Identyfikacja procesów przemysłowych		
Dominik Wróbel	06 XI 2018	Wt. 13:45, s. 111
Laboratorium 4		

1 Przebieg ćwiczenia

1.1. Zadanie 1

Zadanie polega na identyfikacji modelu ARMAX o strukturze

$$y_i = -a_1 y_{i-1} + b_0 u_{i-1} + e_i + ce_{i-1}$$

przy pomocy dwóch metod:

- Metody najmniejszych kwadratów
- Metody predykcji błędu

Identyfikacja dwiema metodami pozwoli na ich porównanie. W zadaniu wykonane zostanie również sprawdzenie czy reszty modelu zastosowanego dla metody najmniejszych kwadratów są białym szumem.

1.1.1. Metoda najmniejszych kwadratów

Zadanie rozpoczęto od zastosowanie metody najmniejszych kwadratów. W metodzie tej model reprezentowany jest równaniem:

$$y_i = -a_1 y_{i-1} + b_0 u_{i-1} + v_i$$

Współczynniki a_0 oraz b_0 wyznaczono korzystając z równania

$$\theta = (\Phi^T \cdot \Phi)^{-1} \cdot \Phi^T \cdot Y \tag{1}$$

gdzie

$$\begin{aligned}
&\Phi_{i1} = y_i,\ i = 1, 2, ..., n-1 \\
&\Phi_{j2} = u_j,\ j = 1, 2, ..., n-1 \\
&Y_k = y_k,\ k = 2, 3, ..., n
\end{aligned}$$

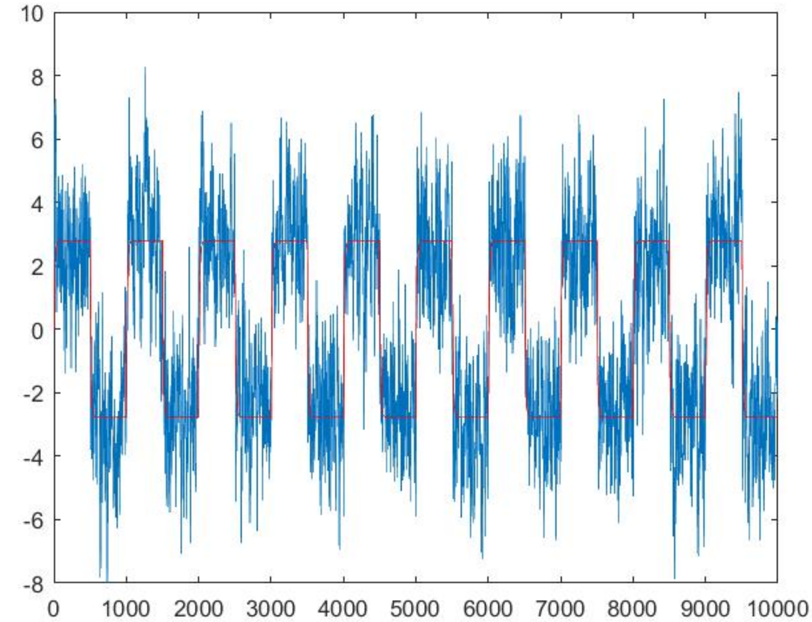
u oraz y to dane zmierzone podczas eksperymentu.

Z równania (4) otrzymano wartości parametrów:

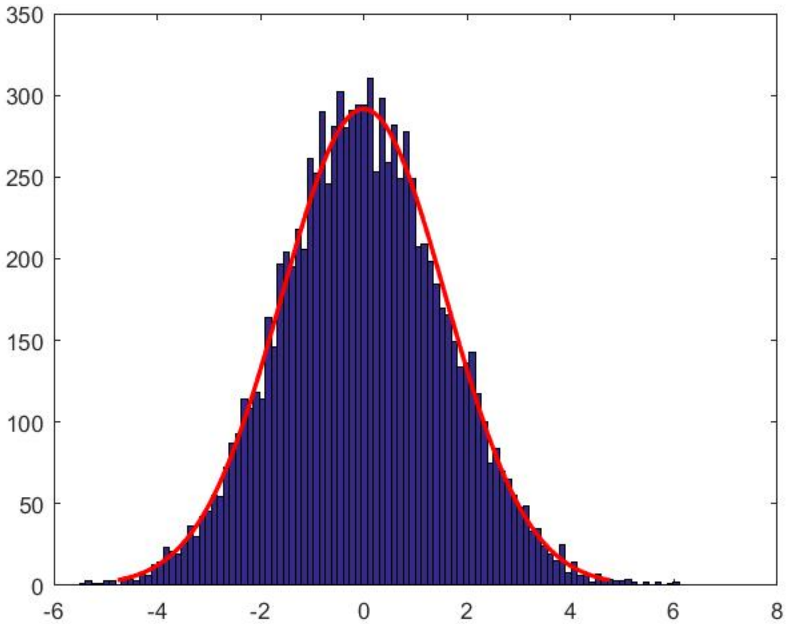
$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,9162 \\ 0,0582 \end{bmatrix} \tag{2}$$

Dane z eksperymentu oraz uzyskane z symulacji modelu przedstawia Rysunek 5. Różnice pomiędzy modelem a pomiarami przedstawia histogram 8.

Za pomocą testu Kołmogorowa - Smirnowa i testu Lillieforsa sprawdzono czy rozkład danych jest normalny. Pierwszy z nich dał wynik pozytywny, drugi negatywny. Na podstawie otrzymanego histogramu i wyników testów można uznać, że reszty modelu zastosowanego do metody najmniejszych kwadratów są szumem białym.



Rysunek 1: Porównanie modelu oraz danych z eksperymentu dla parametrów otrzymanych metodą najmniejszych kwadratów.



Rysunek 2: Histogram prezentujący różnice pomiędzy modelem a danymi z eksperymentu.

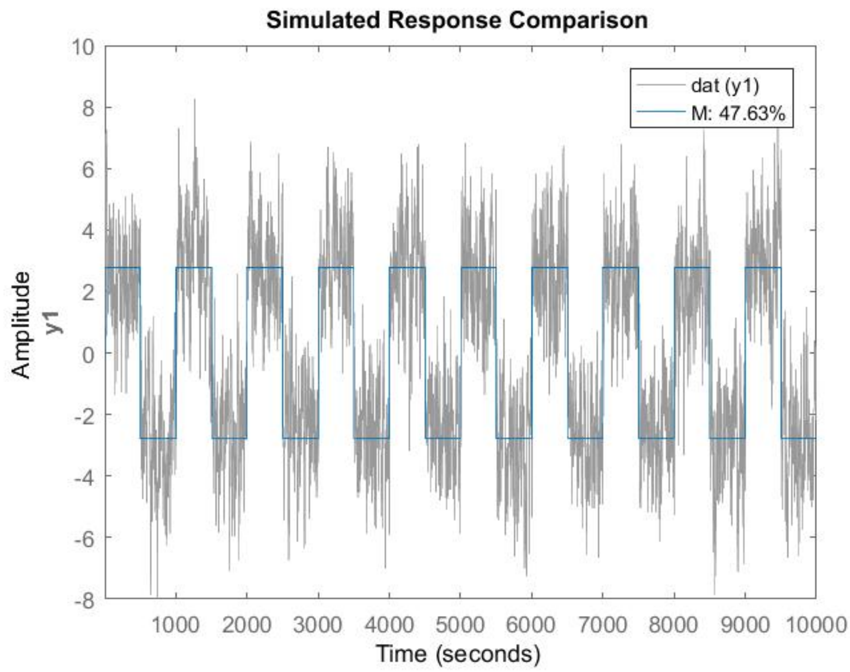
1.1.2. Metoda predykcji błędów i porównanie modeli

Metoda ta została zrealizowana w zadaniu numerycznie poprzez użyciu funkcji *armax* matlaba oraz wybór odpowiednich stopni wielomianu, dla modelu pierwszego rzędu stopnie te wynoszą 1.

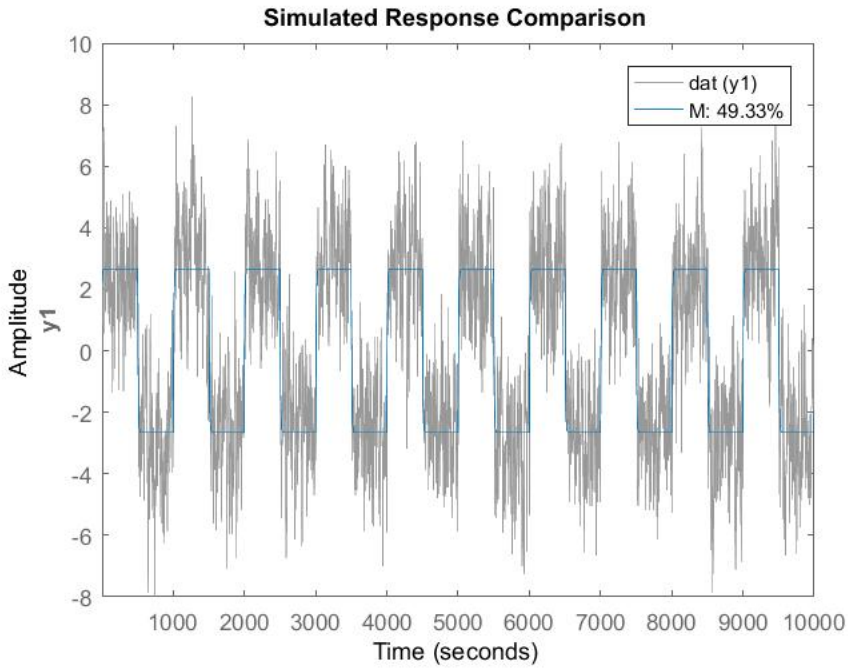
Otrzymano następujące wartości parametrów

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,8613 \\ 0,0923 \end{bmatrix} \tag{3}$$

Oceny jakości modeli dokonano przy użyciu funkcji matlaba *compare*. Funkcja ta oblicza estymator błędu modelu przy użyciu NRMSE (normalized root mean square). Funkcję tą zastosowano dla modelu otrzymanego z metody najmniejszych kwadratów oraz predykcji błędów. Wyniki prezentują Rysunki poniżej.



Rysunek 3: Metoda najmniejszych kwadratów



Rysunek 4: Metoda predykcji

Lepsze dopasowanie uzyskano dla metody predykcji, wynosi ono 49,33 % w porównaniu do metody najmniejszych kwadratów dla której wynosi 47,63 %.

1.1.3. Kod programu

Kod programu prezentuje listing poniżej.

```
clear all;
close all;

t = 1:1:10000;

load('data_01.mat');

phiMatrix(:,1) = y(1:end-1);
phiMatrix(:,2) = u(1:end-1);

Y = y(2:length(y));

params = ( phiMatrix' * phiMatrix ) \ phiMatrix' * Y;

figure()
plot(t,y);

yMod(1) = y(1);

for i = 2:length(y)
    yMod(i) = params(1) * yMod(i-1) + params(2) * u(i-1);
```

```
end

hold on;
plot(t,yMod, 'r')

figure()
e = yMod' - y;
plot(t,e);

figure()
histfit(e);

kstestResult = kstest(e);
lillietestResult = lillietest(e);

T0 = 1;
dat = iddata(y,u,T0);
na = 1;
nb = 1;
nc = 1;
nk = 0;
M = armax(dat, [na nb nc nk]);
np = Inf;
figure()
[YH, FIT, X0] = compare(dat,M,np);
compare(dat,M,np);
figure()
compare(dat,tf(params(1),[params(2) 1]),np)
```

Listing 1: Zadanie 1

1.2. Zadanie 2

W zadaniu przyjęto metodykę analogiczną do tej wprowadzonej w zadaniu 1. Jedyną zmianą w tym przypadku jest model, którego rząd jest w tym zadaniu równy 2.

W zadaniu rozważany jest model ARMAX o strukturze:

$$y_i = -a_1 y_{i-1} - a_2 y_{i-2} + b_0 u_{i-1} + b_1 ui - 2 + e_i + c_1 e_{i-1}$$

1.2.1. Metoda najmniejszych kwadratów

Dla metody najmniejszych kwadratów model ten reprezentuje równanie:

$$y_i = -a_1 y_{i-1} - a_2 y_{i-2} + b_0 u_{i-1} + b_1 u_{i-2} + v_i$$

Współczynniki a_0 oraz b_0 wyznaczono korzystając z równania

$$\theta = (\Phi^T \cdot \Phi)^{-1} \cdot \Phi^T \cdot Y \tag{4}$$

gdzie

$$\begin{aligned}
&\Phi_{i1} = y_i,\ i = 2, 3..., n-1\\
&\Phi_{l2} = y_l,\ l = 1, 2, ..., n-2\\
&\Phi_{m3} = u_m,\ m = 2, 3, ..., n-1\\
&\Phi_{j4} = u_j,\ j = 1, 2, ..., n-2\\
&Y_k = y_k,\ k = 3, 4, ..., n
\end{aligned}$$

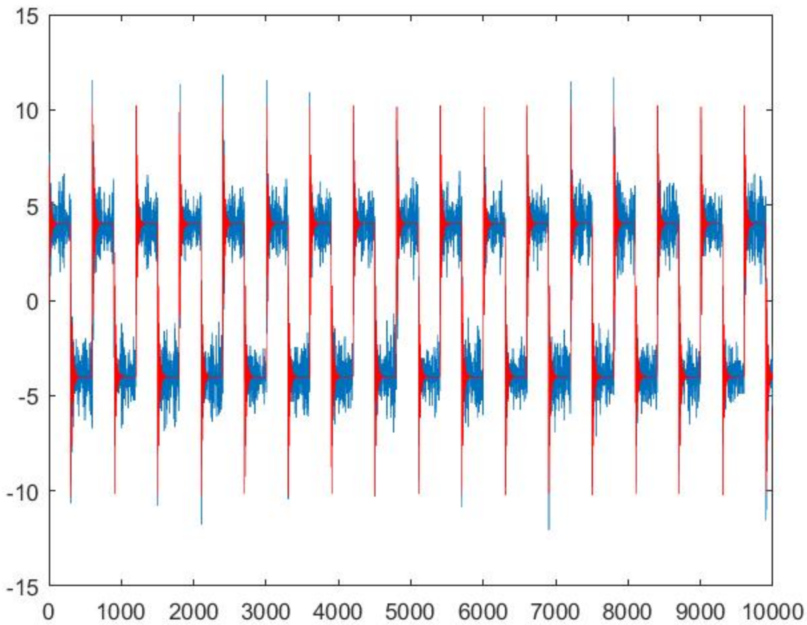
u oraz y to dane zmierzone podczas eksperymentu.

Z równania (4) otrzymano wartości parametrów:

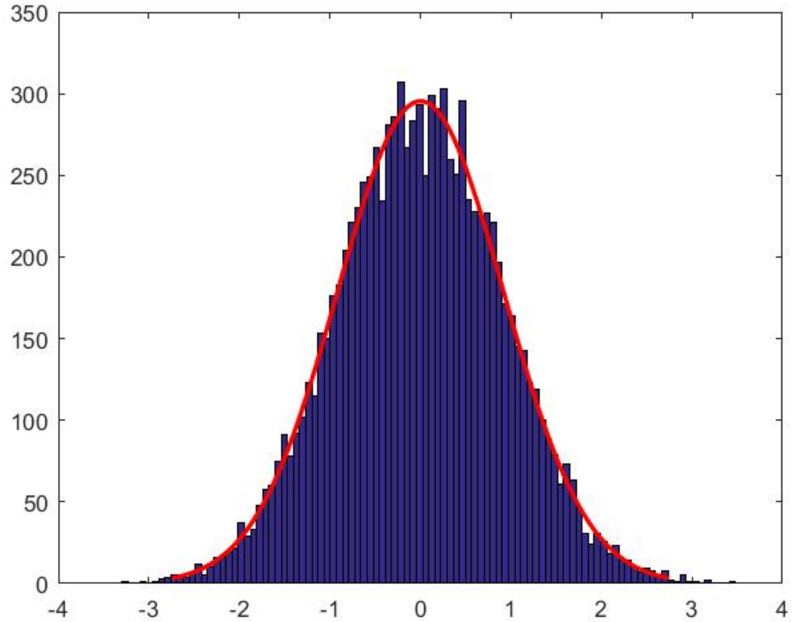
$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,5523 \\ 0,9037 \\ 0,1823 \\ 0,1694 \end{bmatrix} \tag{5}$$

Dane z eksperymentu oraz uzyskane z symulacji modelu przedstawia Rysunek 5. Różnice pomiędzy modelem a pomiarami przedstawia histogram 8.

Za pomocą testu Kołmogorowa - Smirnowa i testu Lillieforsa sprawdzono czy rozkład danych jest normalny. Pierwszy z nich dał wynik pozytywny, drugi negatywny. Na podstawie otrzymanego histogramu i wyników testów można uznać, że reszty modelu zastosowanego do metody najmniejszych kwadratów są szumem białym.



Rysunek 5: Porównanie modelu oraz danych z eksperymentu dla parametrów otrzymanych metodą najmniejszych kwadratów.



Rysunek 6: Histogram prezentujący różnice pomiędzy modelem a danymi z eksperymentu.

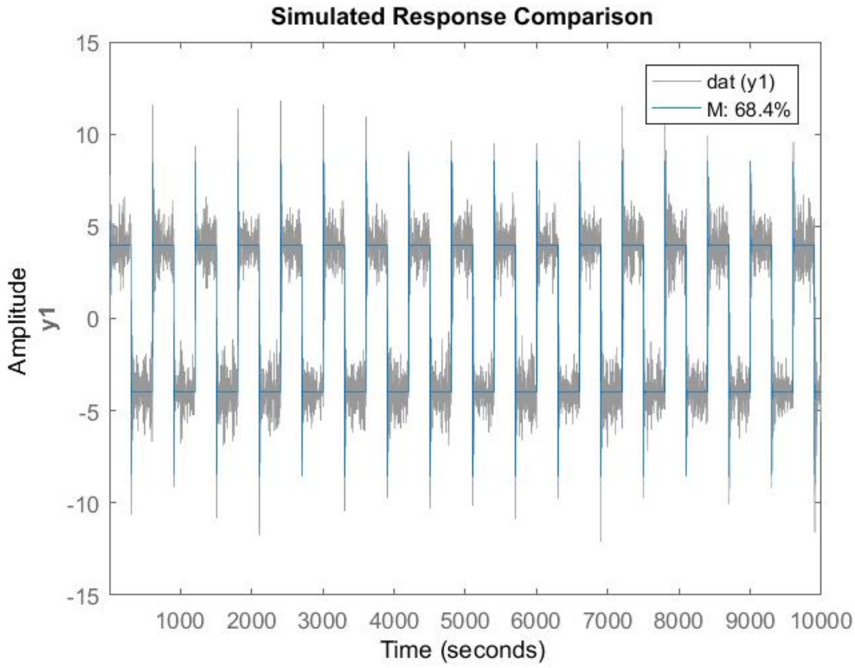
1.2.2. Metoda predykcji błędów i porównanie modeli

Metoda ta została zrealizowana w zadaniu numerycznie poprzez użyciu funkcji *armax* matlaba oraz wybór odpowiednich stopni wielomianu, dla modelu pierwszego rzędu stopnie te wynoszą 1.

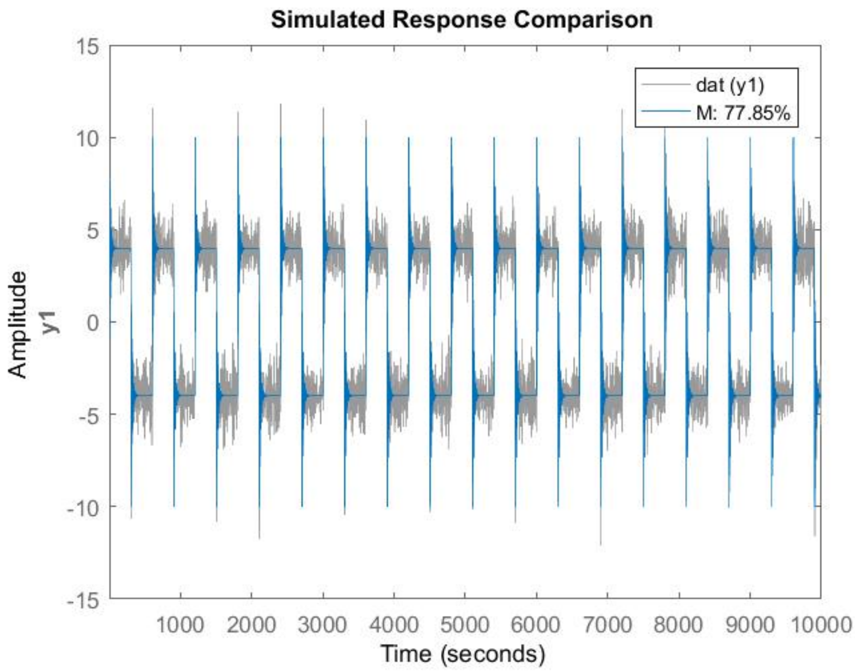
Otrzymano następujące wartości parametrów

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,5519 \\ 0,8873 \\ 0,0185 \\ 0,3158 \end{bmatrix} \tag{6}$$

Oceny jakości modeli dokonano przy użyciu funkcji matlaba *compare*. Funkcja ta oblicza estymator błędu modelu przy użyciu NRMSE (normalized root mean square). Funkcję tą zastosowano dla modelu otrzymanego z metody najmniejszych kwadratów oraz predykcji błędów. Wyniki prezentują Rysunki poniżej.



Rysunek 7: Metoda najmniejszych kwadratów



Rysunek 8: Metoda predykcji

Lepsze dopasowanie uzyskano ponownie dla dla metody predykcji, wynosi ono 77.85 % w porównaniu do metody najmniejszych kwadratów dla której wynosi 68,4 %.

1.2.3. Kod programu

Kod programu prezentuje listing poniżej.

```
clear all;
close all;

t = 1:1:10000;

load('data_02.mat');

phiMatrix(:,1) = y(2:end-1);
phiMatrix(:,2) = y(1:end-2);
phiMatrix(:,3) = u(2:end-1);
phiMatrix(:,4) = u(1:end-2);

Y = y(3:length(y));

params = ( phiMatrix' * phiMatrix ) \ phiMatrix' * Y;

figure()
plot(t,y);

yMod(1) = y(1);
yMod(2) = y(2);

for i = 3:length(y)
    yMod(i) =  params(1) * yMod(i-1) + params(2) *
    yMod(i-2) + params(3) * u(i-1) + params(4) * u(i-2) ;
end

hold on;
plot(t,yMod, 'r')

figure()
e = yMod' - y;
plot(t,e);

figure()
histfit(e);

kstestResult = kstest(e);
lillietestResult = lillietest(e);

T0 = 1;
dat = iddata(y,u,T0);
na = 2;
nb = 2;
nc = 1;
nk = 0;
M = armax(dat, [na nb nc nk]);
np = Inf;
```

```
figure()
[YH, FIT, X0] = compare(dat,M,np);
compare(dat,M,np);
figure()
compare(dat,tf([ params(2) params(1)],[params(4) params(3) 1]),np)
```

Listing 2: Zadanie 2

2 Wnioski końcowe

W obu przypadkach nieznacznie lepsza okazała się metoda predykcji. Metoda ta okazała się dokładniejsza w przypadku modelu większego rzędu. Obie metody różnią się pod względem działania, dla badanego zagadnienia warto zastosować obydwie w celu porównania otrzymanych podczas identyfikacji parametrów.