

# Technische Universität Dresden

Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik

Institut für Regelungs- und Steuerungstheorie

## Studienarbeit

### Modellbildung und Reglerentwurf für ein Brückenkransystem

vorgelegt von: Konstantin Wrede  
geboren am: 19. Januar 1998 in Sondershausen

Betreuer:	M.Sc. Tommy Wohlfahrt Dipl.-Ing. Fabian Paschke Dr.-Ing. Carsten Knoll
Verantwortlicher Hochschullehrer:	Prof. Dr.-Ing. habil. Dipl.-Math. K. Röbenack
Tag der Einreichung:	30. September 2022

Bitte ersetzen Sie diese Seite vor dem Binden mit der Aufgabenstellung.

# Selbstständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die von mir am heutigen Tage an der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik eingereichte Studienarbeit zum Thema

## **Modellbildung und Reglerentwurf für ein Brückenkransystem**

selbstständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten oder nicht veröffentlichten Schriften entnommen sind, wurden als solche kenntlich gemacht.

Dresden, 30. September 2022

Konstantin Wrede

## **Kurzfassung**

An dieser Stelle fügen Sie bitte eine deutsche Kurzfassung ein.

## **Abstract**

Please insert the English abstract here.

# Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der Formelzeichen	VIII
Abbildungsverzeichnis	IX
Tabellenverzeichnis	1
<b>1 Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2 Systembeschreibung und Modellierungsansatz</b>	<b>3</b>
2.1 Demonstratorsystem . . . . .	3
2.2 Problembeschreibung und Zielsetzung . . . . .	3
2.3 Modellierung mittels Lagrange-Formalismus . . . . .	4
2.3.1 Lagrange-Gleichungen erster Art . . . . .	4
2.3.2 Lagrange-Gleichungen zweiter Art . . . . .	5
2.4 Generierung und Berechnung von DAE-Systemen . . . . .	6
<b>3 Analytische Modellbildung</b>	<b>9</b>
3.1 Analytisches Modell Einzelkran . . . . .	10
3.2 Analytisches Modell Doppelkran . . . . .	11
3.3 Systemidentifikation . . . . .	14
<b>4 Flachheitsanalyse</b>	<b>15</b>
4.1 Definition differentieller Flachheit . . . . .	15
4.2 Flachheitsanalyse von MIMO-Systemen . . . . .	15
4.3 Anwendung Flachheitsanalyse am Einzelkran . . . . .	17
4.4 Anwendung Flachheitsanalyse am Doppelkran . . . . .	18
<b>5 Regelungsstrategie</b>	<b>21</b>
5.1 Regelung zur Stabilisierung von Ruhelagen . . . . .	21
5.2 Trajektorienplanung des flachen Ausgangs . . . . .	21
5.3 Trajektorienfolgeregelung . . . . .	22
5.3.1 Hintergrund . . . . .	22
5.3.2 Statische Rückführung . . . . .	22
5.3.3 Dynamische Erweiterung . . . . .	23
5.3.4 Quasi-statische Rückführungen . . . . .	25
5.3.5 Exact feedforward linearization . . . . .	28

<b>6</b>	<b>Fazit und Ausblick</b>	<b>30</b>
6.1	Fazit . . . . .	30
6.2	Ausblick . . . . .	30
<b>7</b>	<b>war schon</b>	<b>31</b>
7.1	Informationen zu schriftlichen Arbeiten am RST . . . . .	31
7.2	Die Titelseite . . . . .	32
7.3	Die ständigkeitserklärung . . . . .	32
7.4	Kurzfassung . . . . .	32
7.5	Auswahl des Typs der Arbeit . . . . .	33
7.6	Eingebundene Pakete . . . . .	33
7.7	Zusätzliche Makros . . . . .	34
7.8	Weitere Informationen . . . . .	34
<b>8</b>	<b>Einige Informationen zu <math>\text{\LaTeX}</math></b>	<b>37</b>
8.1	Generalles zu Schriftgrößen, Hervorhebungen und Abständen . . . . .	37
8.2	Etwas Mathematik . . . . .	38
<b>9</b>	<b>Verwaltung und Zitation von Literatur</b>	<b>41</b>
<b>10</b>	<b>kurzer Titel</b>	<b>43</b>
10.1	Unterabschnitt 1 . . . . .	44
10.1.1	Unter-unterabschnitt 1 . . . . .	45
10.1.2	Unter-unterabschnitt 2 . . . . .	47
<b>11</b>	<b>Füllkapitel 1</b>	<b>51</b>
11.1	Fullabschnitt 1 . . . . .	51
11.1.1	Füllunterabschnitt 11 . . . . .	51
11.1.2	Füllunterabschnitt 12 . . . . .	51
11.1.3	Füllunterabschnitt 13 . . . . .	52
11.2	Fullabschnitt 2 . . . . .	52
11.2.1	Füllunterabschnitt 21 . . . . .	52
11.2.2	Füllunterabschnitt 22 . . . . .	52
11.2.3	Füllunterabschnitt 3 . . . . .	53
11.3	Fullabschnitt 3 . . . . .	53
11.3.1	Füllunterabschnitt 31 . . . . .	53
11.3.2	Füllunterabschnitt 32 . . . . .	53
11.3.3	Füllunterabschnitt 33 . . . . .	54
11.4	Fullabschnitt 4 . . . . .	54
11.4.1	Füllunterabschnitt 41 . . . . .	54
11.4.2	Füllunterabschnitt 42 . . . . .	54
11.4.3	Füllunterabschnitt 43 . . . . .	55
11.5	Fullabschnitt 5 . . . . .	55
11.5.1	Füllunterabschnitt 51 . . . . .	55

11.5.2 Füllunterabschnitt 52 . . . . .	55
11.5.3 Füllunterabschnitt 53 . . . . .	56
<b>Literatur</b>	<b>57</b>

# Verzeichnis der Formelzeichen



# Abbildungsverzeichnis

1	Doppelkran-Demonstratorsystem mit Laufkatzen und Last . . . . .	4
2	Kurzbeschreibung für Abbildungsverzeichnis . . . . .	10
3	Kurzbeschreibung für Abbildungsverzeichnis . . . . .	12
4	Kurzbeschreibung für Abbildungsverzeichnis . . . . .	25
5	Ein Hochleistungsschnittstellenboard wie es typisch in regelungstechnischen Echtzeitanwendungen ist, um höchsten technologischen Anforderungen im Rahmen der Industrie 4.0 gerecht zu werden. . . . .	45
6	Zwei verschiedene Anwendungsfälle für das Hochleistungsschnittstellenboard. . . . .	47
7	Vier verschiedene Anwendungsfälle für das Hochleistungsschnittstellenboard, die die unterschiedliche Leistungsfähigkeit demonstrieren. . . . .	49

# Tabellenverzeichnis

1	Relative Grade der Ausgänge und explizites Auftreten der Eingänge. . .	22
2	Auftreten der Eingänge $\tau_j$ bei Ordnung $k$ der Ausgangsableitung $y_i$ . . .	26
3	Befehle zum Anpassen der Titelseite . . . . .	32
4	Auswahl des Typs der Arbeit mittels Klassenoptionen . . . . .	33
5	Auswahl eingebundener Pakete . . . . .	33
6	Zusätzliche Makros und Umgebungen . . . . .	34
7	Beispiele der vordefinierten Umgebungen . . . . .	35

# Kapitel 1

## Einleitung

# Kapitel 2

## Systembeschreibung und Modellierungsansatz

### 2.1 Demonstratorsystem

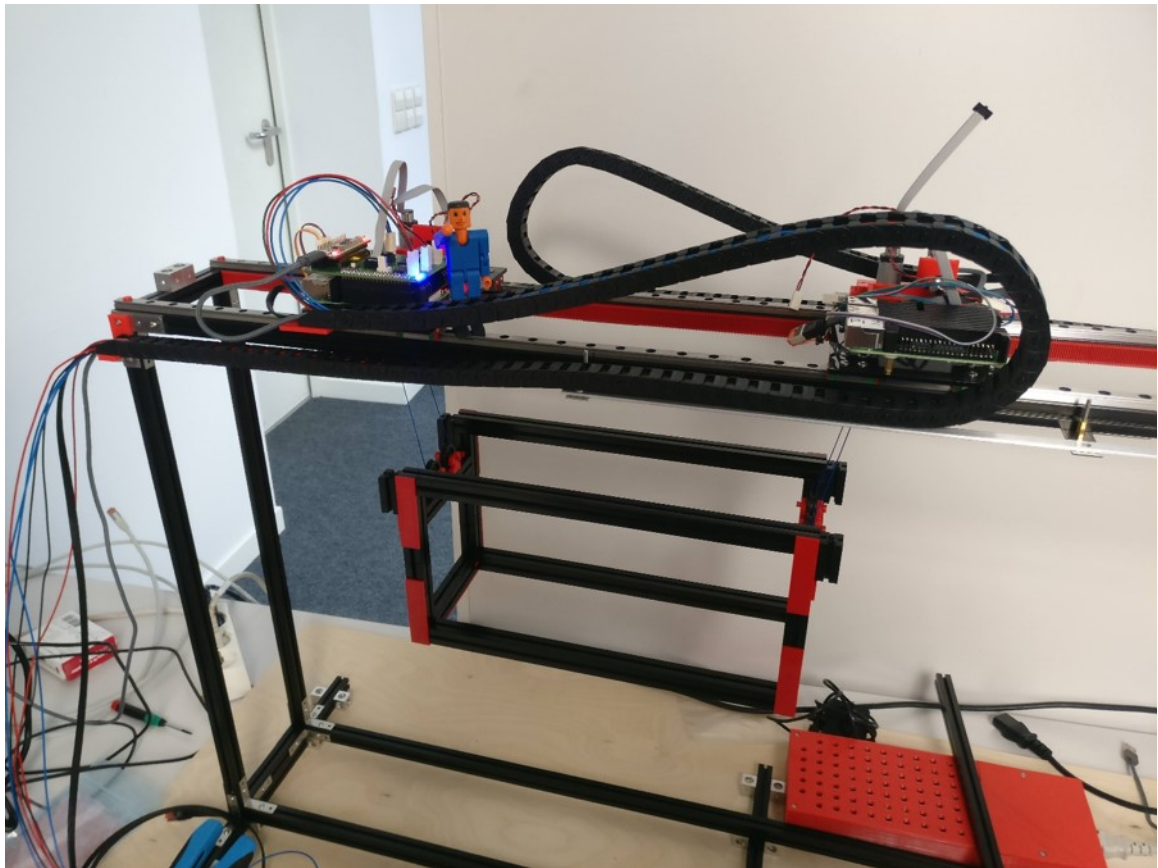
Im Rahmen vorangegangener studentischer Arbeiten ist am Fraunhofer-Institut für Integrierte Schaltungen IIS, Institutsteil Entwicklung Adaptiver Systeme EAS [5] in Dresden ein Demonstratorsystem entwickelt worden. Langfristig soll dieses Vorteile von Regelungsstrategien auf verteilten Recheneinheiten gegenüber einer zentralen Messgrößenverarbeitung und Stellgrößenberechnung veranschaulichen. Der Demonstrator ist in Abbildung 1 dargestellt.

Das Demonstratorsystems besteht aus zwei Brückenkränen, die eine gemeinsame Last in einer festen Ebene anheben. Die Kräne befinden sich auf Schienen und verfügen jeweils über einen Raspberry Pi 4B als Hauptrecheneinheit sowie einen STM32-Mikrocontroller für Motoransteuerungen und Messungen. Beide Raspberry Pis können über eine LAN-Verbindung miteinander kommunizieren.

Beide Kräne sind auf Schienen in horizontaler Richtung sowie die Seillängen mit jeweils einem DC-Motor aktuiert. Auf den STM32-Mikrocontroller ist bereits eine unterlagerte Strom- beziehungsweise Kraftregelung für diese implementiert. Messungen der Seillängen und Kranpositionen auf der Schiene erfolgen mittels Inkrementalgebern nach einem anfänglichen Kalibrierungsvorgang. Die Seilwinkel werden mittels mitschwingender Potentiometer bestimmt.

### 2.2 Problembeschreibung und Zielsetzung

Bei der Bewegung von Containern in Häfen ist ein ruckarmer und gegenüber der Horizontalen stabiler Transport notwendig. Ziel der Studienarbeit ist es deshalb, bezüglich des vorhandenen Demonstratorsystems eine zentrale Referenzregelstrategie zu entwerfen.



**Abbildung 1** – Doppelkran-Demonstratorsystem mit Laufkatzen und Last.

Damit soll unter Vorgabe von Sollposen eine Planung von Trajektorien der Last in der Ebene und Folgeregelung zur Überführung dieser zwischen verschiedenen Ruhelagen ermöglicht werden. Diese Überlegungen sollen auf Basis einer Modellierung des Krans als Mehrkörpersystems geschehen.

## 2.3 Modellierung mittels Lagrange-Formalismus

### 2.3.1 Lagrange-Gleichungen erster Art

Die Dynamik mechanischer Systeme lässt sich über Differentialgleichungen, den so genannten Lagrange-Gleichungen beschreiben. Dabei wird eine Menge aus  $n$  auftretenden und zeitlich veränderlichen Koordinaten als Konfigurationskoordinaten oder Systemgrößen  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_n)^T$  bezeichnet. Die zeitlichen Änderungsraten dieser sind die (Konfigurations-)Geschwindigkeiten  $\dot{\theta}$  [6, S.7].

Die kinetische Energie eines Systems wird im Folgenden durch die Funktion  $T$  sowie die potentielle Energie durch  $V$  beschrieben. Eine Lagrange-Funktion kann damit folgendermaßen definiert werden:

$$L(\theta, \dot{\theta}) = T(\theta, \dot{\theta}) - V(\theta). \quad (2.1)$$

Mit den Lagrange-Gleichungen erster Art können Probleme mit Zwangsbedingungen und -kräften dargestellt werden:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = \tilde{Q}_i + Q_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.2)$$

Die sich auf die jeweilige Koordinate  $\theta_i$  beziehende Stellkraft  $Q_i = f_i - D_i$  entspricht der verallgemeinerten Kraft, welche sich aus äußeren (Stell-)Kräften  $f_i$  sowie internen Reibungskräften  $D_i$  zusammensetzt [2, S. 49].

Aus den  $m$  holonomen Zwangsbedingungen  $g_i(\theta) = 0$  folgen die Zwangskräfte  $\tilde{Q}_i$  in Richtung der Koordinate  $\theta_i$ :

$$\tilde{Q}_i = \sum_{j=1}^m \lambda_j G_{ji}(\theta) \quad (2.3)$$

Dabei werden die Lagrange-Multiplikatoren  $\lambda_j$  unter dieser Beziehung genutzt:

$$\frac{dg_j}{dt} = \sum_{i=1}^n G_{ji}(\theta) \dot{\theta}_i = 0 \quad j = 1, \dots, m. \quad (2.4)$$

### 2.3.2 Lagrange-Gleichungen zweiter Art

Eine alternative Herleitung solcher Systemgleichungen sind die Lagrange-Gleichungen zweiter Art. Bei diesen müssen Zwangskräfte nicht explizit bestimmt werden. Die Bewegungsgleichungen können folgendermaßen aus der Lagrange-Funktion abgeleitet werden:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = Q_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.5)$$

Eine stark automatisierte Durchführung dieses Formalismus ist unter Nutzung des Python-Pakets *symbtools* [9] möglich.

-> ggf. dazu in Nextcloud/Präsis Folien zu modeltools -> Matrixdarstellung mit M, C, K, B

Zur Bestimmung der Komponenten der generalisierten Kraft  $Q_i$  wird das Prinzip der virtuellen Arbeit hinzugezogen [10]:

$$\delta W = \sum_{k=1}^l \mathbf{F}_k \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_k}{\partial \theta_1} \delta \theta_1 + \dots + \sum_{k=1}^l \mathbf{F}_k \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_k}{\partial \theta_n} \delta \theta_n. \quad (2.6)$$

Dabei entspricht bei einem System von  $l$  (massebehafteten) Teilchen  $\mathbf{r}_k$  dem Richtungsvektor zum  $k$ -ten Partikel,  $\mathbf{F}_k$  der jeweils entlang dieses Richtungsvektoren angewandten Stellkraft,  $\delta \mathbf{r}_k$  der virtuellen Verschiebung und  $\delta \theta_i$  der virtuellen Verschiebung der Koordinaten mit:

$$\delta \mathbf{r}_k = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{r}_k}{\partial \theta_i} \delta \theta_i. \quad (2.7)$$

Die gesamte virtuelle Arbeit des Systems dieser Teilchen kann also ebenso durch

$$\delta W = Q_1 \delta \theta_1 + \dots + Q_n \delta \theta_n = \sum_{k=1}^l \delta \mathbf{r}_k^T \mathbf{F}_k \quad (2.8)$$

dargestellt werden, wobei sich die Komponenten der generalisierten Kraft zu

$$Q_i = \sum_{k=1}^l \frac{\partial \mathbf{r}_k}{\partial \theta_i} \cdot \mathbf{F}_k = \frac{\partial \delta W}{\partial \delta \theta_i}, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.9)$$

ergeben.

## 2.4 Generierung und Berechnung von DAE-Systemen

Standardform:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}, t) \quad (2.10)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}, t) \quad (2.11)$$

mit  $\mathbf{x}$  Zustand,  $\mathbf{z}$  algebraischer Variablen (quasi Zustandsgrößen, die in Systemgleichungen nicht differentiell vorkommen),  $\mathbf{u}$  Systemeingang,  $t$  Zeit.

Differenzieller Index: Minimale Anzahl an Differentiation  $\frac{d}{dt}$  der algebraischen Gleichungen (AGL)  $\mathbf{g}$  (Zwangsbedingungen), damit unter Einbeziehung der Differentialgleichung ein explizites Differentialgleichungssystem aus dem DAE-System entsteht. (Vgl. Systementwurf Mechatronischer Systeme S. 139)

Numerische Integration von DAE-Systemen:

- mechanische Systeme mit starrer Kopplung als Zwangsbedingungen allgemein von Index 3

- Lösung über Indexreduktion auf Index 2 -> Integration über implizites Verfahren
- Lösung über Indexreduktion auf Index 1 -> Integration über explizites Verfahren + AGL-Löser oder implizites Verfahren
- Lösung über Indexreduktion auf Index 0 -> Integration über explizites oder implizites Verfahren
- Bestimmung der Anfangswerte der Integration aus gegebenen AGL oder Gleichungen, die sich im Laufe der Indexreduktion ergeben

modeltools führt dabei Reduktion von Index 3 System auf Index 1 System durch. Hier wird als Solver ODASSL verwendet. Dieser ist modifizierte Version des DASSL Solvers zur Lösung überbestimmter (mehr Gleichungen als Variablen, wieso?) Systeme (singulärer) impliziter DGL ([https://jmodelica.org/assimulo/DAE\\_OVER\\_ODASSL.html](https://jmodelica.org/assimulo/DAE_OVER_ODASSL.html)). Zu DASSL: <https://www.openmodelica.org/doc/OpenModelicaUsersGuide/latest/solving.html>

Zum weiterem Verständnis von DAEs: <https://reference.wolfram.com/language/tutorial/NDSolve.html>

weitere Punkte zum behandeln: - Warum konsistente AW bei DAE wichtig, Funktionsweise von modeltools mit DAE-Systemen -> DAE System(object)->init? (Präsi zu modeltools unter Präsi in nextcloud) - Stichpunkte wie in modeltools DAEs aufgestellt werden - Schritte zur Reduktion auf Index 1 System in modeltools verstehen, warum ist Reduktion wichtig?

~~Paper Fritzsche, Franke, Knoll Systematische Flachheitsanalyse und Algorithmische Anleitung: [https://github.com/klim-uc\\_algorithm/blob/master/doc/user\\_guide.pdf](https://github.com/klim-uc_algorithm/blob/master/doc/user_guide.pdf) Mathematische Beschreibung eines nichtlinearen Systems in impliziter Form:~~

$$\mathbf{0} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}), \quad \mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n \quad (2.12)$$

Wobei  $\mathbf{x}$  nicht dem Zustandsvektor allein sondern allen Systemgrößen, also Zustandskomponenten und Systemeingangsgrößen entspricht.

Das DAE-System besitzt den Systemgrößenvektor  $\mathbf{y}$  mit

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \lambda \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Somit wird unter Berücksichtigung der verallgemeinerten Stellkräfte  $\tau$  die implizite DGL gebildet:

$$\mathbf{0} = \mathbf{F}(\mathbf{w}, \dot{\mathbf{w}}) \quad \text{mit} \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ \tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \lambda \\ \tau \end{pmatrix} \quad (2.14)$$



Mechanische Systeme können über folgende Bewegungsgleichungen dargestellt werden (2019\_Knoll\_Heedt\_Roebenack\_Lagrangian\_Modeltools.pdf):

$$\mathbf{0} = \mathbf{M}(\theta)\ddot{\theta} + \mathbf{C}(\theta, \dot{\theta}) + \mathbf{K}(\theta, \dot{\theta}) + \mathbf{G}(\theta)\lambda - \mathbf{B}(\theta)\tau \quad (2.15)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\theta) \quad (2.16)$$

(für späteres Kapitel der SA!) Dieses Doppelkransystem mit den Systemgrößen

$$\mathbf{w} = \left( p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4 \ q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ \dot{p}_1 \ \dot{p}_2 \ \dot{p}_3 \ \dot{p}_4 \ \dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ \dot{q}_3 \ \dot{q}_4 \ \lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3 \ \tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3 \ \tau_4 \right)^T \quad (2.17)$$

So kann das implizite DAE-System aus den Bewegungsgleichungen und diesen definitiven Gleichungen beschrieben werden:

$$(\mathbf{I}_{6 \times 6}, \mathbf{0}_{6 \times 17})\dot{\mathbf{w}} = (\mathbf{0}_{6 \times 6}, \mathbf{I}_{6 \times 6}, \mathbf{0}_{6 \times 11})\mathbf{w} \quad (2.18)$$

# Kapitel 3

## Analytische Modellbildung

Verschiedene Stufen zur Modellierung im Repo:

Einzelkran: -model single crane -> ODE System zur kollokierten partiellen Linearisierung, Simulation von ODEs

-DAE lift actuated single crane -> Darstellung als DAE-System mit Hubaktuierung, so dass Regelung mittels virtueller Kraft auf Ruhelage, wenn Schneckengetriebe sperrt.

Doppelkran (double crane notebooks, nur LK Aktuierung):

Prinzipielles Problem, dass in kinetischer Energie  $T$  für Lagrange alle abgeleiteten  $p, q$  vorkommen müssen

- DAE double crane w1 angle ->  $G2$  in kartesischen Koordinaten und absoluter Lastwinkel, so dass für  $T$  nur Trägheitsmoment von Last, nicht Seilen nötig, damit alle  $p, q$  enthalten

- DAE double crane w1 angle -> 3 relative Winkel, deshalb auch  $J$  in Seilen für  $T$

Doppelkran (lift actuated double crane notebooks, vollständige Aktuierung):

Prinzipielles Problem, dass effiziente Berechnung und Hubaktuierung bei Ruhelage und Schwerkraft wirken (Vgl. Einzelkran DAE lift actuated single crane)

- DAE double crane fully actuated -> 3 Winkel als passive Koordinaten, aber ungelöstes Problem des Findens von konsistenten Anfangswerten

- DAE double crane cartesian -> Gelenke als kartesische Koordinaten, 3 ZB in euklidischen Abständen -> keine  $\cos, \sin$  Terme (daher effiziente Simulation), Längen  $l1, l2$  zunächst als feste Parameter und dann später manuell durch weitere Zustände im Modell mod ergänzt, Trick mit diskreten Massen statt homogener Last wie in Notebook erklärt

- weitere Versuche der Beschreibung mit Winkeln durch Probleme bei  $T$  (alle  $p, \dot{q}$ ) oder seeehr lange Simulationsdauern nicht zielführend

- Seile Masselos, kein Trägheitsmoment, Last mit homogener Masseverteilung, ...

### 3.1 Analytisches Modell Einzelkran

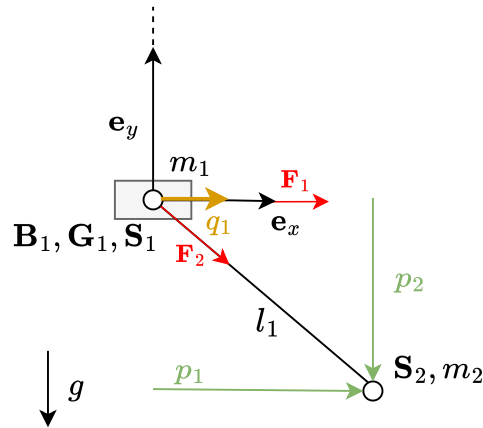
(Im Folgenden genutztes Notebook: flatness\_notebooks/ODE\_flatness\_analysis\_single\_crane.ipynb)

Mittels der Lagrange-Gleichungen zweiter Art wird im Folgenden ein ODE-Modell des Einzelkrans erzeugt. Dabei wird entsprechend der Erläuterungen aus Abschnitt 2.3.2 vorgegangen. Diese Modellierung hat den Vorteil, dass durch die generalisierte Kraft gerade die Stellkraft im Seil gut abgebildet werden kann sowie keine Zwangsbedingungen im späteren Flachheitsnachweis berücksichtigt werden müssen.

Als aktuierte Koordinate wird zunächst nur die  $x$ -Verschiebung  $q_1$  der Laufkatzenposition ( $\mathbf{B}_1 = \mathbf{G}_1 = \mathbf{S}_1$ ) ausgewählt, als passive Koordinaten die  $x$ - und  $y$ -Auslenkungen  $(p_1, p_2)$  der Last  $\mathbf{S}_2$  aus dem Ursprung. Die variable Seillänge wird mit  $l_1$  bezeichnet, die durch die Koordinaten auch mittels:

$$l_1 = \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + p_2^2} \quad (3.1)$$

ausgedrückt werden kann.



**Abbildung 2** – Langbeschreibung, die gerne auch über mehrer Zeilen gehen darf.

Die Position der beiden Massenschwerpunkte kann somit wie folgt durch die Koordinaten beschrieben werden:

$$\mathbf{S}_1 = \begin{pmatrix} q_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}_2 = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Damit ist es möglich die kinetische und potentielle Energie des Systems zu formulieren:

$$T = \frac{m_1}{2} \dot{\mathbf{S}}_1^T \dot{\mathbf{S}}_1 + \frac{m_2}{2} \dot{\mathbf{S}}_2^T \dot{\mathbf{S}}_2 = \frac{m_1 \dot{q}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{p}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{p}_2^2}{2} \quad (3.3)$$

$$V = m_2 g \mathbf{S}_2^T \mathbf{e}_y = m_2 g p_2. \quad (3.4)$$

Die Systemgleichungen können durch die Lagrange-Gleichungen zweiter Art zunächst in Abhängigkeit der Komponenten der generalisierten Kraft  $Q_i$  bestimmt werden:

$$-Q_1 + m_2\ddot{p}_1 = 0 \quad (3.5)$$

$$-Q_2 + gm_2 + m_2\ddot{p}_2 = 0 \quad (3.6)$$

$$-Q_3 + m_1\ddot{q}_1 = 0. \quad (3.7)$$

Die Eingangskomponenten  $\tau_1, \tau_2$  des Systems können über Stellkräfte vektoriell dargestellt werden:

$$\mathbf{F}_1 = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_2 = \begin{pmatrix} \frac{\tau_2(p_1 - q_1)}{l_1} \\ \frac{p_2\tau_2}{l_1} \end{pmatrix}. \quad (3.8)$$

Durch die Anwendung des Prinzips der virtuellen Arbeit ist es möglich, die generalisierte Kraft durch diese Stellkräfte bzw. den Systemeingang auszudrücken:

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \frac{\tau_2(p_1 - q_1)}{l_1} \\ \frac{p_2\tau_2}{l_1} \\ \tau_1 - \frac{\tau_2(p_1 - q_1)}{l_1} \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

Durch einsetzen dieser lässt sich ein abschließender Satz an Systemgleichungen des Einzelkrans bilden:

$$m_2\ddot{p}_1 - \frac{\tau_2(p_1 - q_1)}{l_1} = 0 \quad (3.10)$$

$$gm_2 + m_2\ddot{p}_2 - \frac{p_2\tau_2}{l_1} = 0 \quad (3.11)$$

$$m_1\ddot{q}_1 - \tau_1 + \frac{\tau_2(p_1 - q_1)}{l_1} = 0. \quad (3.12)$$

## 3.2 Analytisches Modell Doppelkran

(Im Folgenden genutztes Notebook: flatness\_notebooks/ODE\_flatness\_analysis.ipynb)

Mittels der Lagrange-Gleichungen zweiter Art wird im Folgenden ein ODE-Modell des Doppelkrans erzeugt. Dabei wird entsprechend der Erläuterungen aus Abschnitt 2.3.2 vorgegangen. Diese Modellierung hat den Vorteil, dass durch die generalisierte Kraft gerade die Stellkraft im Seil gut abgebildet werden kann sowie keine Zwangsbedingungen im späteren Flachheitsnachweis berücksichtigt werden müssen.

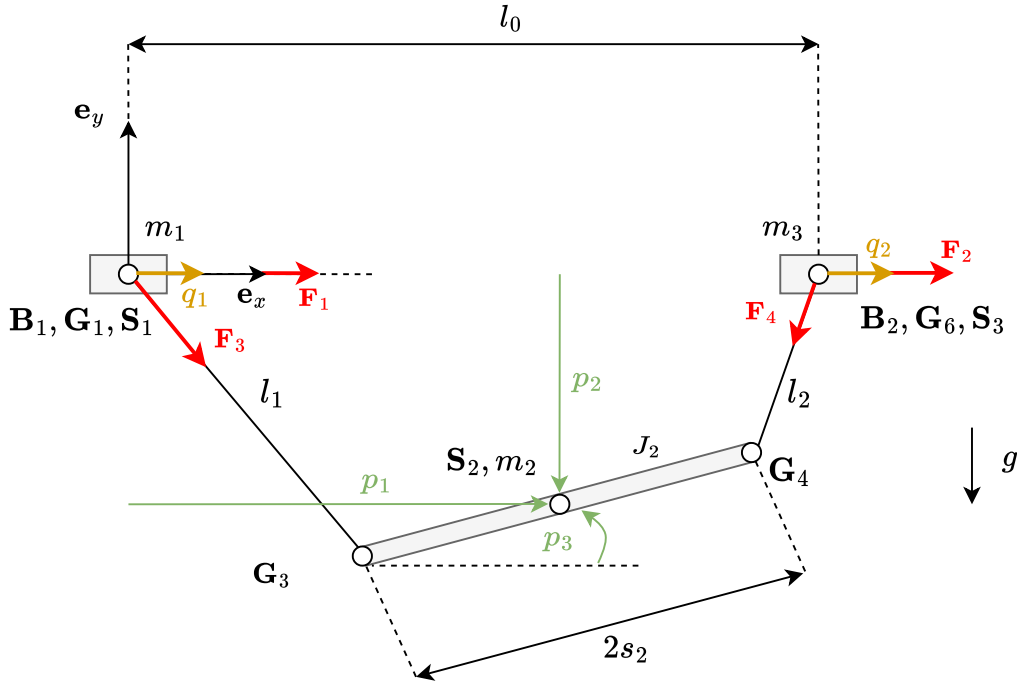
Als aktuierte Koordinate werden zunächst nur die  $x$ -Verschiebungen  $q_1$  und  $q_2$  der Laufkatzenpositionen ( $\mathbf{B}_1 = \mathbf{G}_1 = \mathbf{S}_1$ ,  $\mathbf{B}_2 = \mathbf{G}_6 = \mathbf{S}_3$ ) ausgewählt, als passive Koordinaten die absolute Position  $(p_1, p_2)$  des Lastschwerpunkts ( $\mathbf{S}_2$ ) sowie die Orientierung der Last

$p_3$  gegenüber der Horizontalen. Die variable Seillänge wird mit  $l_1$  sowie  $l_2$  bezeichnet, die durch die Koordinaten auch mittels:

$$l_1 = \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (p_1 - q_1 - s_2 \cos(p_3))^2} \quad (3.13)$$

$$l_2 = \sqrt{(p_2 + s_2 \sin(p_3))^2 + (-l_0 + p_1 - q_2 + s_2 \cos(p_3))^2} \quad (3.14)$$

ausgedrückt werden kann.



**Abbildung 3** – Langbeschreibung, die gerne auch über mehrer Zeilen gehen darf.

Die Position der Massenschwerpunkte und Gelenke kann somit wie folgt durch die Koordinaten beschrieben werden:

$$\mathbf{S}_1 = \begin{pmatrix} q_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{S}_2 = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}, \mathbf{S}_3 = \begin{pmatrix} l_0 + q_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{G}_3 = \begin{pmatrix} p_1 - s_2 \cos(p_3) \\ p_2 - s_2 \sin(p_3) \end{pmatrix}, \mathbf{G}_4 = \begin{pmatrix} p_1 + s_2 \cos(p_3) \\ p_2 + s_2 \sin(p_3) \end{pmatrix}. \quad (3.15)$$

Damit ist es möglich die kinetische und potentielle Energie des Systems zu formulieren:

$$\begin{aligned} T &= \frac{m_1}{2} \dot{\mathbf{S}}_1^T \dot{\mathbf{S}}_1 + \frac{m_2}{2} \dot{\mathbf{S}}_2^T \dot{\mathbf{S}}_2 + \frac{J_2}{2} \dot{p}_3^2 + \frac{m_3}{2} \dot{\mathbf{S}}_3^T \dot{\mathbf{S}}_3 \\ &= \frac{J_2 \dot{p}_3^2}{2} + \frac{m_1 \dot{q}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{p}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{p}_2^2}{2} + \frac{m_3 \dot{q}_2^2}{2} \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$V = m_2 g \mathbf{S}_2^T \mathbf{e}_y = m_2 g p_2. \quad (3.17)$$

Die Systemgleichungen können durch die Lagrange-Gleichungen zweiter Art zunächst in Abhängigkeit der Komponenten der generalisierten Kraft  $Q_i$  bestimmt werden:

$$-Q_1 + m_2 \ddot{p}_1 = 0 \quad (3.18)$$

$$-Q_2 + gm_2 + m_2 \ddot{p}_2 = 0 \quad (3.19)$$

$$J_2 \ddot{p}_3 - Q_3 = 0 \quad (3.20)$$

$$-Q_4 + m_1 \ddot{q}_1 = 0 \quad (3.21)$$

$$-Q_5 + m_3 \ddot{q}_2 = 0. \quad (3.22)$$

Die Komponenten des Systemeingangs  $\tau$  können über Stellkräfte vektoriell dargestellt werden:

$$\mathbf{F}_1 = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_2 = \begin{pmatrix} \tau_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_3 = \begin{pmatrix} \frac{\tau_3(p_1 - q_1 - s_2 \cos(p_3))}{l_1} \\ \frac{\tau_3(p_2 - s_2 \sin(p_3))}{l_1} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_4 = \begin{pmatrix} \frac{\tau_4(-l_0 + p_1 - q_2 + s_2 \cos(p_3))}{l_2} \\ \frac{\tau_4(p_2 + s_2 \sin(p_3))}{l_2} \end{pmatrix}. \quad (3.23)$$

Durch die Anwendung des Prinzips der virtuellen Arbeit ist es möglich, die generalisierte Kraft durch diese Stellkräfte bzw. den Systemeingang auszudrücken:

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \frac{\tau_4(-l_0 + p_1 - q_2 + s_2 \cos(p_3))}{l_2} + \frac{\tau_3(p_1 - q_1 - s_2 \cos(p_3))}{l_1} \\ \frac{\tau_4(p_2 + s_2 \sin(p_3))}{l_2} + \frac{\tau_3(p_2 - s_2 \sin(p_3))}{l_1} \\ \frac{s_2 \tau_4(p_2 + s_2 \sin(p_3)) \cos(p_3)}{l_2} - \frac{s_2 \tau_4(-l_0 + p_1 - q_2 + s_2 \cos(p_3)) \sin(p_3)}{l_2} - \frac{s_2 \tau_3(p_2 - s_2 \sin(p_3)) \cos(p_3)}{l_1} + \frac{s_2 \tau_3(p_1 - q_1 - s_2 \cos(p_3)) \sin(p_3)}{l_1} \\ \tau_1 - \frac{\tau_3(p_1 - q_1 - s_2 \cos(p_3))}{l_1} \\ \tau_2 - \frac{\tau_4(-l_0 + p_1 - q_2 + s_2 \cos(p_3))}{l_2} \end{pmatrix}. \quad (3.24)$$

Durch einsetzen dieser lässt sich ein abschließender Satz an Systemgleichungen des Einzelkrans bilden:

$$m_2 \ddot{p}_1 - \frac{\tau_4(-l_0 + p_1 - q_2 + s_2 \cos(p_3))}{l_2} - \frac{\tau_3(p_1 - q_1 - s_2 \cos(p_3))}{l_1} = 0 \quad (3.25)$$

$$gm_2 + m_2 \ddot{p}_2 - \frac{\tau_4(p_2 + s_2 \sin(p_3))}{l_2} - \frac{\tau_3(p_2 - s_2 \sin(p_3))}{l_1} = 0 \quad (3.26)$$

$$J_2 \ddot{p}_3 - \frac{s_2 \tau_4(p_2 + s_2 \sin(p_3)) \cos(p_3)}{l_2} + \frac{s_2 \tau_4(-l_0 + p_1 - q_2 + s_2 \cos(p_3)) \sin(p_3)}{l_2} + \frac{s_2 \tau_3(p_2 - s_2 \sin(p_3)) \cos(p_3)}{l_1} - \frac{s_2 \tau_3(p_1 - q_1 - s_2 \cos(p_3)) \sin(p_3)}{l_1} = 0 \quad (3.27)$$

$$m_1 \ddot{q}_1 - \tau_1 + \frac{\tau_3(p_1 - q_1 - s_2 \cos(p_3))}{l_1} = 0 \quad (3.28)$$

$$m_3 \ddot{q}_2 - \tau_2 + \frac{\tau_4(-l_0 + p_1 - q_2 + s_2 \cos(p_3))}{l_2} = 0. \quad (3.29)$$

### **3.3 Systemidentifikation**

Trägheitsmoment der Last nach berechnet zu 0.004553475 kg m m

# Kapitel 4

## Flachheitsanalyse

### 4.1 Definition differentieller Flachheit

Ein System der Form  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  mit  $\mathbf{F}, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  und  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$  ist (differentiell) flach, falls ein  $m$ -Tupel  $y := (y_1, \dots, y_m)^T$  sowie glatte Funktionen  $\Psi, \Theta$  existieren, so dass:

$$\mathbf{x} = \Psi(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \dots, \mathbf{y}^{(n_x)}) \text{ mit } n_x < \infty \text{ und} \quad (4.1)$$

$$\mathbf{u} = \Theta(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \dots, \mathbf{y}^{(n_u)}) \text{ mit } n_u < \infty. \quad (4.2)$$

Dabei ist  $\mathbf{y}$  ein flacher Ausgang [8, S. 185].

Aus der Existenz eines flachen Ausgangs folgt, dass die Systemgrößen bestehend aus dem Zustand  $\mathbf{x}$  und Eingang  $\mathbf{u}$  eindeutig aus dem flachen Ausgang  $\mathbf{y}$  und einer endlichen Anzahl dessen Zeitableitungen berechnet werden können, also keine Integrale dafür gelöst werden müssen. Eine alternative Formulierung des Flachheitsbegriffs verzichtet auf die Angabe der gleichen Dimension  $m$  von Eingang und flachem Ausgang, fordert aber die differentielle Unabhängigkeit der Komponenten von  $\mathbf{y}$ .

Die Existenzbedingungen eines flachen Ausgangs sind bei Eingrößensystemen bekannt, allerdings ist der systematische Flachheitsnachweis und die Berechnung eines flachen Ausgangs bei Mehrgrößensystemen im Allgemeinen nicht abschließend gelöst.

### 4.2 Flachheitsanalyse von MIMO-Systemen

Im Folgenden wird ein prinzipielles praktisches Vorgehen zur Bestimmung flacher Ausgänge von Mehrgrößensystemen sowie zur Parametrisierung der Systemgrößen anhand solcher flachen Ausgänge skizziert werden. Für eine mathematisch fundierte und systematische Herangehensweise sei auf den Beitrag [3] verwiesen.

Es sei ein nichtlineares Mehrgrößensystem der Form aus Abschnitt 4.1 gegeben. Dessen



Eingang  $\mathbf{u}$  kommt in affiner Form vor und könne mittels der Systemgleichungen eliminiert werden, so dass ein autonomes System aus  $p = n - m$  Gleichungen folgt. Diese Gleichungen werden wiederum zur Elimination  $p$  übriger Zustandskomponenten genutzt, so dass sich ein flacher Ausgang  $\mathbf{y}$  der Dimension  $n - p = m$  ergibt.

Zur Auswahl einer geeigneten Systemgleichung und Eingangskomponente für die Elimination bietet sich die Bildung der Jacobi-Matrix  $\mathbf{J}_i$  der zu diesem Zeitpunkt noch  $i$  betrachteten Systemgleichungen bezüglich des Eingangs  $\mathbf{u}_{m-(n-i)}$  an. Dabei sind die zu den Matrixzeilen korrespondierenden Gleichungen geeignet, in denen nur ein isolierter Spalteneintrag  $\varepsilon \neq 0$  steht, also weitere Einträge der Spalte Null sind:

$$\begin{pmatrix} * & \cdots & * & 0 & * & \cdots & * \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ * & \cdots & * & 0 & * & \cdots & * \\ * & \cdots & * & \varepsilon & * & \cdots & * \\ * & \cdots & * & 0 & * & \cdots & * \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ * & \cdots & * & 0 & * & \cdots & * \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

Falls keine solcher Spalten zu finden ist, kann eine Transformation  $\mathbf{T}$  der Systemgleichungen durchgeführt werden, welche mittels linkem Orthokomplement  $\mathbf{J}_i^{L\perp}$  und linker Pseudoinverser  $\mathbf{J}_i^{L+}$  der Jacobi-Matrix das System in eine geeignete Form überführt [3, Abschnitt 2.1.2]:

$$\mathbf{T}\mathbf{J}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{m-(n-i)} \\ \mathbf{0}_{(n-m) \times (m-(n-i))} \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

Wobei  $\mathbf{T}$  über die Eigenschaften von  $\mathbf{J}_i^{L+}$  und  $\mathbf{J}_i^{L\perp}$  folgendermaßen gebildet werden kann:

$$\mathbf{J}_i^{L+}\mathbf{J}_i = \mathbf{I}_i \quad (4.5)$$

$$\mathbf{J}_i^{L\perp}\mathbf{J}_i = \mathbf{0}_{(n-m) \times (m-(n-i))} \quad (4.6)$$

$$\Rightarrow \mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_i^{L+} \\ \mathbf{J}_i^{L\perp} \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

Nachdem die Eingangskomponenten aus den Systemgleichungen eliminiert wurden kann analog durch Bildung einer Jacobi-Matrix bezüglich der noch vorhandenen Systemgrößen vorgenommen werden. Der flache Ausgang  $\mathbf{y}$  besteht aus der Menge an Systemgrößen, welche nach Elimination aller Gleichungen übrig ist. Mittels der Zusammenhänge aus den Systemgleichungen können nach 4.1 alle Systemgrößen allein durch  $(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \ddot{\mathbf{y}}, \dots)$  parametrisiert werden.

### 4.3 Anwendung Flachheitsanalyse am Einzelkran

Herangezogen: ODE Modell des Einzelkrans aus Lagrange 2

(flatness\_notebooks/ODE\_flatness\_analysis\_single\_crane.ipynb)

-> Aus analytischer Modellbildung des Einzelkransystems folgen die 3 Systemgleichungen:

$$m_2 \ddot{p}_1 - \frac{\tau_2 (p_1 - q_1)}{\sqrt{p_2^2 + (p_1 - q_1)^2}} = 0 \quad (4.8)$$

$$gm_2 + m_2 \ddot{p}_2 - \frac{p_2 \tau_2}{\sqrt{p_2^2 + (p_1 - q_1)^2}} = 0 \quad (4.9)$$

$$m_1 \ddot{q}_1 - \tau_1 + \frac{\tau_2 (p_1 - q_1)}{\sqrt{p_2^2 + (p_1 - q_1)^2}} = 0 \quad (4.10)$$

- Bildung der Jacobi-Matrix dieser Gleichungen bezüglich  $\tau$ :

$$\mathbf{J}_3 = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{p_1 - q_1}{\sqrt{p_2^2 + (p_1 - q_1)^2}} \\ 0 & -\frac{p_2}{\sqrt{p_2^2 + (p_1 - q_1)^2}} \\ -1 & \frac{p_1 - q_1}{\sqrt{p_2^2 + (p_1 - q_1)^2}} \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

- dabei ist zu erkennen, dass in der ersten Spalte der Jacobi-Matrix die Eingangskomponente  $\tau_1$  isoliert vorkommt, also durch die korrespondierende dritte Systemgleichung 4.10 bestimmt werden kann.

-> Dementsprechend kann die letzte Zeile von  $\mathbf{J}_3$  eliminiert werden.

- Die verbleibenden ersten beiden Systemgleichungen 4.8 und 4.9 enthalten jeweils die Eingangskomponente  $\tau_2$ . Da in der zweiten Gleichung 4.9  $\tau_2$  allein durch  $p_2$  und die Ableitung  $\ddot{p}_2$  dargestellt werden kann, wird diese Gleichung zur Elimination dieser Eingangskomponente genutzt, eine vorweggenommene Parametrisierung durch  $p_2$  und  $\ddot{p}_2$  ergibt:

$$\tau_2 = \frac{l_1 m_2 (g + \ddot{p}_2)}{p_2}. \quad (4.12)$$

- Dabei ist zu bemerken, dass in dieser Beschreibung von  $\tau_2$  die Koordinaten  $p_1, p_2, q_1$  zusätzlich durch  $l_1$  enthalten sind. Diese können nach Parametrisierung durch einen flachen Ausgang anschließend ersetzt werden.

- Die letzte verbleibende Systemgleichung 4.8 weist nach Substitution des soeben ermittelten  $\tau_2$  nur noch die Systemgrößen bzw. Ableitungen  $p_1, \ddot{p}_1, p_2, \ddot{p}_2, q_1$  auf. Damit bietet sich die Elimination des allein algebraisch vorkommenden  $q_1$  und auch an dieser Stelle Vorwegnahme der Parametrisierung durch  $p_1, p_2$  und deren Ableitungen an:

$$q_1 = \frac{p_1 (g + \ddot{p}_2) - p_2 \ddot{p}_1}{g + \ddot{p}_2}. \quad (4.13)$$

Somit kann die Substitution von  $q_1$  in der flachen Darstellung 4.12 von  $\tau_2$  erfolgen:

$$\tau_2 = \frac{m_2 \sqrt{\frac{p_2^2 (g + \ddot{p}_2)^2 + (-gp_1 - p_1 \ddot{p}_2 + p_1 (g + \ddot{p}_2) + p_2 \ddot{p}_1)^2}{(g + \ddot{p}_2)^2}} (g + \ddot{p}_2)}{p_2}. \quad (4.14)$$

Um abschließend die zuerst eliminierte Eingangskomponente  $\tau_1$  ebenso auszudrücken, wird nach Gleichung 4.10 die zweite zeitliche Ableitung  $\ddot{q}_1$  benötigt:

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 = & \frac{-2\ddot{p}_2 (g + \ddot{p}_2) (p_1 \ddot{p}_2 - p_2 \ddot{p}_1 - \dot{p}_1 \dot{p}_2 + \dot{p}_1 (g + \ddot{p}_2))}{(g + \ddot{p}_2)^3} \\ & + \frac{(g + \ddot{p}_2)^2 (p_1 \ddot{p}_2 - p_2 \ddot{p}_1 - 2\ddot{p}_1 \dot{p}_2 + 2\ddot{p}_2 \dot{p}_1 - \dot{p}_1 \dot{p}_2 + \dot{p}_1 (g + \ddot{p}_2))}{(g + \ddot{p}_2)^3} \\ & - \frac{(p_1 (g + \ddot{p}_2) - p_2 \ddot{p}_1) (\ddot{p}_2 (g + \ddot{p}_2) - 2\ddot{p}_2^2)}{(g + \ddot{p}_2)^3}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Somit folgt:

$$\begin{aligned} \tau_1 = & \frac{-m_1 2\ddot{p}_2 (g + \ddot{p}_2) (p_1 \ddot{p}_2 - p_2 \ddot{p}_1 - \dot{p}_1 \dot{p}_2 + \dot{p}_1 (g + \ddot{p}_2))}{(g + \ddot{p}_2)^3} \\ & + \frac{-m_1 (g + \ddot{p}_2)^2 (-p_1 \ddot{p}_2 + p_2 \ddot{p}_1 + 2\ddot{p}_1 \dot{p}_2 - 2\ddot{p}_2 \dot{p}_1 + \dot{p}_1 \dot{p}_2 - \dot{p}_1 (g + \ddot{p}_2))}{(g + \ddot{p}_2)^3} \\ & + \frac{-m_1 (p_1 (g + \ddot{p}_2) - p_2 \ddot{p}_1) (\ddot{p}_2 (g + \ddot{p}_2) - 2\ddot{p}_2^2)}{(g + \ddot{p}_2)^3} + \frac{m_2 \ddot{p}_1 (g + \ddot{p}_2)^3}{(g + \ddot{p}_2)^3} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Somit ist durch diese Parametrisierung gezeigt, dass es sich bei  $\mathbf{y} = (p_1, p_2)^T$  um einen flachen Ausgang handelt.

## 4.4 Anwendung Flachheitsanalyse am Doppelkran

Herangezogen: ODE Modell des Gantrys aus Lagrange 2

(flatness\_notebooks/ODE\_flatness\_analysis\_control.ipynb)

-> Aus analytischer Modellbildung des Doppelkransystems folgen die 5 Systemgleichun-

gen:

$$m_2 \ddot{p}_1 - \frac{\tau_4 (-l_0 + p_1 - q_2 + s_2 \cos(p_3))}{l_2} - \frac{\tau_3 (p_1 - q_1 - s_2 \cos(p_3))}{l_1} = 0 \quad (4.17)$$

$$gm_2 + m_2 \ddot{p}_2 - \frac{\tau_4 (p_2 + s_2 \sin(p_3))}{l_2} - \frac{\tau_3 (p_2 - s_2 \sin(p_3))}{l_1} = 0 \quad (4.18)$$

$$J_2 \ddot{p}_3 - \frac{s_2 \tau_4 (p_2 + s_2 \sin(p_3)) \cos(p_3)}{l_2} + \frac{s_2 \tau_4 (-l_0 + p_1 - q_2 + s_2 \cos(p_3)) \sin(p_3)}{l_2} \\ + \frac{s_2 \tau_3 (p_2 - s_2 \sin(p_3)) \cos(p_3)}{l_1} - \frac{s_2 \tau_3 (p_1 - q_1 - s_2 \cos(p_3)) \sin(p_3)}{l_1} = 0 \quad (4.19)$$

$$m_1 \ddot{q}_1 - \tau_1 + \frac{\tau_3 (p_1 - q_1 - s_2 \cos(p_3))}{l_1} = 0 \quad (4.20)$$

$$m_3 \ddot{q}_2 - \tau_2 + \frac{\tau_4 (-l_0 + p_1 - q_2 + s_2 \cos(p_3))}{l_2} = 0. \quad (4.21)$$

- Bildung der Jacobi-Matrix dieser Gleichungen bezüglich  $\tau$ :

$$\mathbf{J}_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{p_1 - q_1 - s_2 \cos(p_3)}{l_1} & -\frac{-l_0 + p_1 - q_2 + s_2 \cos(p_3)}{l_2} \\ 0 & 0 & -\frac{p_2 - s_2 \sin(p_3)}{l_1} & -\frac{p_2 + s_2 \sin(p_3)}{l_2} \\ 0 & 0 & \frac{s_2 (p_2 - s_2 \sin(p_3)) \cos(p_3)}{l_1} - \frac{s_2 (p_1 - q_1 - s_2 \cos(p_3)) \sin(p_3)}{l_1} & -\frac{s_2 (p_2 + s_2 \sin(p_3)) \cos(p_3)}{l_2} + \frac{s_2 (-l_0 + p_1 - q_2 + s_2 \cos(p_3)) \sin(p_3)}{l_2} \\ -1 & 0 & \frac{p_1 - q_1 - s_2 \cos(p_3)}{l_1} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \frac{-l_0 + p_1 - q_2 + s_2 \cos(p_3)}{l_2} \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

- Dabei erkennt man, dass in den ersten beiden Spalten der zu den Systemgleichungen korrespondierenden Jacobi-Matrix zwei Eingangsgrößen jeweils isoliert vorkommen. Es ergeben sich zur Bestimmung der Größen  $\tau_1$  und  $\tau_2$  keine redundanten Gleichungen.

-> Dementsprechend können die letzten beiden Zeilen von  $\mathbf{J}_5$  eliminiert werden und jeweils eine Gleichung zur Bestimmung der Eingänge  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  aus den übrigen Eingängen ermittelt werden.

- Bei den übrigen Eingangsgrößen  $\tau_3$ ,  $\tau_4$  gibt es keine Spalten mehr in der darauf bezogenen Jacobimatrix  $\mathbf{J}_3$ , in denen diese nur einmal vorkommen:

$$\mathbf{J}_3 = \begin{pmatrix} -\frac{p_1 - q_1 - s_2 \cos(p_3)}{l_1} & -\frac{-l_0 + p_1 - q_2 + s_2 \cos(p_3)}{l_2} \\ -\frac{p_2 - s_2 \sin(p_3)}{l_1} & -\frac{p_2 + s_2 \sin(p_3)}{l_2} \\ \frac{s_2 (p_2 - s_2 \sin(p_3)) \cos(p_3)}{l_1} - \frac{s_2 (p_1 - q_1 - s_2 \cos(p_3)) \sin(p_3)}{l_1} & -\frac{s_2 (p_2 + s_2 \sin(p_3)) \cos(p_3)}{l_2} + \frac{s_2 (-l_0 + p_1 - q_2 + s_2 \cos(p_3)) \sin(p_3)}{l_2} \end{pmatrix}. \quad (4.23)$$

-> Aufgrund der nicht quadratischen Dimension von  $\mathbf{J}_3$ , gilt es eine linke Pseudoinverse  $\mathbf{J}_3^{L+} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$  zu finden:

$$\mathbf{J}_3^{L+} \mathbf{J}_3 = \mathbf{I}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

sowie das linke Orthokomplement (Vektorraum aller Zeilen, die orthogonal zu allen Spalten von  $\mathbf{J}_3$  sind)  $\mathbf{J}_3^{L\perp} \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ :

$$\mathbf{J}_3^{L\perp} \mathbf{J}_3 = \mathbf{0}_{1 \times 2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.25)$$

so dass eine Transformation  $\mathbf{T}$  der übrigen Systemgleichungen erneut Spalten einer korrespondierenden Jacobi-Matrix impliziert mit jeweils nur einem konstanten nicht-Null-Eintrag:

$$\mathbf{T}\mathbf{J}_3 = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_3^{L+} \\ \mathbf{J}_3^{L\perp} \end{pmatrix} \mathbf{J}_3 = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} \end{pmatrix} = \mathbf{I}_{3 \times 2}. \quad (4.26)$$

-> Da beide Matrizen nicht eindeutig sind, kann für ihre Bestimmung folgendermaßen vorgegangen werden:

$$\mathbf{J}_3^{L+} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} J_{3,(1,1)} & J_{3,(1,2)} \\ J_{3,(2,1)} & J_{3,(2,2)} \end{pmatrix}^{-1} & \mathbf{0}_{2 \times 1} \end{pmatrix}, \mathbf{J}_3^{L\perp} = \begin{pmatrix} J_{3,(2,1)}J_{3,(3,2)} - J_{3,(2,2)}J_{3,(3,1)} \\ -J_{3,(1,1)}J_{3,(3,2)} + J_{3,(1,2)}J_{3,(3,1)} \\ J_{3,(1,1)}J_{3,(2,2)} - J_{3,(1,2)}J_{3,(2,1)} \end{pmatrix}^T. \quad (4.27)$$

Aus der Multiplikation der somit gefundenen Transformationsmatrix  $\mathbf{T}$  mit den übrigen 3 Systemgleichungen lassen sich entsprechend der Forderung ihrer Konstruktion anschließend die verbleibenden Eingangskomponenten  $\tau_3$  und  $\tau_4$  sowie zwei transformierte Systemgleichungen eliminieren.

Die letzte verbleibende Systemgleichung enthält folgende Menge  $M$  an Systemgrößen und ihren Ableitungen:

$$M = \{p_1, p_2, p_3, \ddot{p}_1, \ddot{p}_2, \ddot{p}_3, q_1, q_2\}. \quad (4.28)$$

In dieser Gleichung kommen also sowohl  $q_1$  als auch  $q_2$  rein algebraisch vor. Eine dieser beiden Größen kann also ebenso wie der Eingang  $\tau$  eliminiert werden. Die übrigen Systemgrößen bilden einen flachen Ausgang  $\mathbf{y} = (p_1, p_2, p_3, q_1)^T$  oder alternativ  $\mathbf{y} = (p_1, p_2, p_3, q_2)^T$ . Die zur Eliminierung umgeformten Systemgleichungen ermöglichen die Parametrisierung der Systemgrößen durch einen flachen Ausgang.

Die konkreten Parametrisierungen aller Systemgrößen durch einen flachen Ausgang, die konstruktiv entsprechend dieses Flachheitsnachweises bestimmt werden können sind im Jupyter-Notebook berechnet worden und bestehen aus zu vielen Operationen, um diese übersichtlich hier darzustellen.

# Kapitel 5

## Regelungsstrategie

### 5.1 Regelung zur Stabilisierung von Ruhelagen

### 5.2 Trajektorienplanung des flachen Ausgangs

Aufgabe der Trajektorienplanung ist es, Zeitverläufe des flachen Ausgangs vorzugeben, anhand derer später die Eingänge parametrisiert werden können, um eine Überführung des Kransystems zwischen zwei Ruhelagen zu ermöglichen. An den real vorhandenen Versuchsstand gibt es keine festgelegten Anforderungen bezüglich Grenzwerten von etwa Beschleunigungen oder Geschwindigkeiten, die bei der Abfahrt von Trajektorien auftreten dürfen.

Aufgrund der einfachen Einprägung von Randbedingungen und Erfüllung von Differenzierbarkeitsbedingungen ist die Wahl eines polynombasierten Trajektorienansatzes sinnvoll. Aus der Flachheitsanalyse ist ersichtlich, dass der Eingang  $\tau_2 = \Phi(y_1^{(4)}, y_2^{(4)}, y_3^{(4)}, \ddot{y}_4, \dots)$  die höchsten Ausgangsableitungen aufweist. Damit für die polynomialen Trajektorien außerdem aus der Ruhelage  $(t_0, y_{i,0})$  ein stetig differenzierbarer Übergang der Eingangsgrößenverläufe ohne Sprünge an den Rändern in die Ruhelage  $(t_e, y_{i,e})$  gewährleistet werden kann, müssen demnach folgende Bedingungen erfüllt sein [8, S. 230]:

$$\begin{aligned} y_i(t_0) &= y_{i,0} \quad \text{für } i = 1, 2, 3, 4 \\ y_i(t_e) &= y_{i,e} \quad \text{für } i = 1, 2, 3, 4 \\ \dot{y}_i(t_0) &= \ddot{y}_i(t_0) = y_i^{(3)}(t_0) = y_i^{(4)}(t_0) = 0 \quad \text{für } i = 1, 2, 3 \\ \dot{y}_i(t_e) &= \ddot{y}_i(t_e) = y_i^{(3)}(t_e) = y_i^{(4)}(t_e) = 0 \quad \text{für } i = 1, 2, 3 \\ \dot{y}_4(t_0) &= \ddot{y}_4(t_0) = 0 \\ \dot{y}_4(t_e) &= \ddot{y}_4(t_e) = 0. \end{aligned} \tag{5.1}$$

Es ergeben sich Ansatzfunktionen für die Trajektorien des flachen Ausgangs mit jeweiliger Ordnung  $\alpha_i = 2N_i - 1$ , wobei  $N_i$  der Anzahl der Randbedingungen des jeweiligen

Ausgangs entspricht:

$$\begin{aligned} y_i(t) &= a_{i,9}t^9 + a_{i,8}t^8 + \dots + a_{i,0} \quad \text{für } i = 1, 2, 3; t_0 < t < t_e \\ y_4(t) &= a_{4,5}t^5 + a_{4,4}t^4 + \dots + a_{4,0} \quad \text{für } t_0 < t < t_e. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Die Koeffizienten der Trajektorien  $a_{i,j}$  können durch einsetzen der Randbedingungen und lösen des resultierenden linearen Gleichungssystems bestimmt werden. In der Simulation wurde als Implementierung dafür die Funktion *condition\_poly* der Bibliothek *sympbtools* verwendet.

## 5.3 Trajektorienfolgeregelung

### 5.3.1 Hintergrund

relativer grad ... (Buch von Röbenack) mit Definition 4.80 usw., aber nicht Erzeugung von y Ableitungen

### 5.3.2 Statische Rückführung

relativer vektorieller relativer Grad  $\mathbf{r}$  des MIMO-Systems [8, S. 194]:

- Durch Zeitableitungen der jeweiligen Komponente des flachen Ausgangs  $y_i$  kann die damit korrespondierende Komponente des relativen Grades  $r_i$  bestimmen. Diese entspricht der Ableitungsordnung, bei der das erste mal ein Eingang explizit auftritt.
- Hierbei werden die Zeitableitungen des Ausgangs durch Lie-Ableitungen entlang des Vektorfelds der Systemgleichungen  $\delta = \mathbf{f} + \mathbf{g}\tau$  rekursiv erzeugt:

$$y_i^{(k)} = L_\delta y_i^{(k-1)} \quad (5.3)$$

-In der folgenden Tabelle sind die daraus bestimmten relativen Grade sowie die dabei explizit auftretenden Eingänge aufgelistet.

**Tabelle 1** – Relative Grade der Ausgänge und explizites Auftreten der Eingänge.

$i$	1	2	3	4
$r_i$	2	2	2	2
explizites Auftreten von $\tau_j$ bei $y_i^{(r_i)}$	$\tau_3, \tau_4$	$\tau_3, \tau_4$	$\tau_3, \tau_4$	$\tau_1, \tau_3$

Das Fehlen von  $\tau_2$  bei allen dieser Ausgangsableitungen bedeutet für die Entkopplungsmatrix  $\mathbf{\Lambda}$  (auf Section Statische Eingangs-Ausgangs-Linearisierung verweisen) eine Singularität aufgrund der zweiten Nullspalte, denn der einzige von Null verschiedene

Eintrag in  $\mathbf{g}_2$  erfolgt durch  $g_{10,2} = \frac{1}{m_3}$  und die Lie-Ableitungen  $L_f y_i = \dot{y}_i$  geben nur die zeitliche Ableitung des flachen Ausgangs  $\dot{\mathbf{y}} = (\dot{p}_1, \dot{p}_2, \dot{p}_3, \dot{q}_1)^T$  wieder. So folgt für das relevante Produkt  $\frac{\partial L_f y_i}{\partial \dot{q}_2} = 0 \forall i$ . Allgemeiner gilt, dass ein Eingang  $\tau_j$  in den Ausgangsableitungen  $y_i^{(r_i)}$  genau dann nicht explizit auftritt, also die  $j$ -te Spalte von  $\mathbf{\Lambda}$  eine Nullspalte ist, wenn für alle zugehörigen gemischten Lie-Ableitungen  $L_{\mathbf{g}_j} L_{\mathbf{f}}^{r_i-1} y_i = 0$  gilt [8, S. 201]:

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{p_1 - q_1 - s_2 \cos(p_3)}{m_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} & \frac{-l_0 + p_1 - q_2 + s_2 \cos(p_3)}{m_2 \sqrt{(p_2 + s_2 \sin(p_3))^2 + (l_0 - p_1 + q_2 - s_2 \cos(p_3))^2}} \\ 0 & 0 & \frac{p_2 - s_2 \sin(p_3)}{m_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} & \frac{p_2 + s_2 \sin(p_3)}{m_2 \sqrt{(p_2 + s_2 \sin(p_3))^2 + (l_0 - p_1 + q_2 - s_2 \cos(p_3))^2}} \\ 0 & 0 & \frac{s_2(p_1 \sin(p_3) - p_2 \cos(p_3) - q_1 \sin(p_3))}{J_2 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} & \frac{s_2(l_0 \sin(p_3) - p_1 \sin(p_3) + p_2 \cos(p_3) + q_2 \sin(p_3))}{J_2 \sqrt{(p_2 + s_2 \sin(p_3))^2 + (l_0 - p_1 + q_2 - s_2 \cos(p_3))^2}} \\ \frac{1}{m_1} & 0 & \frac{-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3)}{m_1 \sqrt{(p_2 - s_2 \sin(p_3))^2 + (-p_1 + q_1 + s_2 \cos(p_3))^2}} & 0 \end{pmatrix}. \quad (5.4)$$

Analog gilt für den alternativen flachen Ausgang  $\mathbf{y} = (p_1, p_2, p_3, q_2)^T$  aufgrund des Fehlens von  $\tau_1$ , welches eine erste Nullspalte von  $\mathbf{\Lambda}$  impliziert.

Daher ist  $\mathbf{\Lambda}$  in dieser Form nie regulär und  $\mathbf{r}$  nie wohldefiniert und dieses System nicht statisch eingangs-ausgangs-linearisierbar. Stattdessen können zur Regelung Ansätze mit einer dynamischen Erweiterung oder quasistatischen Zustandsrückführung verfolgt werden.

### Zustandsrückführung aus Fehlerdynamik

Nach [8, S. 195] kann eine lineare Fehlerdynamik, in diesem Fall allerdings bezüglich des Trajektorienfolgefehlers  $e := y - y_{\text{ref}}$  und nicht eines Festwerts, angesetzt werden:

$$e^{(n)} + c_{n-1}e^{(n-1)} + \dots + c_1\dot{e} + c_0e = 0 \Leftrightarrow y^{(n)} = y_{\text{ref}}^{(n)} - c_{n-1}e^{(n-1)} - \dots - c_1\dot{e} - c_0e. \quad (5.5)$$

Die Koeffizienten  $c_i$ ,  $i \in 0, 1, \dots, n-1$  müssen so gewählt werden, dass das charakteristische Polynom dieser Gleichung ausschließlich Polstellen mit negativem Realteil aufweist.

### 5.3.3 Dynamische Erweiterung

Die Entkopplungsmatrix  $\mathbf{\Lambda}$  hat eine Nullspalte, weil  $\tau_2$  in keine  $r$  Ausgangsableitung  $y_i^{(r_i)}$  explizit auftritt. Somit gilt  $\text{rang } \mathbf{\Lambda} = k = 3 < m = 4$ .

Verhindern von frühzeitigem auftreten der 3 Eingangskomponenten  $\tau_1, \tau_3, \tau_4$  in den entsprechenden Ausgangsableitungen. Dafür:



- Ergänzung dieser Eingänge um in diesem Fall jeweils zwei Integratoren, so dass die neuen Eingangskomponenten bei der selben Ableitungsordnung das erste mal explizit auftreten wie  $\tau_2$  und Erweiterung der Systemgleichungen um die folgenden DGL:

$$\begin{aligned}
 \dot{\tau}_1 &=: \alpha_1 \\
 \dot{\tau}_3 &=: \alpha_3 \\
 \dot{\tau}_4 &=: \alpha_4 \\
 \dot{\alpha}_1 &=: \beta_1 \\
 \dot{\alpha}_3 &=: \beta_3 \\
 \dot{\alpha}_4 &=: \beta_4.
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

- Definition des neuen Eingangsvektors unter Einsortierung der zuvor abwesenden Komponente  $\tau_2$  zuletzt  $\tilde{\tau} = (\beta_1, \beta_3, \beta_4, \tau_2)^T$ .

- Erweiterung des Zustandsvektors auf  $\tilde{\mathbf{x}} = (\mathbf{x}, \tau_1, \tau_3, \tau_4, \alpha_1, \alpha_3, \alpha_4)^T$
- Umsortierung der Nullspalte von  $\mathbf{A}$  auf die letzte Position analog zum neuen Eingangsvektor
- Herleitung des Ausgangsableitungen über Lie-Ableitungen entlang erweiterter Zustandsgleichungen  $\tilde{\delta} = \tilde{\mathbf{f}} + \tilde{\mathbf{g}}\tilde{\tau}$  mit

$$\tilde{\delta} = \begin{pmatrix} \delta \\ \alpha_1 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \beta_1 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{f}} = \tilde{\delta}|_{\tilde{\tau}=0}, \quad \tilde{\mathbf{g}} = \frac{\partial \tilde{\delta}}{\partial \tilde{\tau}} \tag{5.7}$$

und diese sollen nach [8, S. 195] Gleichung 4.157 jeweils auch über:

$$y_i^{(r_i)} = L_{\tilde{\mathbf{f}}}^{r_i} y_i + L_{\tilde{\mathbf{g}}_1} L_{\tilde{\mathbf{f}}}^{r_i-1} y_i \beta_1 + L_{\tilde{\mathbf{g}}_2} L_{\tilde{\mathbf{f}}}^{r_i-1} y_i \beta_3 + L_{\tilde{\mathbf{g}}_3} L_{\tilde{\mathbf{f}}}^{r_i-1} y_i \beta_4 + L_{\tilde{\mathbf{g}}_4} L_{\tilde{\mathbf{f}}}^{r_i-1} y_i \tau_2. \tag{5.8}$$

berechnet werden können.

- Für dieses modifizierte System folgt somit stets für  $r_i = 4 \forall i$ .

Problem:

- Pole müssen weiter links Platziert werden für gutes Folgeverhalten bei Anfangsfehlern (wegen der zusätzlichen Integratoren bei den Eingängen ???)
- sehr lange Simulationsdauer

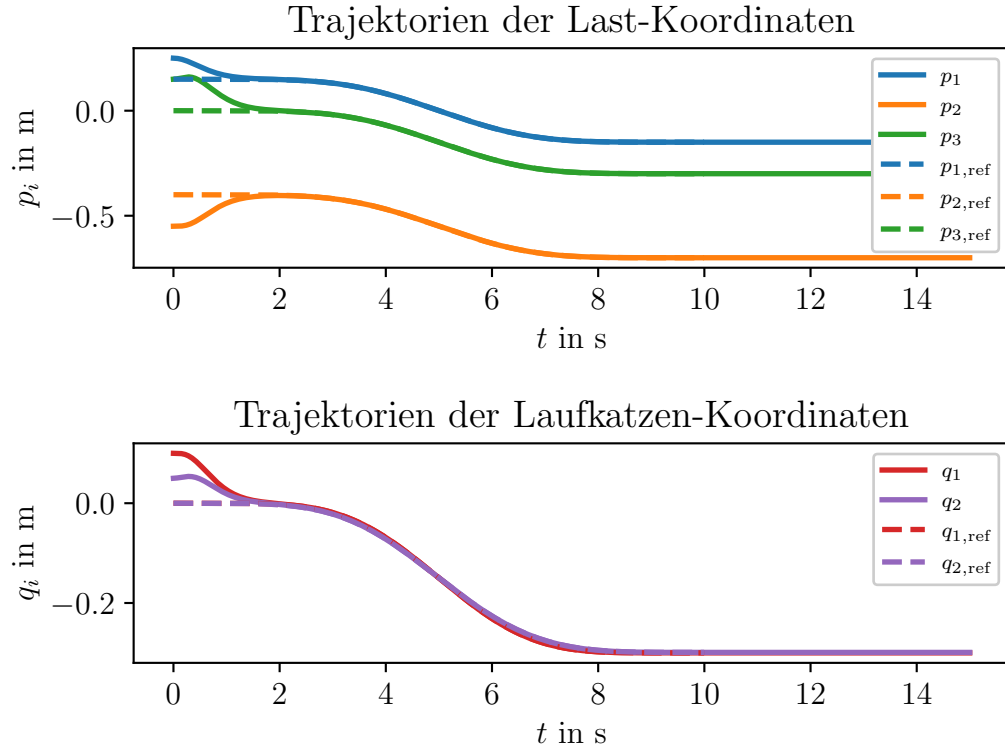


Abbildung 4 – Langbeschreibung, die gerne auch über mehrer Zeilen gehen darf.

### Anpassung der Trajektorienplanung

- an beiden Rändern für jede Referenztrajektorie jeweils 2 mal mehr stetig diffbar wegen weiterer differenzierender Zustände von  $\tau_1, \tau_3, \tau_4$  notwendig -> Trajektorienordnung erhöht sich jeweils um 4

### 5.3.4 Quasi-statische Rückführungen

Ebenso wie die dynamische Erweiterung kann eine quasi-statische Zustandsrückführung bei einem nicht wohldefiniertem relativen vektoriellen Grad im statischen Ansatz [8, S. 206].

- Im Folgenden wird der flache Ausgang  $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3, y_4)^T = (p_1, p_2, p_3, q_1)^T$  betrachtet.
- Zeitliche Ableitungen werden durch Lie-Ableitungen bezüglich des erweiterten Zustandsvektors  $\tilde{\mathbf{x}} = (\mathbf{x}, \tau, \dot{\tau})^T$  entlang des Vektorfelds der Zustandsgleichungen  $\tilde{\delta} = \tilde{\mathbf{f}} + \tilde{\mathbf{g}}\tilde{\tau}$

**Tabelle 2** – Auftreten der Eingänge  $\tau_j$  bei Ordnung  $k$  der Ausgangsableitung  $y_i$ .

$k$	$\tau_1$	$\tau_2$	$\tau_3$	$\tau_4$
$y_1^{(k)}$	4	4	2	2
$y_2^{(k)}$	4	4	2	2
$y_3^{(k)}$	4	4	2	2
$y_4^{(k)}$	2	>4	2	4
$(y_5^{(k)} = q_2^{(k)})$	>4	2	4	2)

mit

$$\tilde{\delta} = \begin{pmatrix} \mathbf{f} + \mathbf{g}\tau \\ \dot{\tau} \\ \ddot{\tau} \end{pmatrix} \quad (5.9)$$

- $\tau_3$  tritt das erste mal bei  $r_1 = 2$  in  $\ddot{y}_1$  sowie auch in allen anderen zweiten Ableitungen des flachen Ausgangs auf. Dies gilt nicht für alle weiteren Eingänge, da der relative vektorielle Grad für  $r_i = 2 \forall i$  nicht wohldefiniert ist.
- Außerdem tritt  $\tau_4$  auch bei  $r_3 = 2$  in  $\ddot{y}_1, \ddot{y}_2$  und  $\ddot{y}_3$ , nicht aber in  $\ddot{y}_4$  auf.
- > Widerspruch zu [8, S. 206], bei dem für Auftreten von  $u_2$  der Ausgang  $y_2$  noch weiter differenziert werden muss!
- $\tau_2$  tritt erst bei  $r_2 = 4$  in  $y_1^{(4)}, y_2^{(4)}$  oder  $y_3^{(4)}$  auf.
- $\tau_1$  tritt erst bei  $r_4 = 2$  in  $\ddot{y}_4$  auf.
- Definition neuer Eingänge:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 &= \ddot{p}_1 =: v_1 = \gamma_1(x, \tau_3, \tau_4) \\ y_2^{(4)} &= p_2^{(4)} =: v_2 = \gamma_2(x, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \dot{\tau}_3, \dot{\tau}_4, \ddot{\tau}_3, \ddot{\tau}_4) \\ \ddot{y}_3 &= \ddot{p}_3 =: v_3 = \gamma_3(x, \tau_3, \tau_4) \\ \ddot{y}_4 &= \ddot{q}_1 =: v_4 = \gamma_4(x, \tau_1, \tau_3). \end{aligned} \quad (5.10)$$

- Daraus ersichtlich, dass aus einem Gleichungssystem aus  $v_1, v_3$  und  $v_4$  in denen alle Eingänge jeweils affin auftreten, eine explizite Darstellung von  $\tau_1, \tau_3$  und  $\tau_4$  möglich ist.
- > im Gegensatz zu [8, S. 207], bei dem relative Grade der Ausgangskomponenten aufsteigend sind, so dass kein Gleichungssystem gelöst werden muss, sondern sukzessives Einsetzen vorher berechneter Eingänge und Umstellen der abgeleiteten Ausgänge genügt.
- Die Berechnung von  $\tau_2$  erfordert größeren Aufwand. Dabei Substitution bisheriger Eingangskomponenten und deren Ableitungen, welche aus Lie-Ableitung entlang von  $\tilde{\delta}$  generiert werden. Es folgt ein sehr umfangreicher Ausdruck für  $\tau_2$ , der bereits zu diesem Zeitpunkt mehr als einhunderttausend Rechenoperationen enthält.
- Nach [8, S. 208] kann eine lineare Fehlerdynamik  $\mathbf{v}$  entsprechend jeweiligem relativen Grad der Ausgangskomponente angesetzt werden. Für  $v_1, v_3$  und  $v_4$  diese jeweils nur

von Zustandskomponenten abhängig, bei  $v_2$  allerdings auch von  $\ddot{y}_2 = \ddot{p}_2$  und  $y_2^{(3)} = p_2^{(3)}$  :

$$\begin{aligned}\ddot{p}_2 &= L_{\delta}\dot{y}_2 = L_{\delta}\dot{p}_2 \\ p_2^{(3)} &= L_{\delta}\ddot{p}_2.\end{aligned}\tag{5.11}$$

und Ableitungen der anderen Komponenten von  $\mathbf{v}$ , die wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned}\ddot{e} + c_1\dot{e} + c_0e &= 0 \\ e^{(3)} + c_1\ddot{e} + c_0\dot{e} &= 0 \\ e^{(3)} + c_1(-c_1\dot{e} - c_0e) + c_0\dot{e} &= 0 \\ e^{(3)} - c_1^2\dot{e} + c_0\dot{e} - c_0c_1e &= 0 \\ e^{(3)} + (c_0 - c_1^2)\dot{e} - c_0c_1e &= 0 \\ e^{(4)} + (c_0 - c_1^2)\ddot{e} - c_0c_1\dot{e} &= 0 \\ e^{(4)} + (c_0 - c_1^2)(-c_1\dot{e} - c_0e) - c_0c_1\dot{e} &= 0 \\ e^{(4)} + (c_1^3 - 2c_0c_1)\dot{e} + (c_0c_1^2 - c_0^2)e &= 0 \\ \Rightarrow \text{für } i = 1, 3, 4 : \dot{v}_i = y_i^{(3)} = y_{i,\text{ref}}^{(3)} - (c_{i,0} - c_{i,1}^2)\dot{e} + c_{i,0}c_{i,1}e \\ \ddot{v}_i = y_i^{(4)} = y_{i,\text{ref}}^{(4)} - (c_{i,1}^3 - 2c_{i,0}c_{i,1})\dot{e} - (c_{i,0}c_{i,1}^2 - c_{i,0}^2)e,\end{aligned}\tag{5.12}$$

so dass sich der neue Eingang  $v_2$  wie folgt ergibt:

$$v_2 = y_2^{(4)} = y_{\text{ref}}^{(4)} - c_{2,3}(y^{(3)} - y_{\text{ref}}^{(3)}) - c_{2,2}(\ddot{y} - \ddot{y}_{\text{ref}}) - c_{2,1}(\dot{y} - \dot{y}_{\text{ref}}) - c_{2,0}(y - y_{\text{ref}}) \tag{5.13}$$

- Problem mit Singularitäten wenn in den Berechneten Stellgrößen wirklich alle gemessenen Zustandskomponenten  $\mathbf{x}$  vorkommen statt nur die von  $\mathbf{y}$  und seinen Ableitungen.

### Singularitäten in der Nähe von Ruhelagen

In allen Eingangsgrößen treten bei diesem quasi-statischen Rückführungsentwurf in der Nähe von Ruhelagen Singularitäten auf. Diese ergeben sich aus numerischen Effekten. Beim Einsetzen einer zuvor ermittelten Ruhelage entstehen Definitionslücken, sowohl Zähler als auch Nenner der Eingangsgrößen werden Null. Es ist nicht auszuschließen, dass diese durch algebraische Manipulation hebbar sind. Allerdings ist eine weitere händische Untersuchung dieses Zusammenhangs mit hohem Aufwand verbunden und wird im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter verfolgt. Die CAS-Bibliothek SymPy bietet mittels des Aufrufs `simplify` allerdings keine Behebung dieses Problems in den Eingangsgrößen.

Für eine weitere Betrachtung würden sich die einfacheren Terme der Nenner  $N_{1,3,4}$  von  $\tau_1$ ,  $\tau_3$  und  $\tau_4$  anbieten:

$$\begin{aligned} N_{1,3,4} = & s_2(-4l_0pm_1 \sin(pm_3) + 2l_0pm_2 \cos(pm_3) + 4l_0qm_1 \sin(pm_3) + l_0s_2 \sin(2pm_3) \\ & + 4pm_1^2 \sin(pm_3) - 4pm_1pm_2 \cos(pm_3) - 4pm_1qm_1 \sin(pm_3) - 4pm_1qm_2 \sin(pm_3) \\ & + 2pm_2qm_1 \cos(pm_3) + 2pm_2qm_2 \cos(pm_3) + 4qm_1qm_2 \sin(pm_3) - qm_1s_2 \sin(2pm_3) \\ & + qm_2s_2 \sin(2pm_3)). \end{aligned} \quad (5.14)$$

Des Weiteren ist die Fragestellung von Interesse, weshalb sich solche Lücken bei der Konstruktion der Trajektorie in den Ruhelagen ergeben.

### 5.3.5 Exact feedforward linearization

An der Stelle einer Kompensation der Nichtlinearität mittels Rückführung der gemessenen beziehungsweise simulierten Zustandskomponenten wie bei der exakten Eingangs-Ausgangs-Linearisierung wird im Folgenden die Referenztrajektorie eingesetzt. [4]

Heuristisch wird eine Fehlerdynamik der Ordnung zwei für alle Komponenten des Koordinatenvektors angesetzt:

$$\ddot{\theta} = \ddot{\theta}_{\text{ref}} - \mathbf{c}_1^T \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{c}_0^T \mathbf{e}. \quad (5.15)$$

Aus der Zusammensetzung des Zustandsvektors  $\mathbf{x} = (\theta, \dot{\theta})^T$  und der eingangsaffine Zustandsraumdarstellung kann außerdem der Zusammenhang:

$$\ddot{\theta} = \mathbf{f}_{[6,10]}(\theta) + \mathbf{g}_{[6,10]}(\theta)\tau \quad (5.16)$$

hergestellt werden. Dabei bedeutet die Indizierung  $\bullet_{[i,j]}$ , die Auswahl der Zeilen  $i$  bis  $j$  von  $\bullet$ . Da  $\tau \in \mathbb{R}^4$  und  $\mathbf{g}_{[6,10]} \in \mathbb{R}^{5 \times 4}$  gilt, kann dieser Zusammenhang über die Bildung einer Pseudo-Inversen von  $\mathbf{g}_{[6,10]}^+$  nach dem Eingangsvektor aufgelöst werden:

$$\tau = \mathbf{g}_{[6,10]}^+(\theta) (\ddot{\theta}_{\text{ref}} - \mathbf{c}_1^T \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{c}_0^T \mathbf{e} - \mathbf{f}_{[6,10]}(\theta)). \quad (5.17)$$

Unter Einsetzen von  $\theta_{\text{ref}}$  in  $\mathbf{g}_{[6,10]}^+$  und  $\mathbf{f}_{[6,10]}(\theta)$  wird die Exact feedforward linearization realisiert:

$$\tau = \mathbf{g}_{[6,10]}^+(\theta_{\text{ref}}) (\ddot{\theta}_{\text{ref}} - \mathbf{c}_1^T \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{c}_0^T \mathbf{e} - \mathbf{f}_{[6,10]}(\theta_{\text{ref}})). \quad (5.18)$$

### Vereinfachung mittels Ausgangsselektion

Statt der Nutzung einer Pseudo-Inversen kann auch eine Selektion von vier der fünf Gleichungen der Beschleunigungen  $\ddot{\theta}$  vorgenommen werden. Symbolisch werde dies über

eine Selektionsmatrix  $S$  dargestellt:

$$\mathbf{S}\ddot{\theta} = \mathbf{S}(\ddot{\theta}_{\text{ref}} - \mathbf{c}_1^T \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{c}_0^T \mathbf{e}) = \mathbf{S}\mathbf{f}_{[6,10]}(\theta) + \mathbf{S}\mathbf{g}_{[6,10]}(\theta)\tau. \quad (5.19)$$

Durch die Wahl der letzten 4 Gleichungen kann eine direkte Inversion der somit quadratischen Eingangsmatrix  $\mathbf{g}_{[7,10]} = \mathbf{S}\mathbf{g}_{[6,10]}$  erfolgen:

$$\tau = \mathbf{g}_{[7,10]}^{-1}(\theta_{\text{ref}}) \mathbf{S}(\ddot{\theta}_{\text{ref}} - \mathbf{c}_1 \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{c}_0 \mathbf{e} - \mathbf{f}_{[6,10]}(\theta_{\text{ref}})) \text{ mit } \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5.20)$$

Diese Berechnungsvorschrift der Stellgrößen enthält deutlich weniger Operationen als alle zuvor dargestellten Ansätze. Damit eignet sie sich insbesondere für eine spätere Implementierung in Echtzeitsystemen sowie sehr viel kürzeren Simulationszeiten. Es ergibt sich für Beispieltrajektorien mit Anfangsfehlern ein sehr gutes Folgeverhalten sowie eine stationäre Genauigkeit.

### Stabilitätsbetrachtung

Ljapunows erste (indirekte) Methode zeigt, dass entlang ausgewählter Trajektorien zu späteren Zeitpunkten der Simulation Eigenwerte mit positiven Realteil vorkommen. Es ist möglich, dass aufgrund des bis dahin abgeklungenen Folgefehlers keine weitere Destabilisierung des Systems stattfindet, sondern eine stationäre Genauigkeit dennoch erreicht wird. Bis zum Ende der Simulationen weisen alle Eigenwerte erneut einen negativen Realteil auf. Andere Wahl von Rückführung (keine lineare Dynamik) könnte dieses Problem lösen.

# Kapitel 6

## Fazit und Ausblick

### 6.1 Fazit

bla

### 6.2 Ausblick

blub

# Kapitel 7

## war schon

In den folgenden Abschnitten werden einige Erläuterungen zur L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Dokumentenklasse `ArbeitRST.cls` gegeben werden. Diese basiert auf der Klasse `scrbook` aus dem KOMA-Script-Paket und kann daher mit Hilfe der Methoden aus diesem Paket modifiziert werden. Für nähere Informationen dazu sei auf die KOMA-Script-Anleitung unter <http://www.ctan.org/pkg/koma-script> verwiesen. Das Wichtigste in Kürze gibt es auch in einem Cheatsheet unter <https://ctan.org/pkg/latex-refsheet>.

Die Vorlage wurde zuletzt am 14. August 2022 getestet mit der folgenden Version von KOMA-Script: 2020/01/24 v3.29 KOMA-Script

### Changelog

- 09.10.2020: Kompatibilität mit neuen KOMA-Script Versionen hergestellt (scrpage2 → scrlayer-scrpage).
- 09.07.2019: Umstellung auf biber/biblatex.

## 7.1 Informationen zu schriftlichen Arbeiten am RST

Informieren Sie sich in der für Sie relevanten Prüfungsordnung über die Anzahl der geforderten Exemplare die eingereicht werden müssen. Bitte beachten Sie, dass jedes dieser Exemplar die Aufgabenstellung enthalten muss. Lassen Sie diese bitte beim Binden zwischen der Titelseite und der Selbstständigkeitserklärung einfügen. Eines der Exemplare muss dabei das originale, vom Vorsitzenden des Prüfungsausschusses und dem verantwortlichen Hochschullehrer unterzeichnete, Dokument enthalten, bei den restlichen genügen Kopien. Bitte beachten Sie, dass die Arbeit einseitig ausgedruckt werden muss. Ausschlaggebend für die fristgemäße Einreichung ist die Bestätigung des Prüfungsamtes. Informieren Sie sich daher im Vorfeld über die Öffnungszeiten am Abgabetag. Sollte das Prüfungsamt geschlossen haben, ist es in der Regel möglich mit



den Mitarbeitern eine individuelle Vereinbarung zu treffen.

## 7.2 Die Titelseite

Die Titelseite kann über die in Tabelle 3 angegebenen Befehle angepasst werden.

**Tabelle 3** – Befehle zum Anpassen der Titelseite

Befehl	Bedeutung
<code>\author</code>	legt den Namen des Autors der Arbeit fest
<code>\geburtsdatum</code>	legt das Geburtsdatum des Autors fest
<code>\geburtsort</code>	legt das Geburtsort des Autors fest
<code>\title</code>	legt den Titel der Arbeit fest
<code>\subtitle</code>	legt den Untertitel der Arbeit fest
<code>\betreuer</code>	fügt einen Betreuer hinzu
<code>\date</code>	legt das Einreichungsdatum der Arbeit fest – wird dieser Befehl nicht aufgerufen wird standardmäßig das zum Kompilationszeitpunkt eingestellte Systemdatum verwendet.

## 7.3 Die ständigkeitserklärung

In der Selbstständigkeitserklärung werden automatisch der Typ der Arbeit, ihr Titel sowie der Name des Autors übernommen. Der Ort kann über den Befehl `\selbstort` geändert werden, wobei standardmäßig „Dresden“ verwendet wird. Das Datum ist standardmäßig identisch zum Einreichungsdatum, kann aber mit dem Befehl `\selbstdatum` geändert werden.

## 7.4 Kurzfassung

Eine Kurzfassung der Arbeit kann mit dem Befehl `\kurzfassung{deutsch}{englisch}` eingefügt werden. Das erste Argument entspricht dabei der deutschen, das zweite der englischen Version.

## 7.5 Auswahl des Typs der Arbeit

Zur Auswahl des Typs der Arbeit steht die Klassenoption `arbeit` zur Verfügung. Mit dieser können sie zwischen Diplom-, Master- und Studienarbeit sowie dem Bericht zum Forschungspraktikum auswählen:

**Tabelle 4** – Auswahl des Typs der Arbeit mittels Klassenoptionen

Diplomarbeit	<code>\documentclass[arbeit=diplom]{ArbeitRST}</code>
Masterarbeit	<code>\documentclass[arbeit=master]{ArbeitRST}</code>
Studienarbeit	<code>\documentclass[arbeit=studie]{ArbeitRST}</code>
Bericht zum Forschungspraktikum	<code>\documentclass[arbeit=forsch]{ArbeitRST}</code>

## 7.6 Eingebundene Pakete

In der Dokumentenklasse werden bereits einige L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Pakete geladenen. Davon sind die zum Verfassen einer Arbeit möglicherweise relevanten in der Tabelle 5 aufgeführt.

**Tabelle 5** – Auswahl eingebundener Pakete

<code>amsmath</code> , <code>amssymb</code> , <code>amsfonts</code> , <code>amsthm</code>	Pakete zum Satz mathematischer Formeln, Dokumentation finden sie unter <a href="http://www.ams.org/publications/authors/tex/amslatex">http://www.ams.org/publications/authors/tex/amslatex</a> , besonders empfehlenswert ist der „Short Math Guide for L <sup>A</sup> T <sub>E</sub> X“
<code>booktabs</code>	ermöglicht das Setzen „schöner“ Tabellen, Dokumentation unter <a href="http://ctan.org/pkg/booktabs">http://ctan.org/pkg/booktabs</a>
<code>cite</code>	verbessert einige Aspekte des Zitierens, Dokumentation unter <a href="http://ctan.org/pkg/cite">http://ctan.org/pkg/cite</a>
<code>caption</code> , <code>subcaption</code>	Pakete zum Anpassen der Unter- und Überschriften von Tabellen, Grafiken etc., Dokumentation unter <a href="http://ctan.org/pkg/caption">http://ctan.org/pkg/caption</a> <a href="http://ctan.org/pkg/subcaption">http://ctan.org/pkg/subcaption</a>

Neben diesen Paketen wird das Paket `hyperref` (<http://ctan.org/pkg/hyperref>) zur farbigen Hervorhebung von Verweisen, Links etc. eingebunden. Bitte deaktivieren Sie diese Markierungen vor dem Ausdrucken mit Hilfe des Befehls

```
\hypersetup{hidelinks}.
```

## 7.7 Zusätzliche Makros

In die Dokumentenklasse `ArbeitRST` wurden einige Makros aufgenommen, die sich bei der Arbeit mit  $\text{\LaTeX}$  als nützlich erwiesen haben.

**Tabelle 6** – Zusätzliche Makros und Umgebungen

Syntax	Ausgabe	Beschreibung
<code>\vect{a}</code>	<b><i>a</i></b>	Umschaltung auf fette Schriftart im Mathemodus – oft für Vektoren genutzt
<code>\diag(a,\ldots,z)</code>	$\text{diag}(a, \dots, z)$	Nützlich zur Definition von Diagonalmatrizen
<code>\diff[n]{q}{t}</code>	$\frac{d^n q}{dt^n}$	Ableitungen darstellen
<code>\partiell[n]{q}{t}</code>	$\frac{\partial^n q}{\partial t^n}$	partielle Ableitungen darstellen
<code>\dr</code>	d	Aufrechtes d für Integrale ( $\int f(t)dt$ )
<code>\Reals</code>	$\mathbb{R}$	Körper der reellen Zahlen
<code>\Compl</code>	$\mathbb{C}$	Körper der komplexen Zahlen
<code>\Real(a)</code>	$\Re(a)$	Realteil von $a$
<code>\Imag(a)</code>	$\Im(a)$	Imaginärteil von $a$
<code>\norm{a}</code>	$\ a\ $	Norm von $a$
<code>\abs{a}</code>	$ a $	Betrag von $a$
<code>\skalprod{a}{b}</code>	$\langle a, b \rangle$	Skalarprodukt von $a$ und $b$
<code>\grad(a)</code>	$\text{grad}(a)$	Gradient von $a$
<code>\div(a)</code>	$\text{div}(a)$	Divergenz von $a$

Neben diesen Makros wurden Umgebungen zum Erzeugen von Definitionen (`definition`), Beispielen (`beispiel`), Lemmata (`lemma`) und Bemerkungen (`bemerkung`) definiert.

## 7.8 Weitere Informationen

Da  $\text{\LaTeX}$  seine Funktionalität im wesentlichen durch frei verfügbare Pakete erhält, ist es günstig eine Distribution zu installieren, die bereits die wesentlichen Pakete enthält und

**Tabelle 7** – Beispiele der vordefinierten Umgebungen

Syntax	Ausgabe
<code>\begin{definition}[Beispiel]</code> Beispiel für eine Definitionsumgebung <code>\end{definition}</code>	<b>Definition 7.1</b> (Beispiel). <i>Beispiel für eine Definitionsumgebung</i>
<code>\begin{beispiel}[Beispiel]</code> Beispiel für eine Beispielumgebung <code>\end{beispiel}</code>	<b>Beispiel 7.1</b> (Beispiel). <i>Beispiel für eine Beispielumgebung</i>
<code>\begin{lemma}[Beispiel]</code> Beispiel für eine Lemmaumgebung <code>\end{lemma}</code>	<b>Lemma 7.1</b> (Beispiel). <i>Beispiel für eine Lemmaumgebung</i>
<code>\begin{bemerkung}[Beispiel]</code> Beispiel für eine Bemerkungsumgebung <code>\end{bemerkung}</code>	<b>Bemerkung 7.1</b> (Beispiel). <i>Beispiel für eine Bemerkungsumgebung</i>

das Hinzufügen weiterer Pakete vereinfacht. Für Windows existiert beispielsweise MiKTeX (<http://miktex.org/>) und für Linux TeX Live (<http://www.tug.org/texlive/>). Zum Erstellen von L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Dokumenten unter Windows hat sich das Programm TeXnicCenter (<http://www.texniccenter.org/>), vor allem in Verbindung mit dem Sumatra PDF-Betrachter (<http://blog.kowalczyk.info/software/sumatrapdf>), als sehr nützlich erwiesen. Unter Linux gilt dasselbe für das Programm Kile (<http://kile.sourceforge.net/>). Zum Erstellen und Verwalten von Bibtex-Dateien wurden gute Erfahrungen mit JabRef (<http://jabref.sourceforge.net/>) gemacht. Es existieren zahlreiche Bücher zum Umgang mit L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, von denen an dieser Stelle nur [7] aufgeführt wird.

# Kapitel 8

## Einige Informationen zu L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

### 8.1 Generalles zu Schriftgrößen, Hervorhebungen und Abständen

Im Gegensatz zu WYSIWAG-Programmen wie Microsoft Word oder LibreOffice muss sich der Nutzer nicht um die explizite Festlegung der Schriftgrößen kümmern. Für das Dokument wird eine Basisschriftgröße definiert – im hier vorliegenden Fall 12 pt –, und alle anderen Größen von Überschriften etc. werden entsprechend gültiger und anerkannter Satzregeln automatisch festgelegt. Nur ausnahmsweise sollte die Schriftgröße manuell festgelegt werden. Hierzu gibt es die Makros `\tiny`, `\footnotesize`, `\small`, `\normalsize`, `\large`, `\Large`, `\huge` und `\Huge`.

Hervorhebungen sollte man nicht durch fette Buchstaben oder Unterstreichungen realisieren, sondern durch kursiv setzen. Dies geschieht mit dem Befehl `\emph{Text der kursiv gesetzt werden soll}`.

Einen Absatz beendet man in L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X mit einer Leerzeile und nicht, was häufig falsch gemacht wird, mit einem Doppelbackslash `\\`:

Korrekter L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Code:

Dies ist der erste Absatz.

Hier beginnt der zweite Absatz.

Falscher L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Code:

Dies ist der erste Absatz.\\  
Hier beginnt der zweite Absatz.

oder auch falsch:

Dies ist der erste Absatz.\\

Hier beginnt der zweite Absatz.

Im kompilierten Dokument wird ein neuer Absatz entweder durch eine Einrückung in der ersten Zeile, oder durch einen vertikalen Abstand zum vorherigen Absatz kenntlich gemacht. Dieses Verhalten steuert man mit den Schaltern `\parindent` und `\parskip` am

Beginn des Dokuments. Der Parameter `\parindent` legt fest, mit welcher Einrückung jeder neue Absatz beginnen soll, der Parameter `\parskip` legt fest, wieviel vertikaler Abstand zwischen zwei Absätzen liegen soll. Einer der beiden Werte sollte ungleich Null gesetzt sein, z.B. auf `2ex`<sup>1</sup>. Beide Werte ungleich Null zu setzen macht satztechnisch keinen Sinn. Dieses Dokument ist mit

```
\setlength{\parindent}{0ex}
\setlength{\parskip}{2ex}
```

gesetzt worden.

Auf die Absatzgestaltung ist auch bei Formeln zu achten, je nachdem, ob nach einer Formel ein neuer Absatz beginnt oder nicht:

Nach der Formel beginnt neuer Absatz:

```
Man erhält letztendlich
\begin{equation}
a^2 + b^2 = c^2.
\end{equation}
```

Nun wird der Abstand zur Quelle betrachtet.

Nach der Formel geht der Satz weiter:

```
Es ergibt sich die Gleichung
\begin{equation}
a^2 + b^2 = c^2
\end{equation}
in der $a$, $b$ und $c$ die
Seiten des Dreiecks sind.
```

Man erhält letztendlich	Es ergibt sich die Gleichung
$a^2 + b^2 = c^2. \quad (8.1)$	$a^2 + b^2 = c^2 \quad (8.2)$
Nun wird der Abstand zur Quelle betrachtet.	in der $a$ , $b$ und $c$ die Seiten des Dreiecks sind.

## 8.2 Etwas Mathematik

L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X eignet sich in besonderem Maße zum Setzen von mathematischen Formeln. Eine einzelne Formel erhalten Sie mit der `equation`-Umgebung:

$$1 + e^{i\pi} = 0. \quad (8.3)$$

Bitte beachten Sie, dass Formeln Teil des Satzes sind und somit mit den entsprechenden Satzzeichen versehen werden müssen<sup>2</sup>.

<sup>1</sup>1ex = Breite des Buchstabens x

<sup>2</sup>Dies ist ein langer Fussnotentext, um zu testen, wie es mit der Einrückung aussieht bei mehrzeiligen Fussnoten. Da kann es zu unschönem Aussehen kommen.

In der Regel genügt es, für eine Gleichung nur dann eine Nummer zu vergeben, wenn Sie später auch auf diese verweisen. Um auf die Nummer einer Gleichung zugreifen zu können verwenden Sie den Befehl `\eqref`:

... wie in Gl. (8.3) gezeigt....

Möchten Sie verhindern, dass eine Gleichung nummiert wird, verwenden Sie die `equation*`-Umgebung:

$$E + F - K = 2.$$

Mathematische Ausdrücke im Text werden durch Dollarzeichen abgegrenzt, z.B.: „Es gilt stets  $x \approx \sin(x)$ , man kann also davon ausgehen, dass  $|x| < 10$ “.

Für Gleichungssysteme bietet sich die `align`- bzw. `align*`-Umgebung an, wobei bei letzterer keine Gleichungsnummern ausgegeben wird:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \tag{8.4}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}. \tag{8.5}$$

Alternativ können Sie auch eine `aligned`-Umgebung verwenden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{\partial v}{\partial x}. \end{aligned} \tag{8.6}$$

Mit Hilfe der `subequations`-Umgebung lassen sich die Nummern der einzelnen Gleichungen eines Systems vereinheitlichen:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(vh)}{\partial x} = 0 \tag{8.7a}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( gh + \frac{u^2}{2} \right) = 0. \tag{8.7b}$$

Die `subequations`-Umgebung funktioniert auch zusammen mit mehreren einzelnen Gleichungen:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(vh)}{\partial x} = 0 \tag{8.8a}$$

und

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( gh + \frac{u^2}{2} \right) = 0. \tag{8.8b}$$

Mit dem `intertext`-Befehl kann man auch innerhalb von `align`-Umgebungen Anmerkungen zwischen den Zeilen einfügen, ohne dass die Formelausrichtung verloren geht:



$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(vh)}{\partial x} = 0 \quad (8.9a)$$

Es gilt außerdem:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( gh + \frac{u^2}{2} \right) = 0. \quad (8.9b)$$

Für wichtige mathematische Funktionen gibt es in L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X vordefinierte Makros, zum Beispiel `\sin` für `sin` (anstelle der Ausgabe von `sin`):

`\sin, \cos, \tan, \cot, \arcsin, \arccos, \arctan,`  
`\log, \ln, \sinh, \cosh, \tanh, \coth`

Weitere Details können diesem Dokument entnommen werden: <ftp://ftp.ams.org/ams/doc/amsmath/short-math-guide.pdf> bzw. der Gesamtdokumentation des Paketes `amsmath`: <ftp://ftp.ams.org/ams/doc/amsmath/amsldoc.pdf>.

# Kapitel 9

## Verwaltung und Zitation von Literatur

Die Literaturverwaltung und Referenzierung von verwendeter Literatur ist in L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X komfortabel möglich. Diese Vorlage verwendet das neue `biblatex`/`biber`-System. Bitte verwenden Sie nicht das veraltete `bibtex`!

Es wird zunächst eine Datei aufgebaut, die die Literaturquellen sammelt. Diese Datei muss die Dateiendung `.bib` haben, also z.B. `Literatur-Arbeit.bib`. Jedem Eintrag wird dabei ein Kürzel zugewiesen. Auf die Literaturstelle wird dann innerhalb Ihres L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Dokuments mit dem `\cite`-Befehl verwiesen. Also z.B. so: `\cite{FLMR95ijc}` liefert [1].

Informationen zum Aufbau der `.bib`-Datei finden sich hier: <https://verbosus.com/bibtex-style-examples.html>. In der Regel werden die Eintragstypen `book`, `article` und `inbook` benötigt.

Damit beim Kompilieren der L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Datei eine korrekte Verarbeitung der Literatur erfolgt, muss am Beginn des Dokuments

```
\addbibresource{Literatur-Arbeit.bib}
```

und am Ende

```
\printbibliography
```

eingefügt werden, so wie in dieser Vorlage schon geschehen. Zur Erstellung des Gesamtdokuments sind dann folgende Kommandos erforderlich:

```
pdflatex ArbeitRST.tex
biber ArbeitRST
pdflatex ArbeitRST.tex
pdflatex ArbeitRST.tex
```

**Achtung!** Wenn Sie ihren Text in einer L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Entwicklungsumgebung schreiben, müssen Sie das dortige Kommando zur Literaturerstellung ggf. anpassen!

Details zur Nutzung und Konfiguration von biblatex: [https://de.sharelatex.com/learn/Bibliography\\_management\\_with\\_biblatex](https://de.sharelatex.com/learn/Bibliography_management_with_biblatex).

Hinweise zu deutschsprachigen Anpassungen: [www.nagel-net.de/Latex/DOKU/DTK-2\\_2008-biblatex-Teil1.pdf](http://www.nagel-net.de/Latex/DOKU/DTK-2_2008-biblatex-Teil1.pdf).

Ein Programm zur komfortablen, plattformunabhängigen Verwaltung von bib-Dateien ist JabRef: <http://www.jabref.org/>.

Eine Untersuchung zu Umlauten findet sich hier

# Kapitel 10

## Ausführlicher Kapiteltitel, der wirklich viel zu lang für das Inhaltsverzeichnis in dieser Dokumentvorlage ist

<b>In diesem Kapitel sind einige Abbildungen verstreut, um den Umgang mit Grafiken zu demonstrieren. Der restliche Text ist Blindtext.</b>
--

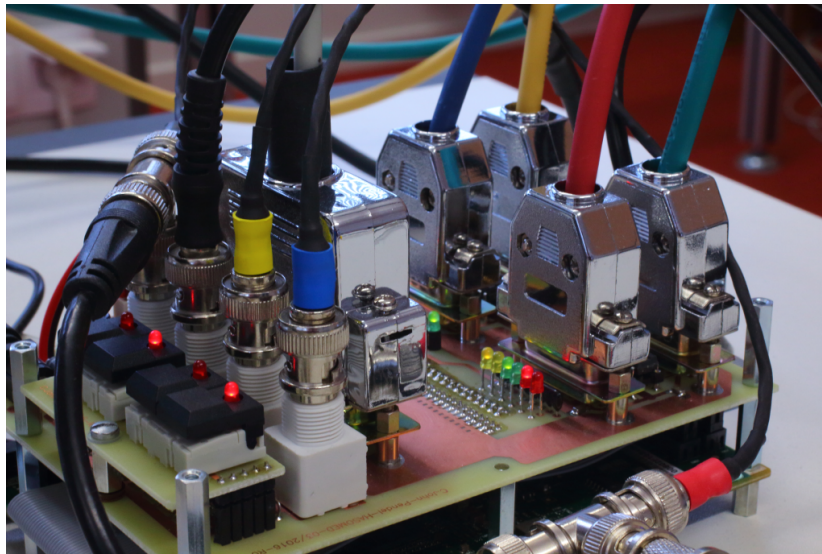
Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Das hier ist der zweite Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

## 10.1 Unterabschnitt 1

Und nun folgt – ob man es glaubt oder nicht – der dritte Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Nach diesem vierten Absatz beginnen wir eine neue Zählung. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.



**Abbildung 5** – Ein Hochleistungsschnittstellenboard wie es typisch in regelungstechnischen Echtzeitanwendungen ist, um höchsten technologischen Anforderungen im Rahmen der Industrie 4.0 gerecht zu werden.

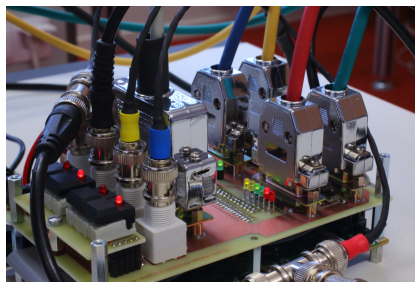
### 10.1.1 Unter-unterabschnitt 1

Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld.  $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\beta) = 1$ . Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an  $E = mc^2$ . Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen.  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ . An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft.  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ . Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein.  $a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$ . Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein.  $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$ . Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld.  $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\beta) = 1$ . Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an  $E = mc^2$ . Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen.  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ . An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft.  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ . Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein.  $a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$ . Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein.  $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$ . Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text

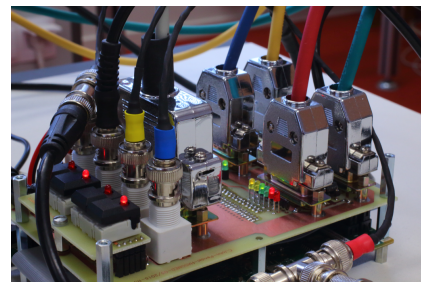
liest, ist selbst schuld.  $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\beta) = 1$ . Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an  $E = mc^2$ . Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen.  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ . An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft.  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ . Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein.  $a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$ . Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein.  $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$ . Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld.  $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\beta) = 1$ . Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an  $E = mc^2$ . Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen.  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ . An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft.  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ . Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein.  $a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$ . Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein.  $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$ . Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Das hier ist der zweite Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld.  $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\beta) = 1$ . Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an  $E = mc^2$ . Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen.  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ . An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft.  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ . Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein.  $a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$ . Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein.  $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$ . Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld.  $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\beta) = 1$ . Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an  $E = mc^2$ . Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen.  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ . An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft.  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ . Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein.  $a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$ . Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein.  $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$ . Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld.  $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\beta) = 1$ . Der Text gibt lediglich den Grauwert

der Schrift an  $E = mc^2$ . Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen.  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ . An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft.  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ . Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein.  $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$ . Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein.  $d\Omega = \sin\vartheta d\vartheta d\varphi$ . Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld.  $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\beta) = 1$ . Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an  $E = mc^2$ . Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen.  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ . An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft.  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ . Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein.  $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$ . Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein.  $d\Omega = \sin\vartheta d\vartheta d\varphi$ . Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.



a) Fall mit Synchronisation.



b) Fall ohne Synchronisation.

**Abbildung 6** – Zwei verschiedene Anwendungsfälle für das Hochleistungsschnittstellenboard.

### 10.1.2 Unter-unterabschnitt 2

Und nun folgt – ob man es glaubt oder nicht – der dritte Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte



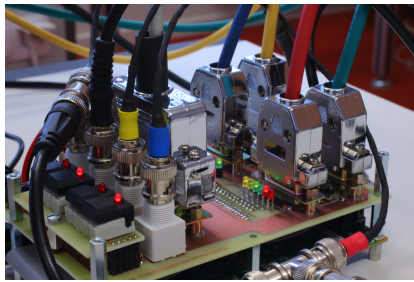
aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Nach diesem vierten Absatz beginnen wir eine neue Zählung. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

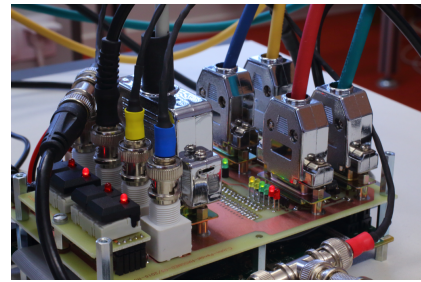
Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Das hier ist der zweite Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

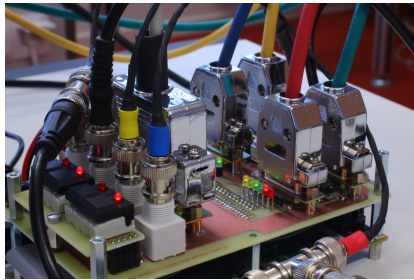
Und nun folgt – ob man es glaubt oder nicht – der dritte Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der



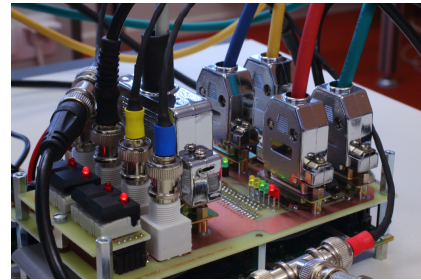
a) Fall mit Synchronisation.



b) Fall ohne Synchronisation.



c) Fall mit unterkritischer partieller Synchronisation.



d) Fall mit überkritischer partieller Synchronisation.

**Abbildung 7** – Vier verschiedene Anwendungsfälle für das Hochleistungsschnittstellenboard, die die unterschiedliche Leistungsfähigkeit demonstrieren.

Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Nach diesem vierten Absatz beginnen wir eine neue Zählung. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein

Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

# Kapitel 11

## Füllkapitel 1

### 11.1 Fullabschnitt 1

#### 11.1.1 Füllunterabschnitt 11

Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

#### 11.1.2 Füllunterabschnitt 12

Das hier ist der zweite Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

### 11.1.3 Füllunterabschnitt 13

Und nun folgt – ob man es glaubt oder nicht – der dritte Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

## 11.2 Fullabschnitt 2

### 11.2.1 Füllunterabschnitt 21

Nach diesem vierten Absatz beginnen wir eine neue Zählung. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

### 11.2.2 Füllunterabschnitt 22

Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

### 11.2.3 Füllunterabschnitt 3

Das hier ist der zweite Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

## 11.3 Fullabschnitt 3

### 11.3.1 Füllunterabschnitt 31

Und nun folgt – ob man es glaubt oder nicht – der dritte Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

### 11.3.2 Füllunterabschnitt 32

Nach diesem vierten Absatz beginnen wir eine neue Zählung. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

### 11.3.3 Füllunterabschnitt 33

Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

## 11.4 Fullabschnitt 4

### 11.4.1 Füllunterabschnitt 41

Das hier ist der zweite Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

### 11.4.2 Füllunterabschnitt 42

Und nun folgt – ob man es glaubt oder nicht – der dritte Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

### 11.4.3 Füllunterabschnitt 43

Nach diesem vierten Absatz beginnen wir eine neue Zählung. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

## 11.5 Fullabschnitt 5

### 11.5.1 Füllunterabschnitt 51

Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

### 11.5.2 Füllunterabschnitt 52

Das hier ist der zweite Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.



### 11.5.3 Füllunterabschnitt 53

Und nun folgt – ob man es glaubt oder nicht – der dritte Absatz. Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: „Dies ist ein Blindtext“ oder „Huardest gefburn“? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie „Lorem ipsum“ dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

# Literatur

- [1] M. Fliess u. a. „Flatness and defect of non-linear systems: introductory theory and examples“. In: International Journal of Control 61.6 (1995), S. 1327–1361.
- [2] Torsten Fließbach. Mechanik : Lehrbuch zur Theoretischen Physik I. Spektrum Akademischer Verlag, 2009. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-8274-2188-3\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-8274-2188-3_8).
- [3] Klemens Fritzsche u. a. „Zur systematischen Bestimmung flacher Ausgänge nichtlinearer Mehrgrößensysteme“. In: at - Automatisierungstechnik 64.12 (2016), S. 948–960. DOI: [doi:10.1515/auto-2016-0079](https://doi.org/10.1515/auto-2016-0079). URL: <https://doi.org/10.1515/auto-2016-0079>.
- [4] Veit Hagenmeyer und Emmanuel Delaleau. „Exact feedforward linearization based on differential flatness“. In: International Journal of Control 76.6 (2003), S. 537–556. DOI: [10.1080/0020717031000089570](https://doi.org/10.1080/0020717031000089570). eprint: <https://doi.org/10.1080/0020717031000089570>. URL: <https://doi.org/10.1080/0020717031000089570>.
- [5] Home page Fraunhofer IIS/EAS. Fraunhofer-Institut fuer Integrierte Schaltungen IIS, Institutsteil Entwicklung Adaptiver Systeme EAS. Juni 2022. URL: <https://www.eas.iis.fraunhofer.de/>.
- [6] Carsten Knoll. „Regelungstheoretische Analyse- und Entwurfsansätze fuer unteraktuierte mechanische Systeme“. Diss. TU Dresden, 2016. URL: <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:14-qucosa-209765>.
- [7] Frank Mittelbach und Michel Goossens. Der L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Begleiter. 2. Pearson Studium, 2005.
- [8] Klaus Röbenack. Nichtlineare Regelungssysteme. Springer Vieweg Berlin, Heidelberg, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-662-44091-9>.
- [9] symbtools GitHub Repository. Juni 2022. URL: <https://github.com/TUD-RST/symbtools>.
- [10] Bruce Torby. „Energy Methods“. In: Advanced Dynamics for Engineers (1984).