prawdopodobieństwo zachorowania na raka w wieku 65 lat?**

Założmy, że ogólna częstość występowania raka wynosi 2% (wcześniejsze prawdopodobieństwo zachorowania na raka – *a priori*).

Następnie, założmy, że prawdopodobieństwo bycia w wieku 65 lat wynosi 0,3% i że prawdopodobieństwo, że ktoś, u kogo zdiagnozowano raka ma 65 lat, wynosi 0,4%.

Mając te dane, możemy obliczyć prawdopodobieństwo zachorowania na raka jako 65-latek.

# Twierdzenie Bayesa

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

**Jakie jest prawdopodobieństwo zachorowania na raka w wieku 65 lat?**

Założmy, że ogólna częstość występowania raka wynosi 2% (wcześniejsze prawdopodobieństwo zachorowania na raka – *a priori*).

Następnie, założmy, że prawdopodobieństwo bycia w wieku 65 lat wynosi 0,3% i że prawdopodobieństwo, że ktoś, u kogo zdiagnozowano raka ma 65 lat, wynosi 0,4%.

Mając te dane, możemy obliczyć prawdopodobieństwo zachorowania na raka jako 65-latek.

$$0.004 * 0.02 / 0.003 = 0.026 \text{ (2.6\%)}$$



# Model parametryczny

- Eliminacja pojęcia prawdopodobieństwa *apriori* na rzecz prawdopodobieństwa *rzeczywistego*
- Szereg założeń, m.in.:
  - dane wpasowują się w jeden ze znanych rozkładów prawdopodobieństwa (najczęściej rozkład normalny (Gaussa))
  - niezależność danych objaśniających



Ronald Fisher  
1890-1962

Analiza Statystyczna

# Model parametryczny

- Eliminacja pojęcia prawdopodobieństwa *apriori* na rzecz prawdopodobieństwa *rzeczywistego*
- Szereg założeń, m.in.:
  - dane wpasowują się w jeden ze znanych rozkładów prawdopodobieństwa (najczęściej rozkład normalny (Gaussa))
  - niezależność danych objaśniających
  - efekty oddziaływania jednej zmiennej na drugą mają charakter liniowy
  - dane muszą być numeryczne i ciągłe
- Dylemat: warunki laboratoryjne a świat rzeczywisty? (Fisher czy Bayes?)



Ronald Fisher  
1890-1962

Analiza Statystyczna

# Dalszy rozwój analizy statystycznej

- I generacja (lata > 20 XX w.) - opis i wnioskowanie, analiza wariancji, metody skupione na modelach liniowych
- II generacja (lata > 80 XX w.) – metody skupione na modelach nieliniowych, zmiennych dyskretnych (np. modele logitowe i logistyczne, SEM)
- III generacja (lata > 2010 XXI w.) – metody oparte na uczeniu maszynowym (np. sztuczne sieci neuronowe (ANN), drzewa decyzyjne)





# Rozwój analizy statystycznej w praktyce

**ENIAC (1965)**



- 12 m x 6 m
- 30 ton
- 150 000 W
- 6 000 000 \$
- 0.05 MIPS

**INTEL Core i7 (2022)**



- 38 cm x 26 cm
- 2 kg
- 60 W
- 500 \$
- 161 173 MIPS

Analiza Statystyczna

Dane statystyczne

Analiza Statystyczna

# Dane statystyczne

- Statystyka wymaga wykorzystania danych
- Pozyskanie danych (zazwyczaj) wymaga pomiaru
- Różne rodzaje i typy danych
- Klasyczny podział na dane ilościowe i jakościowe (i badania ilościowe i jakościowe)

# Rodzaje i typy danych

- **Dane ustrukturyzowane (np. dane tabelaryczne)**
- Dane nieustrukturyzowane (np. tekst, video, zdjęcia, audio)
- Dane częściowo ustrukturyzowane (np. logi, xml)

Analiza Statystyczna

# Rodzaje i typy danych

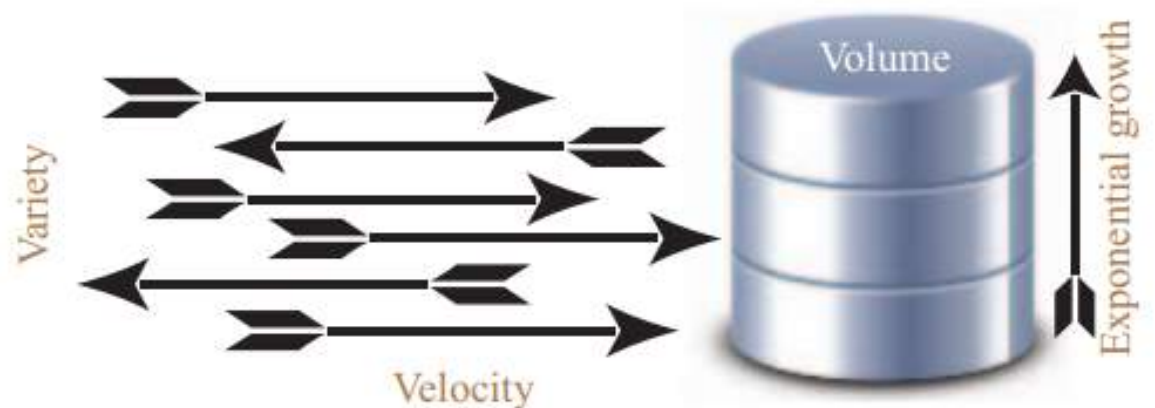
- **Dane ustrukturyzowane (np. dane tabelaryczne)**
- Dane nieustrukturyzowane (np. tekst, video, zdjęcia, audio)
- Dane częściowo ustrukturyzowane (np. logi, xml)
- Dane generowane w czasie rzeczywistym (np. streaming, transakcje bankowe)
- Data at Rest (dane w bibliotekach cyfrowych, np. dane sprzedażowe, dane z urządzeń mobilnych)
- Metadane (dane o danych)



# Big Data

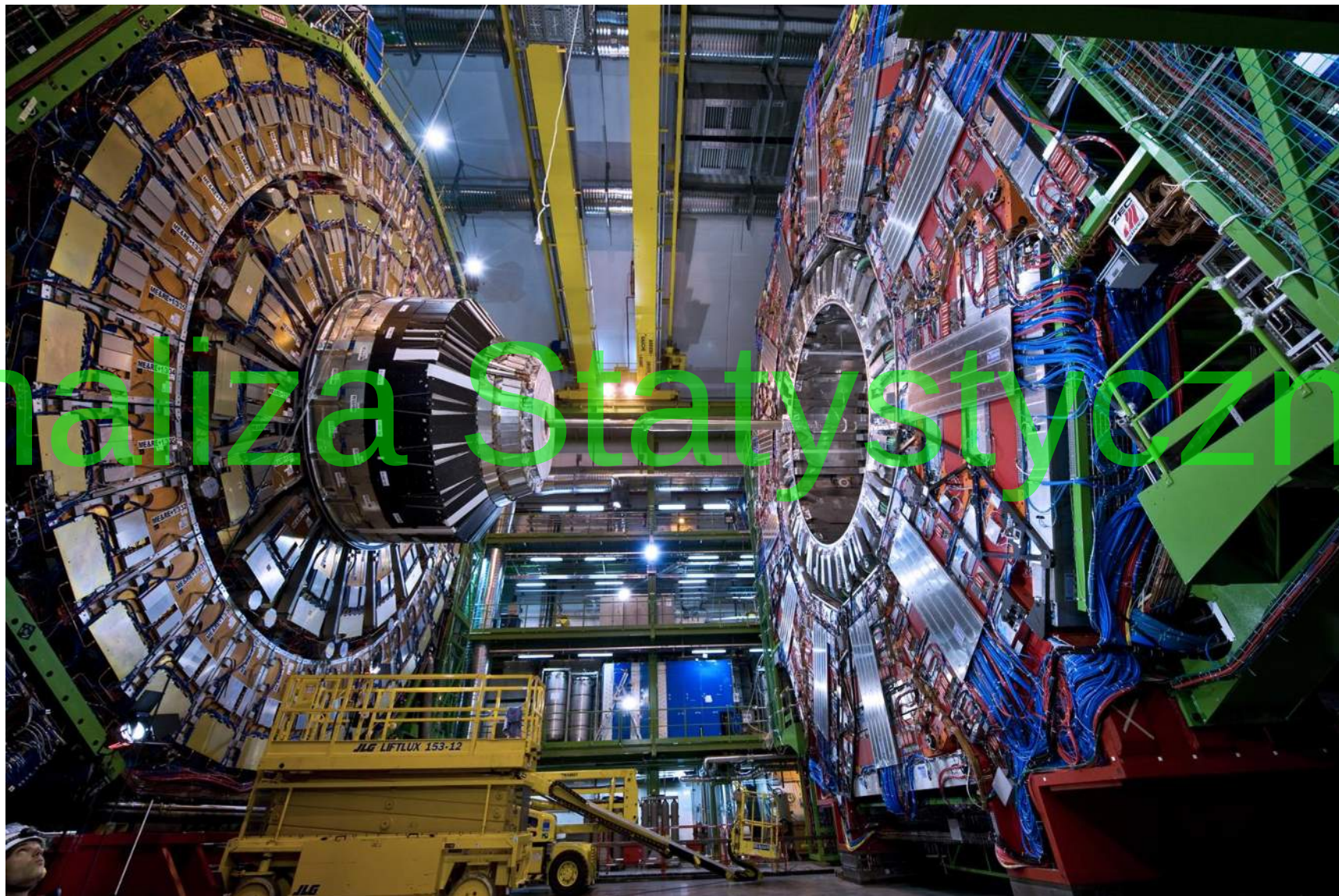
Wg Doug'a Laney (2001) – 3V:

- **Volume** - duża (relatywnie) ilość n-wymiarowych danych
- **Velocity** - wysoka zmienność, dynamika
- **Variety** - różnorodność źródeł, typów, formatów



# Volume

# Analiza Statystyczna



9 Petabajtów/ miesiąc



# Volume



10 TB / silnik / 30 minut

# Etapy pracy z danymi

1) Identyfikacja źródeł danych. Dane mogą być zebrane w jednej bazie albo rozproszone.

2) Pozyskanie danych (interfejs API,

tablice: .csv, .xlsx, .txt

GIS: geopackage, shapefile).

Analiza Statystyczna

# Etapy pracy z danymi

1) Identyfikacja źródeł danych. Dane mogą być zebrane w jednej bazie albo rozproszone.

2) Pozyskanie danych (interfejs API,

tablice: .csv, .xlsx, .txt

GIS: geopackage, shapefile).

3) Integracja (harmonizacja) danych: dane mogą być w różnych formatach lub występować na różnych poziomach agregacji lub są wyrażone w różnych jednostkach.

Skale pomiarowe

Analiza Statystyczna

# Skale pomiarowe

- **Nominalna:** przypisanie nazw do klas (np. czerwony, żółty, zielony). Skala jest nominalna, jeśli rozróżnia grupy. *Np. kolor może być użytecznym atrybutem, ale sam nie ma znaczenia numerycznego.*
- Operacje arytmetyczne nie mają sensu
- Inne przykłady?

# Skale pomiarowe

- **Porządkowa:** kategorie danych, które można uporządkować (np. Stopień trudności)
- Zbiór pozornie uporządkowanych kategorii nie tworzy skali porządkowej. Cecha jest porządkowa, jeśli implikuje ranking (stopniowanie).
- Operacje arytmetyczne nie mają sensu.
- Przykłady?



# Skale pomiarowe

- **Interwałowa:** dane liczbowe, które wykazują porządek, a także możliwość zmierzenia interwału (odległości) pomiędzy dowolną parą obiektów na skali (np. data urodzenia).
- Dane są typu interwałowego, jeśli różnice mają sens.
- Niektóre operacje arytmetyczne są dozwolone
- Inne przykłady?

# Skale pomiarowe

- **Ilorazowa:** interwałowa + naturalne pochodzenie (np. stopa bezrobocia, poziom płac, liczba wakatów).
- Pozwala określić rozmiar różnic pomiędzy analizowanymi cechami
- Stosunki między dwiema jej wartościami mają interpretację w świecie rzeczywistym.
- Nie nakłada ograniczeń w stosowaniu operacji matematycznych i metod statystycznych.
- Przykłady?

# Skale pomiarowe - podsumowanie

Nazwa uniwersytetu (cecha nominalna)	Poziom edukacji (cecha porządkowa)	Data rozpoczęcia sesji letniej (cecha interwałowa)	Ilość studentów (cecha ilorazowa)
Szkoła Handlowa Główna	Wysoki	14. czerwca 2019	32300
Uniwersytet Ekonomiczny	Bardzo wysoki	21. Czerwca 2019	12760
Politechnika Techniczna	Bardzo wysoki	13. Czerwca 2019	18710
SGWG	Dostateczny	28. Czerwca 2019	21290

Statystyki opisowe

Analiza Statystyczna

# Statystyki opisowe - narzędzia

- Ilustracja graficzna (np. histogram, wykres pudełkowy, słupkowy, liniowy, kartogramy, kartodiagramy)
- Tabele częstości + tabele krzyżowe
  - Miary środka
  - Miary rozproszenia
  - Miary koncentracji i asymetrii
  - Miary zależności i bliskości

Podstawowe narzędzia graficznej  
prezentacji danych

Analiza Statystyczna

# Wykres słupkowy

- to wykres, który przedstawia dane za pomocą prostokątnych słupków o wysokości lub długości proporcjonalnej do wartości, które reprezentują
- pokazuje porównania pomiędzy kategoriami danych. Jedna oś wykresu pokazuje konkretne kategorie, a druga oś przedstawia mierzoną wartość.

Analiza Statystyczna

# Wykres słupkowy

Jak często spacerujesz (N=376)?





# Histogram

- Jeśli pomiary mają wartości liczbowe w skali interwałowej lub ilorazowej, mogą one być pogrupowane w klasy (przedziały)
- Liczby w każdej klasie można zwizualizować jako wykres słupkowy, w którym ważna jest kolejność na osi x
- Wykres słupkowy tego typu nazywany jest histogramem

# Histogram

Przykład: mediana cen nieruchomości w stanie Teksas

# Analiza Statystyczna

# Przedziały klasowe

- Jeśli dane są pomiarami zmiennej ciągłej (numerycznej), wtedy standardową procedurą w tworzeniu histogramu jest utworzenie przedziałów klasowych i policzenie częstości występujących w każdym przedziale obserwacji.

# Przedziały klasowe

- Jeśli dane są pomiarami zmiennej ciągłej (numerycznej), wtedy standardową procedurą w tworzeniu histogramu jest utworzenie przedziałów klasowych i policzenie częstości występujących w każdym przedziale obserwacji.
- Wartości, determinujące przedziały są określane jako punkty odcięcia.
- Kluczowe jest ustalenie liczby klas/przedziałów.

# Przedziały klasowe

$$k = \frac{\max - \min}{h} \quad \text{lub} \quad h = \frac{\max - \min}{k}$$

Gdzie  $k$  to liczba klas, a  $h$  szerokość przedziału

$$k = 3.5 * sd / n^{(1/3)} \quad (\text{formuła Scotta, 1979})$$

Zgodnie z formułą Scotta, ile przedziałów utworzymy dla zbioru liczącego 1000 elementów, w którym odchylenie standardowe wynosi 25?

# Wykres pudełkowy (boxplot)

- Wykres pudełkowy (przedstawiony pionowo) tworzy się odkładając na osi y wartości kluczowych parametrów rozkładu

# Analiza Statystyczna

# Wykres pudełkowy (boxplot)

- Wykres pudełkowy (przedstawiony pionowo) tworzy się odkładając na osi y wartości kluczowych parametrów rozkładu
- To sposób wyświetlania zbioru danych oparty na podsumowaniu pięciu statystyk: *minimum, maksimum, mediana oraz pierwszy i trzeci kwartyl*.
- Składa się z prostokąta i przylegających do niego “wąsów”

# Wykres pudełkowy (boxplot)

Przykład – liczba cylindrów a zasięg auta

# Analiza Statystyczna



# Wykres liniowy

- To rodzaj wykresu, który wyświetla informacje w postaci serii punktów danych zwanych "markerami"
- Punkty te są połączone odcinakmi linii prostej
- Jest często używany do wizualizacji trendu w danych w odstępach czasu – tzw. szeregu czasowego.

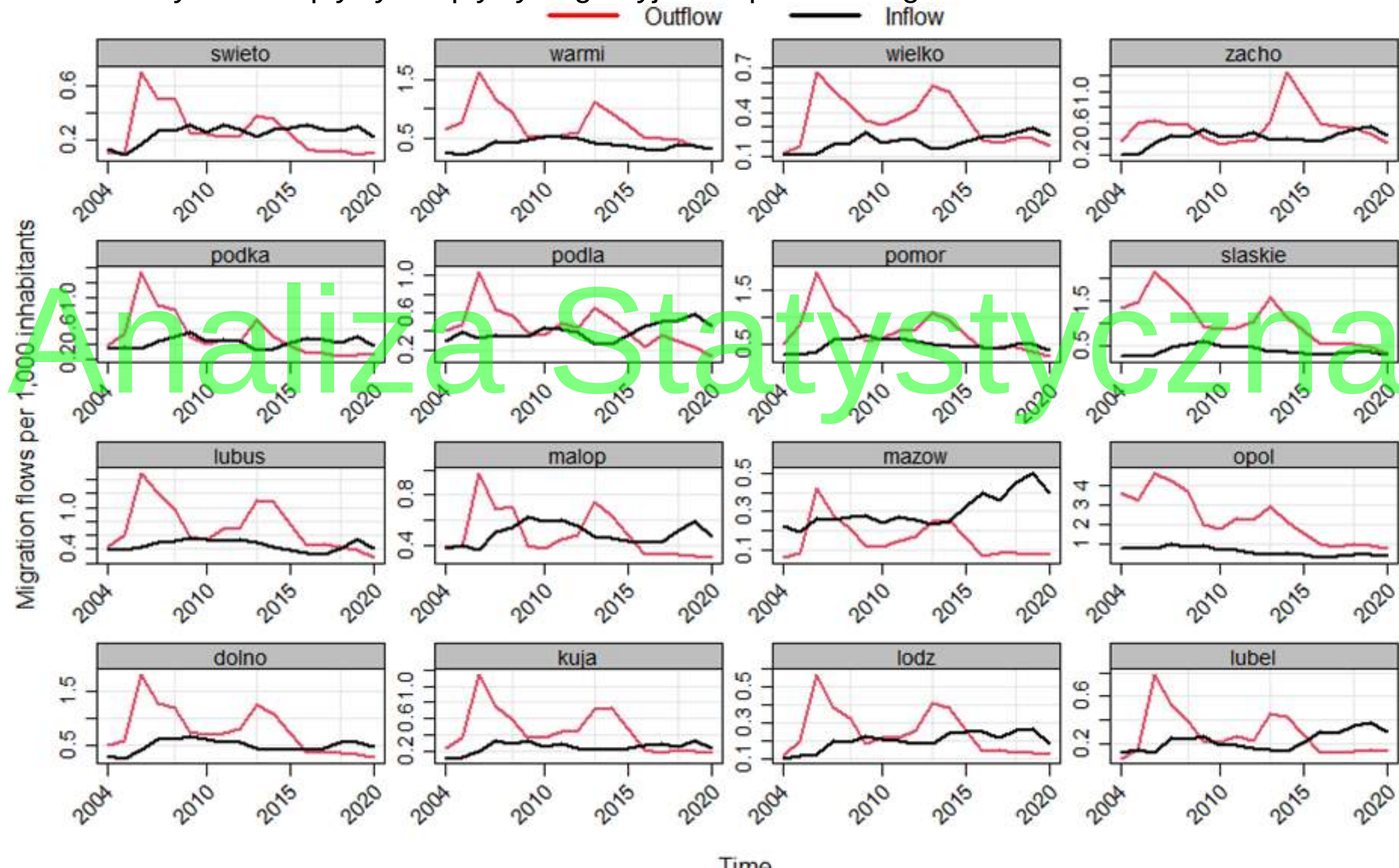
# Wykres liniowy

Przykład – popularność imion żeńskich

# Analiza Statystyczna

# Wykres panelowy liniowy

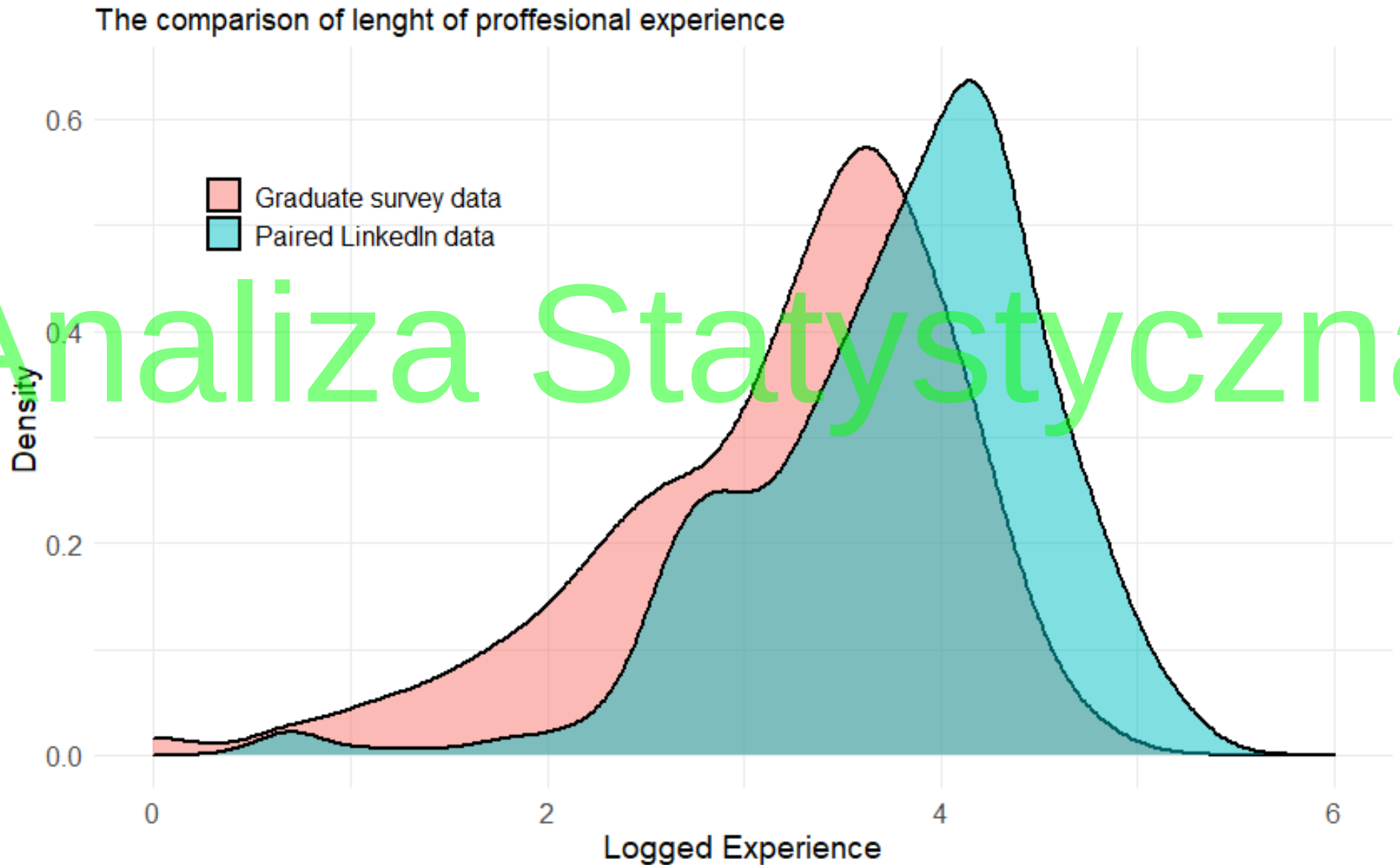
Wykres. Odpływy i napływy migracyjne do polskich regionów 2004-2020



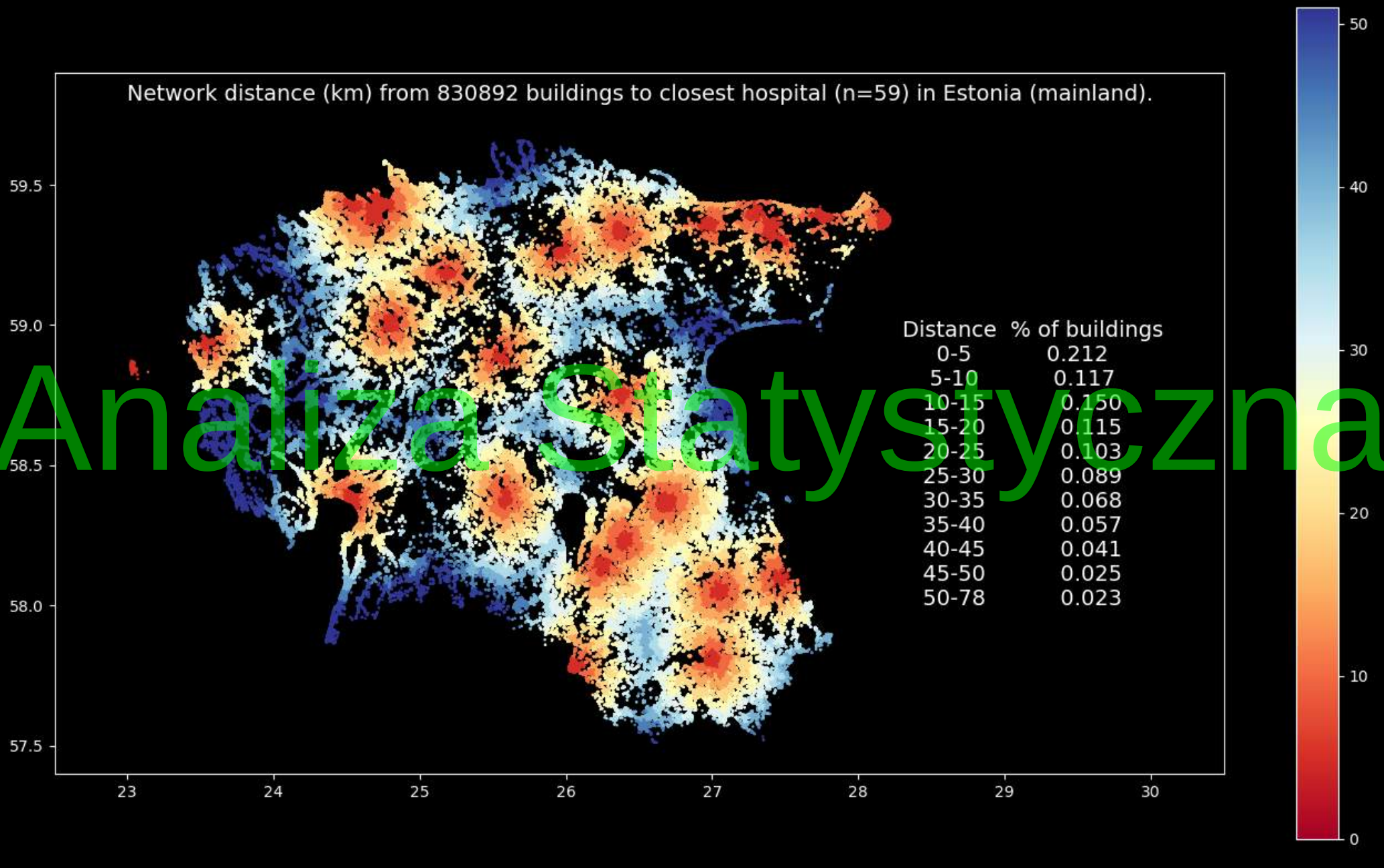
# Analiza Statystyczna

Inne przykłady

## ggplot2 R library – wykres gęstości

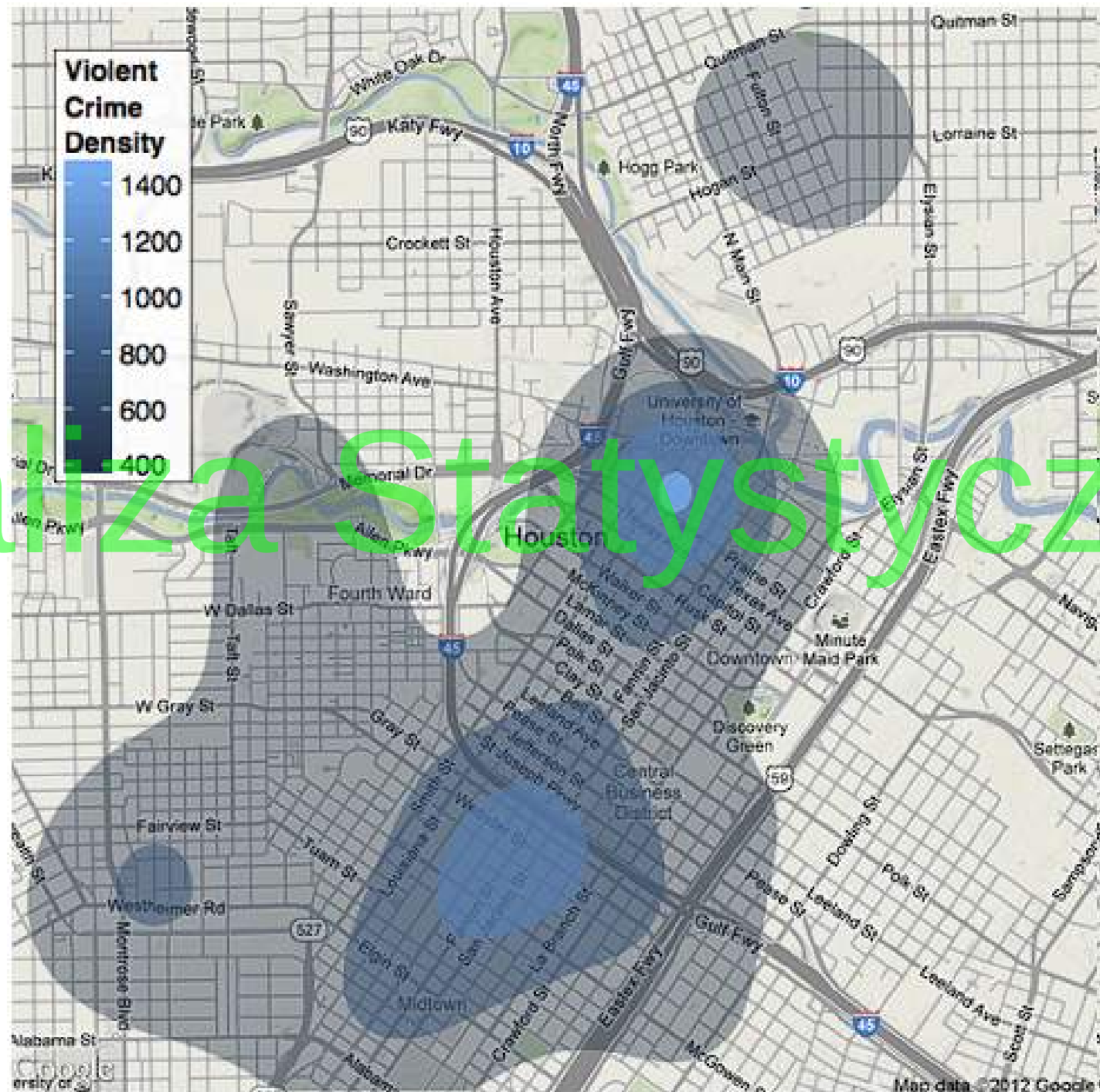


# OSMNX Python library – kartogram - czas dostępności





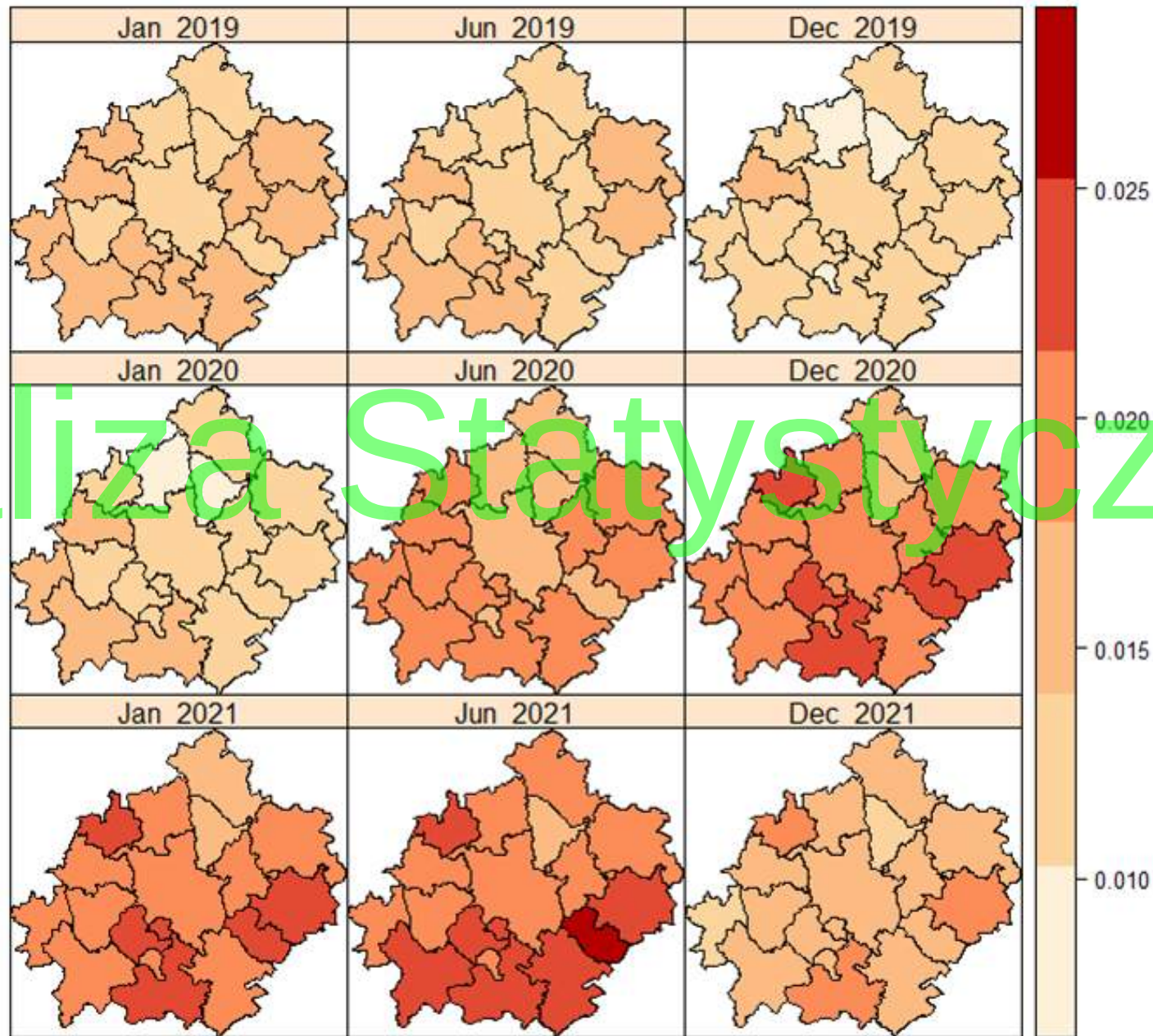
## ggmap R library – kartogram gęstości



Analiza Statystyczna

# sp R library – kartogramy

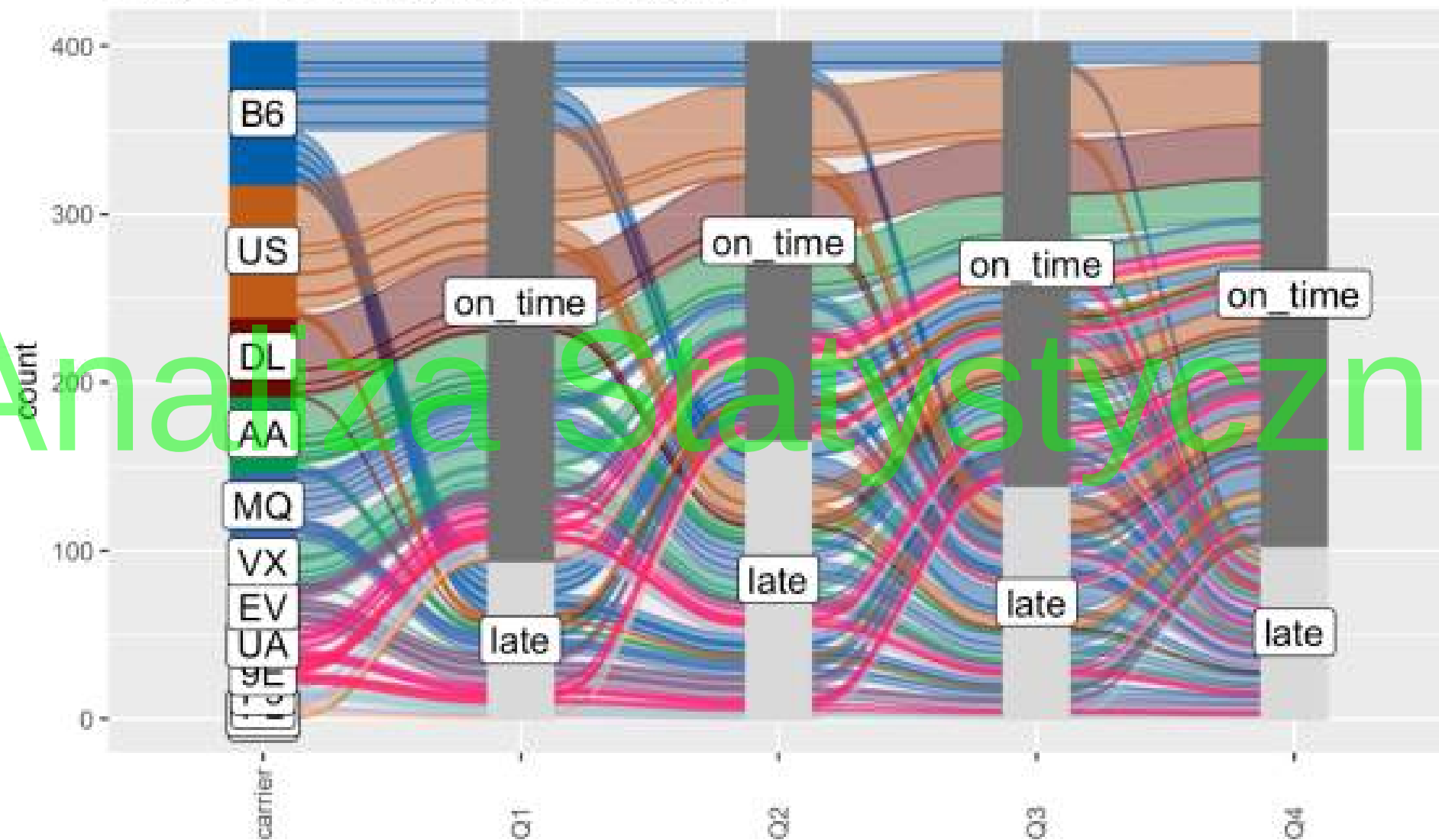
Stopa bezrobocia w 17 gminach aglomeracji poznańskiej





## Alluvial R library – wykres przepływów

Carriers ordered by number of flights



Number of flows: 108  
Original Dataframe reduced to 26.9 %  
Maximum weight of a single flow 9.2 %

# Zalety (dobrej) grafiki:

- W porównaniu z innymi rodzajami prezentacji, dobrze zaprojektowane wykresy są bardziej efektywne i interesujące
- Relacje wizualne przedstawione przez wykresy są łatwiejsze do zapamiętania.

Analiza Statystyczna

# Zalety (dobrej) grafiki:

- W porównaniu z innymi rodzajami prezentacji, dobrze zaprojektowane wykresy są bardziej efektywne i interesujące
- Relacje wizualne przedstawione przez wykresy są łatwiejsze do zapamiętania.
- Wykorzystanie wykresów oszczędza czas - istotne rezultaty mogą być widoczne “na pierwszy rzut oka”.
- Dają całościowy obraz problemu

# Podstawowe narzędzia prezentacji danych

- **Tablice częstości:** to tabelaryczny zbiór danych, pokazujący liczbę wystąpień poszczególnych obserwacji.
- Jest to wygodny sposób uniknięcia konieczności wymieniania każdej obserwacji osobno.
- Rozkłady częstości mogą często zapewnić lepszy wgląd we wzorce pojawiające się w zbiorach.

# Tablice częstości

Number of Pets	Frequency
1-2	7
3-4	3
5-6	3
7-8	2

Jak mógłby wyglądać zbiór surowych danych na podstawie których powstała powyższa tablica?

# Tablice częstości

Przykład – liczba cylindrów

# Analiza Statystyczna

# Tabele krzyżowe

- Tabele krzyżowe (dwudzielcze i wielodzielcze): rozszerzenie tabeli częstości na przypadki wielowymiarowe.
- W przypadku dwuwymiarowym dane mogą być oddzielnymi miarami zastosowanymi do tych samych klas, lub mogą to być wspólne miary.

# Tabele krzyżowe

Age	Laptop	Phone	Tablet	Digital Camera
20-25	38%	29%	31%	12%
25-30	19%	15%	24%	17%
30-35	23%	19%	11%	27%
35-40	19%	12%	9%	30%
above 40	12%	17%	5%	31%

Jak mogłoby brzmieć pytanie, które zadano respondentom?



Tabele krzyżowe - przykład

Analiza Statystyczna

# Miary środka i położenia

- Średnia arytmetyczna
- Mediana
- Dominanta
- Percentyle i kwartyle

Analiza Statystyczna

# Średnia arytmetyczna

- Suma wszystkich liczb w zbiorze podzielona przez ich liczbę (długość zbioru)

$$m_n = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

Analiza Statystyczna

- Jaka jest średnia arytmetyczna zbioru?

2,2,3,3,4,4,5,5,6,6

# Mediana

- wartość środkowa zbioru
- mediana wskazuje, że połowa naszych wyników ma wartość poniżej, a druga połowa ma wartość powyżej wartości mediany

Analiza Statystyczna

# Mediana

- wartość środkowa zbioru
- mediana wskazuje, że połowa naszych wyników ma wartość poniżej, a druga połowa ma wartość powyżej wartości mediany
- mediana jest odporna na przypadki odstające znajdujące się w zbiorze (np. w Polsce mediana wynagrodzeń jest o ok. 1000 PLN niższa niż średnia:

# Mediana

- wartość środkowa zbioru
- mediana wskazuje, że połowa naszych wyników ma wartość poniżej, a druga połowa ma wartość powyżej wartości mediany
- mediana jest odporna na przypadki odstające znajdujące się w zbiorze (np. w Polsce mediana wynagrodzeń jest o ok. 1000 PLN niższa niż średnia: ~7300 vs ~6300 brutto)

# Dominanta

- Tzw. wartość modalna, wartość najczęstsza zbioru
- Jeżeli dwie wartości pojawiają się z równą i największą częstością, obie są dominantami
- W przypadku wynagrodzeń w 2022 roku dominantą była kwota:

# Dominanta

- Tzw. wartość modalna, wartość najczęstsza zbioru
- Jeżeli dwie wartości pojawiają się z równą i największą częstością, obie są dominantami
- W przypadku wynagrodzeń w 2022 roku dominantą była kwota: ~3100 PLN brutto



# Miary rozproszenia (rozrzutu)

- Rozstęp (różnica między największą a najmniejszą wartością w zbiorze)
- Wariancja
- Odchylenie standardowe
- Współczynnik Giniego

Analiza Statystyczna

# Wariancja

- Jest obliczana przez zsumowanie średniej kwadratów odchyleń od średniej zbioru:

Analiza Statystyczna

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n - 1}$$

- Wariancja mówi o stopniu rozrzutu danych. Im bardziej rozłożone są dane, tym większa jest wariancja **w stosunku do średniej**.

# Odchylenie standardowe

- Podobnie jak wariancja mierzy rozproszenie w zbiorze **w odniesieniu do średniej**
- Jest to pierwiastek kwadratowy z wariancji:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

- Jest to również najczęściej pojawiająca się miara opisowa (oprócz średniej arytmetycznej)

Odchylenie standardowe - przykład

Analiza Statystyczna

# Współczynnik (indeks) Giniego



Corrado Gini  
1884 - 1965

# Analiza Statystyczna

# Współczynnik (indeks) Giniego

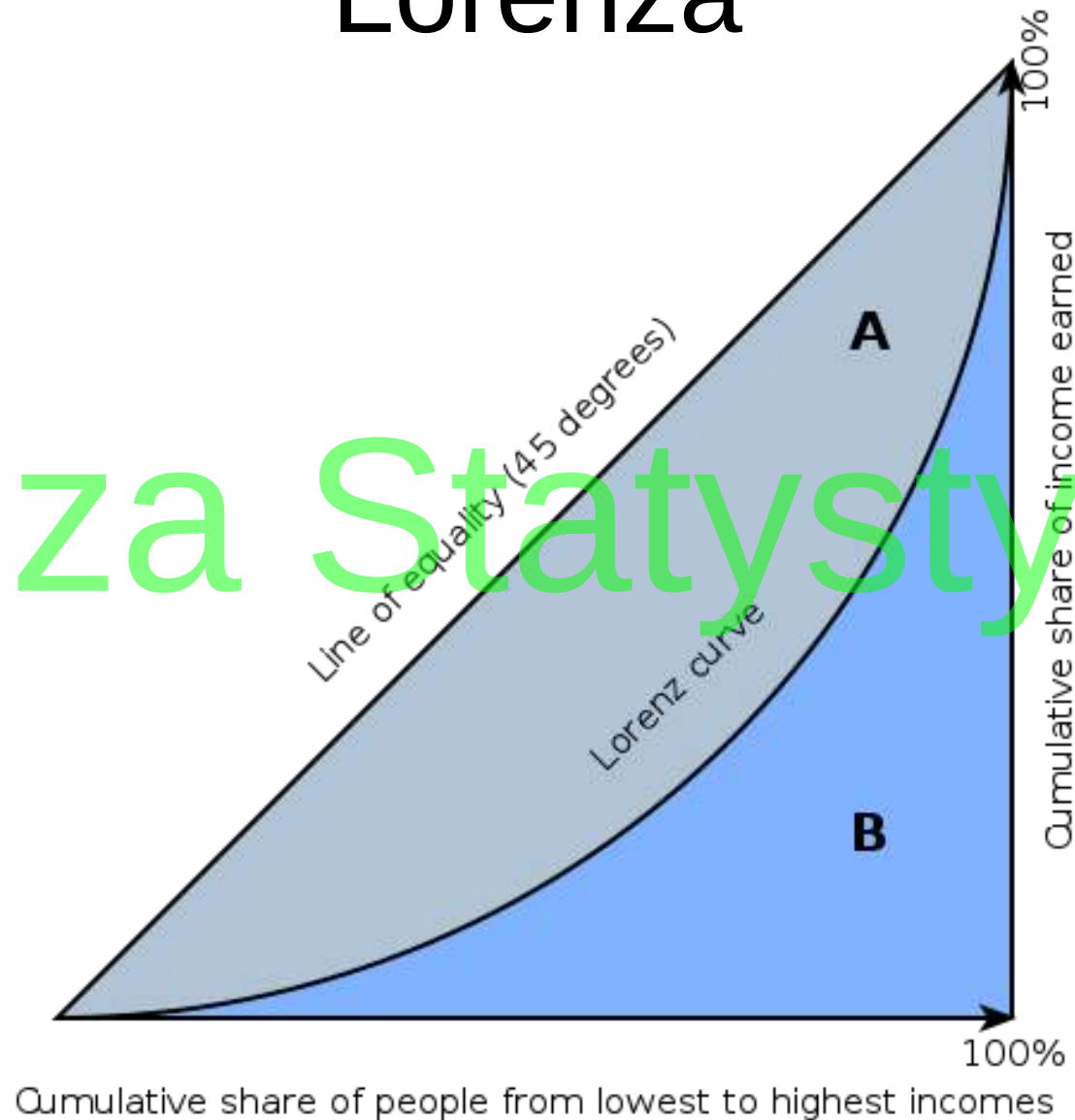


Corrado Gini  
1884 - 1965

- Miara rozproszenia rozkładu zmiennej
- Zaprojektowana, aby mierzyć nierówności dochodowe, w rozkładzie bogactwa i konsumpcji
- Może mieścić się w przedziale od 0 (całkowita równość) do 1 (całkowita nierówność)
- Czasami jest wyrażany w procentach

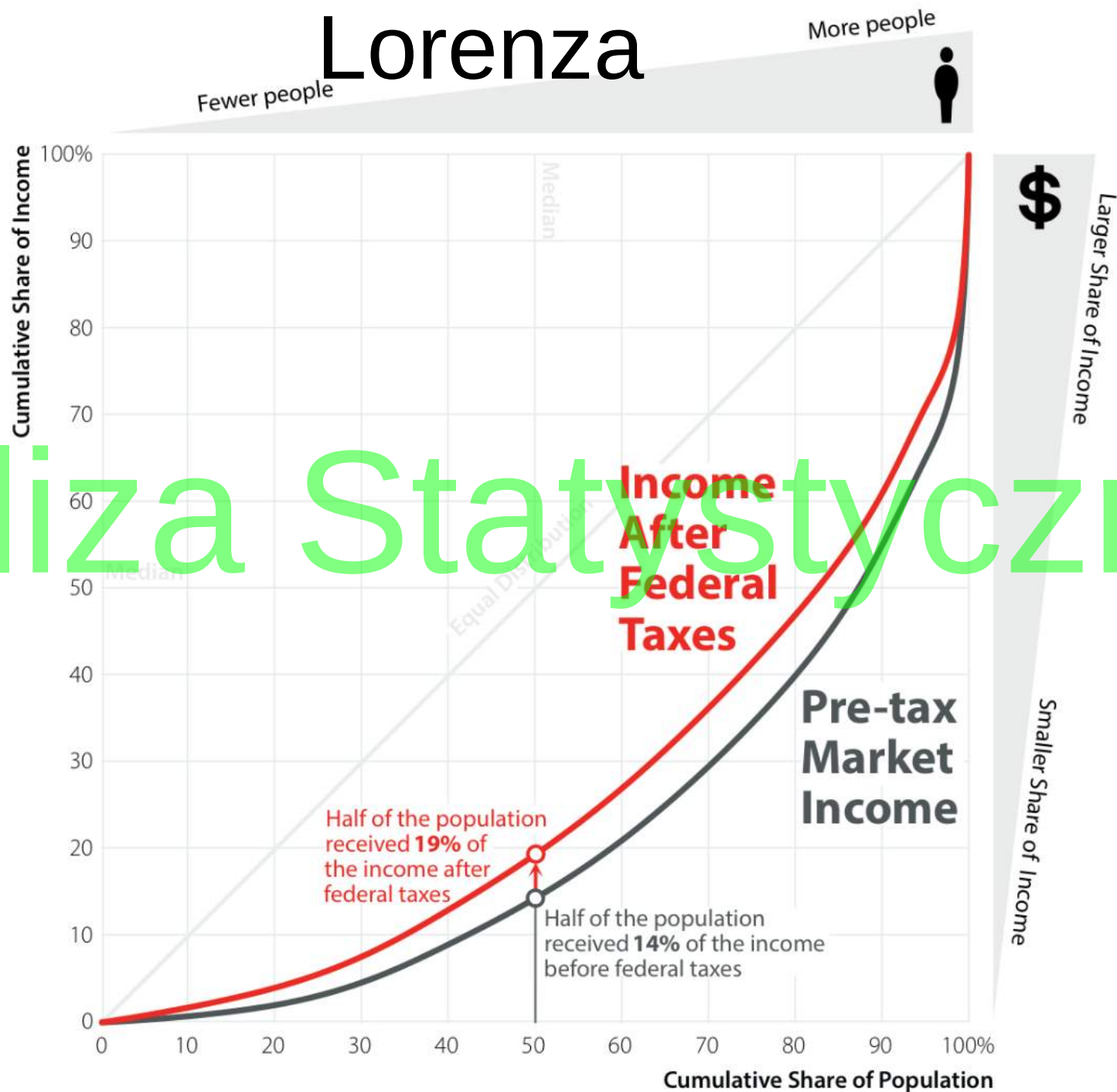
Analiza Statystyczna

# Współczynnik Giniego i krzywa Lorenza



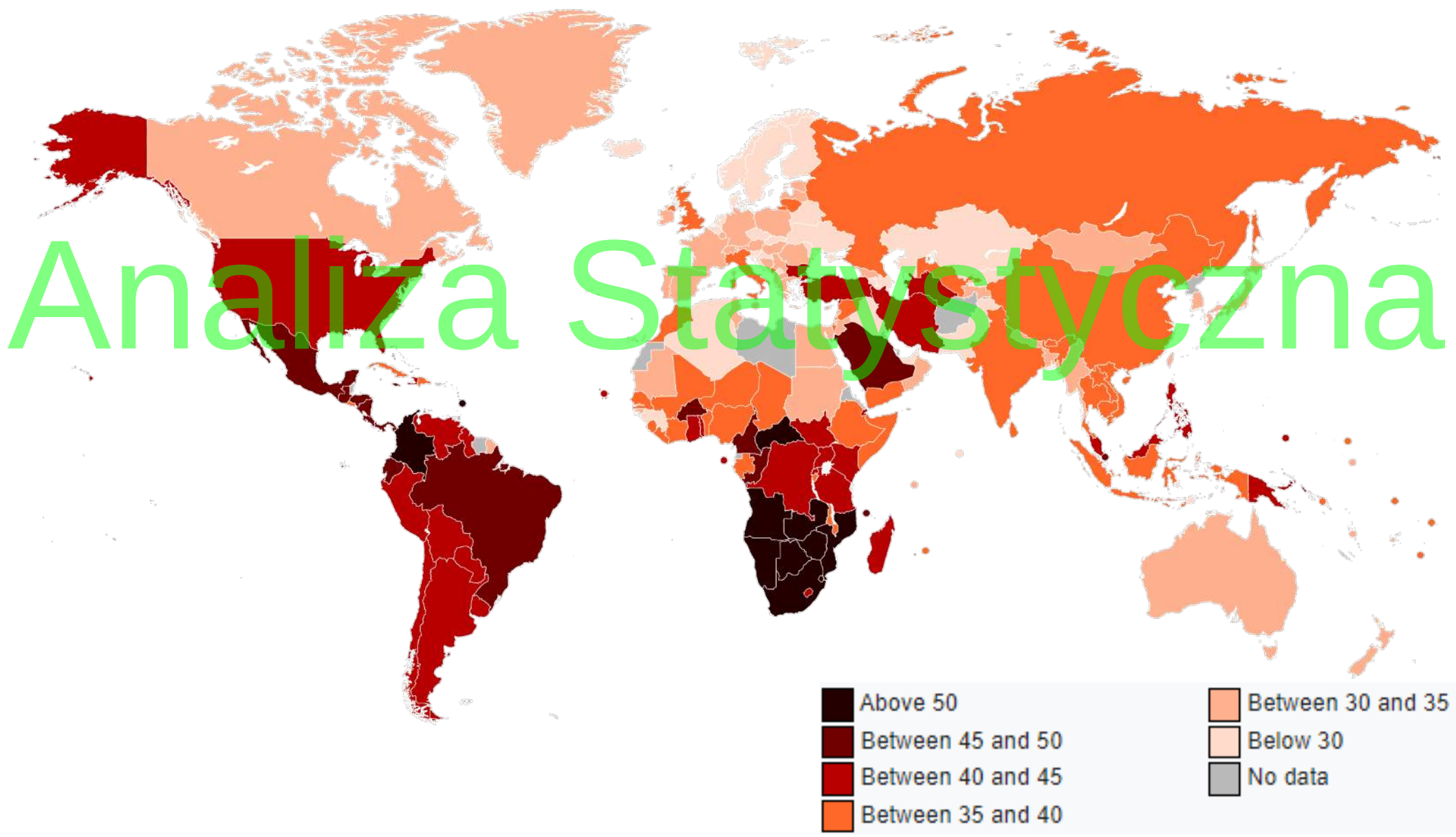
$$\text{Gini} = A / (A + B)$$

# Współczynnik Giniego i krzywa Lorenza





# Współczynnik Giniego



# Współczynnik Giniego

Przykład.

# Analiza Statystyczna

# Współczynnik Giniego



[https://www.youtube.com/watch?v=y8y-gaNbe4U&ab\\_channel=KhanAcademy](https://www.youtube.com/watch?v=y8y-gaNbe4U&ab_channel=KhanAcademy)

# Miary koncentracji i asymetrii

- Są sytuacje, w których badanie średniego poziomu zmiennej i rozproszenia jej wartości nie wskazuje na istnienie różnic między badanymi zbiorowościami.
- Pomocne wtedy mogą być dodatkowe wskaźniki pozwalające określić kształt rozkładu:
  - Percentyle
  - Skośność
  - Kurtoza

# Percentyle

- N-ty percentyl zbioru danych to wartość, która odcina pierwsze n procent danych, gdy wszystkie wartości są posortowane od najmniejszej do największej
- Najczęściej wykorzystywane to mediana (50), I kwartył (25) oraz III kwartył (75)
- Przykład aplikacji: *Jaki wynik musi uzyskać uczeń w danym teście, aby znaleźć się w 10% najlepszych wyników?*

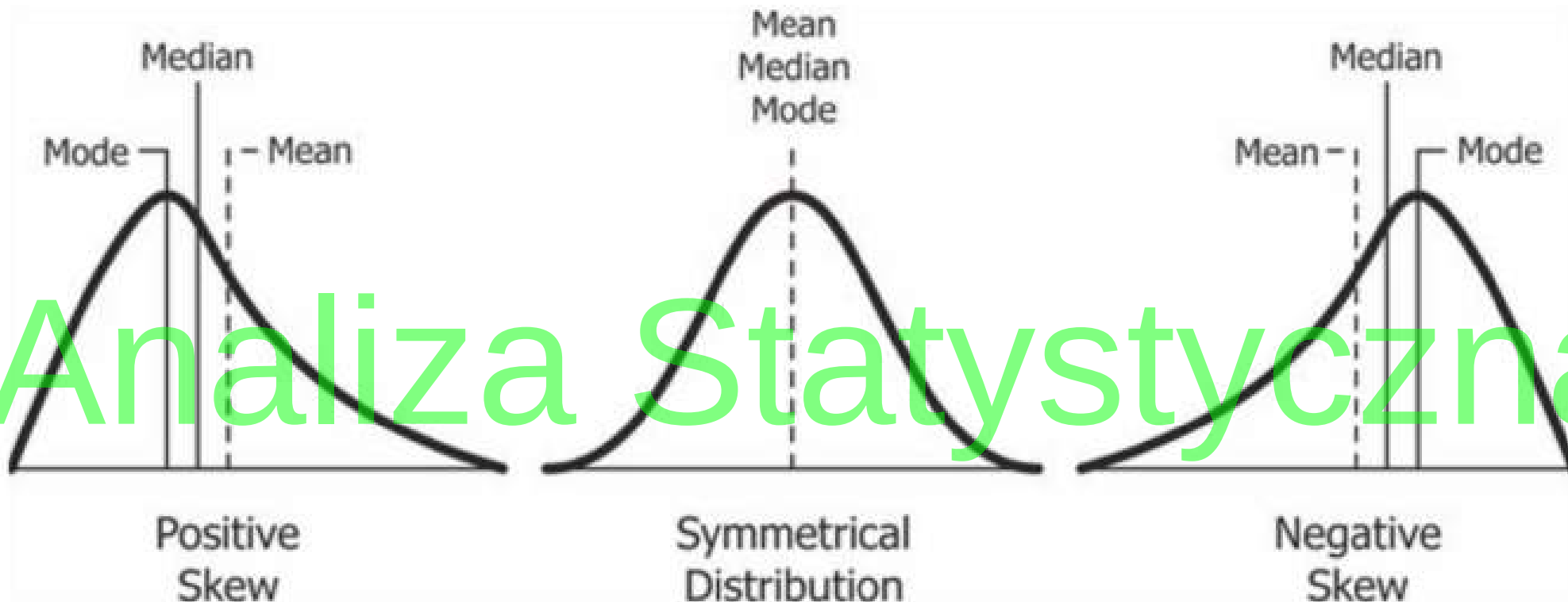
Percentyle - przykład

Analiza Statystyczna

# Skośność

- Jest miarą asymetrii rozkładu. Wartość ta może być dodatnia lub ujemna.
- Negatywna skośność wskazuje, że ogon znajduje się po lewej stronie rozkładu
- Pozytywna skośność wskazuje, że ogon znajduje się po prawej stronie rozkładu
- Wartość zero oznacza, że w rozkładzie nie ma skośności, co oznacza, że rozkład jest idealnie symetryczny.

# Skośność



## Współczynnik skośności:

- Symetryczne: Wartości od -0,5 do 0,5
- Skośność średnia: Wartości pomiędzy -1 i -0,5 lub pomiędzy 0,5 i 1
- Skośność wysoka: Wartości mniejsze niż -1 lub większe niż 1



# Skośność danych

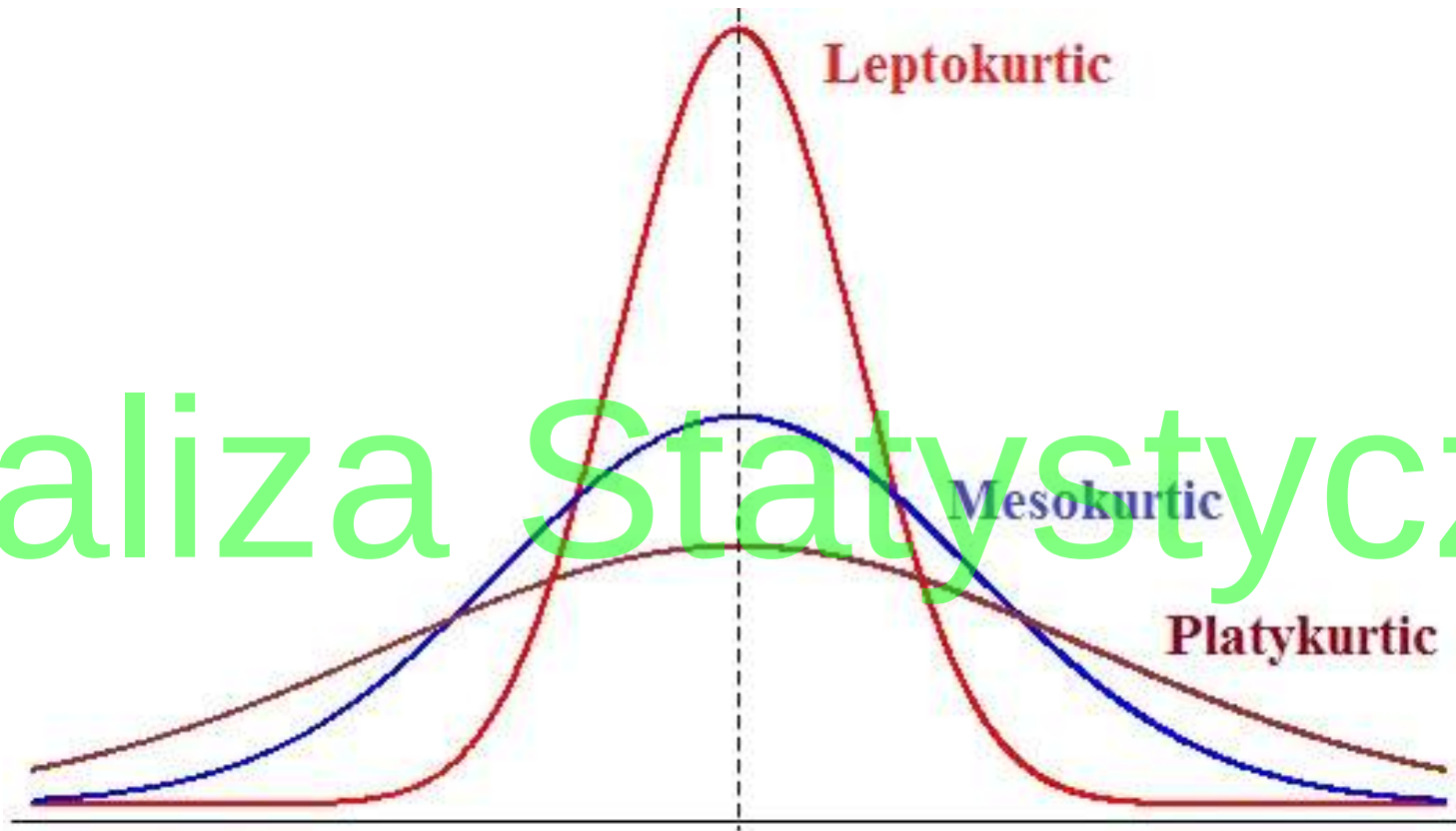
- Przykład

# Analiza Statystyczna

# Kurtoza

- Najpopularniejszą miarą skupienia obserwacji wokół średniej jest kurtoza
- Im wyższa jest jej wartość, tym bardziej wysmukła jest krzywa liczebności, a zatem większa koncentracja cechy wokół średniej

# Kurtoza



$Kurt = 3$  - mezokurtyczny

$Kurt > 3$  - leptokurtyczny

$Kurt < 3$  - platykurtyczny

# Miary zależności i bliskości

- Współczynniki korelacji Pearsona
- Test chi-kwadrat
- Współczynnik korelacji rang Speramana
- Autokorelacja

-----

- Korelacja przestrzenna

Analiza Statystyczna

# Korelacja (ogólnie)

- Mierzy (potencjalną) zależność pomiędzy dwoma zmiennymi: jak jedna zmienna ewoluuje wraz ze zmianą innej
- To, że zmienne są skorelowane **nie oznacza**, że jedna wpływa na/wywołuje drugą

# Korelacja (ogólnie)

- Mierzy (potencjalną) zależność pomiędzy dwoma zmiennymi: jak jedna zmienna ewoluuje wraz ze zmianą innej
- To, że zmienne są skorelowane **nie oznacza**, że jedna wpływa na/wywołuje drugą
- Pozwala stwierdzić, które zmienne ewoluują w tym samym kierunku, które w przeciwnym, a które są niezależne.
- Metody parametryczne i nieparametryczne obliczania korelacji

**US spending on science, space, and technology**  
correlates with  
**Suicides by hanging, strangulation and suffocation**

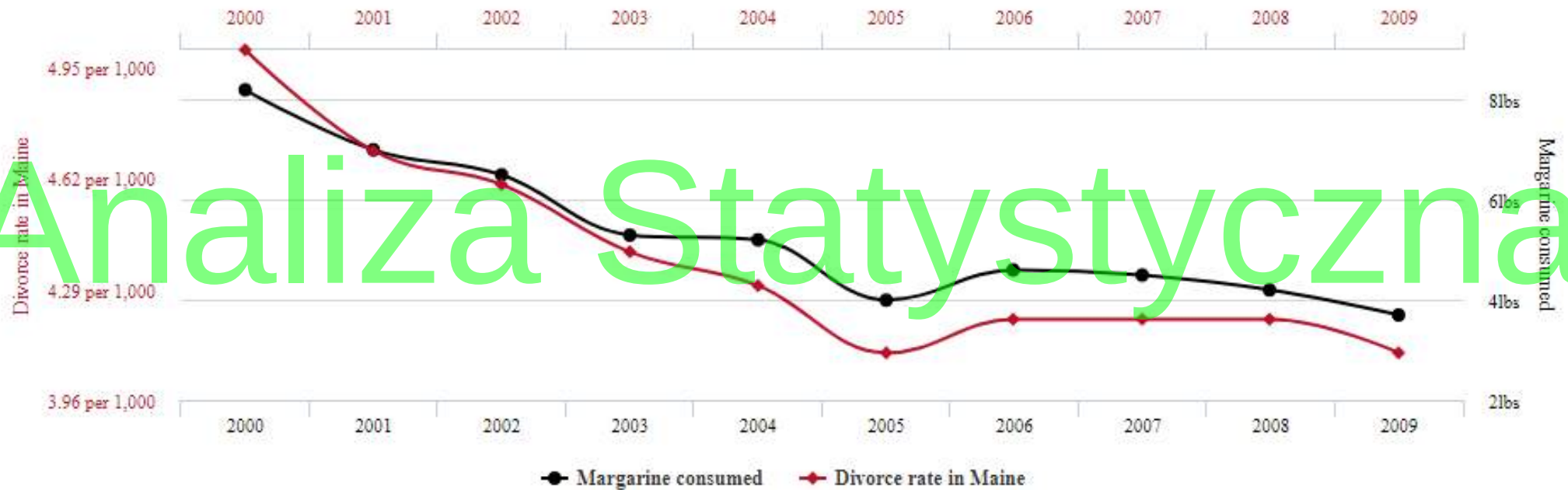


## Divorce rate in Maine

correlates with

## Per capita consumption of margarine

Correlation: 99.26% ( $r=0.992558$ )



Data sources: National Vital Statistics Reports and U.S. Department of Agriculture

tylervigen.com



# Współczynnik korelacji Pearsona



Karl Pearson  
1857-1936

Analiza Statystyczna

# Współczynnik korelacji Pearsona

- Tzw. *r* Pearsona
- Mierzy korelację liniową pomiędzy dwoma seriami danych
- Ma zastosowanie tylko w przypadku zmiennych numerycznych
- Przyjmuje zawsze wartości z przedziału  $0-1/(-1)$



Karl Pearson  
1857-1936

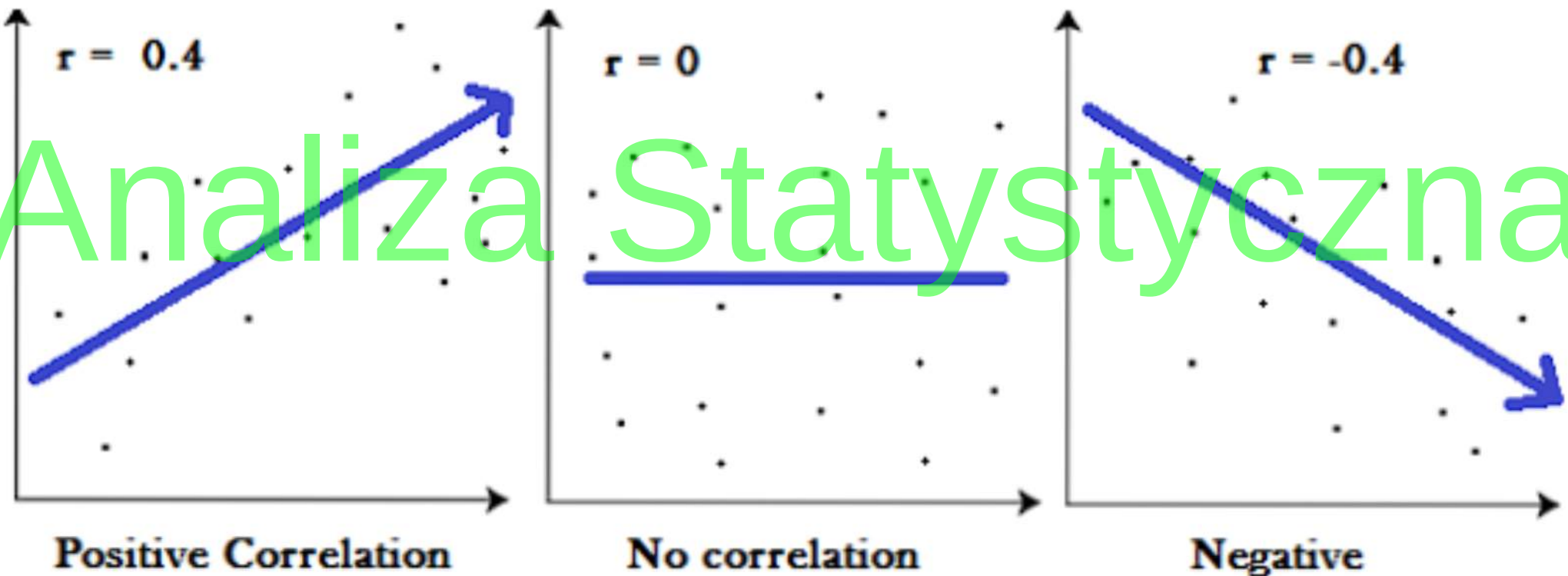
# Współczynnik korelacji Pearsona

$$r = \frac{n(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n\sum x^2 - (\sum x)^2] [n\sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

## Analiza Statystyczna

- $r = 0$  – brak zależności
- $r \leq 0.3$  – korelacja słaba
- $r = 0.4 - 0.6$  – korelacja umiarkowana
- $r = 0.7 - 0.9$  – korelacja silna
- $r = 1$  – korelacja idealna

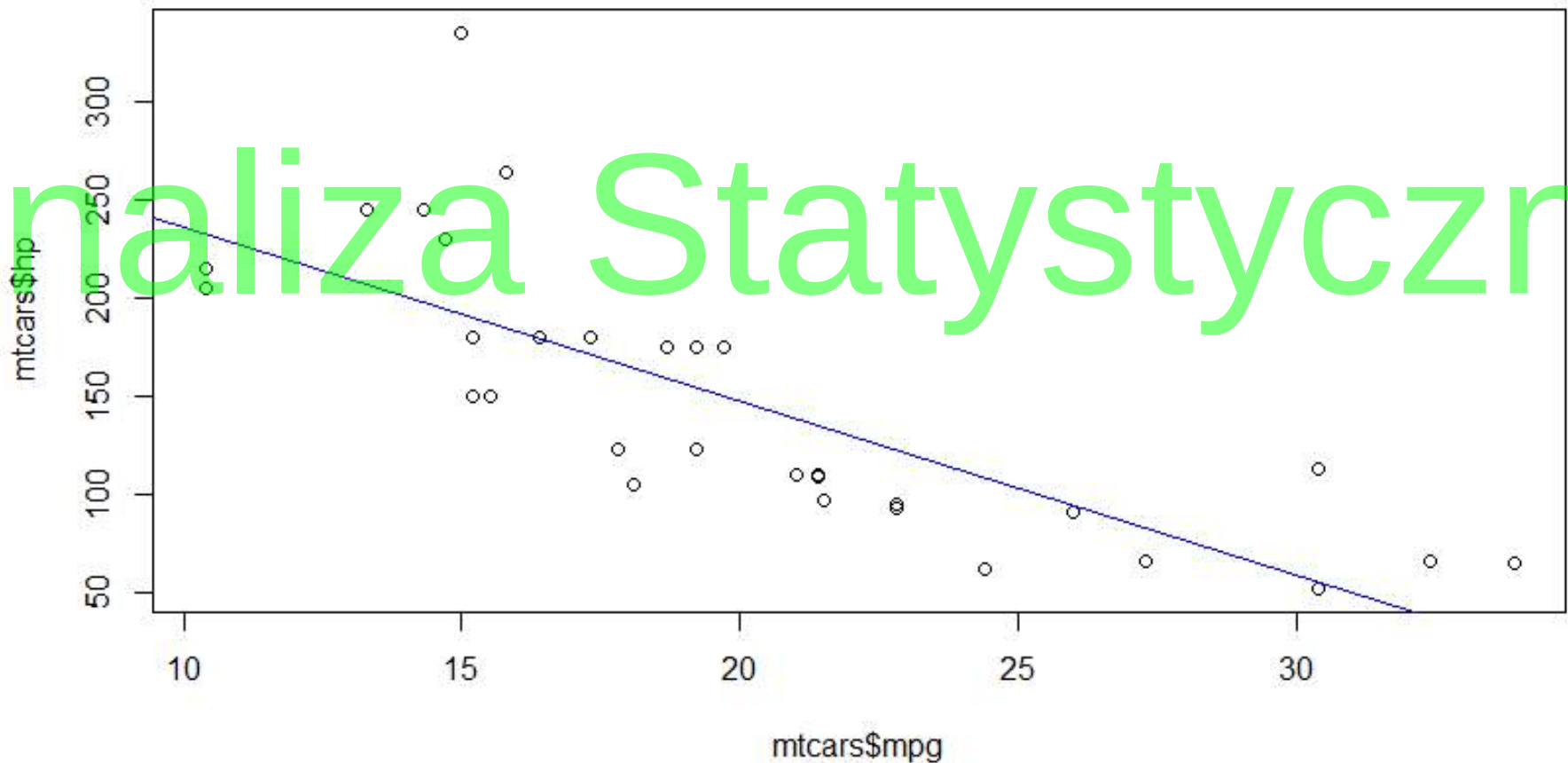
# Współczynnik korelacji Pearsona



Przykład – korelacja Pearsona

Analiza Statystyczna

moc auta a mile na galon



# Test niezależności chi-kwadrat

- Jest metodą statystyczną, która służy do określenia, czy dwie zmienne kategoryczne są ze sobą powiązane (tablice częstości)
- Jak wszystkie testy statystyczne, tak i ten test zakłada hipotezę zerową i hipotezę alternatywną:

H0: Zmienne są niezależne.

H1: Zmienne są ze sobą powiązane (skorelowane).

# Test niezależności chi-kwadrat

- Jest metodą statystyczną, która służy do określenia, czy dwie zmienne kategoryczne są ze sobą powiązane (tablice częstości)
- Jak wszystkie testy statystyczne, tak i ten test zakłada hipotezę zerową i hipotezę alternatywną:  
H0: Zmienne są niezależne.  
H1: Zmienne są ze sobą powiązane (skorelowane).
- Odrzucamy hipotezę zerową, jeśli tzw. **wartość  $p$** , która pojawia się w wyniku jest mniejsza od ustalonego wcześniej tzw. **poziomu istotności** (zazwyczaj 0.05)
- **Brak informacji o sile związku!**



## Test chi-kwadrat - przykład

# Analiza Statystyczna

# Współczynnik korelacji rang Spearmana ( $\rho$ )



Charles Spearman  
1863 - 1945

# Analiza Statystyczna

# Współczynnik korelacji rang Spearmana ( $\rho$ )

- Podobnie jak współczynnik korelacji Pearsona, tak i tzw.  $\rho$  Spearmana pozwala określić siłę związku pomiędzy zmiennymi
- Jest to metoda nieparametryczna, którą można stosować dla **danych porządkowych**
- Wartości  $\rho$  Spearmana interpretujemy podobnie jak w przypadku  $r$  Pearsona
- Dodatkowo otrzymujemy również **wartość  $p$**  (prawdopodobieństwo testowe)



Charles Spearman  
1863 - 1945

Analiza Statystyczna

rho Spearmana - przykład

Analiza Statystyczna

# Autokorelacja

- Jest to podobieństwo pomiędzy poszczególnymi obserwacjami zmiennej, a jej opóźnieniami czasowymi.
- Opóźnienia czasowe to interwały w których obserwowana jest zmienna

# Autokorelacja

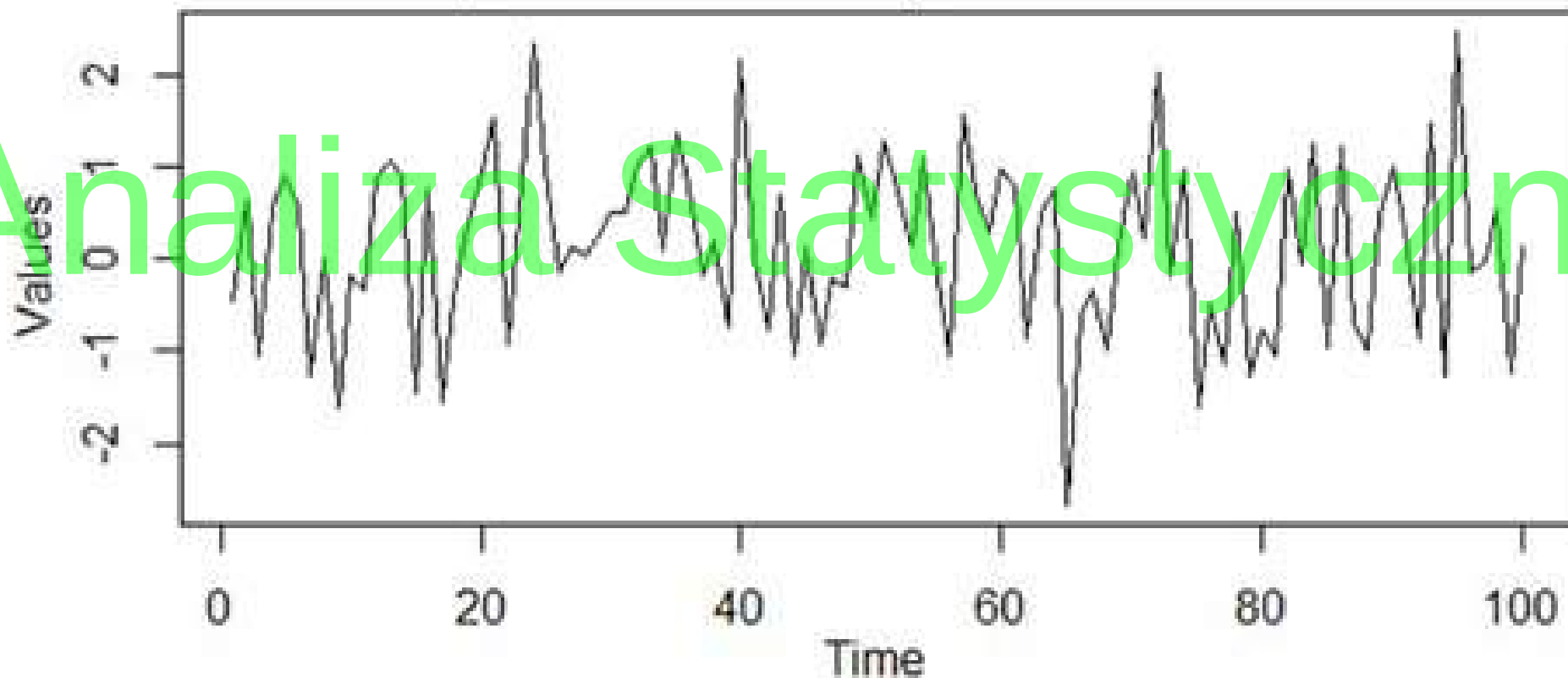
- Jest to podobieństwo pomiędzy poszczególnymi obserwacjami zmiennej, a jej opóźnieniami czasowymi.
- Opóźnienia czasowe to interwały w których obserwowana jest zmienna
- Gdy autokorelacja zmiennej jest wysoka, łatwe staje się przewidywanie jej przyszłych wartości poprzez odniesienie do wartości przeszłych.
- Wyniki i interpretacja → współczynnik korelacji liniowej Pearsona

# Autokorelacja

- W przypadku danych losowych autokorelacja dla wszystkich opóźnień powinna być bliska zeru (tzw. "biały szum").
- Dane, które nie są losowe, mają co najmniej jedno istotne opóźnienie (trend, wahania cykliczne)
- Jeśli dane nie są losowe, to oznacza, że można je analizować/modelować

# Biały szum

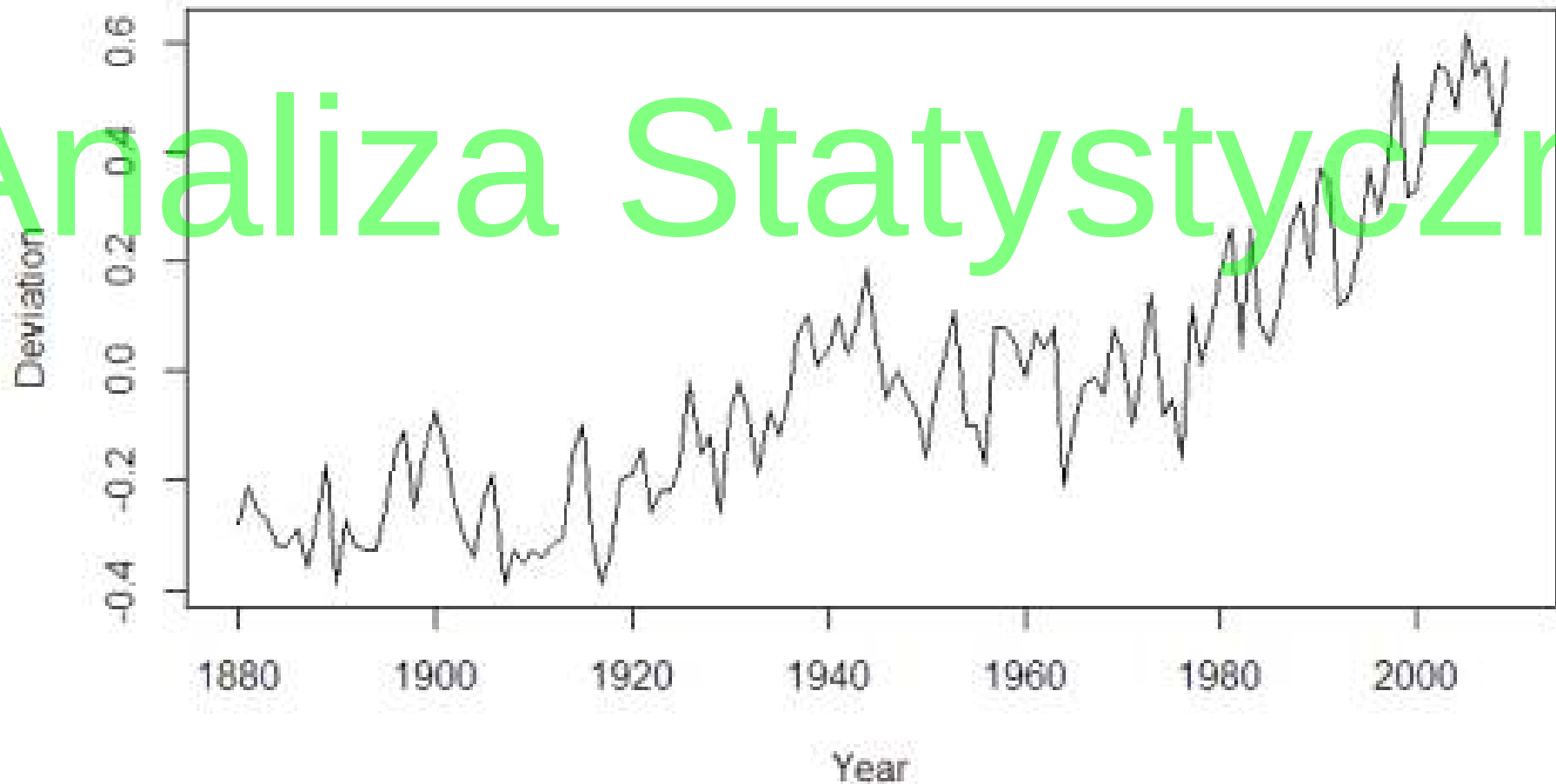
**Example of a Stationary White Noise Series**





# Autokorelacja (trend)

Global Temperature Deviations, 1880-2009



Autokorelacja - przykład

Analiza Statystyczna

# Autokorelacja przestrzenna

- Pierwsze Prawo Geografii:

*"everything is related to everything else, but near things are more related than distant things."*

- Jest to fundamentalny koncept analizy przestrzennej (nie tylko) w geografii



Waldo Tobler  
1930-2018

# Autokorelacja przestrzenna

- Pomaga zrozumieć, w jakim stopniu jeden obiekt jest podobny do innych pobliskich obiektów
- W przypadku gdy sąsiadujące ze sobą w przestrzeni obiekty mają podobne wartości danych, mamy dodatnią (pozytywną) autokorelację przestrzenną

# Autokorelacja przestrzenna

- Pomaga zrozumieć, w jakim stopniu jeden obiekt jest podobny do innych pobliskich obiektów
- W przypadku gdy sąsiadujące ze sobą w przestrzeni obiekty mają podobne wartości danych, mamy dodatnią (pozytywną) autokorelację przestrzenną
- Wskaźnik “**I Morana**” jest najczęściej stosowaną miarą autokorelacji przestrzennej

# Autokorelacja przestrzenna

- I Morana przyjmuje wartości od -1 do 1
- Interpretacja jest nieco inna, niż w przypadku klasycznych miar korelacji:

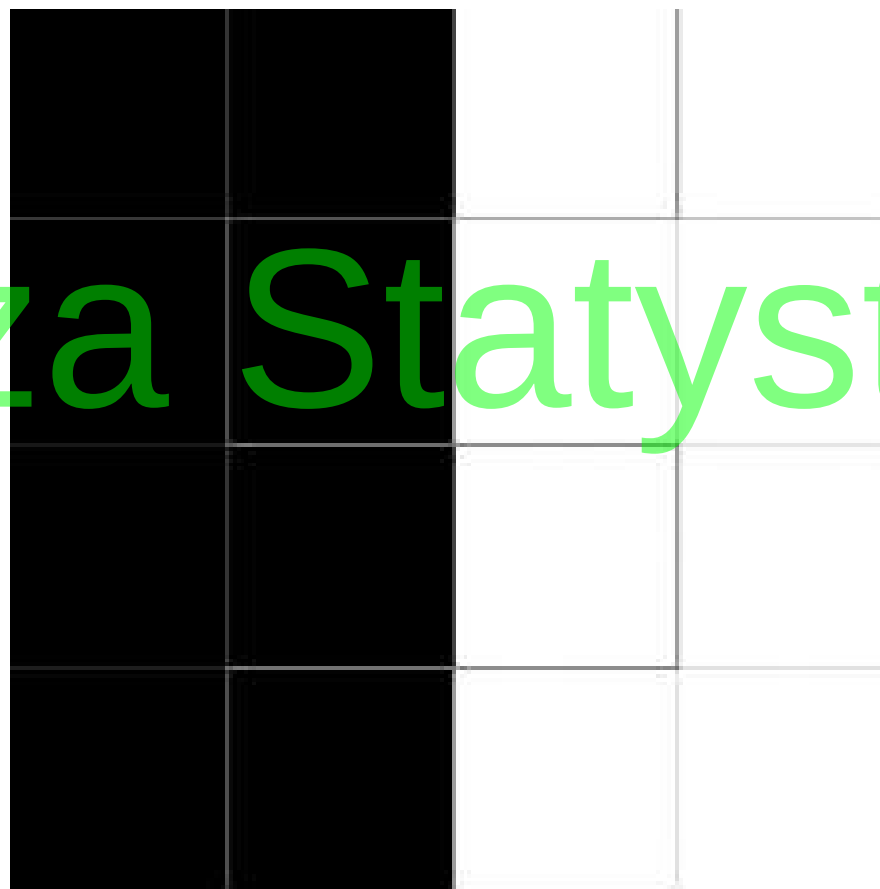
-1 to idealne skupienie niepodobnych wartości (doskonałe rozproszenie)

0 to idealna losowość

1 to idealna pozytywna autokorelacja przestrzenna (idealna klasteryzacja)

# Autokorelacja przestrzenna

Analiza Statystyczna



Idealna pozytywna korelacja przestrzenna; Moran  $I = 1$

# Autokorelacja przestrzenna



Losowe rozproszenie, Moran I = 0



# Autokorelacja przestrzenna

Analiza Statystyczna



Idealna dyspersja, Moran  $I = -1$

# Autokorelacja przestrzenna

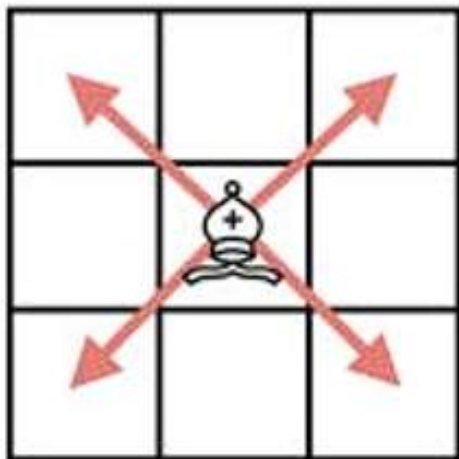
Macierze wag przestrzennych:

- Macierze wag przestrzennych bazują na relacjach przestrzennych obiektów.
- Istnieje wiele rodzajów macierzy wag przestrzennych (np. oparte na dystansie, na gęstości sieci drogowej, etc.)

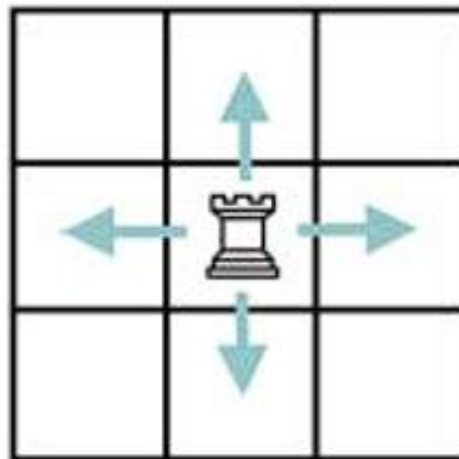
# Autokorelacja przestrzenna

Macierze wag przestrzennych:

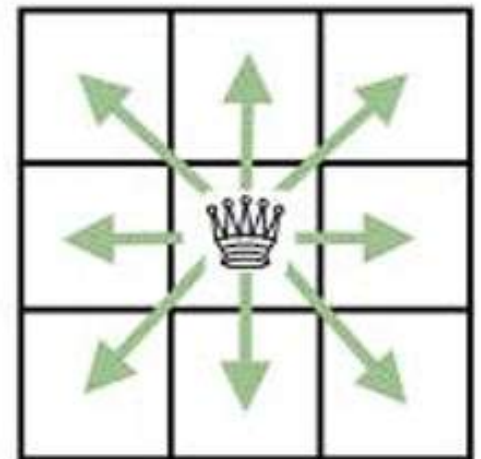
- Macierze wag przestrzennych bazują na relacjach przestrzennych obiektów.
- Istnieje wiele rodzajów macierzy wag przestrzennych (np. oparte na dystansie, na gęstości sieci drogowej, etc.)
- Podstawowe typy sąsiedztwa:



Sąsiedztwo typu Bishop

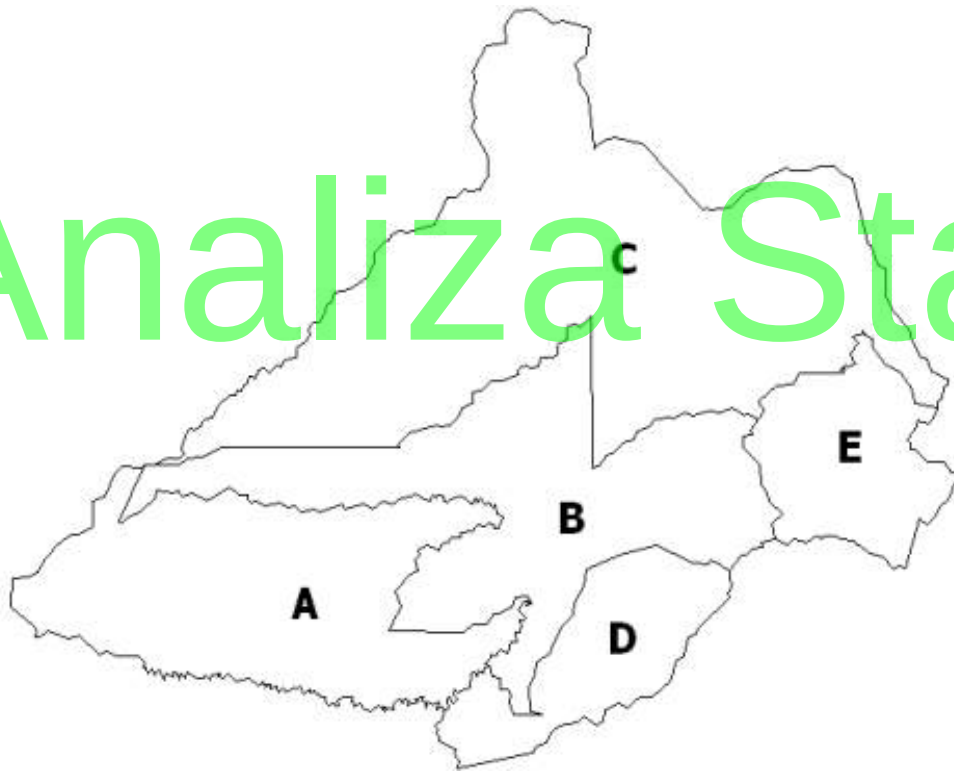


Sąsiedztwo typu Rook



Sąsiedztwo typu Quenn

# Przykład macierzy wag przestrzennych



$$W_s = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C & D & E \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0.25 & 0 & 0.25 & 0.25 & 0.25 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

# Autokorelacja przestrzenna

$$I = \frac{N}{\sum_i \sum_j w_{ij}} \frac{\sum_i \sum_j w_{ij} (X_i - \bar{X})(X_j - \bar{X})}{\sum_i (X_i - \bar{X})^2}$$

Analiza Statystyczna

$N$  – liczba obserwacji

$X_i$  – wartość obserwacji w obiekcie  $i$

$X_j$  – wartość obserwacji w obiekcie  $j$

$w_{ij}$  – matryca wag przestrzennych dla połączeń obiektów  $i$  oraz  $j$

# Autokorelacja przestrzenna

- Moran I procedura:

- 1) dane geoprzestrzenne  
(.shp, .geopackage, .PostGIS, etc.)

- 2) zdefiniowanie “sąsiadów” za pomocą matrycy wag przestrzennych

# Autokorelacja przestrzenna

- Moran I procedura:

- 1) dane geoprzestrzenne  
(.shp, .geopackage, .PostGIS, etc.)

- 2) zdefiniowanie "sąsiadów" za pomocą matrycy wag przestrzennych

- 3) przydzielenie wag poszczególnym "sąsiadom"

- 4) obliczenie wartości statystyki testowej i weryfikacja hipotezy 0:

H0: dane są losowo rozmieszczone w przestrzeni (brak korelacji)

H1: dane przejawiają wzorce (istnieje korelacja)

# Autokorelacja przestrzenna

- Przykład – dochód mieszkańców w hrabstwach stanu Maine i New Hampshire

# Analiza Statystyczna



# Korelacja i zależność przyczynowo-skutkowa

[https://www.youtube.com/watch?v=Nre4cjz3U4A&ab\\_channel=KhanAcademyPoPolsku](https://www.youtube.com/watch?v=Nre4cjz3U4A&ab_channel=KhanAcademyPoPolsku)

# Analiza Statystyczna

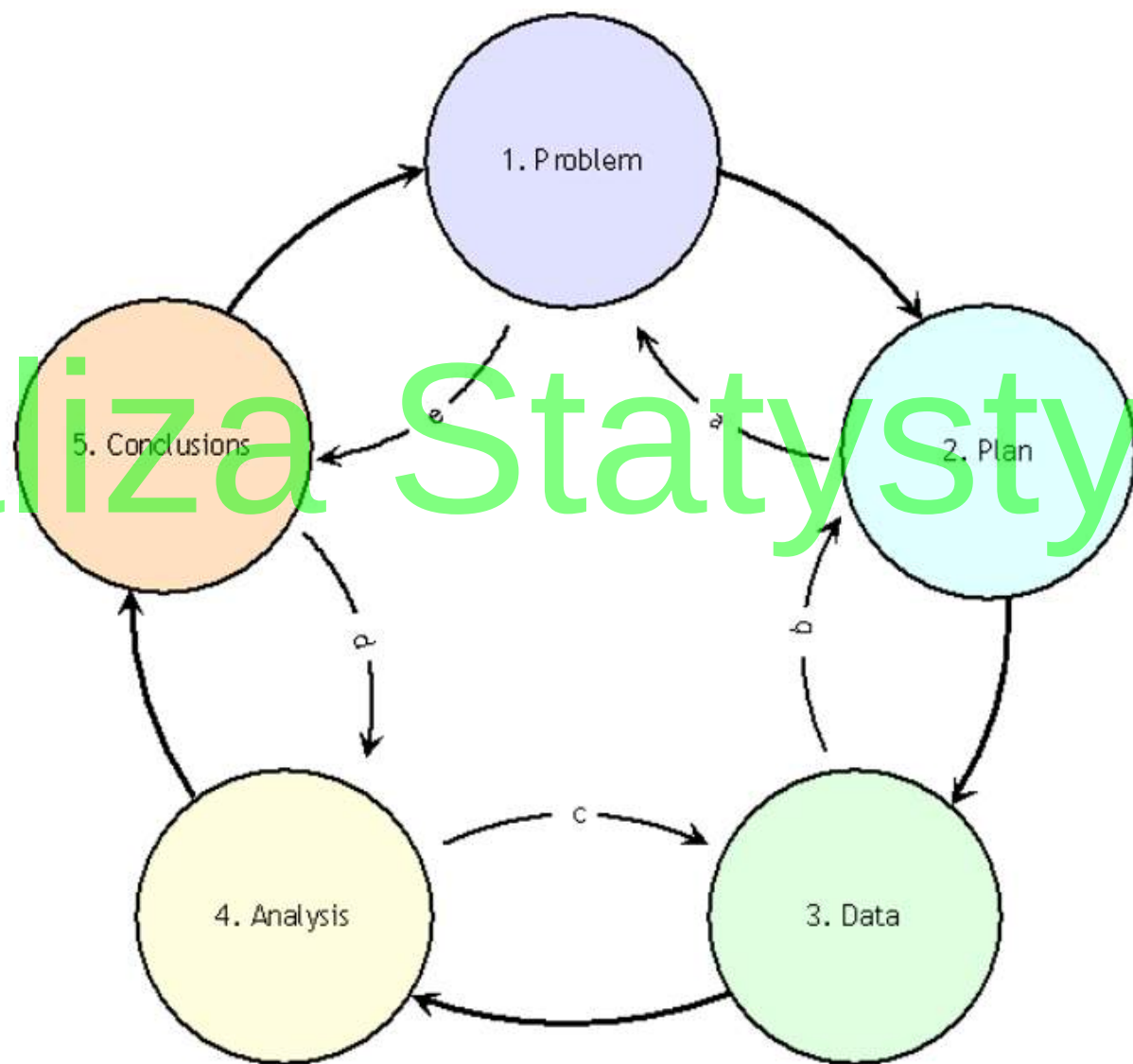
Metoda statystyczna

Analiza Statystyczna

# Metoda statystyczna

- Analiza statystyczna nie jest czysto technicznym ćwiczeniem
- Powinna być realizowana w szerokim kontekście zarówno metodologicznym jak i teoretycznym
- Wymaga więc zarówno wiedzy tematycznej jak i technicznej
- Powinna opierać się na modelu: PPDAAK

# Metoda statystyczna (PPDAK)



# Metoda statystyczna

## Problem:

- Zrozumienie i zdefiniowanie problemu jest istotną częścią całego procesu analitycznego (o czym są *te badania? Czego chcę się dowiedzieć?*)
- Problem powinien wyczerpywać zakres badania i uwzględniać zależności pomiędzy zmiennymi

# Metoda statystyczna

## Problem:

- Zrozumienie i zdefiniowanie problemu jest istotną częścią całego procesu analitycznego (o czym są *te badania? Czego chcę się dowiedzieć?*)
- Problem powinien wyczerpywać zakres badania i uwzględniać zależności pomiędzy zmiennymi
- Im więcej interakcji i zmiennych, tym bardziej skomplikowane wnioskowanie
- Sformułowanie problemu powinna precedować faza "desk research"

# Metoda statystyczna

Problem – przykłady (obszar edukacji):

- 1) Dyskryminacja w zatrudnieniu po studiach
- 2) Czy koncepcje edukacji wielokulturowej powinny być wdrażane w większym stopniu?

# Metoda statystyczna

Problem – przykłady (obszar edukacji):

- 1) Dyskryminacja w zatrudnieniu po studiach
- 2) Czy koncepcje edukacji wielokulturowej powinny być wdrażane w większym stopniu?
- 3) Nadużywanie narkotyków i alkoholu na kampusach uniwersyteckich
- 4) Czy uniwersytety kształcą w zgodzie z potrzebami rynku pracy?



# Metoda statystyczna

## Plan:

- Następnym etapem jest sformułowanie podejścia, które ma największe szanse na rozwiązanie problemu i uzyskanie odpowiedzi
- W przypadku projektów, które mają charakter bardziej eksperymentalny wymaga opracowania szczegółowych kroków
- Produktem etapu jest szczegółowy plan badań zawierający czas, zasoby, zaangażowane osoby, sprzęt, etc.

# Metoda statystyczna

## **Dane:**

- Dane pierwotne, dane wtórne, mix
- Dylematy: jakość danych, koszt, uzgodnienia licencyjne, dostępność, kompletność, format, szczegółowość, kwestie etyczne

# Metoda statystyczna

## Dane:

- Dane pierwotne, dane wtórne, mix
- Dylematy: jakość danych, koszt, uzgodnienia licencyjne, dostępność, kompletność, format, szczegółowość, kwestie etyczne
- Jeżeli dane są nieodpowiednie/niemożliwe do zdobycia --> reformulacja problemu badawczego
- Nie ma idealnego zbioru danych (błąd systematyczny i przypadkowy)

# Metoda statystyczna

## Dane:

- Dodatkowo błędy:
  - błąd I typu (wynik fałszywie pozytywny)
  - błąd II typu (wynik fałszywie negatywny)
  - błąd systematyczny
  - błąd przypadkowy

# Metoda statystyczna

## **Analiza:**

- Jest zazwyczaj czynnością wieloetapową
- Zaczyna się od przeglądu i przekształcania danych, aby otrzymać spójny zbiór (harmonizacja i transformacja)

# Metoda statystyczna

## **Analiza:**

- Jest zazwyczaj czynnością wieloetapową
- Zaczyna się od przeglądu i przekształcania danych, aby otrzymać spójny zbiór (harmonizacja i transformacja)
- Kolejne kroki to np.: analiza opisowa, eksploracja danych, modelowanie statystyczne
- Należy unikać stosowania pojedynczej techniki analitycznej

# Metoda statystyczna

## Analiza:

- Jest zazwyczaj czynnością wieloetapową
- Zaczyna się od przeglądu i przekształcania danych, aby otrzymać spójny zbiór (harmonizacja i transformacja)
- Kolejne kroki to np.: analiza opisowa, eksploracja danych, modelowanie statystyczne
- Należy unikać stosowania pojedynczej techniki analitycznej

*"It is as well to remember the following truths about models: all models are wrong; some models are better than others; the correct model can never be known with certainty; and the simpler a model the better it is!"*

*George Box*

# Metoda statystyczna

## **Konkluzje (rezultaty):**

- Etap ma na celu opracowanie wniosków w "języku problemu" w celu ich upowszechnienia
- Powinny zawierać ściśle podsumowanie badań i prezentację graficzną
- Nie powinny zawierać szczegółowych detali technicznych
- Wskazują mocne i słabe strony badań



# Rodzaje badań statystycznych

[https://www.youtube.com/watch?v=H5pLC05yc0o&ab\\_channel=KhanAcademyPoPolsku](https://www.youtube.com/watch?v=H5pLC05yc0o&ab_channel=KhanAcademyPoPolsku)

# Analiza Statystyczna

Nadużycia, nadinterpretacje, błędy

# Analiza Statystyczna

# Nadużycia, nadinterpretacje, błędy

- 1) Nieadekwatne lub niereprezentatywne dane
- 2) Myląca wizualizacja rezultatów
- 3) Błędy we wnioskowaniu
- 4) Celowe fałszowanie danych

Analiza Statystyczna

# 1) Nieadekwatne lub niereprezentatywne dane

- Problem doboru i liczebności próby:
  - zbyt mała liczebność próby
  - niedoreprezentowanie/ nadreprezentowanie warstw
  - wykluczenie pewnych grup społecznych

Analiza Statystyczna

# 1) Nieadekwatne lub niereprezentatywne dane

- Problem doboru i liczebności próby:
  - zbyt mała liczebność próby
  - niedoreprezentowanie/ nadreprezentowanie warstw
  - wykluczenie pewnych grup społecznych
  - niepoprawne wykorzystanie technik badawczych
  - efekty czasowe i przestrzenne
  - efekt społecznych oczekiwań (przeszacowanie lub niedoszacowanie)

## 2) Myląca wizualizacja rezultatów

- Brak skali i opisu osi
- Brak informacji o początku skali (0 lub inna wartość)
- Wybiórcze punkty danych (*cherry picking*)
- Nieodpowiednia forma wizualizacji
- Brak porównywalności pomiędzy wykresami

## 2) Myląca wizualizacja rezultatów

**NEWS** **Magazine**

Page last updated at 01:40 GMT, Friday, 29 January 2010

[E-mail this to a friend](#) [Printable version](#)

**News Front Page**



[Africa](#)  
[Americas](#)  
[Asia-Pacific](#)  
[Europe](#)  
[Middle East](#)  
[South Asia](#)  
**[UK](#)**  
[England](#)  
[Northern Ireland](#)  
[Scotland](#)  
[Wales](#)  
[UK Politics](#)  
[Education](#)  
**[Magazine](#)**  
[Business](#)  
[Health](#)  
[Science & Environment](#)  
[Technology](#)  
[Entertainment](#)  
[Also in the news](#)  
[Video and Audio](#)

**Programmes**  
[Have Your Say](#)  
[In Pictures](#)  
[Country Profiles](#)  
[Special Reports](#)

[Related BBC sites](#)  
[Sport](#)  
[Weather](#)  
[On This Day](#)  
[Editors' Blog](#)  
[BBC World Service](#)

**The bumps in a falling teenage pregnancy rate**

**GO FIGURE**  
Different ways of seeing stats

When teenage pregnancy rates in one community fell drastically, it looked like a policy of sex education had paid off. But, as Michael Blastland explains in his regular column, the bumps were still there... you just had to know where to look.

Can stories be bad for you? Let me tell you a true one.

Once upon a time, Orkney had one of the highest teenage pregnancy rates in Scotland. Scotland itself is high in the international league.

So health workers in Orkney tried something new. They began talking to young people about sex in terms of relationships, not only mechanics. They also made condoms easily available because in a small community the shopkeeper might just be your auntie.

Then came data showing that Orkney's teenage pregnancy rate had dramatically halved.

**Teenage pregnancies**  
Per thousand women



Year	Scotland	Orkney
1994	55	60
2006	60	30

**COMPLETE MICHAEL BLASTLAND ARCHIVE**

**In today's Magazine**

**Big beasts**  
How elephants helped to shape human history, by David Cannadine

**Change a-coming**  
Justin Webb on America's love affair with progress

**Audience of one**  
Would you watch a play all on your own? 7

**days quiz**  
What now for Paul the eight-limbed oracle?

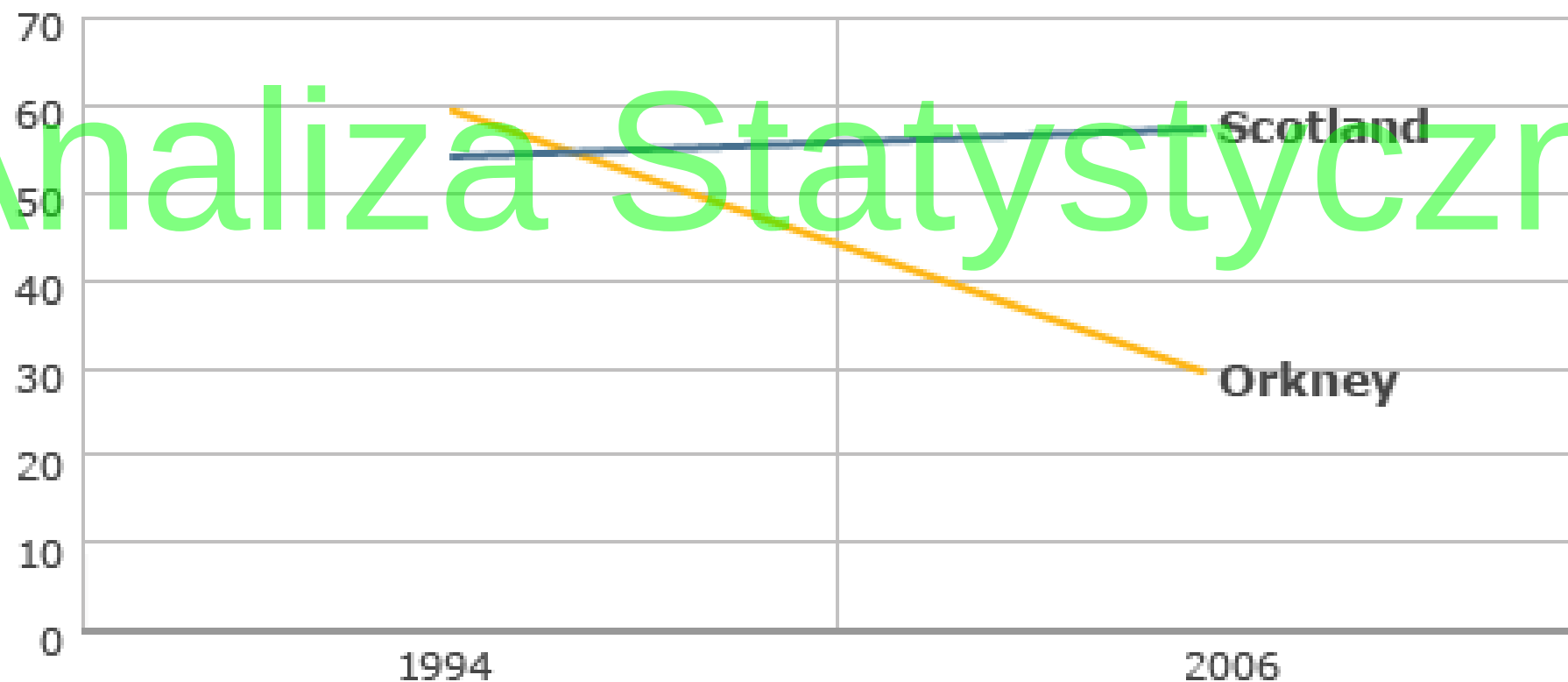
**Magazine regulars**

 **Tweetbook**  
Say goodbye to worktime boredom. Follow us on Facebook or Twitter

**Magazine Monitor**  
Paper Monitor, Your Letters, Quote of the Day, Caption Competition and more

## 2) Myląca wizualizacja rezultatów

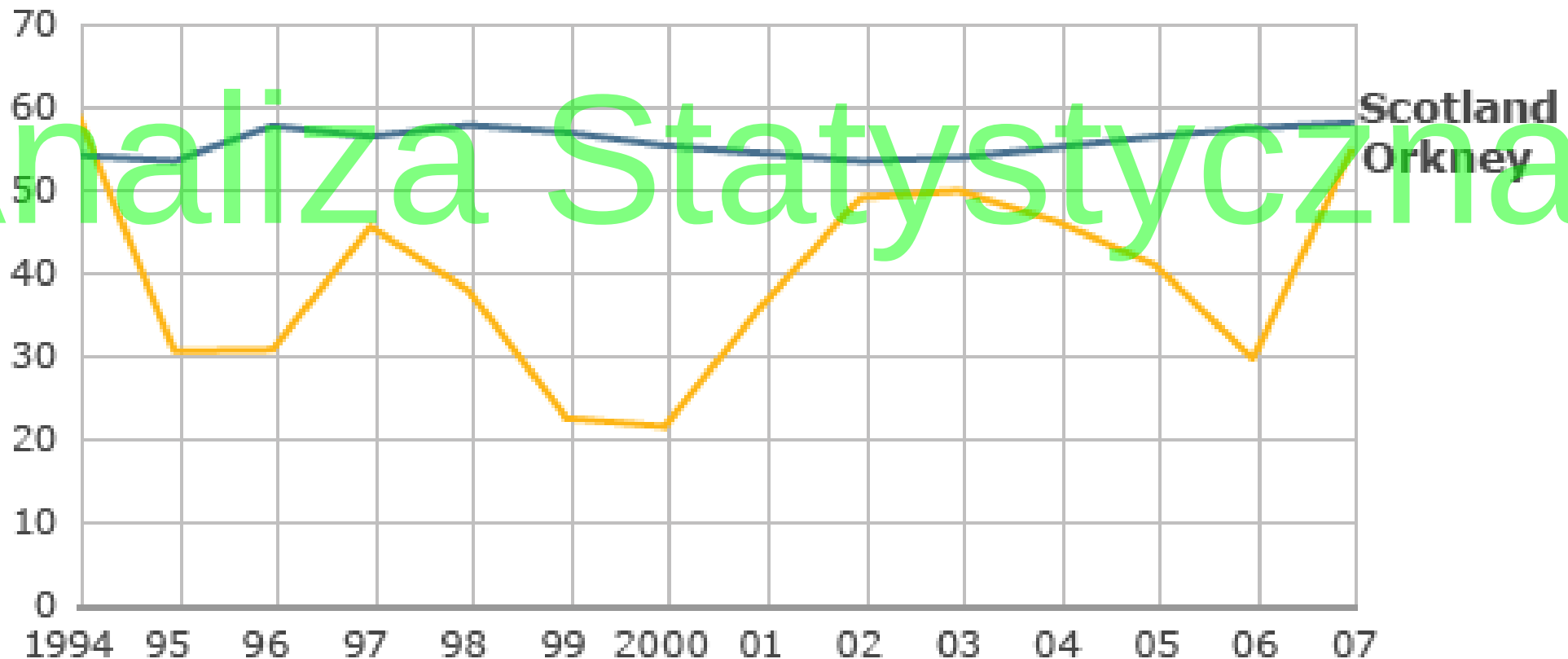
**Teenage pregnancies**  
Per thousand women



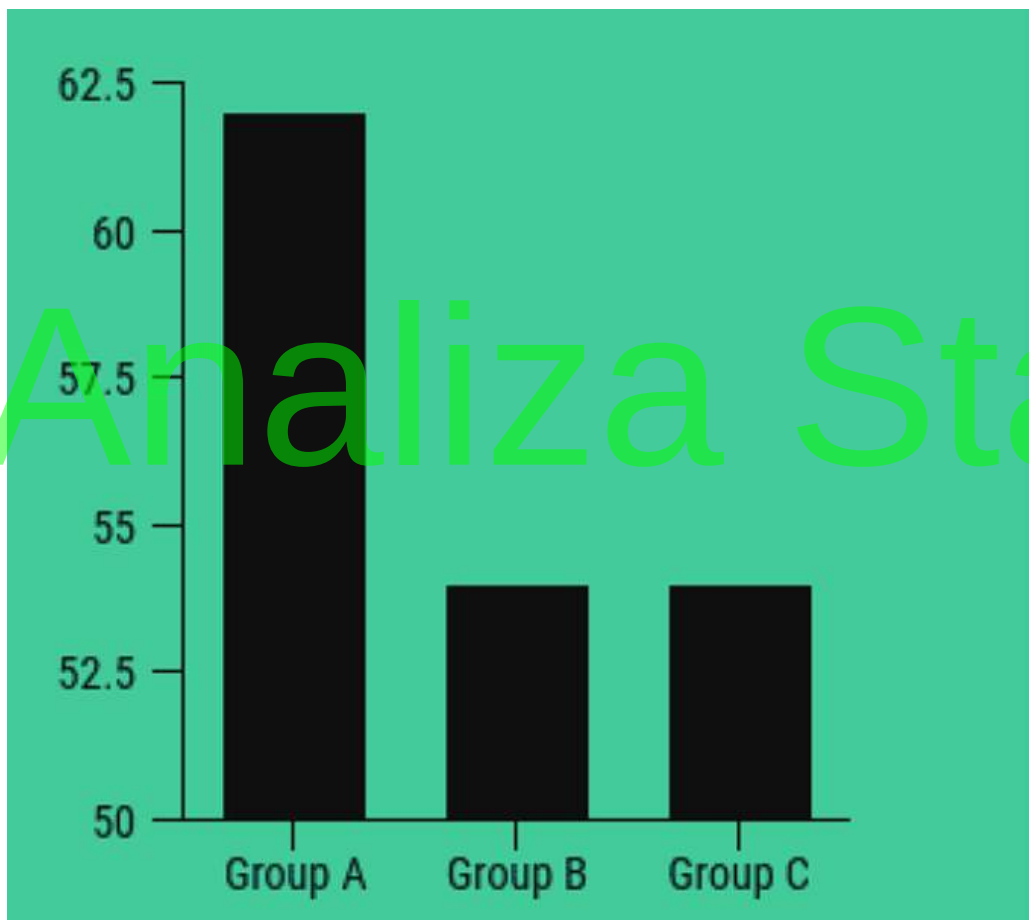


## 2) Myląca wizualizacja rezultatów

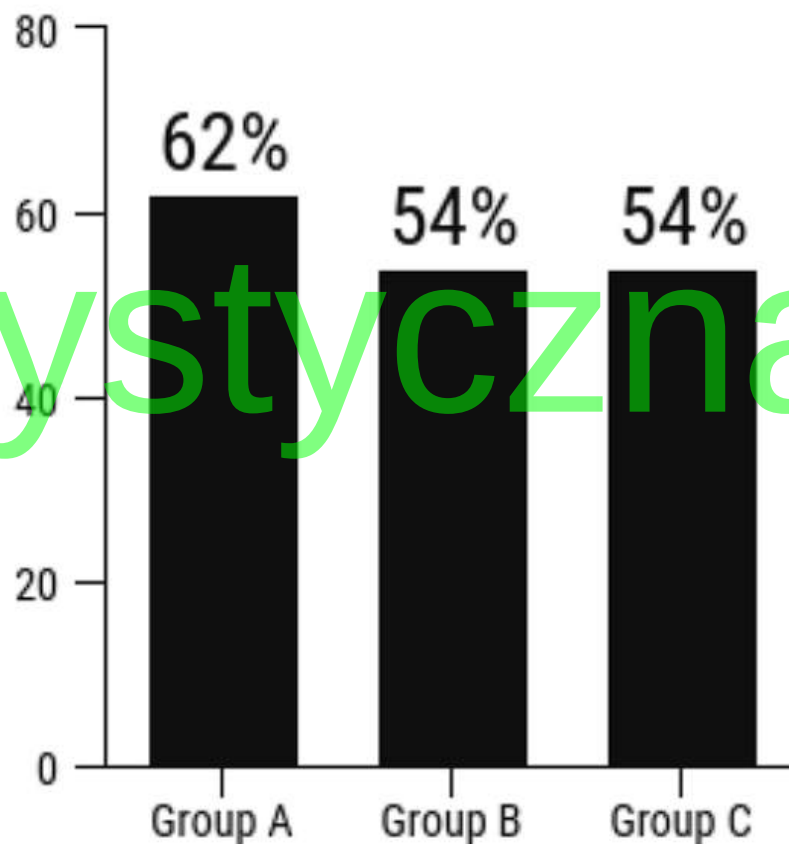
**Teenage pregnancies**  
Per thousand women



## 2) Myląca wizualizacja rezultatów

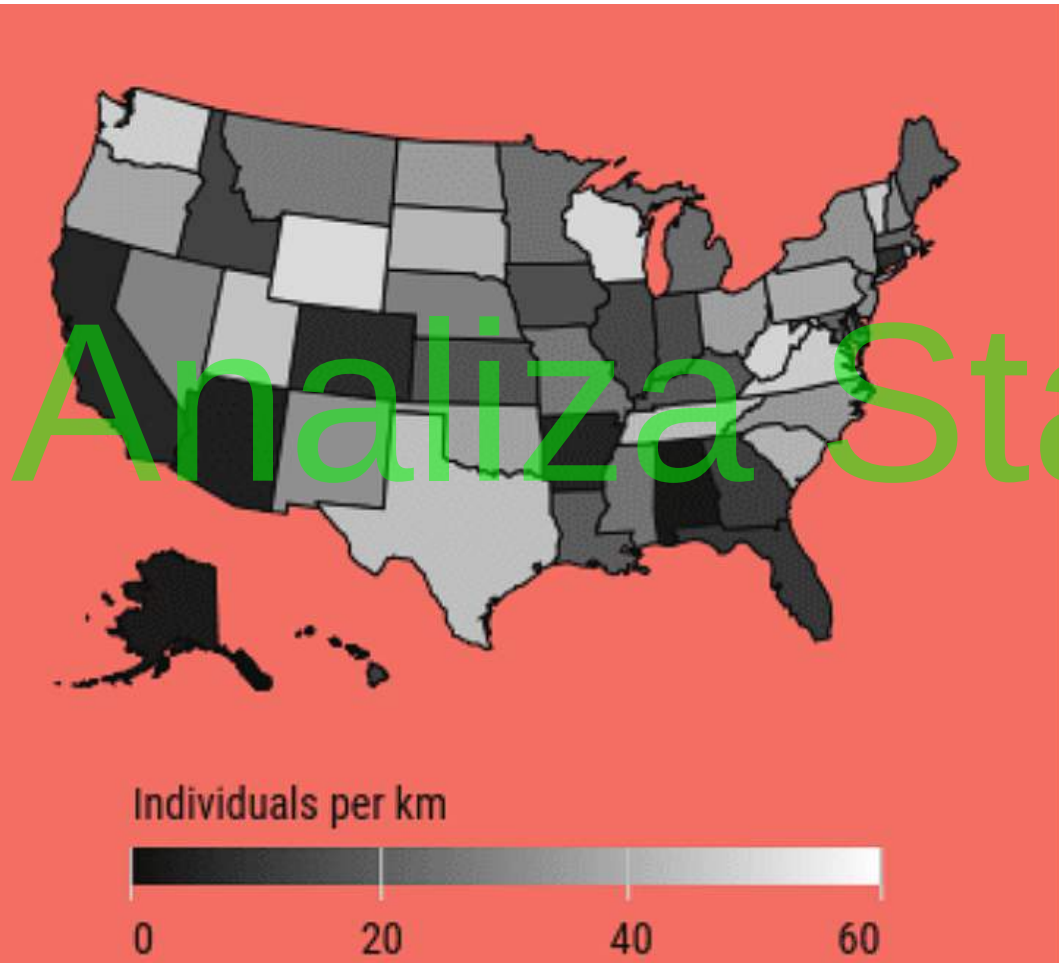


Źle

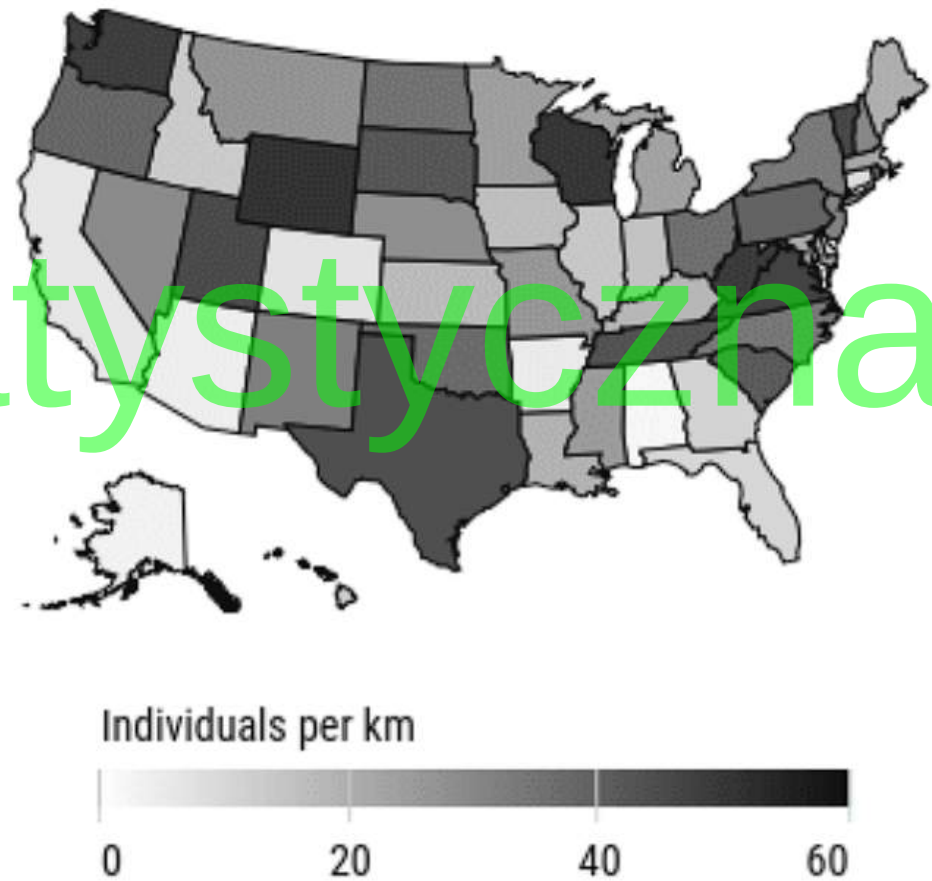


Dobrze

## 2) Myląca wizualizacja rezultatów



Żle



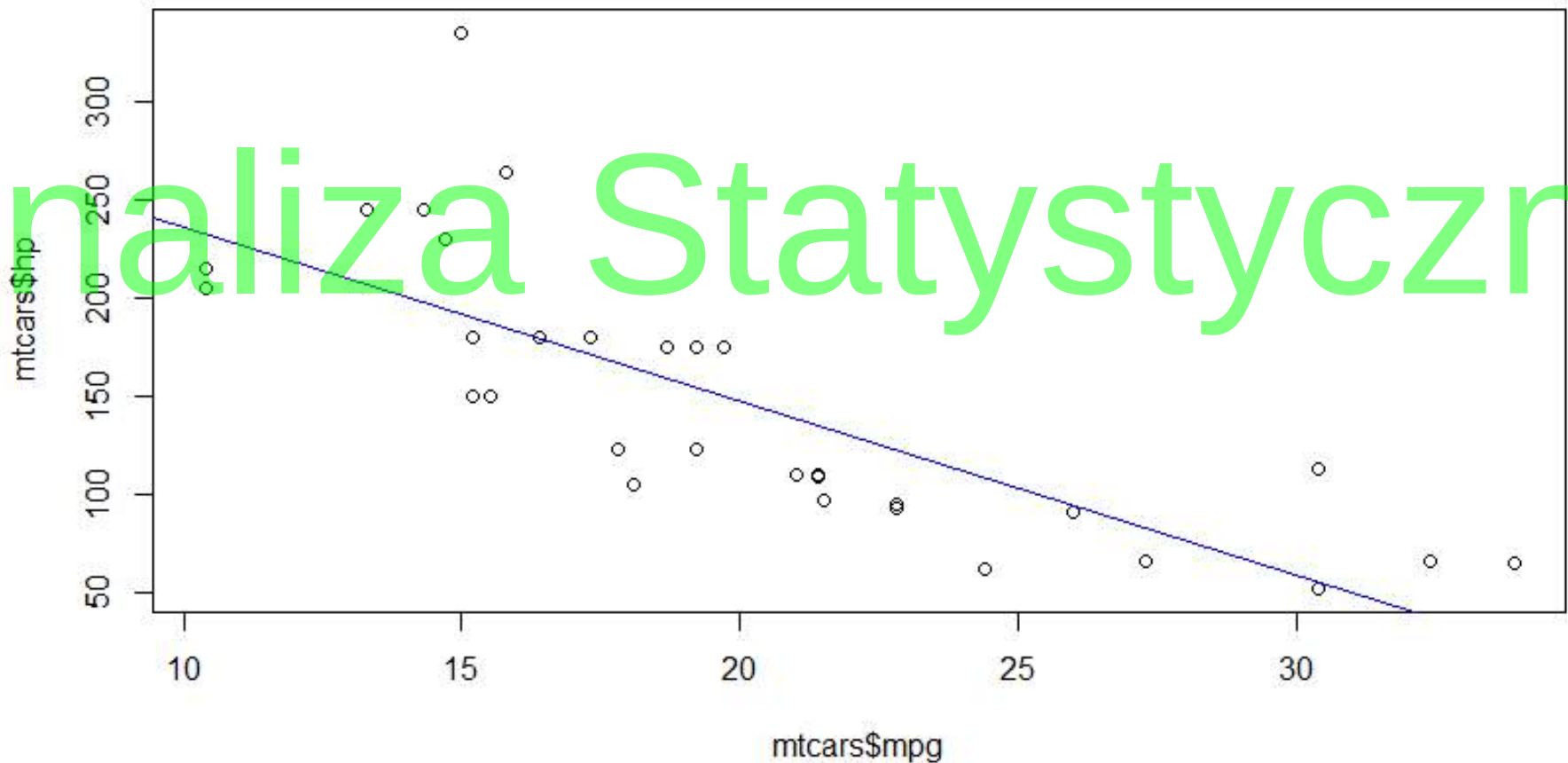
Dobrze

### 3) Nieadekwatne wnioskowanie

- Korelacja *versus* wywoływanie
- Niezrozumienie losowości i prawdopodobieństwa zajścia zdarzeń
- Błąd atomistyczny
- Błędne wnioskowanie z wizualizacji
- Wcześniej wspomniane błędy związane z danymi

### 3) Nieadekwatne wnioskowanie

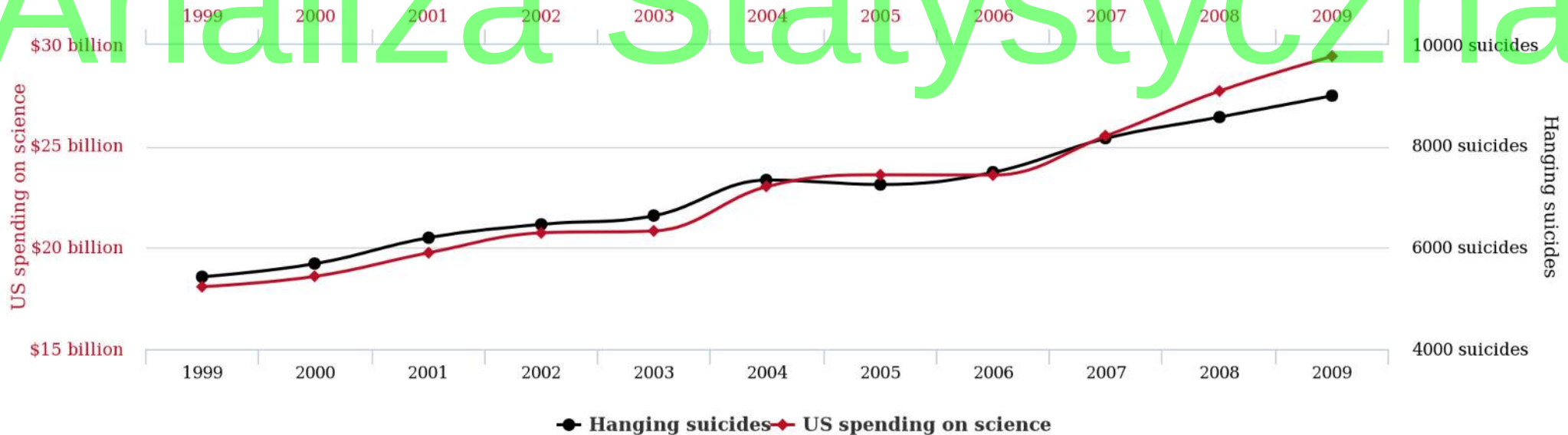
Korelacja *versus* wywoływanie



# 3) Nieadekwatne wnioskowanie

## Korelacja *versus* wywoływanie

**US spending on science, space, and technology**  
correlates with  
**Suicides by hanging, strangulation and suffocation**



## 4) Celowe fałszowanie danych

10/26/2009, 00.00 | SOUTH KOREA

Send to a friend



### Sentenced for fraud Hwang Woo-suk, pioneer of (false) "human cloning"

56 year old scientist also charged with embezzlement and breach of laws on bioethics. He falsified stem cell research, claiming to have cloned cells from healthy patients. The prosecutor asks for four years in prison; sentence due in the next few hours.

# Analiza Statystyczna



Seoul (AsiaNews / Agencies) - A court in Seoul sentenced for fraud the controversial South Korean scientist Hwang Woo-suk, famous for experiments on stem cells and human cloning. He is also charged with fraud, embezzlement and violation of laws on bioethics. He was celebrated and revered as a national hero for having led South Korea at the forefront of scientific research; revelations about the falsification of his experiments shocked the entire nation.

Pomiar (zebranie) danych

Analiza Statystyczna



# Pomiar (zebranie) danych

Typy zmiennych:

- **stymulanty** - zmienne, których wysokie wartości są pożądane
- **destymulanty** - zmienne, których wysokie wartości są niepożądane
- **nominanty** - zmienne, których odchylenia od poziomu najkorzystniejszego (optimalnego poziomu nasycenia) są niepożądane

# Pomiar (zebranie) danych

- **Populacja celowa** – to czym się będziemy zajmować jako całość
- **Populacja badana** (operat losowania) – formalny zbiór jednostek, który potencjalnie możemy zbadać
- **Próba badawcza** – grupa jednostek wylosowanych do badania

# Losowe schematy doboru prób badawczych

- Opierają się na losowości i wykorzystaniu rachunku prawdopodobieństwa, aby zmniejszyć ryzyko błędu
- Wykorzystywane są generatory liczb (pseudo)losowych dostępne w pakietach do obliczeń statystycznych
- Najczęściej wykorzystywane w badaniach ilościowych

# Losowe schematy doboru prób badawczych

- Dobór losowy prosty
- Dobór losowy warstwowy
- Dobór losowy systematyczny
- Dobór zespołowy

Analiza Statystyczna

# Nielosowe schematy doboru prób badawczych

- Nie wykorzystuje się losowania i rachunku prawdopodobieństwa
- Badacz sam dokonuje wyboru konkretnych jednostek do badania
- Najczęściej wykorzystywane w badaniach jakościowych

# Nielosowe schematy doboru prób badawczych

- Dobór celowy
- Dobór kwotowy
- Dobór oparty na dostępności respondentów
- Dobór metodą kuli śnieżnej

# Wielkość próby badawczej

- Zarówno zbyt mała, jak i zbyt duża próba badawcza niesie ze sobą określone problemy
- Przyjmuje się zazwyczaj założenie o 95% **poziomie ufności** i przedziale błędu losowego  $\pm 3\%$
- Wielkość próby badawczej zależy od np. konkretnego problemu, rozproszenia danych, dostępnego czasu, *response rate*

# Eksploracja danych

- Czyszczenie, transformacja i skalowanie zmiennych:
  - Transformacja logarytmiczna
  - Normalizacja
  - Standaryzacja
- Metody grupowania (klasteryzacji):
  - metody niehierarchiczne (k-means)
  - metody hierarchiczne
  - metody oparte na gęstości (dbscan)
- Uczenie maszynowe (ML)

Analiza Statystyczna



# Eksploracja danych

*'Water, water everywhere, nor any drop to drink'*

*The Rime of the Ancient Mariner*

# Analiza Statystyczna

# Eksploracja danych

*'Water, water everywhere, nor any drop to drink'*

*The Rime of the Ancient Mariner*

- *Data mining; digging into data*
- (Kolejny) etap pracy z danymi mający na celu wykorzystanie mocy obliczeniowej komputera do odkrycia wzorców, prawidłowości, trendów, schematów w zbiorze danych

Analiza Statystyczna

# Eksploracja danych

*'Water, water everywhere, nor any drop to drink'*

*The Rime of the Ancient Mariner*

- *Data mining; digging into data*
- (Kolejny) etap pracy z danymi mający na celu wykorzystanie mocy obliczeniowej komputera do odkrycia wzorców, prawidłowości, trendów, schematów w zbiorze danych
- Ukierunkowuje dalsze badania lub jest ich efektem finalnym
- Najczęściej opiera się na istniejących algorytmach numerycznych implementowanych w ramach metod eksploracji danych

Analiza Statystyczna

# Eksploracja danych - problemy

- w dużych bazach danych mogą zostać odkryte tysiące reguł/wzorców
- różni użytkownicy są zainteresowani różnymi typami prawidłowości

Analiza Statystyczna

# Eksploracja danych - problemy

- w dużych bazach danych mogą zostać odkryte tysiące reguł/wzorców
- różni użytkownicy są zainteresowani różnymi typami prawidłowości
- trudności w zrozumieniu tych wielowarstwowych powiązań
- algorytmy eksploracji danych są często intensywnie obliczeniowo → *Amazon Web Services; Microsoft Azure; Nvidia HPC, Google Cloud*

# Eksploracja danych

- Czyszczenie, transformacja i skalowanie zmiennych:
  - Transformacja logarytmiczna
  - Normalizacja
  - Standaryzacja

Analiza Statystyczna

# Czyszczenie danych

1) Inspekcja: Wykrycie nieoczekiwanych, nieprawidłowych i niespójnych danych  
*(obserwacje odstające, duplikaty, brakujące wartości)*

2) Czyszczenie: Naprawa lub usuwanie wykrytych anomalii

3) Weryfikacja: Po oczyszczeniu dane są ponownie kontrolowane w celu sprawdzenia poprawności.

# Transformacja i skalowanie zmiennych

- Poprawa interpretowalności danych
- Ujednolicenie skal
- Uporządkowanie prezentacji graficznej
- Głębszy wgląd w dane
- Spełnienie założeń metod eksploracji danych/  
wnioskowania statystycznego

Analiza Statystyczna



# Transformacja logarytmiczna

- Dane często są mocno skrzywione, lub skoncentrowane wokół jednej wartości
- Wnioskowanie z takich danych jest utrudnione/niemożliwe
- Transformacja logarytmiczna ma na celu upodobnienie takiego zbioru do rozkładu normalnego
- $x \rightarrow \log(x)$

# Transformacja logarytmiczna

- Przykład

# Analiza Statystyczna

# Normalizacja zmiennych

- Ma na celu przekształcenie zmiennych tak, aby zawierały się one w przedziale 0 – 1 (porównywalność)
- Zmniejsza złożoność danych
  - Redukuje anomalie w zbiorze
- Normalizacja *min – max*:

$$X_{norm} = \frac{X - X_{min}}{X_{max} - X_{min}}$$

# Normalizacja zmiennych

- Przykład

# Analiza Statystyczna

# Standaryzacja zmiennych

- Przekształcenie zmiennych tak, aby miały średnią = 0 i odchylenie standardowe = 1
- Podobnie jak normalizacja *min-max*, standaryzacja ma na celu ułatwienie porównywania zmiennych o różnych skalach numerycznych

$$X_{stand} = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$$

# Standaryzacja zmiennych

- Przykład

# Analiza Statystyczna

# Eksploracja danych

- Czyszczenie, transformacja i skalowanie zmiennych:
  - Transformacja logarytmiczna
  - Normalizacja
  - Standaryzacja
- Metody klasteryzacji (grupowania):
  - metody niehierarchiczne (*k-means*)
  - metody hierarchiczne
  - metody oparte na gęstości (*DBSCAN*)
- Uczenie maszynowe (ML)

# Metody klasteryzacji (grupowania)

- Wykorzystywane w celu identyfikacji grup skupiających podobne do siebie jednostki
- Składa się na nie wiele algorytmów różniących się zarówno sposobem wykrywania grup jak i różnicami w ich definicji

Analiza Statystyczna



# Metody klasteryzacji (grupowania)

- Wykorzystywane w celu identyfikacji grup skupiających podobne do siebie jednostki
- Składa się na nie wiele algorytmów różniących się zarówno sposobem wykrywania grup jak i różnicami w ich definicji
- Algorytmy grupowania zmiennych dzielimy na:
  - niehierarchiczne (oparte na centroidach, np. *kmeans*),
  - hierarchiczne (np. *drzewo klasyfikacyjne*),
  - oparte na gęstości (łączą obszary o wysokiej gęstości, np. *dbscan*)

# Algorytm k-średnich (k-means)

- Prace rozpoczęły się w latach 50-tych XX w. i obejmowały różnych badaczy i dyscypliny: Steinhaus (1956), Lloyd (1957), Jancey (1966)
- Klasyczny algorytm *k-means* został po raz pierwszy opisany przez MacQueena (1967).

NOKIA  
BELL  
LABS

## SOME METHODS FOR CLASSIFICATION AND ANALYSIS OF MULTIVARIATE OBSERVATIONS

J. MACQUEEN  
UNIVERSITY OF CALIFORNIA, LOS ANGELES

### 1. Introduction

The main purpose of this paper is to describe a process for partitioning an  $N$ -dimensional population into  $k$  sets on the basis of a sample. The process, which is called ' $k$ -means,' appears to give partitions which are reasonably efficient in the sense of within-class variance. That is, if  $p$  is the probability mass

# Algorytm k-średnich (k-means)

- Mając ustaloną liczbę skupień ( $k$ ), przyporządkowuje obserwacje do klastrów tak, aby średnie w klastrach były jak najbardziej różne od siebie.
- Różnice między obserwacjami są mierzone w kategoriach jednej z kilku miar odległości (np. *euklidesową*, *Chebysheva*, *Manhattan*)

# Algorytm k-średnich (k-means)

- 1) Określenie liczby klastrów ( $k$ ) do utworzenia
- 2) Wybierz losowo  $k$  obiektów z zestawu danych jako początkowe centra klastrów
- 3) Przypisz każdą obserwację do najbliższego centroida, w oparciu o odległość euklidesową pomiędzy obiektem a centroidem

# Algorytm k-średnich (k-means)

- 1) Określenie liczby klastrów ( $k$ ) do utworzenia
- 2) Wybierz losowo  $k$  obiektów z zestawu danych jako początkowe centra klastrów
- 3) Przypisz każdą obserwację do najbliższego centroida, w oparciu o odległość euklidesową pomiędzy obiektem a centroidem
- 4) Dla każdego z  $k$  klastrów aktualizuj centroid poprzez obliczenie nowych wartości średnich dla wszystkich punktów danych w klastrze.
- 5) Iteruj kroki 3 i 4 do momentu, gdy przypisania klastrów przestaną się zmieniać lub, gdy zostanie osiągnięta maksymalna liczba iteracji.

# Algorytm k-średnich

<https://www.youtube.com/watch?v=5l3Ei69l40s>

# Analiza Statystyczna

# Algorytm k-średnich (k-means)

## **Problemy:**

- Wymaga wybrania z góry odpowiedniej liczby klastrów
- Uzyskane wyniki końcowe są wrażliwe na początkowy losowy wybór centrów klastrów

# Algorytm k-średnich (k-means)

## Problemy:

- Wymaga wybrania z góry odpowiedniej liczby klastrów
- Uzyskane wyniki końcowe są wrażliwe na początkowy losowy wybór centrów klastrów
- Jest wrażliwy na wartości odstające.
- Działa dobrze dla wyraźnie odesparowanych klastrów
- Zmiana kolejności danych może prowadzić do innych wyników klasteryzacji



# Algorytm k-średnich (k-means)

- Przykład

Analiza Statystyczna

# Metody hierarchiczne (drzewo klasyfikacyjne)

- Sibson (1973), Defays (1977) i Rohlf (1982) jako „prehistoria” rodziny metod
- Efektem działania są obiekty pogrupowane w klastry według ich hierarchii.

Analiza Statystyczna

## THE COMPUTER JOURNAL

Issues

More Content ▾

Submit ▾

Purchase

Alerts

About ▾

The Computer Journal

No cover  
image  
availableVolume 16, Issue 1  
1973

Article Contents

## JOURNAL ARTICLE

**SLINK: An optimally efficient algorithm for the single-link cluster method** FREE

R. Sibson

*The Computer Journal*, Volume 16, Issue 1, 1973, Pages 30–34,<https://doi.org/10.1093/comjnl/16.1.30>**Published:** 01 January 1973 PDF  Split View  Cite  Permissions  Share ▾

# Analiza Statystyczna

## SLINK: An optimally efficient algorithm for the single-link cluster method

R. Sibson

*King's College Research Centre, King's College, Cambridge, and Cambridge University Statistical Laboratory*

The SLINK algorithm carries out single-link (nearest-neighbour) cluster analysis on an arbitrary dissimilarity coefficient and provides a representation of the resultant dendrogram which can readily be converted into the usual tree-diagram. The algorithm achieves the theoretical order-of-magnitude bounds for both compactness of storage and speed of operation, and makes the application of the single-link method feasible for a number of OTU's well into the range  $10^3$  to  $10^4$ . The algorithm is easily programmable in a variety of languages including FORTRAN.

(Received January 1972)

# Metody hierarchiczne (drzewo klasyfikacyjne)

- Sibson (1973), Defays (1977) i Rohlf (1982) jako „prehistoria” rodziny metod
- Efektem działania są obiekty pogrupowane w klastry według ich hierarchii.
- Nie wymaga wcześniejszego określenia liczby skupień; wymaga jednak wskazania metody obliczania podobieństwa pomiędzy obserwacjami
- Algorytm tworzy drzewopodobny obiekt graficzny o nazwie **dendrogram**
- Poprzez odcinanie gałęzi dendrogramu użytkownik formuje porządaną liczbę grup

# Drzewo klasyfikacyjne - algorytm

1) Umieść każdy punkt danych w jego własnym klastrze.

2) Zidentyfikuj najbliższe (najpodobniejsze) dwa klastry i połącz je w jeden klaster.

3) Powtarzaj krok 2, aż wszystkie punkty danych znajdą się w jednym klastrze.

# Drzewo klasyfikacyjne

Problemy:

- Określenie miary podobieństwa/ niepodobieństwa pomiędzy obserwacjami
- Określenie tzw. „miejsc odcięcia” dendrogramu
- Wrażliwy na obserwacje odstające
- Działa dobrze dla wyraźnie odesparowanych klastrów

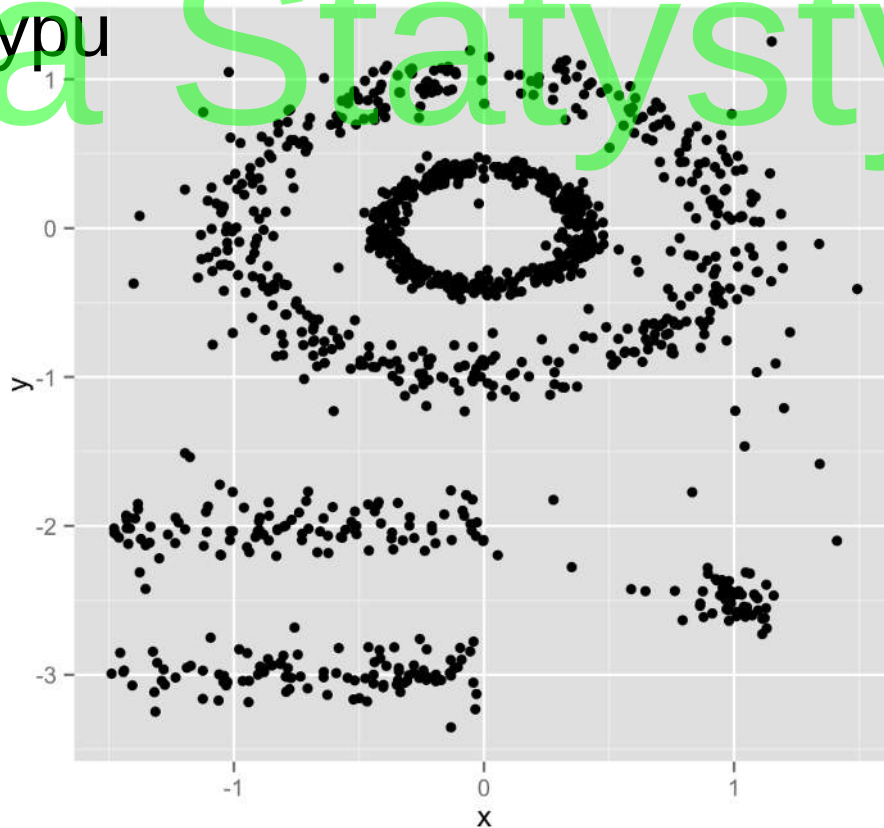
# Drzewo klasyfikacyjne - algorytm

Przykład

# Analiza Statystyczna

# Klasyfikacja oparta na gęstości - dbscan

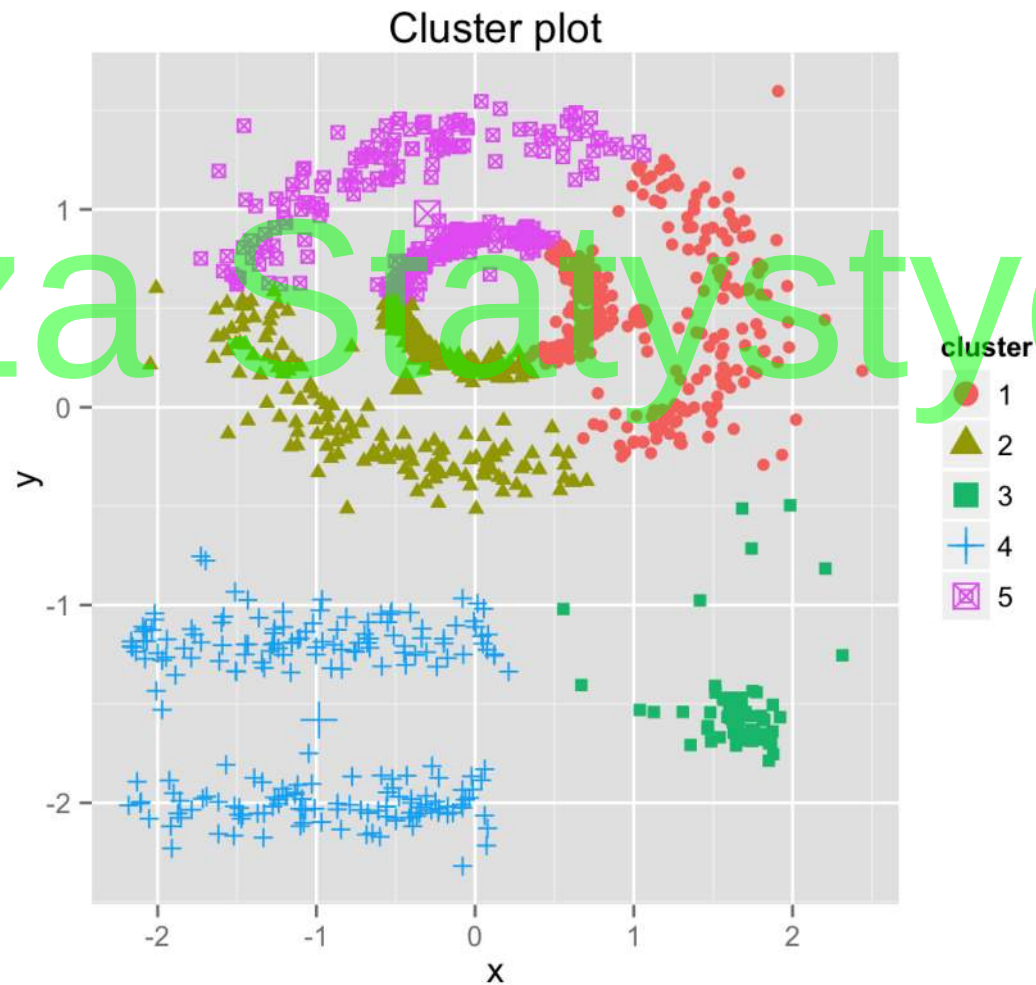
- W praktyce dane (zwłaszcza przestrzenne) znajdują się często w z góry określonych grupach i zawierają tzw. szum oraz wartości odstające
- Klasyczne algorytmy miałyby problem w klasyfikacji danych tego typu





# Klasyfikacja oparta na gęstości - dbscan

K-means



# Klasyfikacja oparta na gęstości - dbscan

- *Density-Based Spatial Clustering and Application with Noise*
- DBSCAN (Ester et al. 1996) jest odporny na wskazane problemy
- Nie wymaga wskazania liczby skupień

Analiza Statystyczna

# A Density-Based Algorithm for Discovering Clusters in Large Spatial Databases with Noise

Martin Ester, Hans-Peter Kriegel, Jörg Sander, Xiaowei Xu

Institute for Computer Science, University of Munich  
Oettingenstr. 67, D-80538 München, Germany  
{ester | kriegel | sander | xwxu}@informatik.uni-muenchen.de

## Abstract

Clustering algorithms are attractive for the task of class identification in spatial databases. However, the application to large spatial databases rises the following requirements for clustering algorithms: minimal requirements of domain knowledge to determine the input parameters, discovery of clusters with arbitrary shape and good efficiency on large databases. The well-known clustering algorithms offer no solution to the combination of these requirements. In this paper, we present the new clustering algorithm DBSCAN relying on a density-based notion of clusters which is designed to discover clusters of arbitrary shape. DBSCAN requires only one input parameter and supports the user in determining an appropriate value for it. We performed an experimental evaluation of the effectiveness and efficiency of DBSCAN using synthetic data and real data of the SEQUOIA 2000 benchmark. The results of our experiments demonstrate that (1) DBSCAN is significantly more effective in discovering clusters of arbitrary shape than the well-known algorithm CLARANS, and that (2) DBSCAN outperforms CLARANS by a factor of more than 100 in terms of efficiency.

**Keywords:** Clustering Algorithms, Arbitrary Shape of Clusters, Efficiency on Large Spatial Databases, Handling Noise.

## 1. Introduction

are often not known in advance when dealing with large databases.

- (2) Discovery of clusters with arbitrary shape, because the shape of clusters in spatial databases may be spherical, drawn-out, linear, elongated etc.
- (3) Good efficiency on large databases, i.e. on databases of significantly more than just a few thousand objects.

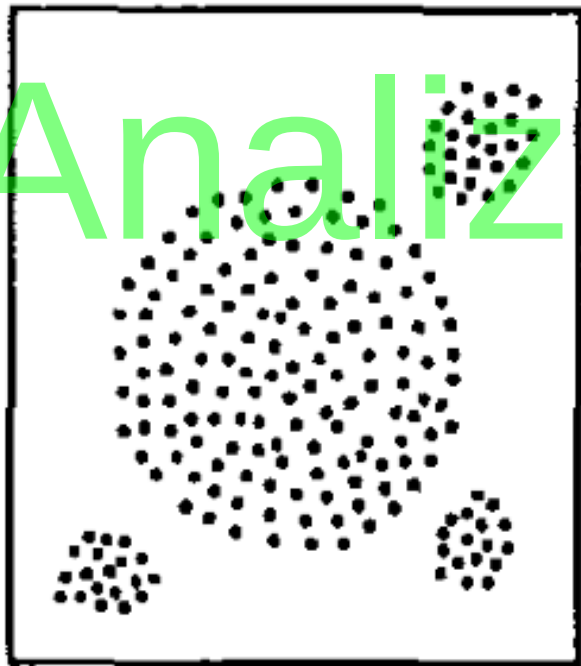
The well-known clustering algorithms offer no solution to the combination of these requirements. In this paper, we present the new clustering algorithm DBSCAN. It requires only one input parameter and supports the user in determining an appropriate value for it. It discovers clusters of arbitrary shape. Finally, DBSCAN is efficient even for large spatial databases. The rest of the paper is organized as follows. We discuss clustering algorithms in section 2 evaluating them according to the above requirements. In section 3, we present our notion of clusters which is based on the concept of density in the database. Section 4 introduces the algorithm DBSCAN which discovers such clusters in a spatial database. In section 5, we performed an experimental evaluation of the effectiveness and efficiency of DBSCAN using synthetic data and data of the SEQUOIA 2000 benchmark. Section 6 concludes with a summary and some directions for future research.

# Klasyfikacja oparta na gęstości - dbscan

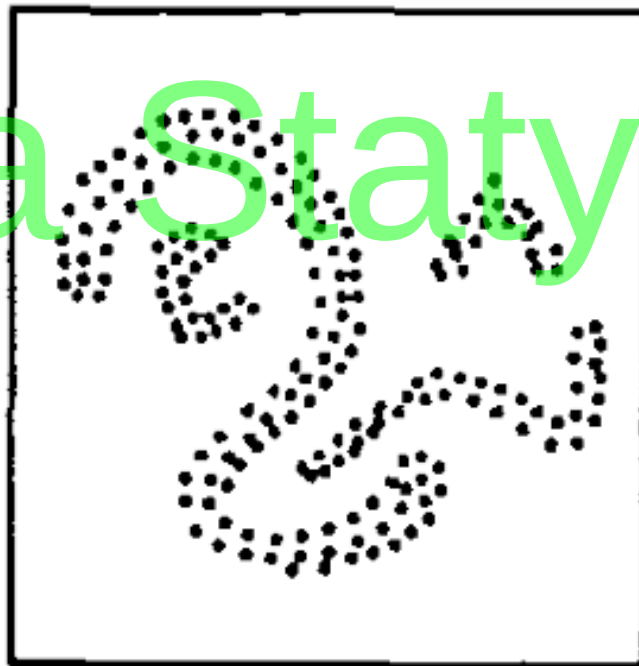
- *Density-Based Spatial Clustering and Application with Noise*
- DBSCAN (Ester et al. 1996) jest odporny na wskazane problemy
- Nie wymaga wskazania liczby skupień
- Wykrywa klastry o dowolnym kształcie
- Podstawowa idea wywodzi się z intuicyjnej dla człowieka metody klastrowania
- Zastosowanie głównie do danych przestrzennych (GIS)

# Klasyfikacja oparta na gęstości - dbscan

Klastry to obszary o zwiększonej gęstości, oddzielone obszarami o  
małej gęstości



**database 1**



**database 2**



**database 3**

# Klasyfikacja oparta na gęstości - dbscan

- Algorytm wymaga wskazania dwóch parametrów: *epsilon* i *minimum points*
  - 1) Dla każdego punktu  $x$  oblicz odległość między  $x$  a innymi punktami.
  - 2) Znajdź wszystkie punkty sąsiednie w odległości *epsilon* od punktu początkowego.

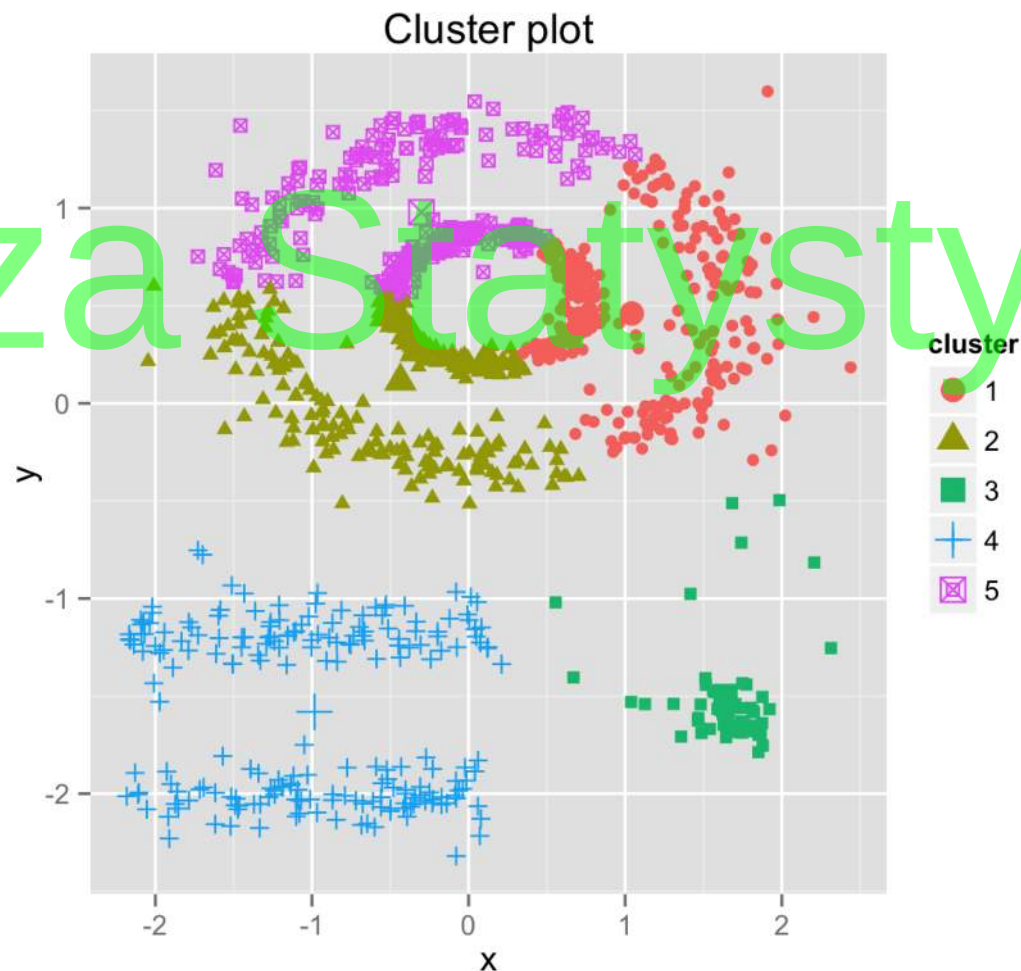
# Klasyfikacja oparta na gęstości - dbscan

- Algorytm wymaga wskazania dwóch parametrów: *epsilon* i *minimum points*
  - 1) Dla każdego punktu  $x$  oblicz odległość między  $x$  a innymi punktami.
  - 2) Znajdź wszystkie punkty sąsiednie w odległości *epsilon* od punktu początkowego.
  - 3) Dla każdego punktu, jeśli nie jest on jeszcze przypisany do klastra, utwórz nowy klaster (jeżeli liczba sąsiadów  $\geq$  *minimum points*).
  - 4) Znajdź wszystkie jego gęsto połączone punkty (*epsilon*) i przypisz je do tego samego klastra co punkt główny.
  - 5) Iteruj przez pozostałe nieodwiedzone punkty w zbiorze danych.



# Klasyfikacja oparta na gęstości - dbscan

- Przykład





# Eksploracja danych – bardziej zaawansowane metody

- Transformacja i skalowanie zmiennych:

- Transformacja logarytmiczna

- Normalizacja

- Standaryzacja

- Metody grupowania (klasteryzacji):

- metody niehierarchiczne (k-means)

- metody hierarchiczne

- metody oparte na gęstości (dbscan)

- Uczenie maszynowe (ML)

Analiza Statystyczna

# Uczenie maszynowe jako część AI

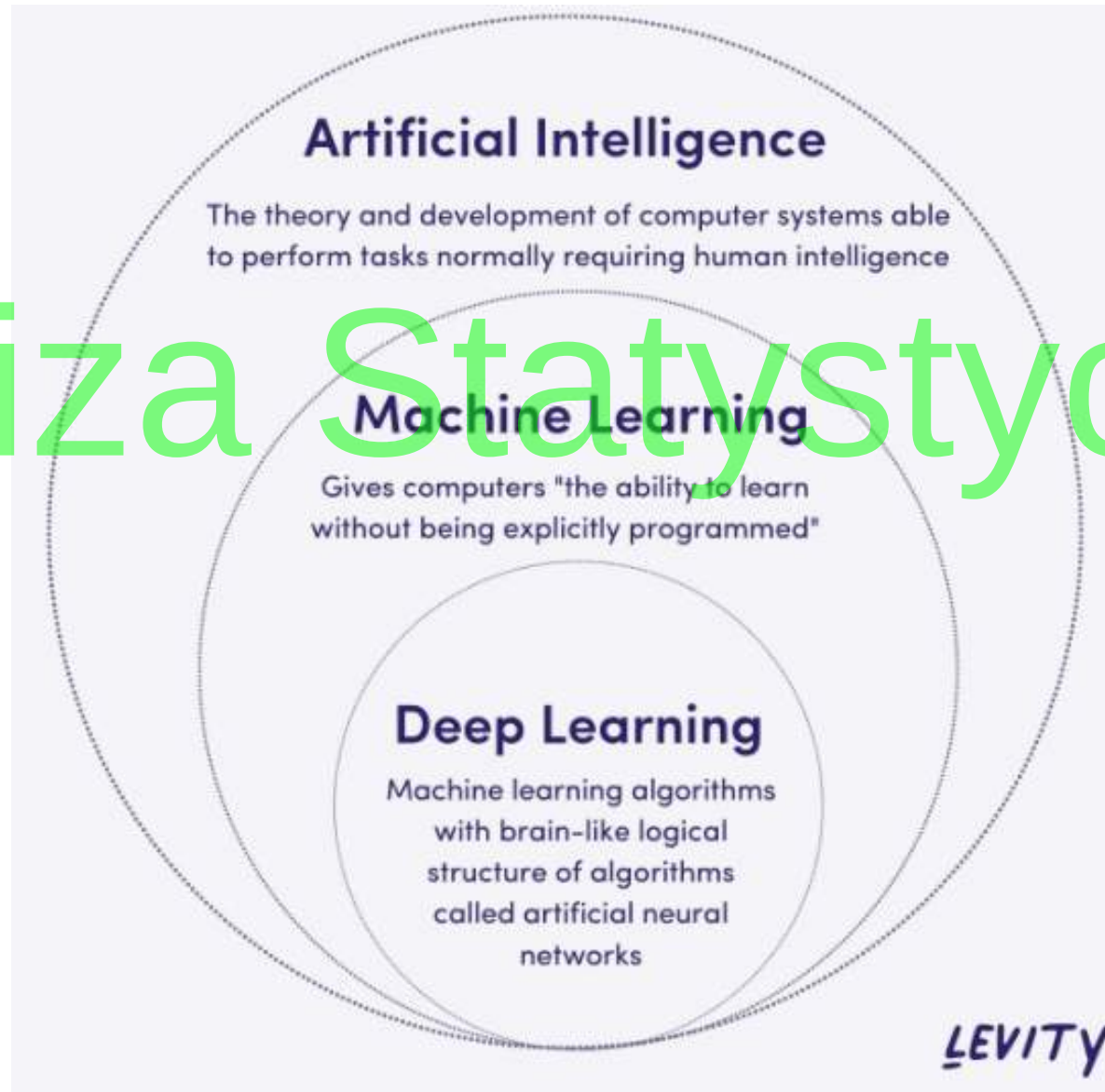
- Badania rozpoczęły się w Dartmouth College (USA) w 1956 r.
- Pierwsze implementacje obejmowały strategię gry w szachy, rozwiązywanie problemów matematycznych
- W tym czasie naukowcy wierzyli w szybki postęp i opracowanie uogólnionej sztucznej inteligencji (AGI)

# Uczenie maszynowe jako część AI

- Badania rozpoczęły się w Dartmouth College (USA) w 1956 r.
- Pierwsze implementacje obejmowały strategię gry w szachy, rozwiązywanie problemów matematycznych
- W tym czasie naukowcy wierzyli w szybki postęp i opracowanie uogólnionej sztucznej inteligencji (AGI)
- Okres zastoju od lat 70 do końca lat 90 XX w.
- Powolny rozwój nastąpił pod koniec lat 90-tych i na początku XXI w.
- Skokowy wzrost aplikacji od roku 2015
- Zmiana paradygmatu AI (do czasu...)

# Sztuczna inteligencja i uczenie maszynowe

Analiza Statystyczna



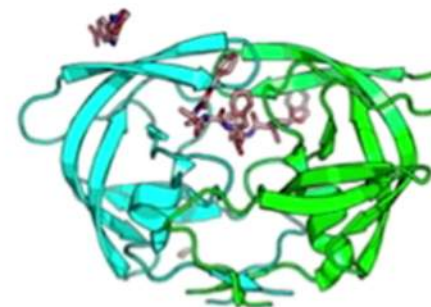
# Uczenie maszynowe jest wszędzie



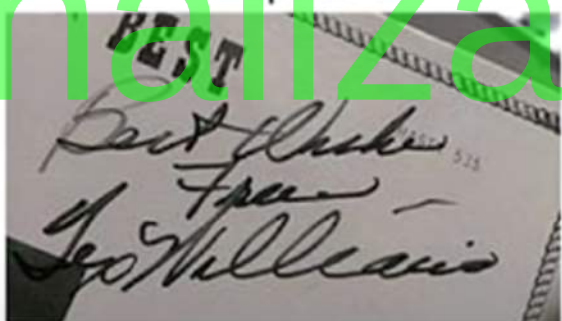
AlphaGo



Recommendation systems



Drug discovery



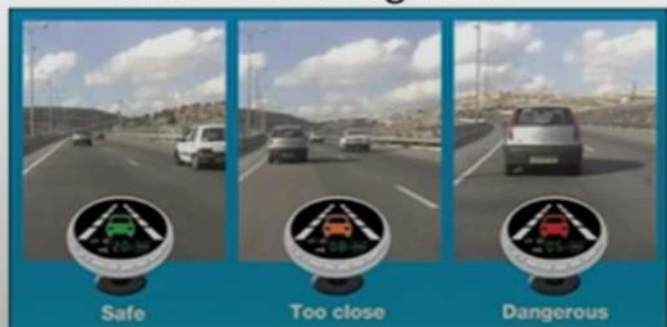
Character recognition



Hedge fund stock predictions



Voice assistants



Assisted driving



Face detection/recognition



Cancer diagnosis

# Uczenie maszynowe

- Dziedzina badań, która skupia się na systemach komputerowych, które mogą uczyć się na podstawie danych.

# Analiza Statystyczna

# Uczenie maszynowe

- Dziedzina badań, która skupia się na systemach komputerowych, które mogą uczyć się na podstawie danych.
- Systemy ML (modele) potrafią uczyć się konkretnych zadań na podstawie analizy dużej liczby przykładów, np. model ML może nauczyć się jak rozpoznać samochód na podstawie obserwacji dużej liczby aut.



# Uczenie maszynowe

- Brak programowania reguł wprost (przez programistę) – model może nauczyć się rozwiązywać konkretny problem bez predefiniowanych konkretnych reguł
- Model uczy się sam, jakie charakterystyki są istotne, aby rozpoznać dany obiekt



# Uczenie maszynowe

- Brak programowania reguł wprost (przez programistę) – model może nauczyć się rozwiązywać konkretny problem bez predefiniowanych konkretnych reguł
- Model uczy się sam, jakie charakterystyki są istotne, aby rozpoznać dany obiekt
- Istotna jest ilość i jakość danych
- Modele ML potrafią wykrywać wzorce, schematy w danych
- ML wspiera podejmowanie decyzji w oparciu o dane (data-driven decisions)

# Uczenie maszynowe

- Nienadzorowane (*unsupervised learning*)
- Nadzorowane (*supervised learning*)
- Posiłkowane (*reinforcement learning*)

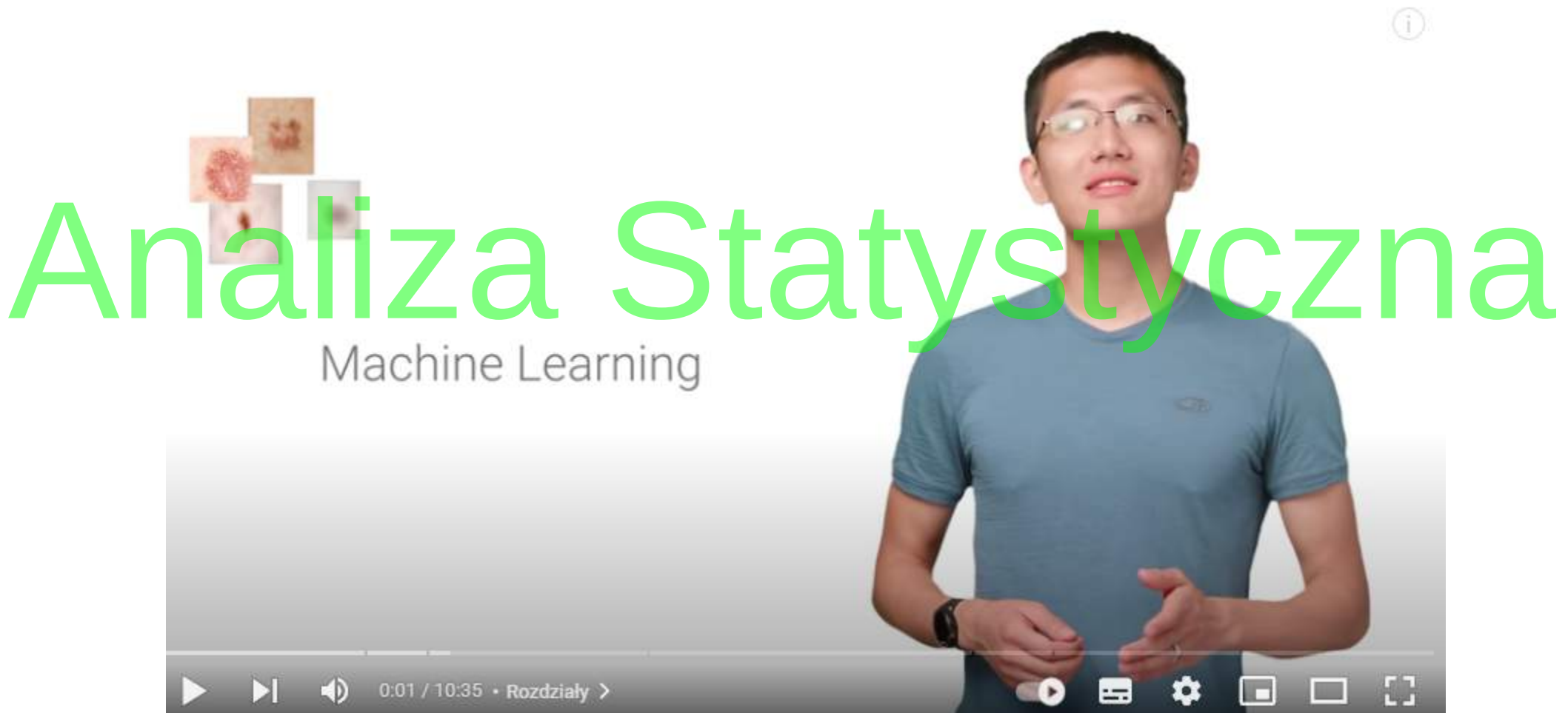
# Analiza Statystyczna

# Uczenie maszynowe

Etapy budowy modelu ML:

- 1) Zgromadzenie/pozyskanie danych
- 2) Przygotowanie danych do dalszej analizy  
(porządkowanie, usuwanie obserwacji odstających)
- 3) Wybór metody i modelu
- 4) Trenowanie modelu (w przypadku metod nadzorowanych)
- 5) Ewaluacja, określenie i pomiar błędów
- 6) Dopasowanie parametrów

# Uczenie maszynowe



[https://www.youtube.com/watch?v=nKW8Ndu7Mjw&ab\\_channel=GoogleCloudTech](https://www.youtube.com/watch?v=nKW8Ndu7Mjw&ab_channel=GoogleCloudTech)

# Uczenie maszynowe

- Przykład – uczenie nadzorowane:

1) wykorzystamy zdjęcia satelitarne powiatu śremskiego, a także informacje o klasach pokryciach terenu dostępne na [www.s2glc.cbk.waw.pl](http://www.s2glc.cbk.waw.pl)

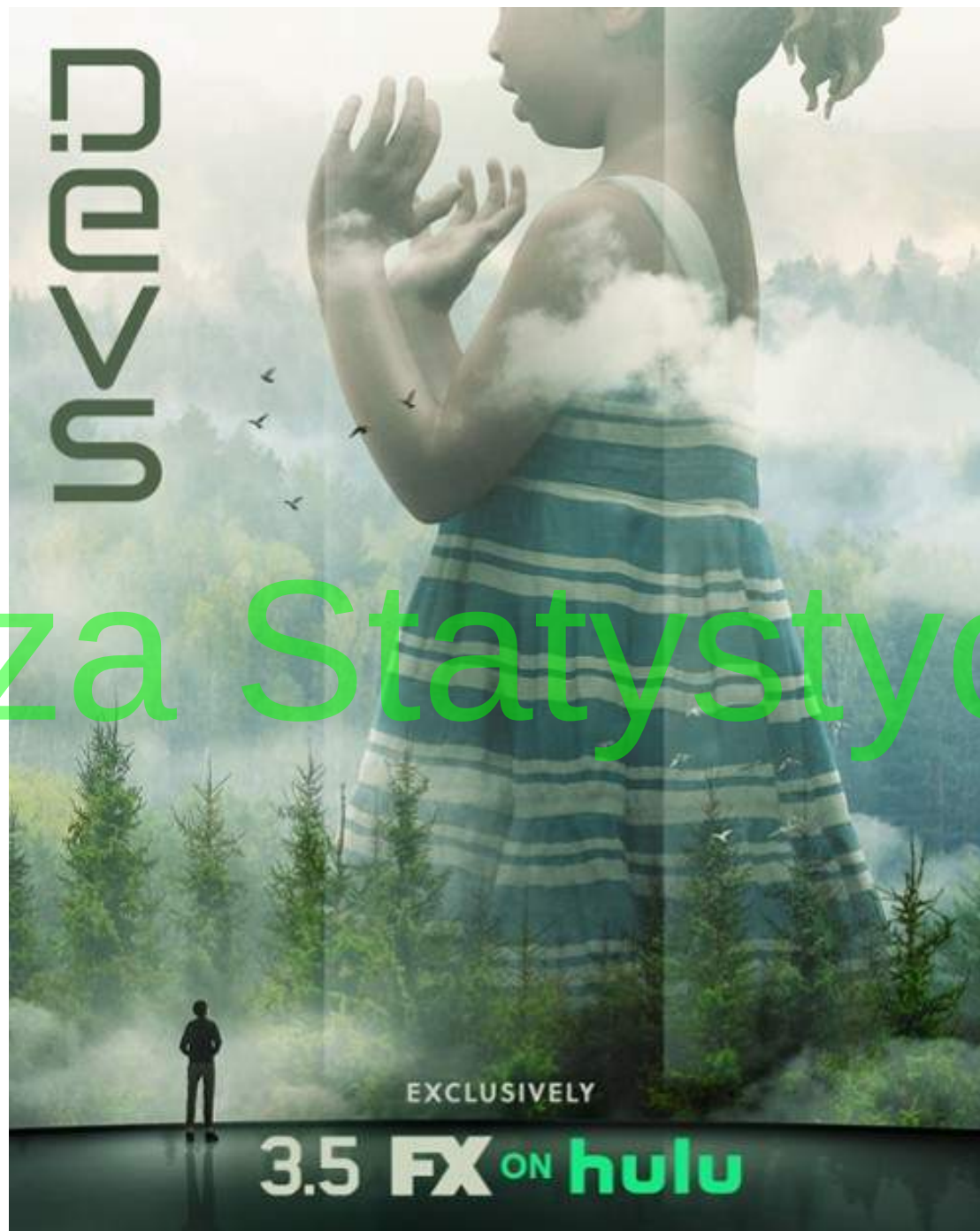
2) zdjęcia i dane muszą zostać przygotowane do pracy pod kątem modelu ML (np. przycinanie, przekształcanie, wartości odstające)

3) losowo wybierzemy część danych do nauki wykrywania klas zagospodarowania terenu przez model ML

4) użyjemy wytrenowanego modelu do klasyfikacji zagospodarowania terenu powiatu śremskiego (zdjęcia satelitarne)

5) ocenimy jakość klasyfikacji przeprowadzonej przez model

# Analiza Statystyczna



DEVs (2020) – HBO MAX

Wnioskowanie statystyczne

Analiza Statystyczna

# Wnioskowanie statystyczne

- Celem jest określenie wpływu zestawu zmiennych niezależnych na zmienną zależną.
- W modelu liniowym wielkość zmiany zmiennej zależnej ilustruje się jako wielokrotność zmiany zmiennych niezależnych.



# Wnioskowanie statystyczne

- Celem jest określenie wpływu zestawu zmiennych niezależnych na zmienną zależną.
- W modelu liniowym wielkość zmiany zmiennej zależnej ilustruje się jako wielokrotność zmiany zmiennych niezależnych.
- Metody regresji jako podstawa do wnioskowania na temat wpływu jednej zmiennej na drugą
- R. Fisher i założenia modelu parametrycznego (niezależność, normalność rozkładu, linowa zależność)

# Wnioskowanie statystyczne – założenie o niezależności zmiennych

- Zależność oznacza istnienie (jakiegoś) połączenia pomiędzy zmiennymi
- Założenie o niezależności oznacza, że dane nie są powiązane ze sobą

Analiza Statystyczna

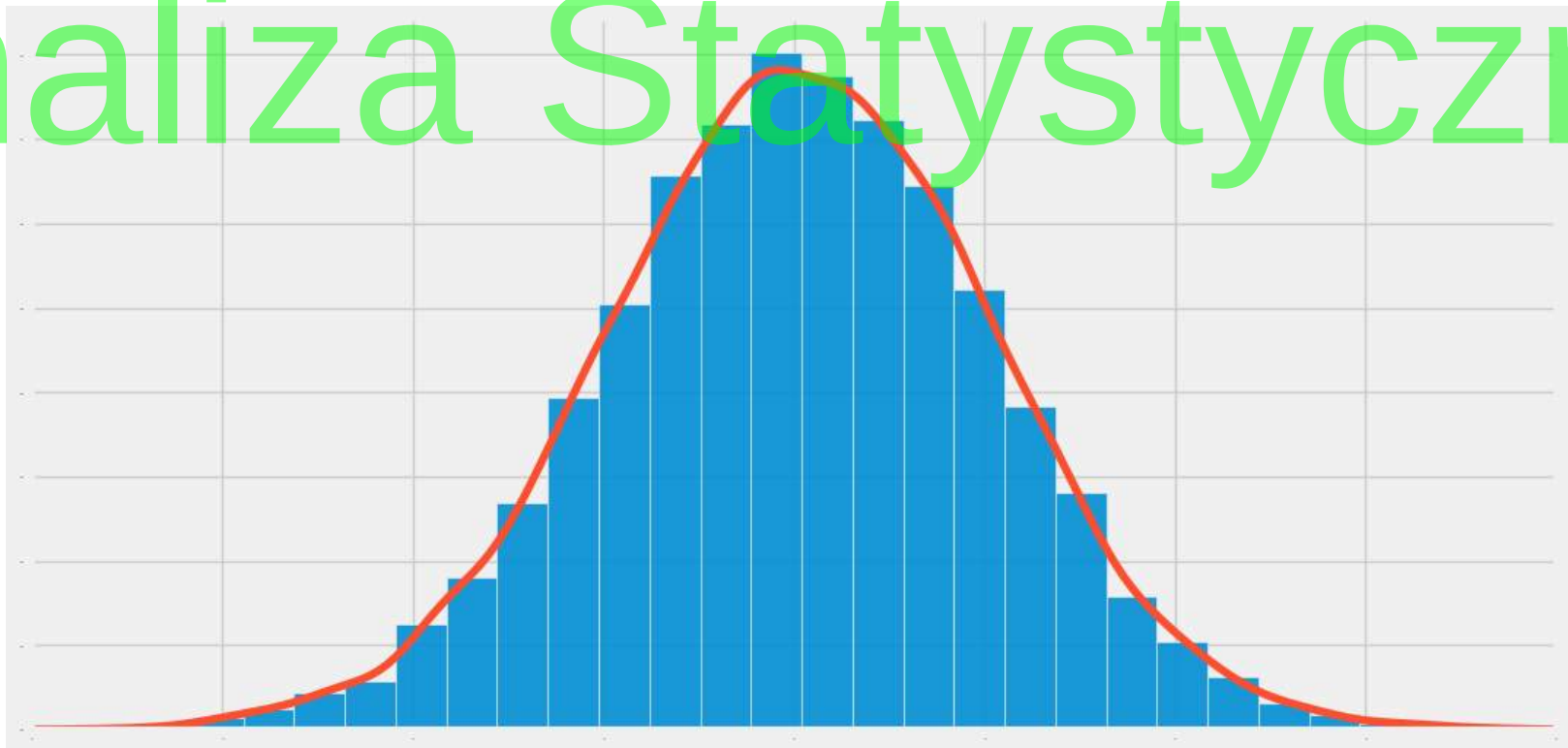
# Wnioskowanie statystyczne – założenie o niezależności zmiennych

- Zależność oznacza istnienie (jakiegoś) połączenia pomiędzy zmiennymi
- Założenie o niezależności oznacza, że dane nie są powiązane ze sobą
- Obserwacje pomiędzy grupami powinny być niezależne (grupy składają się z różnych osób).
- Brak związku pomiędzy uczestnikami badania
- Kluczowy więc jest etap gromadzenia/wyboru danych

# Wnioskowanie statystyczne – założenie o normalności rozkładu

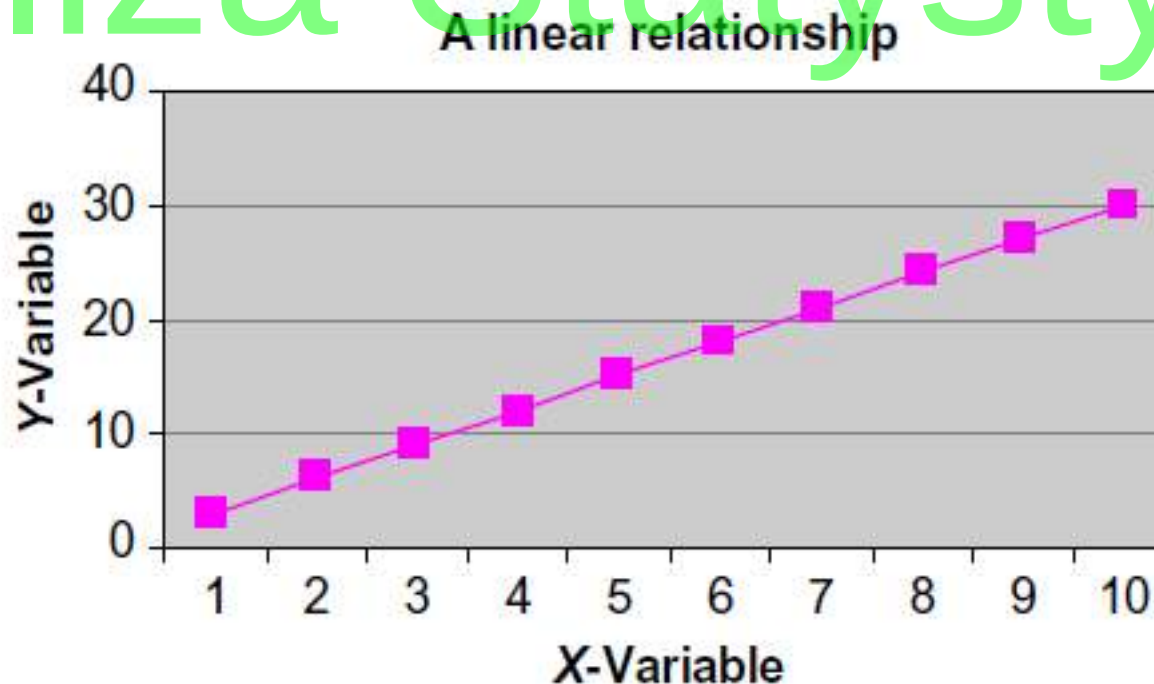
Rozkład wartości każdej zmiennej w zbiorze danych jest rozkładem normalnym skupionym wokół wartości średniej

# Analiza Statystyczna



# Wnioskowanie statystyczne – założenie o linowej zależności pomiędzy zmiennymi

- Zmienna niezależna wywiera liniowy efekt na zmienną zależną
- Efekt ten może być zilustrowany linią prostą



# Wnioskowanie statystyczne

Analiza parametryczna:

- Regresja prosta
- Regresja wieloraka

# Analiza Statystyczna

# Regresja

- Ojcem był sir Francis Galton (1875)
- Stworzył fundament teoretyczny i empiryczny regresji analizując wzrost ludzi
- Koncepcja ta została potem rozwinięta przez Karla Pearsona i Udny Yule (1896, 1930) 1822-1911



# Regresja

- Ojcem był sir Francis Galton (1875)
- Stworzył fundament teoretyczny i empiryczny regresji analizując wzrost ludzi
- Koncepcja ta została potem rozwinięta przez Karla Pearsona i Udny Yule (1896, 1930) 1822-1911
- Dwa rodzaje modeli: regresja prosta i regresja wieloraka
- Jest szeroko stosowanym narzędziem statystycznym służącym do ustalenia zależności pomiędzy zmiennymi.





# Regresja prosta

- Służy do przewidywania wartości zmiennej  $y$  na podstawie jednej zmiennej przewidującej  $x$
- Celem jest zbudowanie modelu matematycznego (wzoru, formuły), który określa  $y$  jako funkcję zmiennej  $x$ .

Analiza Statystyczna

# Regresja prosta

- Służy do przewidywania wartości zmiennej  $y$  na podstawie jednej zmiennej przewidującej  $x$
- Celem jest zbudowanie modelu matematycznego (wzoru, formuły), który określa  $y$  jako funkcję zmiennej  $x$ .
- Po zbudowaniu statystycznie istotnego modelu, można go wykorzystać do przewidywania przyszłych wyników zmiennej  $y$  na podstawie nowych wartości  $x$
- Wymaga spełnienia założeń analizy parametrycznej

# Regresja prosta

- Ogólny model regresji prostej to wzór na linię ( $y=ax+b$ ):

Analiza Statystyczna

$$Y = B_0 + B_1 X + e$$

Gdzie:

Y - zmienna zależna

X – zmienna niezależna

$B_0$  – wyraz wolny

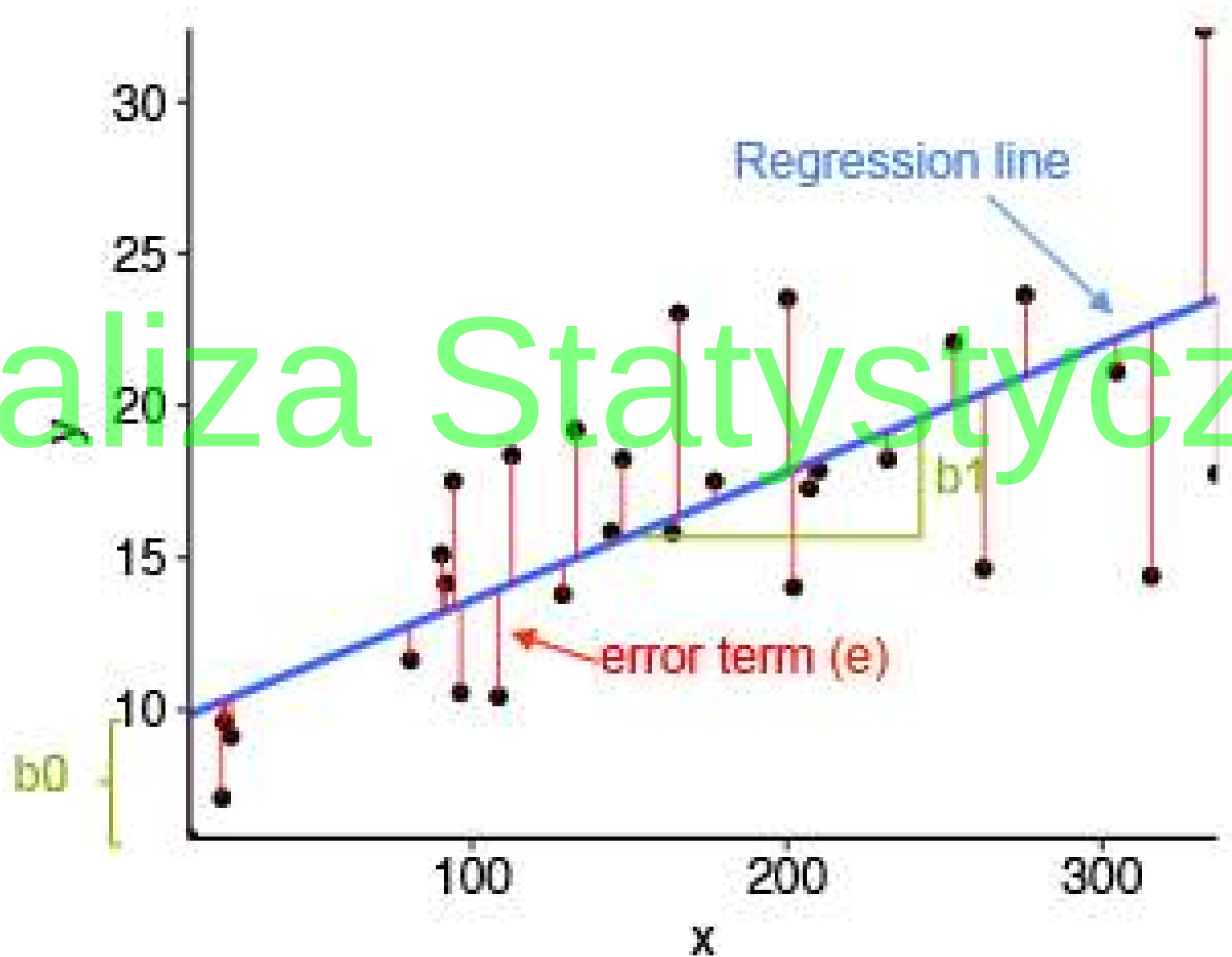
$B_1$  – współczynnik modelu regresji

e – składnik losowy modelu (błąd)

# Regresja prosta

- Najprostszą metodą identyfikacji parametrów modelu jest metoda najmniejszych kwadratów (ordinary least squares (OLS))
- Bazuje ona na minimalizacji odległości punktów (obserwacji) od linii regresji

# Regresja prosta



Analiza Statystyczna

# Regresja prosta

Przykład: Wpływ budżetu reklamowego youtube na wielkość sprzedaży

# Analiza Statystyczna

# Regresja wieloraka

- To rozszerzenie regresji prostej na przypadki z wieloma zmiennymi niezależnymi
- Wykorzystywana do predykcji wartości zmiennej  $Y$  podstawie wartości (wielu) zmiennych objaśniających  $X$

# Regresja wieloraka

- Ogólny model regresji wielorakiej to wzór:

$$Y = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + \dots + B_n X_n + e$$

## Analiza Statystyczna

Gdzie:

$Y$  - zmienna zależna

$X_1, X_2, X_n$  – zmienne niezależne

$B_0$  – wyraz wolny

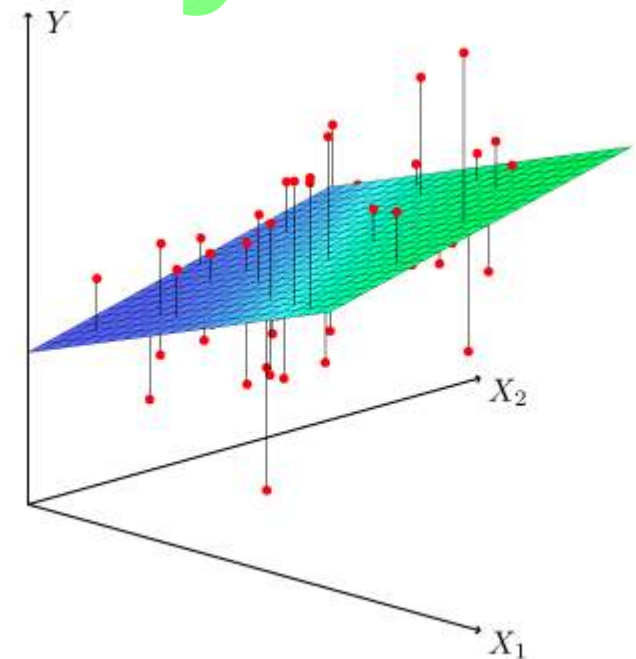
$B_1, B_2, B_n$  współczynniki modelu regresji

$e$  – składnik losowy modelu (błąd)



# Regresja wieloraka

- Szacowanie wartości parametrów odbywa się tak samo jak w przypadku regresji prostej (OLS), jednak dla wielu wymiarów
- Chodzi o znalezienie  $n$ -wymiarowej płaszczyzny, która przechodzi najbliżej punktów współrzędnych (danych)



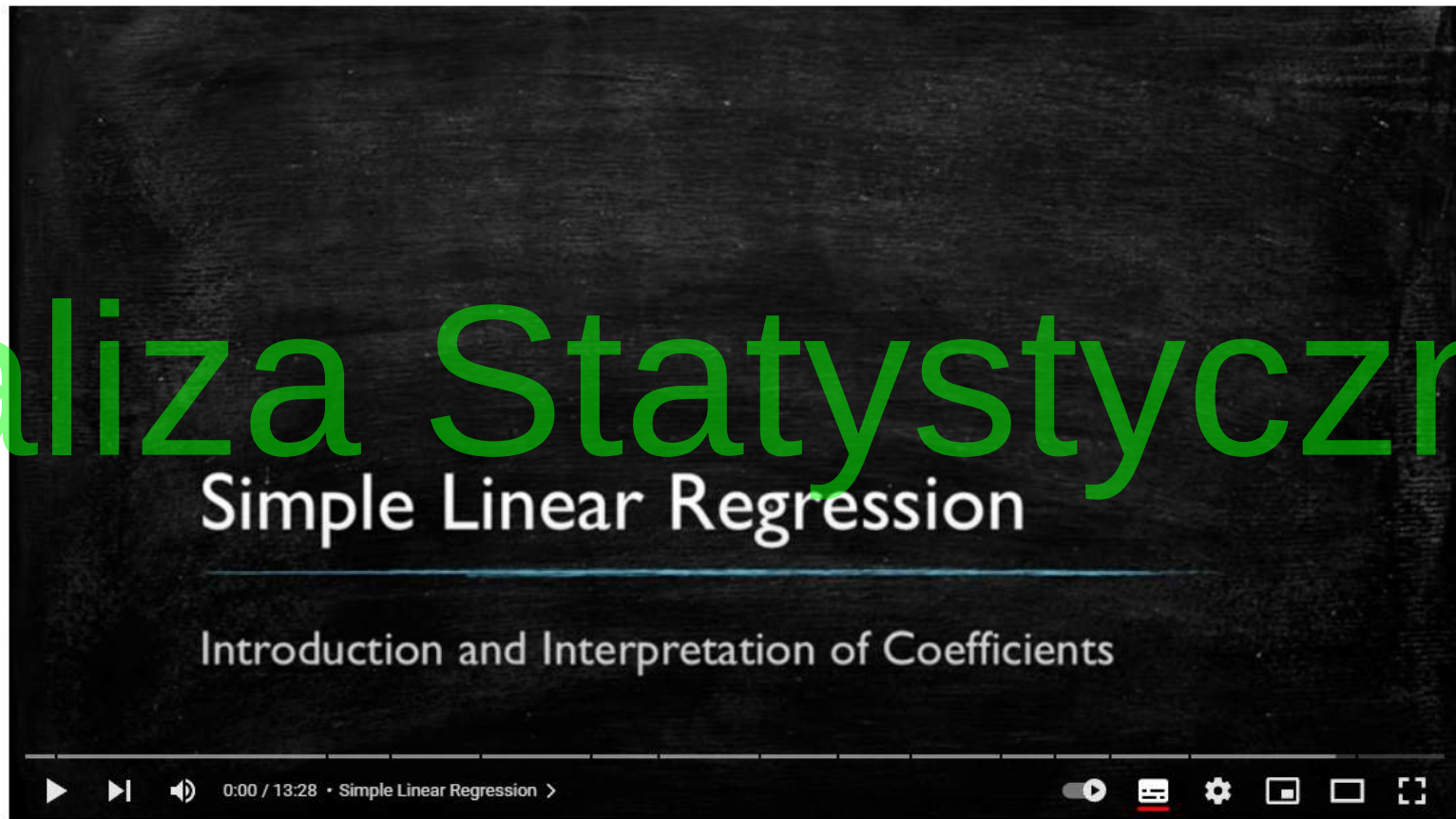
# Regresja wieloraka

- Przykład: Wpływ budżetu reklamowego youtube, facebook i gazeta na wielkość sprzedaży

# Analiza Statystyczna

# Regresja - podsumowanie

Analiza Statystyczna



[https://www.youtube.com/watch?v=owl7zxCqNY0&ab\\_channel=dataminingincae](https://www.youtube.com/watch?v=owl7zxCqNY0&ab_channel=dataminingincae)