

summary

summary

问题一· 奖牌榜
评价模型
划分模型

问题一· 奖牌榜

为了预测2028年洛杉矶奥运会奖牌榜，我们考虑设计一个**评价模型**和一个**划分模型**。

基本思路是通过评价模型为每个国家在每个项目上估计一个**总评分**，划分模型利用每个国家的总评分给出每个国家在该项目上获得各类奖牌数的期望。对项目求和即得总奖牌榜。

评价模型

其中评价模型为：

某国家某项目的总评分 = C_1 * 项目实力 + C_2 * 运动员状态 + C_3 * 东道主优势

- 项目实力计算方法：

统计某国在某项目上获得金，银，铜牌的概率

考虑1996年起的过往8届奥运会

以游泳为例，考虑*i*国在过去8届获得的奖牌加权总数（金牌数 * 0.5 + 银牌数 * 0.3 + 铜牌数 * 0.2）为 a_i

则项目实力得分为：（百分制）

$$B_i = \frac{a_i}{\sum_i a_i}$$

- 运动员状态计算方法：

由于某国家的**项目实力**在某种程度上反映出了该国对人才培养的重视，因此，该国因可能出现“新秀”而带来的影响在事实上已经被考虑进了**项目实力**这一因素。在**运动员状态**这一项我们仅考虑参赛过的运动员。

以游泳为例，考虑*i*国2020年第一次参加奥运会游泳的人数为 a_i ，2024年第一次参加奥运会游泳的人数为 b_i ，我们认为这两批人对2028年的比赛会有显著贡献。则该国在运动员状态一项上的得分为：（百分制）

$$Ti = \frac{a_i + b_i}{\sum_i (a_i + b_i)} * 100$$

- 系数确定：

划分模型

考虑以下基本事实

- 获得什么类型的奖牌的概率由国家的**在这个项目上的竞争实力**决定
- 评分低的国家也可能获得金牌

一个基本思路：通过往年的数据拟合出**国家获得某个项目奖牌的概率与这个国家在这个项目上的综竞争实力的函数**。

由于在某个项目上综合实力较强的国家在该项目上的获得奖牌的概率较大，而实力较弱的国家获得奖牌的概率极小，故采用的拟合函数形式如下：

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(-kx + b)}$$

其中，x为在该项目上的竞争实力，f(x)为获得奖牌的概率。

具体过程如下，

例如：

竞争实力	65	55	45	5	...
金牌概率	0.5	0.3	0.1	0.04	...
奖牌概率	0.6	0.3	0.08	0.0001	

- 根据一系列数据采用最大似然估计估计其参数k，b。
- 根据每个国家的在该项目上的竞争实力求得对应的获得奖牌的概率，再根据概率与该项目含有的小项目数量求得其获得的奖牌数量。
- 各个项目的奖牌数量之和即为该国家获得奖牌的总数量。
- 由于最终获得什么奖牌与国家在该项目上的**竞争力**有关，因此考虑竞争力对应奖牌的概率是有合理性的。
- 因为排位与奖牌之间的对应关系与只与**排位顺序**和**实力差距**有关，而与**具体是哪个项目**无关。因此具有普适性。