

lab8

opracowanie

Szukanie domknięcia zbioru zależności funkcyjnych

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\},$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\},$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\},$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}$

$\{B\}$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\},$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}$

$\{B\}$

$\{C\}$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\},$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}$

$\{B\}$

$\{C\}$

$\{A, B\}$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\},$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}$

$\{B\}$

$\{C\}$

$\{A, B\}$

$\{A, C\}$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\},$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}$

$\{B\}$

$\{C\}$

$\{A, B\}$

$\{A, C\}$

$\{B, C\}$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\},$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}$

$\{B\}$

$\{C\}$

$\{A, B\}$

$\{A, C\}$

$\{B, C\}$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = ?$$

$$\{B\}^+ = ?$$

$$\{C\}^+ = ?$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\},$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+$

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\},$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A\}$

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\},$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A\}$

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\},$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A\}$

Sprawdzana zależność: $\{A\} \rightarrow \{B\}$

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\},$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A\}$

Sprawdzana zależność: $\{A\} \rightarrow \{B\}$

Lewa strona: $L = \{A\}$

Prawa strona: $R = \{B\}$

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\},$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A\}$

Sprawdzana zależność: $\{A\} \rightarrow \{B\}$

Lewa strona: $L = \{A\}$

Prawa strona: $R = \{B\}$

Czy $L \subseteq W$?

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\}, \checkmark$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A\}$

Sprawdzana zależność: $\{A\} \rightarrow \{B\}$

Lewa strona: $L = \{A\}$

Prawa strona: $R = \{B\}$

Czy $L \subseteq W$? $\{A\} \subseteq \{A\} \checkmark$

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\}, \checkmark$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A\} \cup R$

Sprawdzana zależność: $\{A\} \rightarrow \{B\}$

Lewa strona: $L = \{A\}$

Prawa strona: $R = \{B\}$

Czy $L \subseteq W$? $\{A\} \subseteq \{A\} \checkmark$

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\}, \checkmark$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A\} \cup \{B\}$

Sprawdzana zależność: $\{A\} \rightarrow \{B\}$

Lewa strona: $L = \{A\}$

Prawa strona: $R = \{B\}$

Czy $L \subseteq W$? $\{A\} \subseteq \{A\} \checkmark$

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\}, \checkmark$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A, B\}$

Sprawdzana zależność: $\{A\} \rightarrow \{B\}$

Lewa strona: $L = \{A\}$

Prawa strona: $R = \{B\}$

Czy $L \subseteq W$? $\{A\} \subseteq \{A\} \checkmark$

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\}, \checkmark$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A, B\}$

Przeszukujemy od nowa, dla nowego W .

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\}, \checkmark$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A, B\}$

Przeszukujemy od nowa, dla nowego W.
Możemy pominąć wykorzystane zależności.

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\}, \checkmark$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A, B\}$

Sprawdzana zależność: $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\}, \checkmark$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A, B\}$

Sprawdzana zależność: $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$

Lewa strona: $L = \{C\}$

Prawa strona: $R = \{A, B\}$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \checkmark \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = ?$$

$$\{B\}^+ = ?$$

$$\{C\}^+ = ?$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{A\}^+$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{A, B\}$$

$$\text{Sprawdzana zależność: } \{C\} \rightarrow \{A, B\}$$

$$\text{Lewa strona: } L = \{C\}$$

$$\text{Prawa strona: } R = \{A, B\}$$

$$\text{Czy } L \subseteq W?$$

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\}, \checkmark$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\} \times$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A, B\}$

Sprawdzana zależność: $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$

Lewa strona: $L = \{C\}$

Prawa strona: $R = \{A, B\}$

Czy $L \subseteq W$? $\{C\} \not\subseteq \{A, B\} \times$

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\}, \checkmark$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\} \times$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A, B\}$

Sprawdzana zależność: $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$

Lewa strona: $L = \{C\}$

Prawa strona: $R = \{A, B\}$

Czy $L \subseteq W$? $\{C\} \not\subseteq \{A, B\} \times$

Zależność nie pasuje, nie dodajemy.

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\}, \checkmark$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\} \times$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A, B\}$

Sprawdzana zależność: $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$

Lewa strona: $L = \{C\}$

Prawa strona: $R = \{A, B\}$

Czy $L \subseteq W$? $\{C\} \not\subseteq \{A, B\} \times$

Zależność nie pasuje, nie dodajemy.

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\}, \checkmark$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\} \times$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A, B\}$

Sprawdziliśmy wszystkie zależności dla danego W i nic nie dodaliśmy.

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\},$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A, B\}$

Sprawdziliśmy wszystkie zależności dla danego W i nic nie dodaliśmy.

To znaczy, że aktualny W jest rozwiązaniem.

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\},$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = ?$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A\}^+ = W$

Zbiór roboczy: $W = \{A, B\}$

Sprawdziliśmy wszystkie zależności dla danego W i nic nie dodaliśmy.

To znaczy, że aktualny W jest rozwiązaniem.

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = ?$$

$$\{C\}^+ = ?$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{A, B\}$$

Sprawdziliśmy wszystkie zależności dla danego W i nic nie dodaliśmy.

To znaczy, że aktualny W jest rozwiązaniem.

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = ?$$

$$\{C\}^+ = ?$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{B\}^+$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = ?$$

$$\{C\}^+ = ?$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{B\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{B\}$

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\},$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = \{A, B\}$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{B\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{B\}$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = ?$$

$$\{C\}^+ = ?$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{B\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{B\}$

Sprawdzana zależność: $\{A\} \rightarrow \{B\}$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = ?$$

$$\{C\}^+ = ?$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{B\}^+$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{B\}$$

$$\text{Sprawdzana zależność: } \{A\} \rightarrow \{B\}$$

$$\text{Lewa strona: } L = \{A\}$$

$$\text{Prawa strona: } R = \{B\}$$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = ?$$

$$\{C\}^+ = ?$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{B\}^+$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{B\}$$

$$\text{Sprawdzana zależność: } \{A\} \rightarrow \{B\}$$

$$\text{Lewa strona: } L = \{A\}$$

$$\text{Prawa strona: } R = \{B\}$$

$$\text{Czy } L \subseteq W?$$

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\},$ \times
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = \{A, B\}$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{B\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{B\}$

Sprawdzana zależność: $\{A\} \rightarrow \{B\}$

Lewa strona: $L = \{A\}$

Prawa strona: $R = \{B\}$

Czy $L \subseteq W$? $\{B\} \not\subseteq \{A\}$ \times

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\}, \text{ x}$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = \{A, B\}$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{B\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{B\}$

Sprawdzana zależność: $\{A\} \rightarrow \{B\}$

Lewa strona: $L = \{A\}$

Prawa strona: $R = \{B\}$

Czy $L \subseteq W$? $\{B\} \not\subseteq \{A\} \text{ x}$

Zależność nie pasuje, nie dodajemy.

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\}, \text{ x}$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = \{A, B\}$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{B\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{B\}$

Sprawdzana zależność: $\{A\} \rightarrow \{B\}$

Lewa strona: $L = \{A\}$

Prawa strona: $R = \{B\}$

Czy $L \subseteq W$? $\{B\} \not\subseteq \{A\} \text{ x}$

Zależność nie pasuje, nie dodajemy.

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \text{ } \times \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = ?$$

$$\{C\}^+ = ?$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{B\}^+$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{B\}$$

Dla danego W nie wyczerpaliśmy wszystkich zależności, wracamy do szukania pozostałych pasujących.

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\}, \text{ } \times$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = \{A, B\}$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{B\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{B\}$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \text{ } \times \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = ?$$

$$\{C\}^+ = ?$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{B\}^+$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{B\}$$

$$\text{Sprawdzana zależność: } \{C\} \rightarrow \{A, B\}$$

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\}, \text{ X}$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$
 $\}$

$\{A\}^+ = \{A, B\}$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{B\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{B\}$

Sprawdzana zależność: $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$

Lewa strona: $L = \{C\}$

Prawa strona: $R = \{A, B\}$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \text{ } \times \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = ?$$

$$\{C\}^+ = ?$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{B\}^+$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{B\}$$

$$\text{Sprawdzana zależność: } \{C\} \rightarrow \{A, B\}$$

$$\text{Lewa strona: } L = \{C\}$$

$$\text{Prawa strona: } R = \{A, B\}$$

$$\text{Czy } L \subseteq W?$$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \text{ } \times \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \text{ } \times \\ \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = ?$$

$$\{C\}^+ = ?$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{B\}^+$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{B\}$$

$$\text{Sprawdzana zależność: } \{C\} \rightarrow \{A, B\}$$

$$\text{Lewa strona: } L = \{C\}$$

$$\text{Prawa strona: } R = \{A, B\}$$

$$\text{Czy } L \subseteq W? \{C\} \not\subseteq \{B\} \text{ } \times$$

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\}, \text{ } \times$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\} \text{ } \times$
 $\}$

$\{A\}^+ = \{A, B\}$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{B\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{B\}$

Sprawdzana zależność: $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$

Lewa strona: $L = \{C\}$

Prawa strona: $R = \{A, B\}$

Czy $L \subseteq W$? $\{C\} \not\subseteq \{B\} \text{ } \times$

Zależność nie pasuje, nie dodajemy.

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \text{ } \times \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \text{ } \times \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = ?$$

$$\{C\}^+ = ?$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{B\}^+$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{B\}$$

$$\text{Sprawdzana zależność: } \{C\} \rightarrow \{A, B\}$$

$$\text{Lewa strona: } L = \{C\}$$

$$\text{Prawa strona: } R = \{A, B\}$$

$$\text{Czy } L \subseteq W? \{C\} \not\subseteq \{B\} \text{ } \times$$

Zależność nie pasuje, nie dodajemy.

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\},$ \times
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\}$ \times
 $\}$

$\{A\}^+ = \{A, B\}$

$\{B\}^+ = ?$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H .
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{B\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{B\}$

Sprawdziliśmy wszystkie zależności dla danego W i nic nie dodaliśmy.

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = ?$$

$$\{C\}^+ = ?$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{B\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{B\}$

Sprawdziliśmy wszystkie zależności dla danego W i nic nie dodaliśmy.

To znaczy, że aktualny W jest rozwiązaniem.

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = ?$$

$$\{C\}^+ = ?$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{B\}^+ = W$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{B\}$$

Sprawdziliśmy wszystkie zależności dla danego W i nic nie dodaliśmy.

To znaczy, że aktualny W jest rozwiązaniem.

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = ?$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{B\}^+ = \{B\}$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{B\}$$

Sprawdziliśmy wszystkie zależności dla danego W i nic nie dodaliśmy.

To znaczy, że aktualny W jest rozwiązaniem.

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = ?$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{C\}^+$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = ?$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{C\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{C\}$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \text{ } \times \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \text{ } \checkmark \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = ?$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{C\}^+$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{C\}$$

Niepasujące:

$$\{A\} \rightarrow \{B\} \text{ } \times$$

Pasujące:

$$\{C\} \rightarrow \{A, B\} \text{ } \checkmark$$

$H = \{A, B, C\}$

$F = \{$
 $\{A\} \rightarrow \{B\}, \text{ } \times$
 $\{C\} \rightarrow \{A, B\} \text{ } \checkmark$
 $\}$

$\{A\}^+ = \{A, B\}$

$\{B\}^+ = \{B\}$

$\{C\}^+ = ?$

$\{A, B\}^+ = ?$

$\{A, C\}^+ = ?$

$\{B, C\}^+ = ?$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{C\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A, B, C\}$

Niepasujące:

$\{A\} \rightarrow \{B\} \text{ } \times$

Pasujące:

$\{C\} \rightarrow \{A, B\} \text{ } \checkmark$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \text{ } \times \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \text{ } \checkmark \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{A, B, C\}$$

Wszystkie zależności sprawdzone.

Nic więcej nie uzyskamy.

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A, B\}^+$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A, B\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A, B\}$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \checkmark \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \times \end{array} \}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{A, B\}^+$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{A, B\}$$

Niepasujące:

$$\{A\} \rightarrow \{B\} \checkmark$$

Pasujące:

$$\{C\} \rightarrow \{A, B\} \times$$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \checkmark \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \times \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = ?$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{A, B\}^+$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{A, B\}$$

Niepasujące:

$$\{A\} \rightarrow \{B\} \checkmark$$

Pasujące:

$$\{C\} \rightarrow \{A, B\} \times$$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \checkmark \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \quad \times \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{A, B\}$$

Wszystkie zależności sprawdzone.

Nic więcej nie uzyskamy.

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A, C\}^+$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{A, C\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{A, C\}$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \checkmark \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \checkmark \end{array} \}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{A, C\}^+$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{A, C\}$$

Niepasujące:

$$\{A\} \rightarrow \{B\} \checkmark$$

Pasujące:

$$\{C\} \rightarrow \{A, B\} \checkmark$$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \checkmark \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \checkmark \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = ?$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{A, C\}^+$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{A, B, C\}$$

Niepasujące:

$$\{A\} \rightarrow \{B\} \checkmark$$

Pasujące:

$$\{C\} \rightarrow \{A, B\} \checkmark$$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \checkmark \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \checkmark \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{A, B, C\}$$

Wszystkie zależności sprawdzone.

Nic więcej nie uzyskamy.

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{B, C\}^+$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

Szukamy: $\{B, C\}^+$

Zbiór roboczy: $W = \{B, C\}$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \text{ x} \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \text{ ✓} \end{array} \}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{B, C\}^+$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{B, C\}$$

Niepasujące:

$$\{A\} \rightarrow \{B\} \text{ x}$$

Pasujące:

$$\{C\} \rightarrow \{A, B\} \text{ ✓}$$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \text{ } \times \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \text{ } \checkmark \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\}^+ = ?$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{B, C\}^+$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{A, B, C\}$$

Niepasujące:

$$\{A\} \rightarrow \{B\} \text{ } \times$$

Pasujące:

$$\{C\} \rightarrow \{A, B\} \text{ } \checkmark$$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \text{ } \times \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \text{ } \checkmark \end{array} \}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

1. Wypisujemy podzbiory H.
2. Dla każdego znajdujemy domknięcie:
3. Przepisujemy podzbiór.
4. Szukamy pasujących zależności.
5. Dodajemy prawą stronę każdej pasującej zależności.
6. Powtarzamy aż nic się nie uda dodać.

$$\text{Szukamy: } \{B, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\text{Zbiór roboczy: } W = \{A, B, C\}$$

Wszystkie zależności sprawdzone.

Nic więcej nie uzyskamy.

$$H = \{A, B, C\}$$

Gotowe!

$$F = \{ \\ \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \\ \}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$H = \{A, B, C\}$$

Gotowe!

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

Teraz np. $\{A\}^+ = \{A, B\}$ oznacza, że do F^+ należą:

$$\{A\} \rightarrow \{A, B\}$$

$$\{A\} \rightarrow \{A\}$$

$$\{A\} \rightarrow \{B\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$H = \{A, B, C\}$$

Gotowe!

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

Teraz np. $\{A\}^+ = \{A, B\}$ oznacza, że do F^+ należą:

$$\{A\} \rightarrow \{A, B\}$$

$$\{A\} \rightarrow \{A\}$$

$$\{A\} \rightarrow \{B\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

A np. $\{B, C\}^+ = \{A, B, C\}$ oznacza, że do F^+ należą:

$$\{B, C\} \rightarrow \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\} \rightarrow \{A, B\}$$

$$\{B, C\} \rightarrow \{A, C\}$$

$$\{B, C\} \rightarrow \{B, C\}$$

$$\{B, C\} \rightarrow \{A\}$$

$$\{B, C\} \rightarrow \{B\}$$

$$\{B, C\} \rightarrow \{C\}$$

$$H = \{A, B, C\}$$

Gotowe!

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

Teraz np. $\{A\}^+ = \{A, B\}$ oznacza, że do F^+ należą:

$$\{A\} \rightarrow \{A, B\}$$

$$\{A\} \rightarrow \{A\}$$

$$\{A\} \rightarrow \{B\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

A np. $\{B, C\}^+ = \{A, B, C\}$ oznacza, że do F^+ należą:

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\} \rightarrow \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\} \rightarrow \{A\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B, C\} \rightarrow \{A, B\}$$

$$\{B, C\} \rightarrow \{B\}$$

$$\{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\} \rightarrow \{A, C\}$$

$$\{B, C\} \rightarrow \{C\}$$

$$\{B, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\} \rightarrow \{B, C\}$$

Nie ma potrzeby wypisywać wszystkiego.

$$H = \{A, B, C\}$$

Zwykle szukamy w F^+ konkretnych rzeczy.

$$F = \{ \\ \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \\ \}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$H = \{A, B, C\}$$

Zwykle szukamy w F^+ konkretnych rzeczy.

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

"Rozwijamy" tylko te podzbiory, które się przydadzą.

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$H = \{A, B, C\}$$

Zwykle szukamy w F^+ konkretnych rzeczy.

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

"Rozwijamy" tylko te podzbiory, które się przydadzą.

Zwłaszcza, że dla większych S , ilość podzbiorów rośnie wykładniczo.

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$H = \{A, B, C\}$$

Zwykle szukamy w F^+ konkretnych rzeczy.

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

"Rozwijamy" tylko te podzbiory, które się przydadzą.

Zwłaszcza, że dla większych S , ilość podzbiorów rośnie wykładniczo.

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

Najczęściej jednak przydaje się rozwinąć podzbiory jednoelementowe.

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

Zwykle szukamy w F^+ konkretnych rzeczy.

"Rozwijamy" tylko te podzbiory, które się przydadzą.

Zwłaszcza, że dla większych S , ilość podzbiorów rośnie wykładniczo.

Najczęściej jednak przydaje się rozwinąć podzbiory jednoelementowe.

Zwykle też, większe podzbiory łatwo rozwinąć wspomagając się rozwinięciami mniejszych.

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \left\{ \begin{array}{l} \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \end{array} \right\}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

Zwykle szukamy w F^+ konkretnych rzeczy.

"Rozwijamy" tylko te podzbiory, które się przydadzą.

Zwłaszcza, że dla większych S , ilość podzbiorów rośnie wykładniczo.

Najczęściej jednak przydaje się rozwinąć podzbiory jednoelementowe.

Zwykle też, większe podzbiory łatwo rozwinąć wspomagając się rozwinięciami mniejszych.

Skoro z samego $\{C\}$ można rozwinąć całe S , to tym bardziej z $\{A, C\}$ i $\{B, C\}$.

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \{ \\ \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \\ \}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

Domknięcie każdego zbioru atrybutów na pewno będzie zawierało domknięcia swoich podzbiorów:

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \{ \\ \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \\ \}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

Domknięcie każdego zbioru atrybutów na pewno będzie zawierało domknięcia swoich podzbiorów:

$$X^+ \cup Y^+ \subseteq (X \cup Y)^+ \quad \text{np.} \quad \{A\}^+ \cup \{C\}^+ \subseteq \{A, C\}^+$$

$$H = \{A, B, C\}$$

$$F = \{ \\ \{A\} \rightarrow \{B\}, \\ \{C\} \rightarrow \{A, B\} \\ \}$$

$$\{A\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{B\}^+ = \{B\}$$

$$\{C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{A, B\}^+ = \{A, B\}$$

$$\{A, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

$$\{B, C\}^+ = \{A, B, C\}$$

Domknięcie każdego zbioru atrybutów na pewno będzie zawierało domknięcia swoich podzbiorów:

$$X^+ \cup Y^+ \subseteq (X \cup Y)^+ \quad \text{np.} \quad \{A\}^+ \cup \{C\}^+ \subseteq \{A, C\}^+$$

Wystarczy wtedy sprawdzić takie zależności, które po lewej stronie mają "nowe, większe" zbiory.

Szukanie nadkluczy – podzbiorów schematu, które generują cały schemat.

Sztuczka, jaką można tu zastosować:

Jeśli pewne atrybuty schematu nie pojawiają się po prawej stronie żadnej zależności, to znaczy, że nie da się ich "wygenerować", czyli żeby otrzymać cały schemat, muszą od początku być w rozpatrywanym podzbiorze.

Przykład: $H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

Atrybut P nie pojawia po prawej stronie żadnej zależności. Szukając nadkluczy, wystarczy rozpatrywać tylko podzbiory, które zawierają P, np.:

$\{P\}, \{P, O\}, \{P, E\}, \{P, B\}, \{P, K\}, \{P, O, E\}, \dots$

Szukanie kluczy – "minimalnych" nadkluczy.

Jeśli rozpatrujemy kolejne podzbiory H , zaczynając od najmniejszych, to pierwszy nadklucz, na jaki trafimy, będzie też kluczem.

Rozpatrzyć trzeba wtedy jeszcze pozostałe zbiory o tej samej ilości elementów.

Później można ograniczyć się tylko do tych, które nie zawierają dotychczas znalezionych kluczy. (Wynika to wprost z definicji klucza).

Przykład: $H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$\{P\}^+ = ?$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$\{P\}^+ = ?$ $W = \{P\}$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}; F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$\{P\}^+ = \{P\}$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = ?$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = ? \quad W = \{P, O\}$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$\{P\}^+ = \{P\}$

$\{P, O\}^+ = ?$ $W = \{P, O, E, B\}$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$\{P\}^+ = \{P\}$

$\{P, O\}^+ = ?$ $W = \{P, O, E, B, K\}$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$\{P\}^+ = \{P\}$

$\{P, O\}^+ = ?$ $W = \{P, O, E, B, K\}$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\}$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H - \text{nadklucz i pierwszy klucz}$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

Sprawdzamy pozostałe 2-elementowe

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = ?$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = ? \quad W = \{P, E\}$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = ? \quad W = \{P, O, E\}$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = ? \quad W = \{P, O, E, B, K\}$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = ? \quad W = \{P, O, E, B, K\}$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = \{P, O, E, B, K\}$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H - \text{nadklucz i drugi klucz}$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, B\}^+ = ?$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, B\}^+ = ? \quad W = \{P, B\}$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, B\}^+ = ? \quad W = \{P, B, K\}$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, B\}^+ = ? \quad W = \{P, B, K\}$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, B\}^+ = \{P, B, K\}$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, B\}^+ = \{P, B, K\}$$

$$\{P, K\}^+ = ?$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, B\}^+ = \{P, B, K\}$$

$$\{P, K\}^+ = ? \quad W = \{P, K\}$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, B\}^+ = \{P, B, K\}$$

$$\{P, K\}^+ = \{P, K\}$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, B\}^+ = \{P, B, K\}$$

$$\{P, K\}^+ = \{P, K\}$$

Sprawdziliśmy wszystkie zbiory 2-elementowe (zawierające P).

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, B\}^+ = \{P, B, K\}$$

$$\{P, K\}^+ = \{P, K\}$$

Sprawdziliśmy wszystkie zbiory 2-elementowe (zawierające P).

$\{P, B, K\}$ – To jedyny pozostały zbiór, który nie zawiera znalezionych kluczy (i zawiera P). Ostatni kandydat na klucz.

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, B\}^+ = \{P, B, K\}$$

$$\{P, K\}^+ = \{P, K\}$$

$$\{P, B, K\} = ?$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, B\}^+ = \{P, B, K\}$$

$$\{P, K\}^+ = \{P, K\}$$

$$\{P, B, K\} = ? \quad W = \{P, B, K\}$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, B\}^+ = \{P, B, K\}$$

$$\{P, K\}^+ = \{P, K\}$$

$$\{P, B, K\} = \{P, B, K\}$$

Szukanie kluczy

$H = \{P, O, E, B, K\}$; $F = \{\{P, O\} \rightarrow \{E\}, \{P, E\} \rightarrow \{O\}, \{P, O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

$$\{P\}^+ = \{P\}$$

$$\{P, O\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, E\}^+ = \{P, O, E, B, K\} = H$$

$$\{P, B\}^+ = \{P, B, K\}$$

$$\{P, K\}^+ = \{P, K\}$$

$$\{P, B, K\} = \{P, B, K\}$$

Gotowe! Jesteśmy pewni, że znaleźliśmy wszystkie klucze.

Minimalizowanie zbioru zależności funkcyjnych

$F = \{\{A\} \rightarrow \{B\}, \{A\} \rightarrow \{C\}, \{A,B\} \rightarrow \{D\}, \{A,C\} \rightarrow \{B\}, \{A,C\} \rightarrow \{D\}\}$

Patrzymy, na lewe strony większe niż jednoelementowe. Być może uda się znaleźć mniejsze zbiory "dające" takie same prawe strony.

W tym celu wyznaczamy domknięcia podzbiorów takich lewych stron. Ewentualnie możemy ograniczyć się tylko do takich dobrze rokujących.

"Duże" lewe strony: Ich podzbiory: Co chcemy otrzymać:

$\{A,B\}$	$\{A\}, \{B\}$	$\{D\}$
$\{A,C\}$	$\{A\}, \{C\}$	$\{B\}$
$\{A,C\}$	$\{A\}, \{C\}$	$\{D\}$

Minimalizowanie zbioru zależności funkcyjnych

$$F = \{\{A\} \rightarrow \{B\}, \{A\} \rightarrow \{C\}, \{A,B\} \rightarrow \{D\}, \{A,C\} \rightarrow \{B\}, \{A,C\} \rightarrow \{D\}\}$$

"Duże" lewe strony: Ich podzbiory: Co chcemy otrzymać:

$\{A,B\}$ $\{A\}, \{B\}$ $\{D\}$

$\{A,C\}$ $\{A\}, \{C\}$ $\{B\}$

$\{A,C\}$ $\{A\}, \{C\}$ $\{D\}$

Podejście "od lewej" – rozwijamy podzbiory:

$\{A\}^+ = \{A, B, C, D\} \Rightarrow$ więc w F^+ mamy m.in.: $\{A\} \rightarrow \{B\}, \{A\} \rightarrow \{C\}, \{A\} \rightarrow \{D\}$

$\{B\}^+ = \{B\}$

$\{C\}^+ = \{C\}$

Zatem $\{A,B\} \rightarrow \{D\}$ i $\{A,C\} \rightarrow \{D\}$ możemy zastąpić przez $\{A\} \rightarrow \{D\}$
a $\{A,C\} \rightarrow \{B\}$ przez $\{A\} \rightarrow \{B\}$.

Minimalizowanie zbioru zależności funkcyjnych

$F = \{\{A\} \rightarrow \{B\}, \{A\} \rightarrow \{C\}, \{A,B\} \rightarrow \{D\}, \{A,C\} \rightarrow \{B\}, \{A,C\} \rightarrow \{D\}\}$

"Duże" lewe strony: Ich podzbiory: Co chcemy otrzymać:

$\{A,B\}$	$\{A\}, \{B\}$	$\{D\}$
-----------	----------------	---------

$\{A,C\}$	$\{A\}, \{C\}$	$\{B\}$
-----------	----------------	---------

$\{A,C\}$	$\{A\}, \{C\}$	$\{D\}$
-----------	----------------	---------

Podejście "od prawej" – wypisujemy zależności, w których po prawej są atrybuty, które chcemy otrzymać, potem te, z których można otrzymać lewe strony już wypisywanych zal. fun. – i tak aż do momentu, gdy będziemy mieli zależności, które po lewej mają wyjściowe podzbiory. To takie "rozwijanie" wstecz.

Minimalizowanie zbioru zależności funkcyjnych

Uwaga! To nie jedyne operacje wykonywane przy minimalizowaniu zbioru zależności. To drugi z trzech kroków.

Pierwszy krok polega na rozbiciu prawych stron dla zbioru jednoelementowe.

W trzecim kroku usuwamy duplikaty i zbędne zależności pochodne.

Minimalizowanie zbioru zależności funkcyjnych

Intuicje stojące za kolejnymi krokami:

1. Jeśli po PESELu da się znaleźć imię i nazwisko, to tym bardziej samo imię lub samo nazwisko: $\{\{P\} \rightarrow \{I, N\}\} \rightarrow \{\{P\} \rightarrow \{I\}, \{P\} \rightarrow \{N\}\}$
2. Jeśli po PESELu i emailu da się ustalić imię, ale da się również po samym PESELu, to w ramach minimalizacji wybieramy prostszą zależność: $\{\{P, E\} \rightarrow \{I\}, \{P\} \rightarrow \{I\}\} \rightarrow \{\{P\} \rightarrow \{I\}\}$
3. Jeśli po kodzie da się ustalić powiat a po powiecie województwo i jednocześnie po kodzie od razu województwo, to w ramach minimalizacji zostawiamy tylko bardziej szczegółowe zależności: $\{\{K\} \rightarrow \{P\}, \{P\} \rightarrow \{W\}, \{K\} \rightarrow \{W\}\} \rightarrow \{\{K\} \rightarrow \{P\}, \{P\} \rightarrow \{W\}\}$

Sprawdzanie czy dana zależność należy do F^+

Po prostu wyznaczamy domknięcie lewej strony zależności i sprawdzamy czy prawa strona się w nim zawiera.

Np.: $F = \{\{P,O\} \rightarrow \{E\}, \{P,E\} \rightarrow \{O\}, \{P,O\} \rightarrow \{B\}, \{B\} \rightarrow \{K\}\}$

Sprawdzamy $\{P,E\} \rightarrow \{K,B\}$: $\{P,E\}^+ = \{P,E,O,B,K\}$; $\{K,B\} \subseteq \{P,E\}^+$; Odp: Tak.

Sprawdzamy $\{B\} \rightarrow \{O\}$: $\{B\}^+ = \{B,K\}$; $\{O\} \not\subseteq \{B\}^+$; Odp: Nie.

Sprawdzanie równoważności zbiorów zależności funkcyjnych

Zbiory są równoważne wtw. gdy: $F_1 \subset F_2^+ \wedge F_2 \subset F_1^+$

Robimy to, co slajd wcześniej, tylko wiele razy – sprawdzając czy każda zależność z F_1 należy do F_2^+ i czy każda zależność z F_2 należy do F_1^+ .

Wyznaczanie rzutów zbioru zależności funkcyjnych

Wybieramy z F^+ wszystkie takie zależności, które składają się tylko z atrybutów na której rzutujemy, a następnie minimalizujemy otrzymany zbiór zależności.

Wybierając zależności z F^+ warto od razu szukać ich pod kątem minimalizacji.

W praktyce najlepiej "rozwinąć" (prawie) wszystkie podzbiory zbioru, na który rzutujemy, a następnie z takiej "pomocniczej listy" domknąć wybierać zależności proste i nietrywialne, tj. zawierające po prawej jeden element, nie pojawiający się po lewej.

Wyznaczanie rzutów zbioru zależności funkcyjnych

$H = \{M, P, S, T\}$; $F = \{\{S, T\} \rightarrow \{M\}, \{M\} \rightarrow \{P\}, \{P\} \rightarrow \{S\}\}$, $H_1 = \{M, S, T\}$

Domknięcia podzbiorów H_1 :

$$\{M\}^+ = \{M, P, S\}$$

$$\{S\}^+ = \{S\}$$

$$\{T\}^+ = \{T\}$$

$$\{M, S\}^+ = \{M, P, S\}$$

$$\{M, T\}^+ = \{M, T, P, S\}$$

$$\{S, T\}^+ = \{S, T, M, P\}$$

"Wypisujemy" zależności:

$$\{\underline{M}\} \rightarrow \{\underline{M}\}, \{M\} \rightarrow \{\underline{P}\}, \{\underline{M}\} \rightarrow \{\underline{S}\}$$

$$\{\underline{S}\} \rightarrow \{\underline{S}\}$$

$$\{\underline{T}\} \rightarrow \{\underline{T}\}$$

$$\{\underline{M}, \underline{S}\} \rightarrow \{\underline{M}\}, \{M, S\} \rightarrow \{\underline{P}\}, \{M, \underline{S}\} \rightarrow \{\underline{S}\}$$

$$\{\underline{M}, \underline{T}\} \rightarrow \{\underline{M}\}, \{M, \underline{T}\} \rightarrow \{\underline{T}\}, \{M, T\} \rightarrow \{\underline{P}\}, \{\underline{M}, \underline{T}\} \rightarrow \{\underline{S}\},$$

$$\{\underline{S}, \underline{T}\} \rightarrow \{\underline{S}\}, \{S, \underline{T}\} \rightarrow \{\underline{T}\}, \{\underline{S}, \underline{T}\} \rightarrow \{\underline{M}\}, \{S, T\} \rightarrow \{\underline{P}\}$$

Odrzucamy zależności z P oraz zawierające z lewej i prawej choć jeden taki sam atrybut. Najlepiej w ogóle takich nie wypisywać.

To oczywiście dopiero początek minimalizacji.

Czy dekompozycja zachowuje zależności funkcyjne?

Wyznaczamy rzuty wyjściowego zbioru zależności na dane, nowe schematy.

Każdy rzut to pewien zbiór zależności. Liczymy ich sumę i sprawdzamy czy jest równoważna wyjściowemu zbiorowi.

W dodatku sprawdzenie równoważności wystarczy zrobić tylko "w jedną stronę", bo w drugą zostało wykonane implícite podczas liczenia rzutów i minimalizacji.

Wyznaczanie maksymalnej postaci relacji

Dwuatrybutowa \rightarrow BCNF. W przeciwnym razie, znajdujemy klucze i szukamy w F^+ kontrprzykładów – zależności nietrywialnych $X \rightarrow A$, takich że:

1. A nie należy do żadnego klucza
i X jest podzbiorem właściwym jakiegokolwiek klucza \rightarrow 1NF
2. A nie należy do żadnego klucza
i X nie jest ani podzbiorem, ani nadzbiorem żadnego klucza \rightarrow 2NF
3. Nie ma żadnych powyższych \rightarrow 3NF, chyba że:
4. X każdej zależności zawiera klucz (jest nadkluczem) \rightarrow BCNF

(W punktach 1. i 2. istnienie opisanej zależności oznacza, że relacja jest we wskazanej postaci – bo nie może być w wyższej).