Para a **2ª. Etapa** do trabalho, faça:

a) Obtenha os estimadores de β_0 e β_1 a partir do **Método dos Mínimos Quadrados**, cujo objetivo é encontrar a reta que passa mais próxima ao mesmo tempo de todos os pontos. Neste caso, encontre os estimadores $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ que minimizam a soma dos erros ao quadrado dada por:

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i{}^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2.$$

Ciência dos Dados

24/11/2016

Projeto 3 — Etapa 2

A) Obter β_0 e β_1 a partir dos Mínimos Quadrados. $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_j)^2$$

R: $Y = \underbrace{\beta_0 + \beta_1}_{\text{Coeficientes de regressão}} x + \varepsilon$ → Erro Aleatório → $\mu = 0$, σ^2 $\quad i = 1, 2 \ldots, n$

$$L = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 \rightarrow \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \longrightarrow \begin{cases} \left.\dfrac{\partial L}{\partial \beta_0}\right|_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1} = -2\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i) = 0 \\ \left.\dfrac{\partial L}{\partial \beta_1}\right|_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1} = -2\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i) = 0 \end{cases}$$

$$\text{simpl} \rightarrow \left.\begin{cases} n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i \\ \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} x_i + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i \end{cases}\right] \rightarrow \text{Equações normais dos mínimos quadrados}$$

Resolvendo as equações, temos:

$$\boxed{\begin{aligned} \hat{\beta}_0 &= \bar{y} - \beta_1 \bar{x} \\ \hat{\beta}_1 &= \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \end{aligned}}$$

Resp. A