Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования **«Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа **№4**

**«Аппроксимация функции методом наименьших квадратов»**

по дисциплине «Вычислительная математика**»**

Вариант: **1**

**Преподаватель:**   
Рыбаков.С.Д.

**Выполнил:**

Алферов Г.А.

**Группа:** Р3207

Санкт-Петербург, 2025 г.

Цель работы: найти функцию, являющуюся наилучшим приближением заданной табличной функции по методу наименьших квадратов.

# 1. Вычислительная реализация задачи

Линейная аппроксимация:

y =

n = 11

x [0; 2]

h = 0.2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| xi | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1.0 | 1.2 | 1.4 | 1.6 | 1.8 | 2.0 |
| yi | 0 | 2.396 | 4.680 | 6.373 | 6.810 | 6.000 | 4.685 | 3.469 | 2.541 | 1.878 | 1.411 |

φ(x) = ax + b

Вычисляем суммы: sx = 11, sxx = 15.4, sy = 40.248 sxy = 38.376

φ(x) =

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| xi | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1.0 | 1.2 | 1.4 | 1.6 | 1.8 | 2.0 |
| yi | 0 | 2.396 | 4.680 | 6.373 | 6.810 | 6.000 | 4.685 | 3.469 | 2.541 | 1.878 | 1.411 |
| φ(xi) | 4,084 | 3,999 | 3,914 | 3,829 | 3,744 | 3,659 | 3,574 | 3,489 | 3,404 | 3,319 | 3,234 |
| (φ (xi)- yi)^2 | 16,679 | 2,569 | 0,587 | 6,477 | 9,403 | 5,480 | 1,234 | 0,0004 | 0,743 | 2,074 | 3,320 |

σ = = 2.101

Квадратичная аппроксимация:

y =

n = 11

x [0; 2]

h = 0.2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| xi | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1.0 | 1.2 | 1.4 | 1.6 | 1.8 | 2.0 |
| yi | 0 | 2.396 | 4.680 | 6.373 | 6.810 | 6.000 | 4.685 | 3.469 | 2.541 | 1.878 | 1.411 |

φ(x) = a + bx + cx2

Вычисляем суммы:

sx = 11, sxx = 15.4, sxxx = 24.2, sxxxx = 40.532, sy = 40.248, sxy = 38.376, sxxy = 45.286

По методу Крамера:

φ(x)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| xi | 0 | -0.2 | -0.4 | -0.6 | -0.8 | -1.0 | -1.2 | -1.4 | -1.6 | -1.8 | -2.0 |
| yi | 0 | 2.396 | 4.680 | 6.373 | 6.810 | 6.000 | 4.685 | 3.469 | 2.541 | 1.878 | 1.411 |
| φ(xi) | 0,884 | 2,719 | 4,127 | 5,109 | 5,663 | 5,792 | 5,494 | 4,769 | 3,617 | 2,039 | 0,034 |
| (φ (xi)- yi)^2 | 0,781 | 0,104 | 0,306 | 1,601 | 1,315 | 0,043 | 0,654 | 1,687 | 1,156 | 0,026 | 1,898 |

σ = =0.933

**0.933 < 2.101,** у квадратичной аппроксимации среднеквадратичное отклонение меньше, поэтому это приближение лучше.

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, текст

Контент, сгенерированный ИИ, может содержать ошибки.

# 2. Программная реализация задачи

**Результаты выполнения программы при различных исходных данных:**

Введите кол-во точек от 8 до 12: 11

Вводите по две пары чисел на каждой строке (Xi Yi)

0 0

0,2 2,4

0,4 4,68

0,6 6,37

0,8 6,8

1 6

1,2 4,6807

1,4 3,46

1,6 2,54

1,8 1,87

2 1,4

Выберите куда вывести результат работы программы, f - в файл, s - на экран: s

==================================================

МОДЕЛЬ: ЛИНЕЙНАЯ

==================================================

Таблица значений:

x y φ(x) (Линейная) ε

------ ------ ----------------- -------

0.0000 0.0000 4.0855 4.0855

0.2000 2.4000 3.9993 1.5993

0.4000 4.6800 3.9131 -0.7669

0.6000 6.3700 3.8270 -2.5430

0.8000 6.8000 3.7408 -3.0592

1.0000 6.0000 3.6546 -2.3454

1.2000 4.6807 3.5684 -1.1123

1.4000 3.4600 3.4823 0.0223

1.6000 2.5400 3.3961 0.8561

1.8000 1.8700 3.3099 1.4399

2.0000 1.4000 3.2237 1.8237

Коэффициенты:

a = -0.430877, b = 4.085486

Мера отклонения (S): 48.533626

Среднеквадратичное отклонение (СКО): 2.100511

Коэффициент детерминации (R²): 0.016553

Коэффициент корреляции Пирсона: -0.128657

Интерпретация R²:

Недостаточное соответствие модели данным (R² < 0.5)

==================================================

МОДЕЛЬ: ПОЛИНОМ 2-СТ

==================================================

Таблица значений:

x y φ(x) (Полином 2-ст) ε

------ ------ --------------------- -------

0.0000 0.0000 0.8878 0.8878

0.2000 2.4000 2.7202 0.3202

0.4000 4.6800 4.1263 -0.5537

0.6000 6.3700 5.1060 -1.2640

0.8000 6.8000 5.6594 -1.1406

1.0000 6.0000 5.7864 -0.2136

1.2000 4.6807 5.4870 0.8063

1.4000 3.4600 4.7613 1.3013

1.6000 2.5400 3.6093 1.0693

1.8000 1.8700 2.0308 0.1608

2.0000 1.4000 0.0261 -1.3739

Коэффициенты:

a = -5.329438, b = 10.227998, c = 0.887824

Мера отклонения (S): 9.542117

Среднеквадратичное отклонение (СКО): 0.931378

Коэффициент детерминации (R²): 0.806646

Интерпретация R²:

Удовлетворительное соответствие модели данным (0.75 ≤ R² < 0.95)

==================================================

МОДЕЛЬ: ПОЛИНОМ 3-СТ

==================================================

Таблица значений:

x y φ(x) (Полином 3-ст) ε

------ ------ --------------------- -------

0.0000 0.0000 -0.4329 -0.4329

0.2000 2.4000 2.9844 0.5844

0.4000 4.6800 5.0948 0.4148

0.6000 6.3700 6.1186 -0.2514

0.8000 6.8000 6.2757 -0.5243

1.0000 6.0000 5.7864 -0.2136

1.2000 4.6807 4.8707 0.1900

1.4000 3.4600 3.7488 0.2888

1.6000 2.5400 2.6407 0.1007

1.8000 1.8700 1.7667 -0.1033

2.0000 1.4000 1.3468 -0.0532

Коэффициенты:

a = 4.585766, b = -19.086737, c = 20.720231, d = -0.432877

Мера отклонения (S): 1.227857

Среднеквадратичное отклонение (СКО): 0.334101

Коэффициент детерминации (R²): 0.975120

Интерпретация R²:

Высокое соответствие модели данным (R² ≥ 0.95)

==================================================

ИТОГОВЫЙ РЕЗУЛЬТАТ

==================================================

Наилучшая модель: ПОЛИНОМ 3-СТ

Среднеквадратичное отклонение (СКО): 0.334101

Изображение выглядит как текст, линия, диаграмма, График

Контент, сгенерированный ИИ, может содержать ошибки.

Введите кол-во точек от 8 до 12: 8

Вводите по две пары чисел на каждой строке (Xi Yi)

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

0 0

Все значения x или y равны нулю

Файл должен содержать от 8 до 12 пар точек, по две на каждой строке через пробел

Введите имя файла: test.txt

Выберите куда вывести результат работы программы, f - в файл, s - на экран: s

==================================================

МОДЕЛЬ: ЛИНЕЙНАЯ

==================================================

Таблица значений:

x y φ(x) (Линейная) ε

------ ------- ----------------- -------

1.1000 2.7300 3.0261 0.2961

2.3000 5.1200 5.0744 -0.0456

3.7000 7.7400 7.4641 -0.2759

4.5000 8.9100 8.8296 -0.0804

5.4000 10.5900 10.3659 -0.2241

6.8000 12.7500 12.7556 0.0056

7.5000 13.4300 13.9504 0.5204

8.0000 15.0000 14.8039 -0.1961

Коэффициенты:

a = 1.706920, b = 1.148507

Мера отклонения (S): 0.531890

Среднеквадратичное отклонение (СКО): 0.257849

Коэффициент детерминации (R²): 0.995775

Коэффициент корреляции Пирсона: 0.997885

Интерпретация R²:

Высокое соответствие модели данным (R² ≥ 0.95)

==================================================

МОДЕЛЬ: ПОЛИНОМ 2-СТ

==================================================

Таблица значений:

x y φ(x) (Полином 2-ст) ε

------ ------- --------------------- -------

1.1000 2.7300 2.8014 0.0714

2.3000 5.1200 5.0701 -0.0499

3.7000 7.7400 7.6040 -0.1360

4.5000 8.9100 8.9975 0.0875

5.4000 10.5900 10.5177 -0.0723

6.8000 12.7500 12.7826 0.0326

7.5000 13.4300 13.8695 0.4395

8.0000 15.0000 14.6273 -0.3727

Коэффициенты:

a = -0.030995, b = 1.995959, c = 0.643309

Мера отклонения (S): 0.372114

Среднеквадратичное отклонение (СКО): 0.215672

Коэффициент детерминации (R²): 0.997044

Интерпретация R²:

Высокое соответствие модели данным (R² ≥ 0.95)

==================================================

МОДЕЛЬ: ПОЛИНОМ 3-СТ

==================================================

Таблица значений:

x y φ(x) (Полином 3-ст) ε

------ ------- --------------------- -------

1.1000 2.7300 2.6920 -0.0380

2.3000 5.1200 5.1998 0.0798

3.7000 7.7400 7.7001 -0.0399

4.5000 8.9100 9.0023 0.0923

5.4000 10.5900 10.4198 -0.1702

6.8000 12.7500 12.6571 -0.0929

7.5000 13.4300 13.8486 0.4186

8.0000 15.0000 14.7502 -0.2498

Коэффициенты:

a = 0.013215, b = -0.210695, c = 2.686842, d = -0.026133

Мера отклонения (S): 0.293190

Среднеквадратичное отклонение (СКО): 0.191439

Коэффициент детерминации (R²): 0.997671

Интерпретация R²:

Высокое соответствие модели данным (R² ≥ 0.95)

==================================================

МОДЕЛЬ: ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНАЯ

==================================================

Таблица значений:

x y φ(x) (Экспоненциальная) ε

------ ------- ------------------------- -------

1.1000 2.7300 3.6268 0.8968

2.3000 5.1200 4.7347 -0.3853

3.7000 7.7400 6.4618 -1.2782

4.5000 8.9100 7.7185 -1.1915

5.4000 10.5900 9.4267 -1.1633

6.8000 12.7500 12.8653 0.1153

7.5000 13.4300 15.0297 1.5997

8.0000 15.0000 16.7953 1.7953

Коэффициенты:

a = 2.840569, b = 0.222137

Мера отклонения (S): 11.155061

Среднеквадратичное отклонение (СКО): 1.180840

Коэффициент детерминации (R²): 0.911410

Интерпретация R²:

Удовлетворительное соответствие модели данным (0.75 ≤ R² < 0.95)

==================================================

МОДЕЛЬ: ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ

==================================================

Таблица значений:

x y φ(x) (Логарифмическая) ε

------ ------- ------------------------ -------

1.1000 2.7300 1.4422 -1.2878

2.3000 5.1200 5.9146 0.7946

3.7000 7.7400 8.7973 1.0573

4.5000 8.9100 9.9842 1.0742

5.4000 10.5900 11.0897 0.4997

6.8000 12.7500 12.4875 -0.2625

7.5000 13.4300 13.0816 -0.3484

8.0000 15.0000 13.4729 -1.5271

Коэффициенты:

a = 6.063449, b = 0.864309

Мера отклонения (S): 7.333702

Среднеквадратичное отклонение (СКО): 0.957451

Коэффициент детерминации (R²): 0.941750

Интерпретация R²:

Удовлетворительное соответствие модели данным (0.75 ≤ R² < 0.95)

==================================================

МОДЕЛЬ: СТЕПЕННАЯ

==================================================

Таблица значений:

x y φ(x) (Степенная) ε

------ ------- ------------------ -------

1.1000 2.7300 2.7407 0.0107

2.3000 5.1200 5.1097 -0.0103

3.7000 7.7400 7.6345 -0.1055

4.5000 8.9100 9.0069 0.0969

5.4000 10.5900 10.5063 -0.0837

6.8000 12.7500 12.7645 0.0145

7.5000 13.4300 13.8657 0.4357

8.0000 15.0000 14.6425 -0.3575

Коэффициенты:

a = 2.528691, b = 0.844566

Мера отклонения (S): 0.345638

Среднеквадратичное отклонение (СКО): 0.207858

Коэффициент детерминации (R²): 0.997255

Интерпретация R²:

Высокое соответствие модели данным (R² ≥ 0.95)

==================================================

ИТОГОВЫЙ РЕЗУЛЬТАТ

==================================================

Наилучшая модель: ПОЛИНОМ 3-СТ

Среднеквадратичное отклонение (СКО): 0.191439

Изображение выглядит как линия, диаграмма, График, текст

Контент, сгенерированный ИИ, может содержать ошибки.

https://github.com/wrakelft/CompMathITMO/tree/main/lab4

# Вывод

В ходе данной работы была выполнена аппроксимация функций с помощью приближений. На основе этих приближений была сделана программа, которая реализует метод наименьших квадратов.