Optymalizacja wielokryterialna		
Dominik Wróbel	**21 V 2018**	**Pon 08:00, s. 111**
Numery zadań		1, 3

Spis treści

1 Cel ćwiczenia

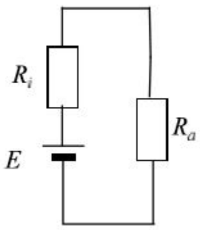
Celem ćwiczenia jest rozwiązanie zadań optymalizacyjnych z wykorzystaniem podejścia opartego o optymalizację wielokryterialną. Podobnie jak inne zadania optymalizacji, zadania te polegać będą na znalezieniu rozwiązania optymalnego dla problemu, jednak w tym przypadku będą analizowane różne kryteria zależne od tych samych zmiennych decyzyjnych. Celem optymalizacji wielokryterialnej jest taki dobór zmiennych decyzyjnych aby w idealnym przypadku znaleźć optymalną wartość wszystkich wskaźników, nie zawsze jest to jednak możliwe i wówczas w zadaniu wyznaczany jest tzw. zbiór rozwiązań kompromisowych.

2 Przebieg ćwiczenia

2.1. Zadanie 1 - Dwójnik elektryczny

2.1.1. Opis problemu

W zadaniu rozważany jest układ dwójnika elektrycznego przedstawiony na Rysunku 1.



Rysunek 1: Analizowany układ dwójnika elektrycznego

Zadanie polega na wyznaczeniu optymalnej wartości zmiennej decyzyjnej x przy przyjętych kryteriach. Zmienna x dana jest wzorem:

$$x = \frac{R_a}{R_i}, \quad x \in [0, \infty)$$

Na zmienną R_i nałożone jest ograniczenie równościowe:

$$R_i = n = 16$$

Przyjęte kryteria jakości to maksymalna wartość współczynnika sprawności η oraz maksymalna moc P wydzielana na obciążeniu.

2.1.2. Analityczne wyznaczenie kryteriów jakości

- Sprawność η jest to stosunek mocy wydzielanej na rezystorze R_a do mocy wydzielanej na rezystorach R_a oraz R_i:

$$\eta = \frac{P_a}{P_i + P_a}, \quad P_a = U_a I = I^2 R_a, \quad P_i = U_i I = I^2 R_i$$

$$\eta = \frac{R_a}{R_a + R_i} = \frac{\frac{R_a}{R_i}}{\frac{R_a}{R_i} + 1} = \frac{x}{x+1}$$

- Moc wydzielana na rezystorze

$$P_a = R_a I^2 = \frac{R_a}{(R_a + R_i)^2} E^2 = \frac{R_a}{(R_a + R_i)} \frac{1}{(R_a + R_i)} E^2 = \frac{x}{(x+1)} \frac{1}{(\frac{R_a}{R_i} + 1)} \frac{E^2}{R_i} = \frac{x}{(x+1)^2} \frac{E^2}{R_i}$$

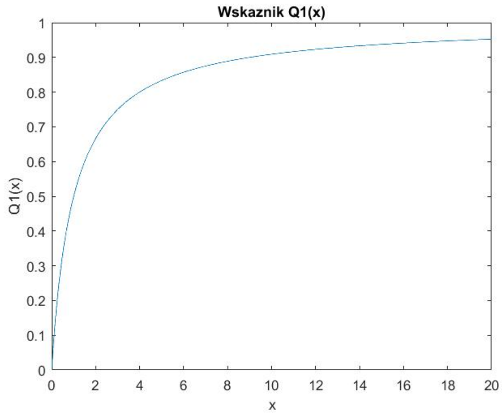
Ostatecznie więc wskaźnikami jakości są funkcje:

$$Q_1(x) = \frac{x}{x+1}, \quad Q_2(x) = \frac{E^2}{R_i} \frac{x}{(x+1)^2}$$

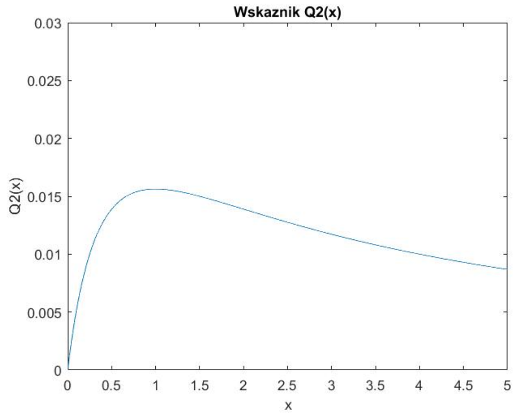
2.1.3. Wyznaczenie wykresów kryteriów jakości

Wykresy wskaźników zostały wyznaczone przyjmując wartość napięcia $E = 1$. W przypadku wskaźnika Q_1 nie ma to wpływu na przebieg wykresu. Również wartość opornika R_i nie ma większego wpływu na kształt wykresu.
Z kolei dla wyznaczenia wskaźnika Q_2 wartości opornika R_i ma już duże znaczenie, przyjęto wartość zgodną z ograniczeniem $R_i = 16$.

Wykresy przedstawiają Rysunki 2 i 3.



Rysunek 2: $Q_1(x)$, $E = 1$, $R_i = 16$



Rysunek 3: $Q_2(x)$, $E = 1$, $R_i = 16$

Kod wykorzystany do rysowania wykresów przedstawia Listing 1.

```
clear all;
close all;

max_x_axes = 500;
Ri = 16;

Ra = 0:0.1:max_x_axes;
x_1 = Ra/Ri;
fun_1 = x_1./(x_1+1);

plot(x_1,fun_1);

axis([0 20 0 1 ]);

xlabel('x') % x-axis label
ylabel('Q1(x)') % y-axis label
title('Wskaznik Q1(x)')
coef = 1/Ri;
x_3 = Ra/Ri;
fun_3 = coef .* ( x_3 ./ ( (x_3+1).^2 ) );

% hold on;
figure()
plot(x_3,fun_3);

xlabel('x') % x-axis label
```

```
ylabel('Q2(x)') % y-axis label
title('Wskaznik Q2(x)')

axis([0 5 0 0.03 ]);
```

Listing 1: Kryteria jakości

2.1.4. Zależność pomiędzy kryteriami

Następnie w celu wyznaczenia zbioru rozwiązań kompromisowych wyznaczono zależność pomiędzy wskaźnikiem Q_1 i Q_2.
Wychodząc z równania na Q_1 :

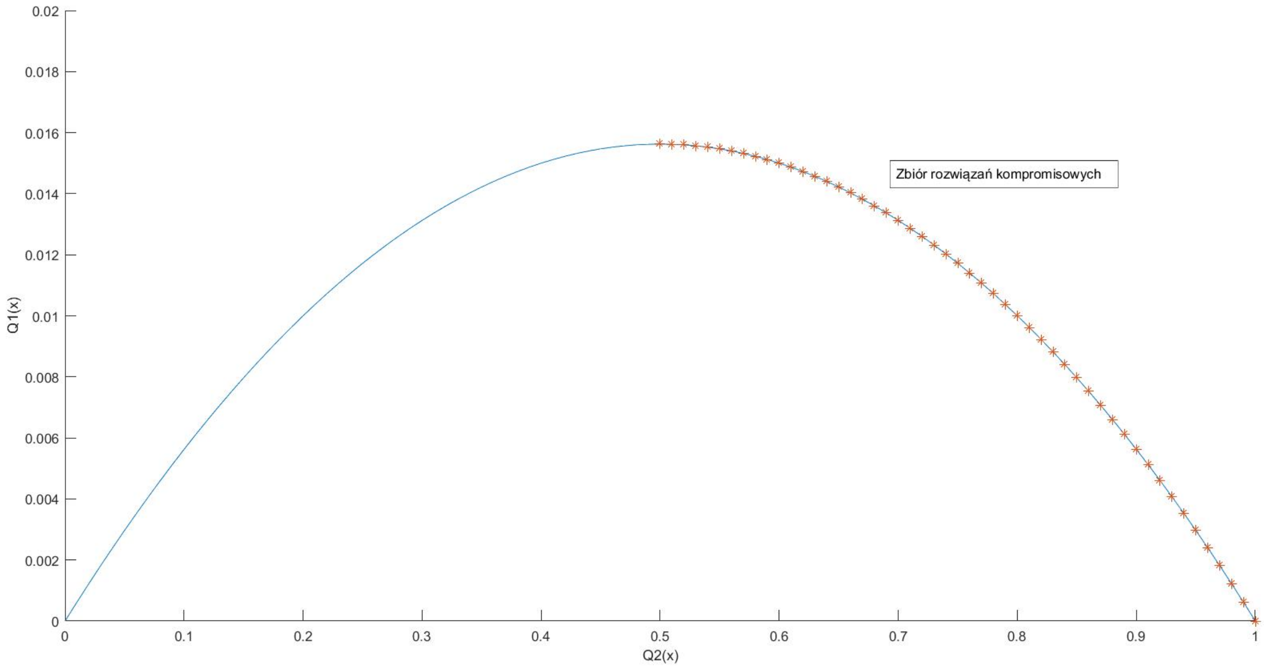
$$Q_1 = \frac{x}{x+1} \implies x = \frac{Q_1}{1-Q_1}$$

Wyrażenie to podstawiono do wyrażenia na drugi ze wskaźników:

$$Q_2 = \frac{E^2}{R_i} \frac{\frac{Q_1}{1-Q_1}}{(\frac{Q_1}{1-Q_1}+1)^2} = -\frac{E^2}{R_i}(Q_1-1)Q_1$$

2.1.5. Wyznaczenie zbioru rozwiązań kompromisowych

W celu wyznaczenie zbioru rozwiązań kompromisowych narysowano zależność pomiędzy wskaźnikami obliczoną w poprzednim punkcie. Podobnie jak w poprzednich punktach przyjęto, że napięcie E ma wartość 1.
Z Rysunku 2 widać, że dla $x \in [0, \infty)$, wskaźnik Q_1 przyjmuje wartości $Q_1 \in [0, 1)$ dlatego też zależność pomiędzy wskaźnikami analizowana jest tylko w tej dziedzinie. Otrzymany wykres wraz z zaznaczonym zbiorem kompromisowym przedstawia Rysunek 4.



Rysunek 4: Zależność pomiędzy Q_1 i Q_2, czerwone punkty to znaleziony obszar rozwiązań kompromisowych.

Kod użyty do narysowania wykresu. przedstawia Listing 2.

```
clear all;
close all;

Q1 = 0:0.01:1;
Ri = 16;
coef = 1/Ri;
coef = -coef;
fun_4 = coef .* (( Q1-1 ).*Q1);
hold on;
plot(Q1,fun_4);

hold on;
Q1_half = 0.5:0.01:1 ;
fun_4 = coef .* (( Q1_half-1 ).*Q1_half);
plot(Q1_half,fun_4,'*');


axis([0 1 0 0.02 ]);
xlabel('Q2(x)');
ylabel('Q1(x)');
```

Listing 2: Wykres ze zbiorem punktów kompromisowych

2.2. Zadanie 3 - Preparat medyczny

2.2.1. Opis problemu

W zadaniu dane są dane o preparacie medycznym, który w różnych wariantach ma różne efekty leczenia (Q_1) oraz różną nietolerancje (nieskuteczność Q_2). Dane są przedstawione w tabeli poniżej. Zgodnie z numerem na liście ćwiczeniowej przyjęto $n = 16$.

Preparat medyczny			
Wariant	Q_1	Q_2	$Q_1 - Q_2$
1*	40	$10 + 2n = 42$	-2
2	60	$30 + 2n = 62$	-2
3*	60	$20 + 2n = 52$	8
4	$10 - 2n = -22$	30	-52
5*	20	$5 + 2n = 37$	-17
6	30	$20 + 2n = 52$	-22
7	40	$25 + 2n = 57$	-17

Gwizdką zaznaczono znalezione warianty podczas działania algorytmu. Jak widać prawie wszystkie ze znalezionych wariantów, to te dla których wartość różnicy $Q_1 - Q_2$ ma największą wartość.

2.2.2. Sposób rozwiązania

Problem zostanie rozwiązany przy użyciu punktów ze zbioru Pareto, czyli punktów, dla których znalezione rozwiązania dają najlepsze wyniki dla przyjętych kryteriów. Algorytm postępowania jest następujący :

- Jeżeli wariant ma ujemny wskaźnik Q_1 to jest odrzucany ze względu na to, że nie ma sensu stosować leku o ujemnej skuteczności bez względu na jego nieskuteczność.
- Jeśli wariant jest lepszy od wariantu ze zbioru Pareto, to zamień go z wariantem ze zbioru Pareto,
- Jeśli wariant jest gorszy od wariantu ze zbioru Pareto, to przejdź do analizy następnego wariantu,
- Jeśli nie zachodzi żadne z powyższych, to dodaj wariant do zbioru Pareto

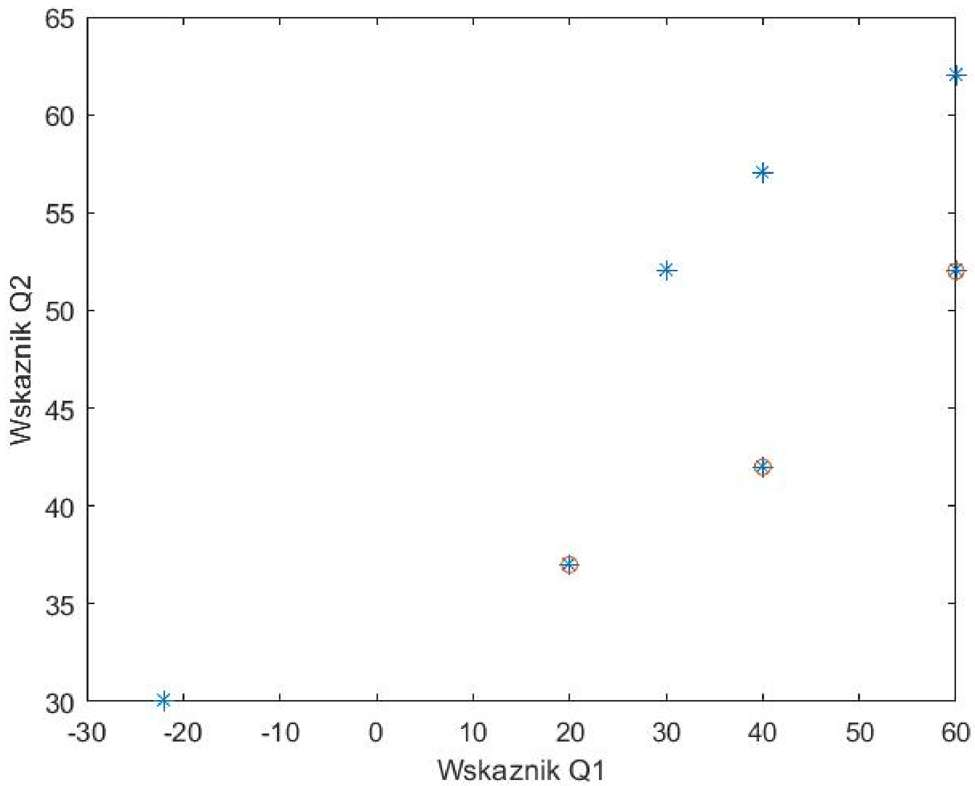
2.2.3. Rozwiązanie programowe

Kod użyty do znalezienie punktów Pareto przedstawia Listing 3.

```
clear all;
close all;
n = 16;
% Wartosci Q1 i Q2 z tabelki
Q1 = [ 40, 60, 60, 10-2*n, 20, 30, 40];
Q2 = [ 10+2*n, 30+2*n, 20+2*n, 30, 5+2*n, 20+2*n, 25+2*n];

wsk_1 = Q1;
wsk_2 = Q2;

% Numery wariantow
war = 1:1:10;
```

```
% Na poczatku zbior Pareto zawiera 1 wariant
pareto = [ 1 ];

flag_dodanie = 0;
flag = 0;
sizer = size(Q1);
sizer = sizer(2);
for i = 2 : sizer
   sizer = size(pareto);
   sizer = sizer(2);

   for j = 1 : sizer

    % Jesli wariant jest lepszy od wariantu ze zbioru Pareto, to
    % zamien go z wariantem ze zbioru Pareto
    if (  wsk_1(i) >= wsk_1(pareto(j)) && wsk_2(i) <= wsk_2(pareto(j)) )

        pareto(j) = i;
        flag = 1;
        break;

    % Jesli wariant jest gorszy od wariantu ze zbioru pareto, to
    % przejdz do analizy nastepnego wariantu
    elseif(  ( wsk_1(i) <= wsk_1(pareto(j)) && wsk_2(i) >= ...
    wsk_2(pareto(j)) ) || wsk_1(i)<=0 )
        flag = 1;
        break;
    end
    % Jesli nie zachodzi zadne z powyzszych, to dodaj wariant do
    % zbioru pareto
   end

   if( flag == 0 )
        sizer = size(pareto);
        sizer = sizer(2);
        pareto(sizer+1) = i;
   end
    flag = 0;
end

x = size(pareto);
x = x(2);
for k = 1:x
   Q_par_1(k) = wsk_1(pareto(k));
   Q_par_2(k) = wsk_2(pareto(k));
end
figure();
plot(wsk_1,wsk_2,'*');
hold on;
plot(Q_par_1,Q_par_2,'o');

xlabel('Wskaznik Q1');
ylabel('Wskaznik Q2');
```

Listing 3: Wyznaczanie zbioru pareto



Rysunek 5: Punkty Pareto zaznaczono czerwonym okręgiem.

3 Wnioski końcowe

Zastosowanie optymalizacji wielokryterialnej pozwala na rozważaniem problemów optymalizacji z uwzględnieniem różnych kryteriów. Ważne jest aby podczas rozwiązywania zadania wykorzystać wszystkie relacje pomiędzy kryteriami jakości i zmiennymi decyzyjnymi.
Dzięki takiemu podejściu możliwe jest wyznaczenie zbioru kompromisów, co ogranicza uniwersum poszukiwań wartości minimalnych.

W zadaniu 3 optymalizacja wielokryterialna została wykorzystana do badania określonych punktów. Takie podejście pozwala na zastosowanie optymalizacji wielokryterialnej do skończonego zbioru przeszukiwań i pozwala wybrać z punktów dopuszczalnych te, które najlepiej pasują do przyjętych kryteriów.