Technische Universität Dresden

Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik Institut für Regelungs- und Steuerungstheorie

Studienarbeit

Modellbildung und Reglerentwurf für ein Brückenkransystem

vorgelegt von: Konstantin Wrede

geboren am: 19. Januar 1998 in Sondershausen

Betreuer: M.Sc. Tommy Wohlfahrt

Dipl.-Ing. Fabian Paschke Dr.-Ing. Carsten Knoll

Verantwortlicher Hochschullehrer: Prof. Dr.-Ing. habil. Dipl.-Math. K. Röbenack

Tag der Einreichung: 30. September 2022



Selbstständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die von mir am heutigen Tage an der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik eingereichte Studienarbeit zum Thema

Modellbildung und Reglerentwurf für ein Brückenkransystem

selbstständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten oder nicht veröffentlichten Schriften entnommen sind, wurden als solche kenntlich gemacht.

Dresden, 30. September 2022

Konstantin Wrede

Kurzfassung

An dieser Stelle fügen Sie bitte eine deutsche Kurzfassung ein.

Abstract

Please insert the English abstract here. $\,$

Inhaltsverzeichnis

| Verzeichnis der Formelzeichen | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------|---------------------------|---|----|--|--|--|--|--|--|--|--|
| \mathbf{A} | bbild | lungsverzeichnis | IX | | | | | | | | |
| Ta | abell | enverzeichnis | 1 | | | | | | | | |
| 1 Einleitung | | | | | | | | | | | |
| 2 | Sys | tembeschreibung und Modellierungsansatz | 3 | | | | | | | | |
| | 2.1 | Demonstratorsytem | 3 | | | | | | | | |
| | 2.2 | Problembeschreibung und Zielsetzung | 4 | | | | | | | | |
| | 2.3 | Modellierung mittels Lagrange-Formalismus | 4 | | | | | | | | |
| | | 2.3.1 Lagrange-Gleichungen erster Art | 4 | | | | | | | | |
| | | 2.3.2 Lagrange-Gleichungen zweiter Art | 5 | | | | | | | | |
| | 2.4 | Generierung und Berechnung von DAE-Systemen | 6 | | | | | | | | |
| 3 | Analytische Modellbildung | | | | | | | | | | |
| | 3.1 | Analytisches Modell Einzelkran | 9 | | | | | | | | |
| | 3.2 | Analytisches Modell Doppelkran | 9 | | | | | | | | |
| | 3.3 | Systemidentifikation | 9 | | | | | | | | |
| 4 | Fla | chheitsanalyse | 10 | | | | | | | | |
| | 4.1 | Definition differentieller Flachheit | 10 | | | | | | | | |
| | 4.2 | Systematische Flachheitsanalyse von MIMO-Systemen | 10 | | | | | | | | |
| | 4.3 | Anwendung Flachheitsanalyse am Einzelkran | 11 | | | | | | | | |
| | 4.4 | Anwendung Flachheitsanalyse am Doppelkran | 11 | | | | | | | | |
| 5 | Reg | gelungsstrategie | 14 | | | | | | | | |
| | 5.1 | Regelung zur Stabilisierung von Ruhelagen | 14 | | | | | | | | |
| | 5.2 | Trajektorienplanung des flachen Ausgangs | 14 | | | | | | | | |
| | 5.3 | Trajektorienfolgeregelung | 15 | | | | | | | | |
| | | 5.3.1 Hintergrund | 15 | | | | | | | | |
| | | 5.3.2 Statische Rückführung | 15 | | | | | | | | |
| | | 5.3.3 Dynamische Erweiterung | 16 | | | | | | | | |
| | | 5.3.4 Quasi-statische Rückführungen | 18 | | | | | | | | |
| | | 5.3.5 Exact feedforward linearization | 20 | | | | | | | | |

| 6 | Fazi | und Ausblick | 2 |
|----|------|---|----------|
| | 6.1 | Fazit | . 2 |
| | 6.2 | Ausblick | . 2 |
| 7 | war | schon | 2 |
| | 7.1 | Informationen zu schriftlichen Arbeiten am RST | |
| | 7.2 | Die Titelseite | . 2 |
| | 7.3 | Die ständigkeitserklärung | . 2 |
| | 7.4 | Kurzfassung | . 2 |
| | 7.5 | Auswahl des Typs der Arbeit | |
| | 7.6 | Eingebundene Pakete | |
| | 7.7 | Zusätzliche Makros | . 2 |
| | 7.8 | Weitere Informationen | |
| 8 | Eini | ge Informationen zu IATEX | 2 |
| _ | 8.1 | Generalles zu Schriftgrößen, Hervorhebungen und Abständen | |
| | 8.2 | Etwas Mathematik | |
| | 0.2 | Downs With Michigan | |
| 9 | Ver | valtung und Zitation von Literatur | 3 |
| 10 | kur | er Titel | 3 |
| 10 | | Unterabschnitt 1 | |
| | 10.1 | 10.1.1 Unter-unterabschnitt 1 | |
| | | 10.1.2 Unter-unterabschnitt 2 | |
| | | 10.1.2 Unter-unterapschifft 2 | . 0 |
| 11 | Füll | capitel 1 | 4 |
| | 11.1 | Fullabschnitt 1 | . 4 |
| | | 11.1.1 Füllunterabschnitt 11 | . 4 |
| | | 11.1.2 Füllunterabschnitt 12 | . 4 |
| | | 11.1.3 Füllunterabschnitt 13 | . 4 |
| | 11.2 | Fullabschnitt 2 | . 4 |
| | | 11.2.1 Füllunterabschnitt 21 | |
| | | 11.2.2 Füllunterabschnitt 22 | |
| | | 11.2.3 Füllunterabschnitt 3 | |
| | 11.3 | Fullabschnitt 3 | |
| | 11.0 | 11.3.1 Füllunterabschnitt 31 | |
| | | 11.3.2 Füllunterabschnitt 32 | |
| | | 11.3.3 Füllunterabschnitt 33 | |
| | 11 / | Fullabschnitt 4 | |
| | 11.4 | 11.4.1 Füllunterabschnitt 41 | |
| | | | |
| | | 11.4.2 Füllunterabschnitt 42 | |
| | 11 8 | 11.4.3 Füllunterabschnitt 43 | |
| | 11.5 | Fullabschnitt 5 | |
| | | 11.5.1 Füllunterabschnitt 51 | . 4 |

| Literatur | | | | | | | 4 | 49 | | | | | | | | | | | | |
|-----------|--------------------|----|--|---|---|---|---|----|--|---|--|--|--|--|--|---|--|---|--|----|
| 11.5.3 | Füllunterabschnitt | 53 | | • | • | • | • | • | | • | | | | | | • | | • | | 48 |
| 11.5.2 | Füllunterabschnitt | 52 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 47 |

Verzeichnis der Formelzeichen

Abbildungsverzeichnis

| 1 | Doppelkran-Demonstratorsystem mit Laufkatzen und Last | 3 |
|---|---|----|
| 2 | Ein Hochleistungsschnittstellenboard wie es typisch in regelungstechnischen Echtzeitanwendungen ist, um höchsten technologischen Anforde- | |
| | rungen im Rahmen der Industrie 4.0 gerecht zu werden | 37 |
| 3 | Zwei verschiedene Anwendungsfälle für das Hochleistungsschnittstellen- | |
| | board | 39 |
| 4 | Vier verschiedene Anwendungsfälle für das Hochleistungsschnittstellen- | |
| | board, die die unterschiedliche Leistungsfähigkeit demonstrieren | 41 |

Tabellenverzeichnis

| 1 2 | Relative Grade der Ausgänge und explizites Auftreten der Eingänge Auftreten der Eingänge τ_j bei Ordnung k der Ausgangsableitung y_i | 15 18 |
|--------|---|----------|
| 3 | Befehle zum Anpassen der Titelseite | 24 |
| 4 | Auswahl des Typs der Arbeit mittels Klassenoptionen | 25 |
| 5 | Auswahl eingebundener Pakete | 25 |
| 6 | Zusätzliche Makros und Umgebungen | 26 |
| 7 | Beispiele der vordefinierten Umgebungen | 27 |

Einleitung

Systembeschreibung und Modellierungsansatz

2.1 Demonstratorsytem

Im Rahmen vorangegangener studentischer Arbeiten ist am Fraunhofer-Institut für Integrierte Schaltungen IIS, Institutsteil Entwicklung Adaptiver Systeme EAS [4] in Dresden ein Demonstratorsystem entwickelt worden. Langfristig soll dieses Vorteile von Regelungsstrategien auf verteilten Recheneinheiten gegenüber einer zentralen Messgrößenverarbeitung und Stellgrößenberechnung veranschaulichen. Der Demonstrator ist in Abbildung 1 dargestellt.

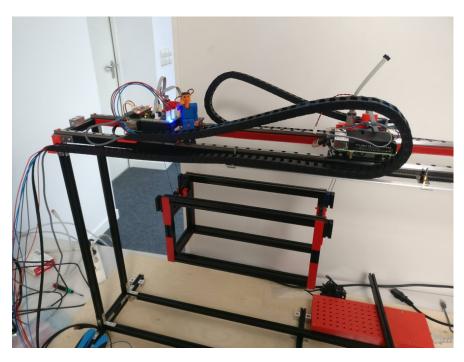


Abbildung 1 – Doppelkran-Demonstratorsystem mit Laufkatzen und Last.

Das Demonstratorsystems besteht aus zwei Brückenkränen, die eine gemeinsame Last in einer festen Ebene anheben. Die Kräne befinden sich auf Schienen und verfügen jeweils über einen Raspberry Pi 4B als Hauptrecheneinheit sowie einen STM32-Mikrocontroller für Motoransteuerungen und Messungen. Beide Raspberry Pis können über eine LAN-Verbindung miteinander kommunizieren.

Beide Kräne sind auf Schienen in horizontaler Richtung sowie die Seillängen mit jeweils einem DC-Motor aktuiert. Auf den STM32-Mikrocontroller ist bereits eine eine unterlagerte Strom- beziehungsweise Kraftregelung für diese implementiert. Messungen der Seillängen und Kranpositionen auf der Schiene erfolgen mittels Inkrementalgebern nach einem anfänglichen Kalibrierungsvorgang. Die Seilwinkel werden mittels mitschwingender Potentiometer bestimmt.

2.2 Problembeschreibung und Zielsetzung

Bei der Bewegung von Containern in Häfen ist ein ruckarmer und gegenüber der Horizontalen stabiler Transport notwendig. Ziel der Studienarbeit ist es deshalb, bezüglich des vorhandenen Demonstratorsystems eine zentrale Referenzregelstrategie zu entwerfen. Damit soll unter Vorgabe von Sollposen eine Planung von Trajektorien der Last in der Ebene und Folgeregelung zur Überführung dieser zwischen verschiedenen Ruhelagen ermöglicht werden. Diese Überlegungen sollen auf Basis einer Modellierung des Krans als Mehrkörpersystems geschehen.

2.3 Modellierung mittels Lagrange-Formalismus

2.3.1 Lagrange-Gleichungen erster Art

Die Dynamik mechanischer Systeme lässt sich über Differentialgleichungen, den so genannten Lagrange-Gleichungen beschreiben. Dabei wird eine Menge aus n auftretenden und zeitlich veränderlichen Koordinaten als Konfigurationskoordinaten oder Systemgrößen $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, ..., \theta_n)^T$ bezeichnet. Die zeitlichen Änderungsraten dieser sind die (Konfigurations-)Geschwindigkeiten $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ [5, S.7].

Die kinetische Energie eines Systems wird im Folgenden durch die Funktion T sowie die potentielle Energie durch V beschrieben. Eine Lagrange-Funktion kann damit folgendermaßen definiert werden:

$$L(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) = T(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) - V(\boldsymbol{\theta}). \tag{2.1}$$

Mit den Lagrange-Gleichungen erster Art können Probleme mit Zwangsbedingungen

und -kräften dargestellt werden:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = \tilde{Q}_i + Q_i, \quad i = 1, ..., n.$$
 (2.2)

Die sich auf die jeweilige Koordinate θ_i beziehende Stellkraft $Q_i = f_i - D_i$ entspricht der verallgemeinerten Kraft, welche sich aus äußeren (Stell-)Kräften f_i sowie internen Reibungskräften D_i zusammensetzt [2, S. 49].

Aus den m holonomen Zwangsbedingungen $g_i(\boldsymbol{\theta}) = 0$ folgen die Zwangskräfte \tilde{Q}_i in Richtung der Koordinate θ_i :

$$\tilde{Q}_i = \sum_{j=1}^m \lambda_j G_{ji}(\boldsymbol{\theta}) \tag{2.3}$$

Dabei werden die Lagrange-Multiplikatoren λ_j unter dieser Beziehung genutzt:

$$\frac{\mathrm{d}g_j}{\mathrm{d}t} = \sum_{i=1}^n G_{ji}(\boldsymbol{\theta})\dot{\theta}_i = 0 \quad j = 1, ..., m.$$
 (2.4)

2.3.2 Lagrange-Gleichungen zweiter Art

Eine alternative Herleitung solcher Systemgleichungen sind die Lagrange-Gleichungen zweiter Art. Bei diesen müssen Zwangskräfte nicht explizit bestimmt werden. Die Bewegungsgleichungen können folgendermaßen aus der Lagrange-Funktion abgeleitet werden:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = Q_i, \quad i = 1, ..., n.$$
(2.5)

Eine stark automatisierte Durchführung dieses Formalismus ist unter Nutzung des Python-Pakets *symbtools* [8] möglich.

 ${\mathord{\text{--}}}{\mathsf{-}}$

Zur Bestimmung der generalisierten Kräfte Q_i wird das Prinzip der virtuellen Arbeit hinzugezogen [9]:

$$\delta W = \sum_{k=1}^{l} \mathbf{F}_{k} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_{k}}{\partial \theta_{1}} \delta \theta_{1} + \ldots + \sum_{k=1}^{l} \mathbf{F}_{k} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_{k}}{\partial \theta_{n}} \delta \theta_{n}.$$
 (2.6)

Dabei entspricht bei einem System von l (massebehafteten) Teilchen r_k dem Richtungsvektor zum k-ten Partikel, F_k der jeweils entlang dieses Richtungsvektoren angewandten

Stellkraft, δr_k der virtuellen Verschiebung und $\delta \theta_i$ der virtuellen Verschiebung der Koordinaten.

Die gesamte virtuelle Arbeit des Systems dieser Teilchen kann also ebenso durch

$$\delta W = Q_1 \delta \theta_1 + \ldots + Q_n \delta \theta_n, \tag{2.7}$$

dargestellt werden, wobei sich die generalisierten Kräfte zu

$$Q_i = \sum_{k=1}^{l} \frac{\partial \mathbf{r_k}}{\partial \theta_i} \cdot \mathbf{F}_k, \quad i = 1, \dots, n$$
 (2.8)

ergeben.

2.4 Generierung und Berechnung von DAE-Systemen

Standardform:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}, \boldsymbol{u}, t) \tag{2.9}$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}, t) \tag{2.10}$$

mit \boldsymbol{x} Zustand, \boldsymbol{z} algebraischer Variablen (quasi Zustandsgrößen, die in Systemgleichungen nicht differentiell vorkommen), \boldsymbol{u} Systemeingang, t Zeit.

Differenzieller Index: Minimale Anzahl an Differentiation $\frac{d}{dt}$ der algebraischen Gleichungen (AGL) \boldsymbol{g} (Zwangsbedingungen), damit unter Einbeziehung der Differentialgleichung ein explizites Differentialgleichungssystem aus dem DAE-System entsteht. (Vgl. Systementwurf Mechatronischer Systeme S. 139)

Numerische Integration von DAE-Systemen:

- mechanische Systeme mit starrer Kopplung als Zwangsbedingungen allgemein von Index 3
- Lösung über Indexreduktion auf Index 2 -> Integration über implizites Verfahren
- Lösung über Indexreduktion auf Index 1 -> Integration über explizites Verfahren
 + AGL-Löser oder implizites Verfahren
- Lösung über Indexreduktion auf Index 0 -> Integration über explizites oder implizites Verfahren
- Bestimmung der Anfangswerte der Integration aus gegebenen AGL oder Gleichungen, die sich im Laufe der Indexreduktion ergeben

modeltools führt dabei Reduktion von Index 3 System auf Index 1 System durch. Hier wird als Solver ODASSL verwendet. Dieser ist modifizierte Version des DASSL Solvers zur Lösung überbestimmter (mehr Gleichungen als Variablen, wieso?) Systeme (singulärer) impliziter DGL ($https://ymodelica.org/assimulo/DAE_OVER_ODASSL.html$). Zu DASSL: https://www.openmodelica.org/doc/OpenModelicaUsersGuide/latest/solving.html

 ${\it Zum weiterem Verständnis von DAEs: } https://reference.wolfram.com/language/tutorial/NDS constant for the property of the$

weitere Punkte zum behandeln: - Warum konsistenete AW bei DAE wichtig, Funktionsweise von modeltools mit DAE-Systemen ->DAE System(object)->init? (Präsi zu modeltools unter Präsi in nextcloud) - Stichpunkte wie in modeltools DAEs aufgestellt werden - Schritte zur Reduktion auf Index 1 System in modeltoos verstehen, warum ist Reduktion wichtig?

Analytische Modellbildung

Verschiedene Stufen zur Modellierung im Repo:

Einzelkran: -model single crane -> ODE System zur kollokierten partiellen Linearisierung, Simulation von ODEs -DAE lift actuated single crane -> Darstellung als DAE-System mit Hubaktuierung, so dass Regelung mittels virtueller Kraft auf Ruhelage, wenn Schneckengetriebe sperrt.

Doppelkran (double crane notebooks, nur LK Aktuierung): Prinzipielles Problem, dass in kinetischer Energie T für Lagrange alle abgeleiteten p,q vorkommen müssen - DAE double crane w1 angle -> G2 in kartesischen Koordinaten und absoluter Lastwinkel, so dass für T nur Trägheitsmoment von Last, nicht Seilen nötig, damit alle p, q enthalten - DAE double crane w1 angle -> 3 relative Winkel, deshalb auch J in Seilen für T

Doppelkran (lift actuated double crane notebooks, vollständige Aktuierung): Prinzipielles Problem, dass effiziente Berechnung und Hubaktuierung bei Ruhelage und Schwerkraft wirken (Vgl. Einzelkran DAE lift actuated single crane) - DAE double crane fully actuated -> 3 Winkel als passive Koordinaten, aber ungelöstes Problem des Findens von konsistenten Anfangswerten - DAE double crane cartesian -> Gelenke als kartesische Koordinaten, 3 ZB in euklidischen Abständen -> keine cos, sin Terme (daher effiziente Simulation), Längen l1, l2 zunächst als feste Parameter und dann später manuell durch weitere Zustände im Modell mod ergänzt, Trick mit diskreten Massen statt homogener Last wie in Notebook erklärt - weitere Versuche der Beschreibung mit Winkeln durch Probleme bei T (alle pdot) oder seeehr lange Simulationsdauern nicht zielführend

- 3.1 Analytisches Modell Einzelkran
- 3.2 Analytisches Modell Doppelkran
- 3.3 Systemidentifikation

Trägheitsmoment der Last nach berechnet zu $0.004553475~\mathrm{kg}$ m m

Flachheitsanalyse

4.1 Definition differentieller Flachheit

Ein System der Form $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})$ mit $\boldsymbol{F}, \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ und $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^m$ ist (differentiell) flach, falls ein m-Tupel $y := (y_1, ..., y_m)^T$ sowie glatte Funktionen $\boldsymbol{\Psi}, \boldsymbol{\Theta}$ existieren, so dass:

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{y}, \dot{\boldsymbol{y}}, ..., \boldsymbol{y}^{(n_x)}) \text{ mit } n_x < \infty \text{ und}$$
 (4.1)

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{y}, \dot{\boldsymbol{y}}, ..., \boldsymbol{y}^{(n_u)}) \text{ mit } n_u < \infty.$$
 (4.2)

Dabei ist y ein flacher Ausgang [7, S. 185].

Aus der Existenz eines flachen Ausgangs folgt, dass die Systemgrößen bestehend aus dem Zustand \boldsymbol{x} und Eingang \boldsymbol{u} eindeutig aus dem flachen Ausgang \boldsymbol{y} und einer endlichen Anzahl dessen Zeitableitungen berechnet werden können, also keine Integrale dafür gelöst werden müssen. Eine alternative Formulierung des Flachheitsbegriffs verzichtet auf die Angabe der gleichen Dimension m von Eingang und flachem Ausgang, fordert aber die differentielle Unabhängigkeit der Komponenten von \boldsymbol{y} .

Die Existenzbedingungen eines flachen Ausgangs sind bei Eingrößensystemen bekannt, allerdings ist der systematische Flachheitsnachweis und die Berechnung eines flachen Ausgangs bei Mehrgrößensystemen im Allgemeinen nicht abschließend gelöst.

4.2 Systematische Flachheitsanalyse von MIMO-Systemen

Paper Fritzsche, Franke, Knoll Systematische Flachheitsanalyse und Algorithmische Anleitung: https://github.com/klim-/ucalgorithm/blob/master/doc/user_quide.pdf

Mathematische Beschreibung eines nichtlinearen Systems in impliziter Form:

$$\mathbf{0} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}), \ \mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$$
(4.3)

Wobei \boldsymbol{x} nicht dem Zustandsvektor allein sondern allen Systemgrößen, also Zustandskomponenten und Systemeingangsgrößen entspricht.

Das DAE-System besitzt den Systemgrößenvektor \boldsymbol{y} mit

$$y = \left(\frac{x}{z}\right) = \left(\frac{\dot{\theta}}{\dot{\theta}}\right) \tag{4.4}$$

Somit wird unter Berücksichtigung der verallgemeinerten Stellkräfte $\pmb{\tau}$ die implizite DGL gebildet:

$$\mathbf{0} = F(\boldsymbol{w}, \dot{\boldsymbol{w}}) \text{ mit } \boldsymbol{w} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{y} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ \boldsymbol{\lambda} \\ \boldsymbol{\tau} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ \boldsymbol{\lambda} \\ \boldsymbol{\tau} \end{pmatrix}$$
(4.5)

Mechanische Systeme können über folgende Bewegungsgleichungen dargestellt werden $(2019_K noll_H eedt_R oebenack_L agrangian_M odel tools.pdf)$:

$$\mathbf{0} = M(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}} + C(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + K(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + G(\boldsymbol{\theta})\lambda - B(\boldsymbol{\theta})\tau \tag{4.6}$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) \tag{4.7}$$

(für späteres Kapitel der SA!) Dieses Doppelkransystem mit den Systemgrößen

$$\mathbf{w} = (p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4 \ q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ \dot{p}_1 \ \dot{p}_2 \ \dot{p}_3 \ \dot{p}_4 \ \dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ \dot{q}_3 \ \dot{q}_4 \ \lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3 \ \tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3 \ \tau_4)^T$$
(4.8)

So kann das implizite DAE-System aus den Bewegungsgleichungen und diesen definitorischen Gleichungen beschrieben werden:

$$(I_{6x6}, 0_{6x17})\dot{w} = (0_{6x6}, I_{6x6}, 0_{6x11})w$$
 (4.9)

4.3 Anwendung Flachheitsanalyse am Einzelkran

4.4 Anwendung Flachheitsanalyse am Doppelkran

Herangezogen: ODE Modell des Gantrys aus Lagrange 2 (flatness_notebooks/ODE_flatness_analysis_control.ipynb)

-> Aus analytischer Modellbildung des Doppelkransystems folgen die 5 Systemgleichungen.

- Bildung der Jacobi-Matrix dieser Gleichungen entlang bezüglich au:

$$J_{5} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{p_{1}-q_{1}-s_{2}\cos\left(p_{3}\right)}{l_{1}} & -\frac{-l_{0}+p_{1}-q_{2}+s_{2}\cos\left(p_{3}\right)}{l_{2}} \\ 0 & 0 & -\frac{p_{2}-s_{2}\sin\left(p_{3}\right)}{l_{1}} & -\frac{p_{2}+s_{2}\sin\left(p_{3}\right)}{l_{2}} \\ 0 & 0 & \frac{s_{2}(p_{2}-s_{2}\sin\left(p_{3}\right))\cos\left(p_{3}\right)}{l_{1}} - \frac{s_{2}(p_{1}-q_{1}-s_{2}\cos\left(p_{3}\right))\sin\left(p_{3}\right)}{l_{2}} - \frac{s_{2}(p_{2}+s_{2}\sin\left(p_{3}\right))\cos\left(p_{3}\right)}{l_{2}} + \frac{s_{2}(-l_{0}+p_{1}-q_{2}+s_{2}\cos\left(p_{3}\right))\sin\left(p_{3}\right)}{l_{2}} \\ -1 & 0 & \frac{p_{1}-q_{1}-s_{2}\cos\left(p_{3}\right)}{l_{1}} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \frac{-l_{0}+p_{1}-q_{2}+s_{2}\cos\left(p_{3}\right)}{l_{2}} \end{pmatrix}$$

$$(4.10)$$

- Dabei erkennt man, dass in den ersten beiden Spalten zwei Eingangsgrößen jeweils isoliert vorkommen. Es ergeben sich zur Bestimmung der Größen τ_1 und τ_2 keine redundanten Gleichungen.
- -> Dementsprechend können die letzten beiden Zeilen von J_5 eliminiert werden und jeweils eine Gleichung zur Bestimmung der Eingänge τ_1 , τ_2 aus den übrigen Eingängen ermittelt werden.
- Bei den übrigen Eingangsgrößen τ_3 , τ_4 gibt es keine Spalten mehr in der darauf bezogenen Jacobimatrix J_3 , in denen diese nur einmal vorkommen:

$$J_{3} = \begin{pmatrix} -\frac{p_{1} - q_{1} - s_{2} \cos{(p_{3})}}{l_{1}} & -\frac{-l_{0} + p_{1} - q_{2} + s_{2} \cos{(p_{3})}}{l_{2}} \\ -\frac{p_{2} - s_{2} \sin{(p_{3})}}{l_{1}} & -\frac{p_{2} + s_{2} \sin{(p_{3})}}{l_{2}} \\ \frac{s_{2}(p_{2} - s_{2} \sin{(p_{3})}) \cos{(p_{3})}}{l_{1}} - \frac{s_{2}(p_{1} - q_{1} - s_{2} \cos{(p_{3})}) \sin{(p_{3})}}{l_{2}} - \frac{s_{2}(p_{2} + s_{2} \sin{(p_{3})}) \cos{(p_{3})}}{l_{2}} + \frac{s_{2}(-l_{0} + p_{1} - q_{2} + s_{2} \cos{(p_{3})}) \sin{(p_{3})}}{l_{2}} \end{pmatrix}$$

$$(4.11)$$

-> Aufgrund der nicht quadratischen Dimension von J_3 , gilt es eine linke Pseudoinverse $J_3^{L+} \in \mathbb{R}^{2\times 3}$ zu finden:

$$J_3^{L+}J_3 = I_{3\times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 0\\ 0 & 1\\ 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{4.12}$$

sowie das linke Orthokomplement $J_3^{L\perp} \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$:

$$J_3^{L\perp}J_3 = 0_{1\times 2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{4.13}$$

- -> Dabei wird folgendermaßen vorgegangen: $w \cdot J_3 = \begin{pmatrix} I_{3 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} \end{pmatrix}$
- -> Bildung der Pseudo-Inversen von J_3 : $J_{3,pinv} = J_3^{L+}$ sowie linkes Orthokomplement (VR aller Zeilen, die orthogonal auf allen Spalten von J_3) $J_3^{L\perp}$, also $J_3^T J_3^{L\perp} = 0$

$$=> \begin{pmatrix} J_3^{L+}0\\ J_3^{L\perp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{3,1}\\ B_{3,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{3\times 2}\\ 0_{1\times 2} \end{pmatrix} \text{ mit der } 3\text{x}3 \text{ Matrix } w \text{ und } 2\text{x}2 \text{ Matrix } J_{3,1}, \ 1\text{x}2 \text{ Matrix } J_{3,2}$$

==> $w=\begin{pmatrix} J_3^{L+}\\ J_3^{L\perp} \end{pmatrix}$, so dass neuer Gleichungssatz eqns2 = w1 * eqns1, daraus analog wie

Anfangs tau1,2 und beide Gleichungen eliminierbar

==> in letzter Gleichung (Zeile) kommen q1,2 nur algebraisch vor: $s_2\left(\left(-p_1+q_1+s_2\cos\left(p_3\right)\right)\left(l_0\sin\left(s_2\left(l_1l_2m_2\ddot{p}_1+l_1\tau_4\left(l_0-p_1+q_2-s_2\cos\left(p_3\right)\right)+l_2\tau_3\left(-p_1+q_1+s_2\cos\left(p_3\right)\right)\right)\left(l_0p_2\sin\left(p_3\right)-l_0s_2\sin^2\left(\left(p_2-s_2\sin\left(p_3\right)\right)\left(l_0-p_1+q_2-s_2\cos\left(p_3\right)\right)-\left(p_2+s_2\sin\left(p_3\right)\right)\left(-p_1+q_1+s_2\cos\left(p_3\right)\right)\right)\left(J_2l_1l_2\ddot{p}_3+s_2\sin\left(p_3\right)\right)$

0

kurz: $\kappa_0 + \kappa_{1,0}q_1 + \kappa_{0,1}q_2 + \kappa_{1,1}q_1q_2 = 0$, so dass hieras OBdA q2 sowie die letzte Gleichung eliminiert werden kann. Die verbleibenden Systemgrößen des Flachenausgangs ergeben sich somit zu $\mathbf{y} = (p_1, p_2, p_3, q_1)^T$. Alle anderen Systemgrößen können durch $\mathbf{y}(\cdot)$ und dessen Ableitungen parametriert werden. Die Zusammenhänge dafür folgen aus den im Vorhinein eliminierten Gleichungen.

Regelungsstrategie

5.1 Regelung zur Stabilisierung von Ruhelagen

5.2 Trajektorienplanung des flachen Ausgangs

Aufgabe der Trajektorienplanung ist es, Zeitverläufe des flachen Ausgangs vorzugeben, anhand derer später die Eingänge parametriert werden können, um eine Überführung des Kransystems zwischen zwei Ruhelagen zu ermöglichen. An den real vorhandenen Versuchsstand gibt es keine festgelegten Anforderungen bezüglich Grenzwerten von etwa Beschleunigungen oder Geschwindigkeiten, die bei der Abfahrt von Trajektorien auftreten dürfen.

Aufgrund der einfachen Einprägung von Randbedingungen und Erfüllung von Differenzierbarkeitsbedingungen ist die wahl eines polynombasierten Trajektorienansatzes sinnvoll. Aus der Flachheitsanalyse ist ersichtlich, dass der Eingang $\tau_2 = \Phi(y_1^{(4)}, y_2^{(4)}, y_3^{(4)}, \ddot{y}_4, ...)$ die höchsten Ausgangsableitungen aufweist. Damit für die polynomialen Trajektorien außerdem aus der Ruhelage $(t_0, y_{i,0})$ ein stetig differenzierbarer Übergang der Eingangsgrößenverläufe ohne Sprünge an den Rändern in die Ruhelage $(t_e, y_{i,e})$ gewährleistet werden kann, müssen demnach folgende Bedingungen erfüllt sein [7, S. 230]:

$$y_{i}(t_{0}) = y_{i,0} \quad \text{für } i = 1, 2, 3, 4$$

$$y_{i}(t_{e}) = y_{i,e} \quad \text{für } i = 1, 2, 3, 4$$

$$\dot{y}_{i}(t_{0}) = \ddot{y}_{i}(t_{0}) = y_{i}^{(3)}(t_{0}) = y_{i}^{(4)}(t_{0}) = 0 \quad \text{für } i = 1, 2, 3$$

$$\dot{y}_{i}(t_{e}) = \ddot{y}_{i}(t_{e}) = y_{i}^{(3)}(t_{e}) = y_{i}^{(4)}(t_{e}) = 0 \quad \text{für } i = 1, 2, 3$$

$$\dot{y}_{4}(t_{0}) = \ddot{y}_{4}(t_{0}) = 0$$

$$\dot{y}_{4}(t_{e}) = \ddot{y}_{4}(t_{e}) = 0.$$
(5.1)

Es ergeben sich Ansatzfunktionen für die Trajektorien des flachen Ausgangs mit jeweiliger Ordnung $\alpha_i = 2N_i - 1$, wobei N_i der Anzahl der Randbedingungen des jeweiligen

Ausgangs entspricht:

$$y_i(t) = a_{i,9}t^9 + a_{i,8}t^8 + \dots + a_{i,0} \quad \text{für } i = 1, 2, 3; t_0 < t < t_e$$

$$y_4(t) = a_{4,5}t^5 + a_{4,4}t^4 + \dots + a_{4,0} \quad \text{für } t_0 < t < t_e.$$
(5.2)

Die Koeffizienten der Trajektorien $a_{i,j}$ können durch einsetzen der Randbedingungen und lösen des resultierenden linearen Gleichungssystems bestimmt werden. In der Simualtion wurde als Implementierung dafür die Funktion $condition_poly$ der Bibliothek symbtools verwendet.

5.3 Trajektorienfolgeregelung

5.3.1 Hintergrund

relativer grad ... (Buch von Röbenack) mit Definition 4.80 usw., aber nich Erzeugung von y Ableitungen

5.3.2 Statische Rückführung

relativer vektorieller relativer Grad \mathbf{r} des MIMO-Systems [7, S. 194]:

- Durch Zeitableitungen der jeweiligen Komponente des flachen Ausgangs y_i kann die damit korrespondierende Komponente des relativen Grades r_i bestimmen. Diese entspricht der Ableitungsordnung, bei der das erste mal ein Eingang explizit auftritt.
- Hierbei werden die Zeitableitungen des Ausgangs durch Lie-Ableitungen entlang des Vektorfelds der Systemgleichungen $\delta = f + g\tau$ rekursiv erzeugt:

$$y_i^{(k)} = L_{\delta} y_i^{(k-1)} \tag{5.3}$$

-In der folgenden Tabelle sind die daraus bestimmten relativen Grade sowie die dabei explizit auftretenden Eingänge aufgelistet.

Tabelle 1 – Relative Grade der Ausgänge und explizites Auftreten der Eingänge.

| i | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--|----------------|----------------|----------------|----------------|
| r_i | 2 | 2 | 2 | 2 |
| explizities Auftreten von τ_j bei $y_i^{(r_i)}$ | $	au_3, 	au_4$ | $	au_3, 	au_4$ | $	au_3, 	au_4$ | $	au_1, 	au_3$ |

Das Fehlen von τ_2 bei allen dieser Ausgangsableitungen bedeutet für die Entkopplungsmatrix Λ (auf Section Statische Eingangs-Ausgangs-Linearisierung verweisen) eine Singularität aufgrund der zweiten Nullspalte, denn der einzige von Null verschiedene

Eintrag in g_2 erfolgt durch $g_{10,2} = \frac{1}{m_3}$ und die Lie-Ableitungen $L_f y_i = \dot{y}_i$ geben nur die zeitliche Ableitung des flachen Ausgangs $\dot{\boldsymbol{y}} = (\dot{p}_1, \dot{p}_2, \dot{p}_3, \dot{q}_1)^T$ wieder. So folgt für das relevante Produkt $\frac{\partial L_f y_i}{\partial \dot{q}_2} = 0 \ \forall i$. Allgemeiner gilt, dass ein Eingang τ_j in den Ausgangsableitungen $y_i^{(r_i)}$ genau dann nicht explizit auftritt, also die j-te Spalte von $\boldsymbol{\Lambda}$ eine Nullspalte ist, wenn für alle zugehörigen gemischten Lie-Ableitungen $L_{g_j} L_f^{r_i-1} y_i = 0$ gilt [7, S. 201]:

$$\Lambda = \begin{pmatrix}
0 & 0 & \frac{p_1 - q_1 - s_2 \cos(p_3)}{m_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} & \frac{-l_0 + p_1 - q_2 + s_2 \cos(p_3)}{m_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} \\
0 & 0 & \frac{p_2 - s_2 \sin(p_3)}{m_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} \\
0 & 0 & \frac{s_2(p_1 \sin(p_3) - p_2 \cos(p_3) - q_1 \sin(p_3))}{J_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} \\
\frac{1}{m_1} & 0 & \frac{-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3)}{m_1 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} \\
0 & 0 & \frac{s_2(p_1 \sin(p_3) - p_2 \cos(p_3) - q_1 \sin(p_3))}{J_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} \\
0 & 0 & \frac{s_2(p_1 \sin(p_3) - p_2 \cos(p_3) - q_1 \sin(p_3))}{J_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} \\
0 & 0 & \frac{s_2(p_1 \sin(p_3) - p_2 \cos(p_3) - q_1 \sin(p_3))}{J_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} \\
0 & 0 & \frac{s_2(p_1 \sin(p_3) - p_2 \cos(p_3) - q_1 \sin(p_3))}{J_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} \\
0 & 0 & \frac{s_2(p_1 \sin(p_3) - p_2 \cos(p_3) - q_1 \sin(p_3))}{J_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} \\
0 & 0 & \frac{s_2(p_1 \sin(p_3) - p_2 \cos(p_3) - q_1 \sin(p_3))}{J_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} \\
0 & 0 & \frac{s_2(p_1 \sin(p_3) - p_2 \cos(p_3) - q_1 \sin(p_3))}{J_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} \\
0 & 0 & \frac{s_2(p_1 \sin(p_3) - p_2 \cos(p_3) - q_1 \sin(p_3))}{J_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} \\
0 & 0 & \frac{s_2(p_1 \sin(p_3) - p_2 \cos(p_3) - q_1 \sin(p_3)}{J_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} \\
0 & 0 & \frac{s_2(p_1 \sin(p_3) - p_2 \cos(p_3) - q_1 \sin(p_3)}{J_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} \\
0 & 0 & \frac{s_2(p_1 \sin(p_3) - p_2 \cos(p_3) - q_1 \sin(p_3)}{J_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} \\
0 & 0 & \frac{s_2(p_1 \sin(p_3) - p_2 \cos(p_3) - q_1 \sin(p_3)}{J_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} \\
0 & 0 & \frac{s_2(p_1 \sin(p_3) - p_2 \cos(p_3) - q_1 \sin(p_3)}{J_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} \\
0 & 0 & \frac{s_2(p_1 \sin(p_3) - p_2 \cos(p_3) - q_1 \sin(p_3)}{J_2 \sqrt{(p_2 -$$

Analog gilt für den alternativen flachen Ausgang $\mathbf{y} = (p_1, p_2, p_3, q_2)^T$ aufgrund des Fehlens von τ_1 , welches eine erste Nullspalte von $\mathbf{\Lambda}$ impliziert.

Daher ist Λ in dieser Form nie regulär und r nie wohldefiniert und dieses System nicht statisch eingangs-ausgangs-linearisierbar. Stattdessen können zur Regelung Ansätze mit einer dynamischen Erweiterung oder quasistatischen Zustandsrückführung verfolgt werden.

Zustandsrückführung aus Fehlerdynamik

Nach [7, S. 195] kann eine lineare Fehlerdynamik, in diesem Fall allerdings bezüglich des Trajektorienfolgefehlers $e := y - y_{\text{ref}}$ und nicht eines Festwerts, angesetzt werden:

$$e^{(n)} + c_{n-1}e^{(n-1)} + \dots + c_1\dot{e} + c_0e = 0 \Leftrightarrow y^{(n)} = y_{\text{ref}}^{(n)} - c_{n-1}e^{(n-1)} - \dots - c_1\dot{e} - c_0e. \tag{5.5}$$

Die Koeffizienten c_i , $i \in 0, 1, ..., n-1$ müssen so gewählt werden, dass das charakteristische Polynom dieser Gleichung ausschließlich Polstellen mit negativem Realteil aufweist.

5.3.3 Dynamische Erweiterung

Die Entkopplungsmatrix Λ hat eine Nullspalte, weil τ_2 in keine r Ausgangsableitung $y_i^{(r_i)}$ explizit auftritt. Somit gilt rang $\Lambda = k = 3 < m = 4$.

Verhindern von frühzeitigem auftreten der 3 Eingangskomponenten τ_1 , τ_3 , τ_4 in den entsprechenden Ausgangsableitungen. Dafür:

- Ergänzung dieser Eingänge um in diesem Fall jeweils zwei Integratoren, so dass die neuen Eingangskomponenten bei der selben Ableitungsordnung das erste mal explizit auftreten wie τ_2 und Erweiterung der Systemgleichungen um die folgenden DGL:

$$\dot{\tau}_1 =: \alpha_1
\dot{\tau}_3 =: \alpha_3
\dot{\tau}_4 =: \alpha_4
\dot{\alpha}_1 =: \beta_1
\dot{\alpha}_3 =: \beta_3
\dot{\alpha}_4 =: \beta_4.$$
(5.6)

- Definition des neuen Eingangsvektors unter Einsortierung der zuvor abwesenden Komponente τ_2 zuletzt $\tilde{\tau} = (\beta_1, \beta_3, \beta_4, \tau_2)^T$.
- Erweiterung des Zustandsvektors auf $\tilde{\boldsymbol{x}} = (\boldsymbol{x}, \tau_1, \tau_3, \tau_4, \alpha_1, \alpha_3, \alpha_4)^T$
- Umsortierung der Nullspalte von $\pmb{\Lambda}$ auf die letzte Position analog zum neuen Eingangsvektor
- Herleitung des Ausgangsableitungen über Lie-Ableitungen entlang erweiterter Zustandsgleichungen $\tilde{\delta}=\tilde{f}+\tilde{g}\tilde{\tau}$ mit

$$\tilde{\boldsymbol{\delta}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\delta} \\ \alpha_1 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \beta_1 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\boldsymbol{f}} = \tilde{\boldsymbol{\delta}}|_{\tilde{\boldsymbol{\tau}}=0}, \quad \tilde{\boldsymbol{g}} = \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\delta}}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\tau}}}$$

$$(5.7)$$

und diese sollen nach [7, S. 195] Gleichung 4.157 jeweils auch über:

$$y_i^{(r_i)} = L_{\tilde{\mathbf{f}}}^{r_i} y_i + L_{\tilde{\mathbf{g}}_1} L_{\tilde{\mathbf{f}}}^{r_i-1} y_i \beta_1 + L_{\tilde{\mathbf{g}}_2} L_{\tilde{\mathbf{f}}}^{r_i-1} y_i \beta_3 + L_{\tilde{\mathbf{g}}_3} L_{\tilde{\mathbf{f}}}^{r_i-1} y_i \beta_4 + L_{\tilde{\mathbf{g}}_4} L_{\tilde{\mathbf{f}}}^{r_i-1} y_i \tau_2.$$
 (5.8)

berechnet werden können.

- Für dieses modifizierte System folgt somit stets für $r_i = 4 \ \forall i$.

Problem:

- Pole müssen weiter links Platziert werden für gutes Folgeverhalten bei Anfangsfehlern (wegen der zusätzlichen Integratoren bei den Eingängen ???)
- sehr lange Simulationsdauer

Änderungen der Trajektorienplanung

- an beiden Rändern für jede Referenztrajektorie jeweils 2 mal mehr stetig diffbar wegen weiterer differenzierender Zustände von τ_1 , τ_3 , τ_4 notwendig -> Trajektorienordnung erhöht sich jeweils um 4

5.3.4 Quasi-statische Rückführungen

Ebenso wie die dynamische Erweiterung kann eine quasi-statische Zustandsrückführung bei einem nicht wohldefiniertem relativen vektoriellen Grad im statischen Ansatz [7, S. 206].

Tabelle 2 – Auftreten der Eingänge τ_j bei Ordnung k der Ausgangsableitung y_i .

| k | $	au_1$ | $	au_2$ | $	au_3$ | $	au_4$ |
|---------------------------|---------|---------|---------|---------|
| $y_1^{(k)}$ | 4 | 4 | 2 | 2 |
| $y_2^{(k)}$ | 4 | 4 | 2 | 2 |
| $y_3^{(k)}$ | 4 | 4 | 2 | 2 |
| $y_4^{(k)}$ | 2 | >4 | 2 | 4 |
| $(y_5^{(k)} = q_2^{(k)})$ | >4 | 2 | 4 | 2) |

- Im Folgenden wird der flache Ausgang $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3, y_4)^T = (p_1, p_2, p_3, q_1)^T$ betrachtet.
- Zeitliche Ableitungen werden durch Lie-Ableitungen bezüglich des erweiterten Zustandsvektors $\tilde{\boldsymbol{x}} = (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\tau}, \dot{\boldsymbol{\tau}})^T$ entlang des Vektorfelds der Zustandsgleichungen $\tilde{\boldsymbol{\delta}} = \tilde{\boldsymbol{f}} + \tilde{\boldsymbol{g}}\tilde{\boldsymbol{\tau}}$ mit

$$\tilde{\boldsymbol{\delta}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{f} + \boldsymbol{g}\boldsymbol{\tau} \\ \dot{\boldsymbol{\tau}} \\ \ddot{\boldsymbol{\tau}} \end{pmatrix} \tag{5.9}$$

- τ_3 tritt das erste mal bei $r_1=2$ in \ddot{y}_1 sowie auch in allen anderen zweiten Ableitungen des flachen Ausgangs auf. Dies gilt nicht für alle weiteren Eingänge, da der relative vektorielle Grad für $r_i=2$ $\forall i$ nicht wohldefiniert ist.
- Außerdem tritt τ_4 auch bei $r_3=2$ in $\ddot{y}_1,\,\ddot{y}_2$ und $\ddot{y}_3,$ nicht aber in \ddot{y}_4 auf.
- -> Widerspruch zu [7, S. 206], bei dem für Auftreten von u_2 der Ausgang y_2 noch weiter differenziert werden muss!
- τ_2 tritt erst bei $r_2 = 4$ in $y_1^{(4)}$, $y_2^{(4)}$ oder $y_3^{(4)}$ auf.
- τ_1 tritt erst bei $r_4 = 2$ in \ddot{y}_4 auf.

- Definition neuer Eingänge:

$$\ddot{y}_{1} = \ddot{p}_{1} =: v_{1} = \gamma_{1}(x, \tau_{3}, \tau_{4})
y_{2}^{(4)} = p_{2}^{(4)} =: v_{2} = \gamma_{2}(x, \tau_{1}, \tau_{2}, \tau_{3}, \tau_{4}, \dot{\tau}_{3}, \dot{\tau}_{4}, \ddot{\tau}_{3}, \ddot{\tau}_{4})
\ddot{y}_{3} = \ddot{p}_{3} =: v_{3} = \gamma_{3}(x, \tau_{3}, \tau_{4})
\ddot{y}_{4} = \ddot{q}_{1} =: v_{4} = \gamma_{4}(x, \tau_{1}, \tau_{3}).$$
(5.10)

- Daraus ersichtlich, dass aus einem Gleichungssystem aus v_1 , v_3 und v_4 in denen alle Eingänge jeweils affin auftreten, eine explizite Darstellung von τ_1 , τ_3 und τ_4 möglich ist. -> im Gegensatz zu [7, S. 207], bei dem relative Grade der Ausgangskomponenten aufsteigend sind, so dass kein Gleichungssystem gelöst werden muss, sondern sukzessives Einsetzen vorher berechneter Eingänge und Umstellen der abgeleiteten Ausgänge genügt. Die Berechnung von τ_2 erfordert größeren Aufwand. Dabei Substitution bisheriger Eingangskomponenten und deren Ableitungen, welche aus Lie-Ableitung entlang von $\tilde{\delta}$ generiert werden. Es folgt ein sehr umfangreicher Ausdruck für τ_2 , der bereits zu diesem Zeitpunkt mehr als einhunderttausend Rechenoperationen enthält.
- Nach [7, S. 208] kann eine lineare Fehlerdynamik \boldsymbol{v} entsprechend jeweiligem relativen Grad der Ausgangskomponente angesetzt werden. Für v_1 , v_3 und v_4 diese jeweils nur von Zustandskomponenten abhängig, bei v_2 allerdings auch von $\ddot{y}_2 = \ddot{p}_2$ und $y_2^{(3)} = p_2^{(3)}$:

$$\ddot{p}_{2} = L_{\tilde{\delta}} \dot{p}_{2} = L_{\tilde{\delta}} \dot{p}_{2}
p_{2}^{(3)} = L_{\tilde{\delta}} \ddot{p}_{2}.$$
(5.11)

und Ableitungen der anderen Komponenten von v, die wie folgt berechnet werden:

$$\ddot{e} + c_1 \dot{e} + c_0 e = 0$$

$$e^{(3)} + c_1 \ddot{e} + c_0 \dot{e} = 0$$

$$e^{(3)} + c_1 (-c_1 \dot{e} - c_0 e) + c_0 \dot{e} = 0$$

$$e^{(3)} - c_1^2 \dot{e} + c_0 \dot{e} - c_0 c_1 e = 0$$

$$e^{(3)} + (c_0 - c_1^2) \dot{e} - c_0 c_1 e = 0$$

$$e^{(4)} + (c_0 - c_1^2) \ddot{e} - c_0 c_1 \dot{e} = 0$$

$$e^{(4)} + (c_0 - c_1^2) (-c_1 \dot{e} - c_0 e) - c_0 c_1 \dot{e} = 0$$

$$e^{(4)} + (c_1^3 - 2c_0 c_1) \dot{e} + (c_0 c_1^2 - c_0^2) e = 0$$

$$\Rightarrow \text{ für } i = 1, 3, 4 : \dot{v}_i = y_i^{(3)} = y_{i,\text{ref}}^{(3)} - (c_{i,0} - c_{i,1}^2) \dot{e} + c_{i,0} c_{i,1} e$$

$$\ddot{v}_i = y_i^{(4)} = y_{i,\text{ref}}^{(4)} - (c_{i,1}^3 - 2c_{i,0} c_{i,1}) \dot{e} - (c_{i,0} c_{i,1}^2 - c_{i,0}^2) e, \tag{5.12}$$

so dass sich der neue Eingang v_2 wie folgt ergibt:

$$v_2 = y_2^{(4)} = y_{\text{ref}}^{(4)} - c_{2,3}(y^{(3)} - y_{\text{ref}}^{(3)}) - c_{2,2}(\ddot{y} - \ddot{y}_{\text{ref}}) - c_{2,1}(\dot{y} - \dot{y}_{\text{ref}}) - c_{2,0}(y - y_{\text{ref}})$$
 (5.13)

- Problem mit Singularitäten wenn in den Berechneten Stellgrößen wirklich alle gemessenen Zustandskomponenten \boldsymbol{x} vorkommen statt nur die von \boldsymbol{y} und seinen Ableitungen.

Singularitäten in der Nähe von Ruhelagen

In allen Eingangsgrößen treten bei diesem quasi-statischen Rückführungsentwurf in der Nähe von Ruhelagen Singularitäten auf. Diese ergeben sich aus numerischen Effekten. Beim Einsetzen einer zuvor ermittelten Ruhelage entstehen Definitionslücken, sowohl Zähler als auch Nenner der Eingangsgrößen werden Null. Es ist nicht auszuschließen, dass diese durch algebraische Manipulation hebbar sind. Allerdings ist eine weitere händische Untersuchung dieses Zusammenhangs mit hohem Aufwand verbunden und wird im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter verfolgt. Die CAS-Bibliothek SymPy bietet mittels des Aufrufs smplf allerdings keine keine Behebung dieses Problems in den Eingangsgrößen.

Für eine weitere Betrachtung würden sich die einfacheren Terme der Nenner $N_{1,3,4}$ von τ_1 , τ_3 und τ_4 anbieten:

$$N_{1,3,4} = s_2(-4l_0pm_1\sin(pm_3) + 2l_0pm_2\cos(pm_3) + 4l_0qm_1\sin(pm_3) + l_0s_2\sin(2pm_3) + 4pm_1^2\sin(pm_3) - 4pm_1pm_2\cos(pm_3) - 4pm_1qm_1\sin(pm_3) - 4pm_1qm_2\sin(pm_3) + 2pm_2qm_1\cos(pm_3) + 2pm_2qm_2\cos(pm_3) + 4qm_1qm_2\sin(pm_3) - qm_1s_2\sin(2pm_3) + qm_2s_2\sin(2pm_3)).$$
(5.14)

Des Weiteren ist die Fragestellung von Interesse, weshalb sich solche Lücken bei der Konstruktion der Trajektorie in den Ruhelagen ergeben.

5.3.5 Exact feedforward linearization

An der Stelle einer Kompensation der Nichtlinearität mittels Rückführung der gemessenen beziehungsweise simulierten Zustandskomponenten wie bei der exakten Eingangs-Ausgangs-Linearisierung wird im Folgenden die Referenztrajektorie eingesetzt. [3]

Heuristisch wird eine Fehlerdynamik der Ordnung zwei für alle Komponenten des Koordinatenvektors angesetzt:

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{ref} - \boldsymbol{c}_1^T \dot{\boldsymbol{e}} - \boldsymbol{c}_0^T \boldsymbol{e}. \tag{5.15}$$

Aus der Zusammensetzung des Zustandsvektors $\boldsymbol{x}=(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})^T$ und der eingangsaffine Zustandsraumdarstellung kann außerdem der Zusammenhang:

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{f}_{[6,10]}(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{g}_{[6,10]}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\tau} \tag{5.16}$$

hergestellte werden. Dabei bedeutet die Indizierung $\bullet_{[i,j]}$, die Auswahl der Zeilen i bis j von \bullet . Da $\tau \in \mathbb{R}^4$ und $\boldsymbol{g}_{[6,10]} \in \mathbb{R}^{5\times 4}$ gilt, kann dieser Zusammenhang über die Bildung einer Pseudo-Inversen von $\boldsymbol{g}_{[6,10]}^+$ nach dem Eingangsvektor aufgelöst werden:

$$\tau = g_{[6,10]}^{+}(\theta) \ (\ddot{\theta}_{ref} - c_1 \dot{e} - c_0 e - f_{[6,10]}(\theta)). \tag{5.17}$$

Unter Einsetzen von $\boldsymbol{\theta}_{\text{ref}}$ in $\boldsymbol{g}_{[6,10]}^+$ und $\boldsymbol{f}_{[6,10]}(\boldsymbol{\theta})$ wird die Exact feedforward linearization realisiert:

$$\tau = g_{[6,10]}^+(\theta_{\text{ref}}) \ (\ddot{\theta}_{\text{ref}} - c_1 \dot{e} - c_0 e - f_{[6,10]}(\theta_{\text{ref}})).$$
 (5.18)

Vereinfachung mittels Ausgangsselektion

Statt der Nutzung einer Pseudo-Inversen kann auch eine Selektion von vier der fünf Gleichungen der Beschleunigungen $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ vorgenommen werden. Symbolisch werde dies über eine Selektionsmatrix S dargestellt:

$$S\ddot{\boldsymbol{\theta}} = S(\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{ref} - \boldsymbol{c}_1^T \dot{\boldsymbol{e}} - \boldsymbol{c}_0^T \boldsymbol{e}) = S\boldsymbol{f}_{[6,10]}(\boldsymbol{\theta}) + S\boldsymbol{g}_{[6,10]}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\tau}. \tag{5.19}$$

Durch die Wahl der letzten 4 Gleichungen kann eine direkte Inversion der somit quadratischen Eingangsmatrix $g_{[7,10]} = Sg_{[6,10]}$ erfolgen:

$$\tau = \boldsymbol{g}_{[7,10]}^{-1}(\boldsymbol{\theta}_{\text{ref}}) \ \boldsymbol{S}(\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{ref}} - \boldsymbol{c}_1 \dot{\boldsymbol{e}} - \boldsymbol{c}_0 \boldsymbol{e} - \boldsymbol{f}_{[6,10]}(\boldsymbol{\theta}_{\text{ref}})) \text{ mit } \boldsymbol{S} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
(5.20)

Diese Berechnungsvorschrift der Stellgrößen enthält deutlich weniger Operationen als alle zuvor dargestellten Ansätze. Damit eignet sie sich insbesondere für eine spätere Implementierung ein Echtzeitsystemen sowie sehr viel kürzeren Simulationszeiten. Es ergibt sich für Beispieltrajektorien mit Anfangsfehlern ein sehr gutes Folgeverhalten sowie eine stationäre Genauigkeit.

Stabilitätsbetrachtung

Ljapunows erste (indirekte) Methode zeigt, dass entlang ausgewählter Trajektorien zu späteren Zeitpunkten der Simulation Eigenwerte mit positiven Realteil vorkommen. Es ist möglich, dass aufgrund des bis dahin abgeklungenen Folgefehlers keine weitere Destabilisierung des Systems stattfindet, sondern eine stationäre Genauigkeit dennoch erreicht wird. Bis zum Ende der Simulationen weisen alle Eigenwerte erneut einen negativen Realteil auf. Andere Wahl von Rückführung (keine lineare Dynamik) könnte dieses Problem lösen.

Fazit und Ausblick

6.1 Fazit

bla

6.2 Ausblick

blub

war schon

In den folgenden Abschnitten werden einige Erläuterungen zur LATEX-Dokumentenklasse ArbeitRST.cls gegeben werden. Diese basiert auf der Klasse scrbook aus dem KOMA-Script-Paket und kann daher mit Hilfe der Methoden aus diesem Paket modifiziert werden. Für nähere Informationen dazu sei auf die KOMA-Script-Anleitung unter http://www.ctan.org/pkg/koma-script verwiesen. Das Wichtigste in Kürze gibt es auch in einem Cheatsheet unter https://ctan.org/pkg/latex-refsheet.

Die Vorlage wurde zuletzt am 9. August 2022 getestet mit der folgenden Version von KOMA-Script: 2020/01/24 v3.29 KOMA-Script

Changelog

- 09.10.2020: Kompatibilität mit neuen KOMA-Script Versionen hergestellt (scrpage2
 → scrlayer-scrpage).
- 09.07.2019: Umstellung auf biber/biblatex.

7.1 Informationen zu schriftlichen Arbeiten am RST

Informieren Sie sich in der für Sie relevanten Prüfungsordnung über die Anzahl der geforderten Exemplare die eingereicht werden müssen. Bitte beachten Sie, dass jedes dieser Exemplar die Aufgabenstellung enthalten muss. Lassen Sie diese bitte beim Binden zwischen der Titelseite und der Selbstständigkeitserklärung einfügen. Eines der Exemplare muss dabei das originale, vom Vorsitzenden des Prüfungsausschusses und dem verantwortlichen Hochschullehrer unterzeichnete, Dokument enthalten, bei den restlichen genügen Kopien. Bitte beachten Sie, dass die Arbeit einseitig ausgedruckt werden muss. Ausschlaggebend für die fristgemäße Einreichung ist die Bestätigung des Prüfungsamtes. Informieren Sie sich daher im Vorfeld über die Öffnungszeiten am Abgabetag. Sollte das Prüfungsamt geschlossen haben, ist es in der Regel möglich mit

den Mitarbeitern eine individuelle Vereinbarung zu treffen.

7.2 Die Titelseite

Die Titelseite kann über die in Tabelle 3 angegebenen Befehle angepasst werden.

Tabelle 3 – Befehle zum Anpassen der Titelseite

| Befehl | Bedeutung |
|---------------|--|
| \author | legt den Namen des Autors der Arbeit fest |
| \geburtsdatum | legt das Geburtsdatum des Autors fest |
| \geburtsort | legt das Geburtsort des Autors fest |
| \title | legt den Titel der Arbeit fest |
| \subtitle | legt den Untertitel der Arbeit fest |
| \betreuer | fügt einen Betreuer hinzu |
| \date | legt das Einreichungsdatum der Arbeit fest – |
| | wird dieser Befehl nicht aufgerufen wird standardmäßig das zum |
| | Kompilationszeitpunkt eingestellte Systemdatum verwendet. |

7.3 Die ständigkeitserklärung

In der Selbstständigkeitserklärung werden automatisch der Typ der Arbeit, ihr Titel sowie der Name des Autors übernommen. Der Ort kann über den Befehl \selbstort geändert werden, wobei standardmäßig "Dresden" verwendet wird. Das Datum ist standardmäßig identisch zum Einreichungsdatum, kann aber mit dem Befehl \selbstdatum geändert werden.

7.4 Kurzfassung

Eine Kurzfassung der Arbeit kann mit dem Befehl \kurzfassung{deutsch}{englisch} eingefügt werden. Das erste Argument entspricht dabei der deutschen, das zweite der englischen Version.

7.5 Auswahl des Typs der Arbeit

Zur Auswahl des Typs der Arbeit steht die Klassenoption arbeit zur Verfügung. Mit dieser können sie zwischen Diplom-, Master- und Studienarbeit sowie dem Bericht zum Forschungspraktikum auswählen:

Tabelle 4 – Auswahl des Typs der Arbeit mittels Klassenoptionen

7.6 Eingebundene Pakete

In der Dokumentenklasse werden bereits einige LATEX-Pakete geladenen. Davon sind die zum Verfassen einer Arbeit möglicherweise relevanten in der Tabelle 5 aufgeführt.

Tabelle 5 – Auswahl eingebundener Pakete

| amsmath, amssymb, | Pakete zum Satz mathematischer Formeln, Dokumentation |
|---------------------|--|
| amsfonts, amsthm | finden sie unter |
| | http://www.ams.org/publications/authors/tex/ |
| | amslatex, |
| | besonders empfehlenswert ist der "Short Math Guide for LATEX" |
| booktabs | ermöglicht das Setzen "schöner" Tabellen, Dokumentation unter |
| | http://ctan.org/pkg/booktabs |
| cite | verbessert einige Aspekte des Zitierens, Dokumentation unter |
| | http://ctan.org/pkg/cite |
| caption, subcaption | Pakete zum Anpassen der Unter- und Überschriften von Tabellen, |
| | Grafiken etc., Dokumentation unter |
| | http://ctan.org/pkg/caption |
| | http://ctan.org/pkg/subcaption |

Neben diesen Paketen wird das Paket hyperref (http://ctan.org/pkg/hyperref) zur farbigen Hervorhebung von Verweisen, Links etc. eingebunden. Bitte deaktivieren Sie diese Markierungen vor dem Ausdrucken mit Hilfe des Befehls

\hypersetup{hidelinks}.

7.7 Zusätzliche Makros

In die Dokumentenklasse ArbeitRST wurden einige Makros aufgenommen, die sich bei der Arbeit mit LATEX als nützlich erwiesen haben.

Tabelle 6 – Zusätzliche Makros und Umgebungen

| Syntax | Ausgabe | Beschreibung |
|---|--|---|
| \vect{a} | a | Umschaltung auf fette Schriftart im Mathemodus- oft für Vektoren genutzt |
| $\displaystyle diag(a, \ldots, z)$ | $diag(a, \ldots, z)$ | Nützlich zur Definition von Diagonalmatrizen |
| $\displaystyle \left(\int_{0}^{t} \left$ | $\frac{\mathrm{d}^n q}{\mathrm{d}t^n}$ | Ableitungen darstellen |
| $\mathbf{partiell[n]}\{q\}\{t\}$ | $\frac{\partial^n q}{\partial t^n}$ | partielle Ableitungen darstellen |
| \dr | d | Aufrechtes d für Integrale $(\int f(t) \mathrm{d}t)$ |
| \Reals | \mathbb{R} | Körper der reellen Zahlen |
| \Compl | \mathbb{C} | Körper der komplexen Zahlen |
| \Real(a) | $\Re(a)$ | Realteil von a |
| \Imag(a) | $\Im(a)$ | Imaginärteil von a |
| \norm{a} | a | Norm von a |
| \abs{a} | a | Betrag von a |
| $\sl \{a\}$ | $\langle a,b \rangle$ | Skalar produkt von a und b |
| \grad(a) | $\operatorname{grad}(a)$ | Gradient von a |
| \div(a) | $\operatorname{div}(a)$ | Divergenz von a |

Neben diesen Makros wurden Umgebungen zum Erzeugen von Definitionen (definition), Beispielen (beispiel), Lemmata (lemma) und Bemerkungen (bemerkung) definiert.

7.8 Weitere Informationen

Da LATEX seine Funktionalität im wesentlichen durch frei verfügbare Pakete erhält, ist es günstig eine Distribution zu installieren, die bereits die wesentlichen Pakete enthält und

Tabelle 7 – Beispiele der vordefinierten Umgebungen

| Syntax | Ausgabe |
|---|---|
| \begin{definition}[Beispiel] Beispiel für eine Definitionsumgebung \end{definition} | Definition 7.1 (Beispiel). Beispiel für eine Definitionsumgebung |
| \begin{beispiel}[Beispiel] Beispiel für eine Beispielumgebung \end{beispiel} | Beispiel 7.1 (Beispiel). Beispiel für eine Beispielumgebung |
| <pre>\begin{lemma}[Beispiel] Beispiel für eine Lemmaumgebung \end{lemma}</pre> | Lemma 7.1 (Beispiel). Beispiel für eine Lemmaumgebung |
| \begin{bemerkung}[Beispiel] Beispiel für eine Bemerkungsumgebung \end{bemerkung} | Bemerkung 7.1 (Beispiel). Beispiel für eine Bemerkungsumgebung |

das Hinzufügen weiterer Pakete vereinfacht. Für Windows existiert beispielsweise MiK-TeX (http://miktex.org/) und für Linux TeX Live (http://www.tug.org/texlive/). Zum Erstellen von LaTeX-Dokumenten unter Windows hat sich das Programm TeX-nicCenter (http://www.texniccenter.org/), vor allem in Verbindung mit dem Suma-tra PDF-Betrachter (http://blog.kowalczyk.info/software/sumatrapdf), als sehr nützlich erwiesen. Unter Linux gilt dasselbe für das Programm Kile (http://kile.sourceforge.net/). Zum Erstellen und Verwalten von Bibtex-Dateien wurden gute Erfahrungen mit JabRef (http://jabref.sourceforge.net/) gemacht. Es existieren zahlreiche Bücher zum Umgang mit LaTeX, von denen an dieser Stelle nur [6] aufgeführt wird.

Kapitel 8

Einige Informationen zu LATEX

8.1 Generalles zu Schriftgrößen, Hervorhebungen und Abständen

Im Gegensatz zu WYSIWAG-Programmen wie Microsoft Word oder LibreOffice muss sich der Nutzer nicht um die explizite Festlegung der Schriftgrößen kümmern. Für das Dokument wird eine Basisschriftgröße definiert – im hier vorliegenden Fall 12 pt –, und alle anderen Größen von Überschriften etc. werden entsprechend gültiger und anerkannter Schriftsatzregeln automatisch festgelegt. Nur ausnahmsweise sollte die Schriftgröße manuell festgelegt werden. Hierzu gibt es die Makros \tiny, \footnotesize, \small, \normalsize, \large, \large, \huge und \Huge.

Hervorhebungen sollte man nicht durch fette Buchstaben oder Unterstreichungen realisieren, sondern durch kursiv setzen. Dies geschieht mit dem Befehl \emph{Text der kursiv gesetzt werden soll}.

Einen Absatz beendet man in LaTeXmit einer Leerzeile und nicht, was häufig falsch gemacht wird, mit einem Doppelbackslash \\:

Korrekter LATEX-Code: Falscher LATEX-Code:

Dies ist der erste Absatz.

Hier beginnt der zweite Absatz.

Hier beginnt der zweite Absatz.

oder auch falsch:

Dies ist der erste Absatz.\\

Hier beginnt der zweite Absatz.

Im kompilierten Dokument wird ein neuer Absatz entweder durch eine Einrückung in der ersten Zeile, oder durch einen vertikalen Abstand zum vorherigen Absatz kenntlich gemacht. Dieses Verhalten steuert man mit den Schaltern \parindent und \parskip am

Beginn des Dokuments. Der Parameter \parindent legt fest, mit welcher Einrückung jeder neue Absatz beginnen soll, der Parameter \parskip legt fest, wieviel vertikaler Abstand zwischen zwei Absätzen liegen soll. Einer der beiden Werte sollte ungleich Null gesetzt sein, z.B. auf 2ex¹. Beide Werte ungleich Nullzu setzen macht satztechnisch keinen Sinn. Dieses Dokument ist mit

\setlength{\parindent}{0ex}
\setlength{\parskip}{2ex}

gesetzt worden.

Auf die Absatzgestaltung ist auch bei Formeln zu achten, je nachdem, ob nach einer Formel ein neuer Absatz beginnt oder nicht:

Nach der Formel beginnt neuer Absatz:

Nach der Formel geht der Satz weiter:

Man erhält letztendlich
\begin{equation}
a^2 + b^2 = c^2.
\end{equation}

Es ergibt sich die Gleichung

\begin{equation}
a^2 + b^2 = c^2
\end{equation}

(cna (equation)

in der \$a\$, \$b\$ und \$c\$ die Seiten des Dreiecks sind.

Nun wird der Abstand zur Quelle betrachtet.

Man erhält letztendlich

Es ergibt sich die Gleichung

$$a^2 + b^2 = c^2. (8.1)$$

$$a^2 + b^2 = c^2 (8.2)$$

in der a, b und c die Seiten des Dreiecks sind.

Nun wird der Abstand zur Quelle betrachtet.

8.2 Etwas Mathematik

LATEX eignet sich in besonderem Maße zum Setzen von mathematischen Formeln. Eine einzelne Formel erhalten Sie mit der equation-Umgebung:

$$1 + e^{i\pi} = 0. (8.3)$$

Bitte beachten Sie, dass Formeln Teil des Satzes sind und somit mit den entsprechenden Satzzeichen versehen werden müssen².

 $^{^{1}}$ 1ex = Breite des Buchstabens x

²Dies ist ein langer Fussnotentext, um zu testen, wie es mit der Einrückung aussieht bei mehrzeiligen Fussnoten. Da kann es zu unschönem Aussehen kommen.

In der Regel genügt es, für eine Gleichung nur dann eine Nummer zu vergeben, wenn Sie später auch auf diese verweisen. Um auf die Nummer einer Gleichung zugreifen zu können verwenden Sie den Befehl \eqref:

$$\dots$$
 wie in Gl. (8.3) gezeigt \dots

Möchten Sie verhindern, dass eine Gleichung nummiert wird, verwenden Sie die equation*-Umgebung:

$$E + F - K = 2.$$

Mathematische Ausdrücke im Text werden durch Dollarzeichen abgegrenzt, z.B.: "Es gilt stets $x \approx \sin(x)$, man kann also davon ausgehen, dass |x| < 10".

Für Gleichungssysteme bietet sich die align- bzw. align*-Umgebung an, wobei bei letzterer keine Gleichungsnummern ausgegeben wird:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \tag{8.4}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}. (8.5)$$

Alternativ können Sie auch eine aligned-Umgebung verwenden:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}
\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}.$$
(8.6)

Mit Hilfe der subequations-Umgebung lassen sich die Nummern der einzelnen Gleichungen eines Systems vereinheitlichen:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (vh)}{\partial x} = 0 \tag{8.7a}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(gh + \frac{u^2}{2} \right) = 0. \tag{8.7b}$$

Die subequations-Umgebung funktioniert auch zusammen mit mehreren einzelnen Gleichungen:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (vh)}{\partial x} = 0 \tag{8.8a}$$

und

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(gh + \frac{u^2}{2} \right) = 0. \tag{8.8b}$$

Mit dem intertext-Befehl kann man auch innerhalb von align-Umgebungen Anmerkungen zwischen den Zeilen einfügen, ohne dass die Formelausrichtung verloren geht:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (vh)}{\partial x} = 0 \tag{8.9a}$$

Es gilt außerdem:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(gh + \frac{u^2}{2} \right) = 0. \tag{8.9b}$$

Für wichtige mathematische Funktionen gibt es in \LaTeX vordefinierte Makros, zum Beispiel \searrow für sin (anstelle der Ausgabe von sin):

\sin, \cos, \tan, \cot, \arcsin, \arccos, \arctan,
\log, \ln, \sinh, \cosh, \tanh, \coth

Weitere Details können diesem Dokument entnommen werden: ftp://ftp.ams.org/ams/doc/amsmath/short-math-guide.pdf bzw. der Gesamtdokumentation des Paketes amsmath: ftp://ftp.ams.org/ams/doc/amsmath/amsldoc.pdf.

Kapitel 9

Verwaltung und Zitation von Literatur

Die Literaturverwaltung und Referenzierung von verwendeter Literatur ist in \LaTeX komfortabel möglich. Diese Vorlage verwendet das neue biblatex/ biber-System. Bitte verwenden Sie nicht das veraltete bibtex!

Es wird zunächst eine Datei aufgebaut, die die Literaturquellen sammelt. Diese Datei muss die Dateiendung .bib haben, also z.B. Literatur-Arbeit.bib. Jedem Eintrag wird dabei ein Kürzel zugewiesen. Auf die Literaturstelle wird dann innerhalb Ihres LATEX-Dokuments mit dem \cite-Befehl verwiesen. Also z.B. so: \cite{FLMR95ijc} liefert [1].

Informationen zum Aufbau der .bib-Datei finden sich hier: https://verbosus.com/bibtex-style-examples.html. In der Regel werden die Eintragstypen book, article und inbook benötigt.

Damit beim Kompilieren der LaTeX-Datei eine korrekte Verarbeitung der Literatur erfolgt, muss am Beginn des Dokuments

\addbibresource{Literatur-Arbeit.bib}

und am Ende

\printbibliography

eingefügt werden, so wie in dieser Vorlage schon geschehen. Zur Erstellung des Gesamtdokuments sind dann folgende Kommandos erforderlich:

pdflatex ArbeitRST.tex
biber ArbeitRST
pdflatex ArbeitRST.tex
pdflatex ArbeitRST.tex

Achtung! Wenn Sie ihren Text in einer LATEX-Entwicklungsumgebung schreiben, müssen Sie das dortige Kommando zur Literaturerstellung ggf. anpassen!

Details zur Nutzung und Konfiguration von biblatex: https://de.sharelatex.com/learn/Bibliography_management_with_biblatex.

Hinweise zu deutschsprachigen Anpassungen: www.nagel-net.de/Latex/DOKU/DTK-2_2008-biblatex-Teil1.pdf.

Ein Programm zur komfortablen, plattformunabhängigen Verwaltung von bib-Dateien ist JabRef: http://www.jabref.org/.

Eine Untersuchung zu Umlauten findet sich hier

Kapitel 10

Ausführlicher Kapiteltitel, der wirklich viel zu lang für das Inhaltsverzeichnis in dieser Dokumentvorlage ist

In diesem Kapitel sind einige Abbildungen verstreut, um den Umgang mit Grafiken zu demonstrieren. Der restliche Text ist Blindtext.

Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Das hier ist der zweite Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

10.1 Unterabschnitt 1

Und nun folgt – ob man es glaubt oder nicht – der dritte Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Nach diesem vierten Absatz beginnen wir eine neue Zählung. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.



Abbildung 2 – Ein Hochleistungsschnittstellenboard wie es typisch in regelungstechnischen Echtzeitanwendungen ist, um höchsten technologischen Anforderungen im Rahmen der Industrie 4.0 gerecht zu werden.

10.1.1 Unter-unterabschnitt 1

Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\beta) = 1$. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an $E = mc^2$. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. $a\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a^nb}$. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\beta) = 1$. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an $E=mc^2$. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^nb}$. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text

liest, ist selbst schuld. $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\beta) = 1$. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an $E = mc^2$. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\beta) = 1$. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an $E=mc^2$. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^nb}$. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Das hier ist der zweite Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\beta) = 1$. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an $E=mc^2$. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\beta) = 1$. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an $E = mc^2$. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^nb}$. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\beta) = 1$. Der Text gibt lediglich den Grauwert

der Schrift an $E = mc^2$. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\beta) = 1$. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an $E = mc^2$. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.



a) Fall mit Synchronisation.



b) Fall ohne Synchronisation.

Abbildung 3 – Zwei verschiedene Anwendungsfälle für das Hochleistungsschnittstellenboard.

10.1.2 Unter-unterabschnitt 2

Und nun folgt – ob man es glaubt oder nicht – der dritte Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte

aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Nach diesem vierten Absatz beginnen wir eine neue Zählung. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Das hier ist der zweite Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Und nun folgt – ob man es glaubt oder nicht – der dritte Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der



a) Fall mit Synchronisation.



c) Fall mit unterkritischer partieller Synchronisation.



b) Fall ohne Synchronisation.



d) Fall mit überkritischer partieller Synchronisation.

Abbildung 4 – Vier verschiedene Anwendungsfälle für das Hochleistungsschnittstellenboard, die die unterschiedliche Leistungsfähigkeit demonstrieren.

Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Nach diesem vierten Absatz beginnen wir eine neue Zählung. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein

Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Kapitel 11

Füllkapitel 1

11.1 Fullabschnitt 1

11.1.1 Füllunterabschnitt 11

Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

11.1.2 Füllunterabschnitt 12

Das hier ist der zweite Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

11.1.3 Füllunterabschnitt 13

Und nun folgt – ob man es glaubt oder nicht – der dritte Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

11.2 Fullabschnitt 2

11.2.1 Füllunterabschnitt 21

Nach diesem vierten Absatz beginnen wir eine neue Zählung. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

11.2.2 Füllunterabschnitt 22

Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

11.2.3 Füllunterabschnitt 3

Das hier ist der zweite Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

11.3 Fullabschnitt 3

11.3.1 Füllunterabschnitt 31

Und nun folgt – ob man es glaubt oder nicht – der dritte Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

11.3.2 Füllunterabschnitt 32

Nach diesem vierten Absatz beginnen wir eine neue Zählung. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

11.3.3 Füllunterabschnitt 33

Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

11.4 Fullabschnitt 4

11.4.1 Füllunterabschnitt 41

Das hier ist der zweite Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

11.4.2 Füllunterabschnitt 42

Und nun folgt – ob man es glaubt oder nicht – der dritte Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

11.4.3 Füllunterabschnitt 43

Nach diesem vierten Absatz beginnen wir eine neue Zählung. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

11.5 Fullabschnitt 5

11.5.1 Füllunterabschnitt 51

Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

11.5.2 Füllunterabschnitt 52

Das hier ist der zweite Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

11.5.3 Füllunterabschnitt 53

Und nun folgt – ob man es glaubt oder nicht – der dritte Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: "Dies ist ein Blindtext" oder "Huardest gefburn"? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie "Lorem ipsum" dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Literatur

- [1] M. Fliess u. a. "Flatness and defect of non-linear systems: introductory theory and examples". In: *International Journal of Control* 61.6 (1995), S. 1327–1361.
- [2] Torsten Fließbach. Mechanik: Lehrbuch zur Theoretischen Physik I. Spektrum Akademischer Verlag, 2009. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-8274-2188-3_8.
- [3] Veit Hagenmeyer und Emmanuel Delaleau. "Exact feedforward linearization based on differential flatness". In: *International Journal of Control* 76.6 (2003), S. 537–556. DOI: 10.1080/0020717031000089570. eprint: https://doi.org/10.1080/0020717031000089570. URL: https://doi.org/10.1080/0020717031000089570.
- [4] Home page Fraunhofer IIS/EAS. Fraunhofer-Institut fuer Integrierte Schaltungen IIS, Institutsteil Entwicklung Adaptiver Systeme EAS. Juni 2022. URL: https://www.eas.iis.fraunhofer.de/.
- [5] Carsten Knoll. "Regelungstheoretische Analyse- und Entwurfsansaetze fuer unteraktuierte mechanische Systeme". Diss. TU Dresden, 2016. URL: https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:14-qucosa-209765.
- [6] Frank Mittelbach und Michel Goosens. Der LaTEX-Begleiter. 2. Pearson Studium, 2005.
- [7] Klaus Röbenack. *Nichtlineare Regelungssysteme*. Springer Vieweg Berlin, Heidelberg, 2017. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-662-44091-9.
- [8] symbtools GitHub Repository. Juni 2022. URL: https://github.com/TUD-RST/symbtools.
- [9] Bruce Torby. "Energy Methods". In: Advanced Dynamics for Engineers (1984).