大学物理

College Physics

主讲

华 中 科 技 大 学

刘超飞

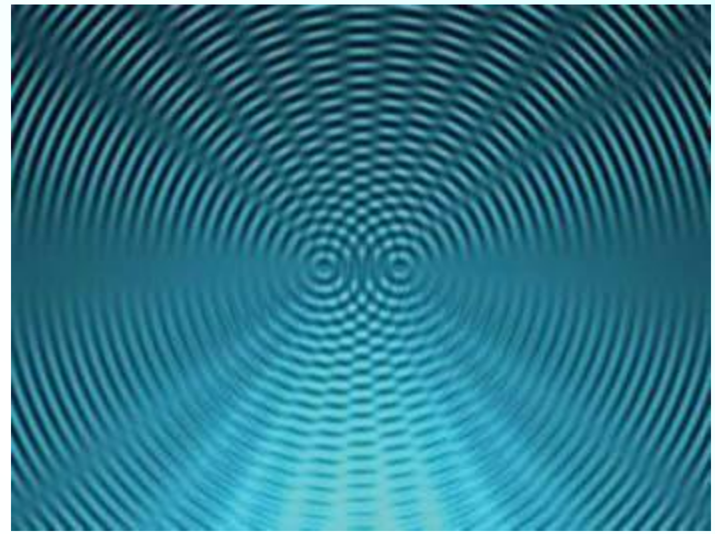
● 波的干涉

当几列波同时在某一区域传播时，使空间某些点的振动始终加强，另一些点的振动始终减弱，重迭区呈现有规则的稳定分布的现象。

● 干涉产生的条件：

相干波源发出的波在空间相遇时产生干涉。

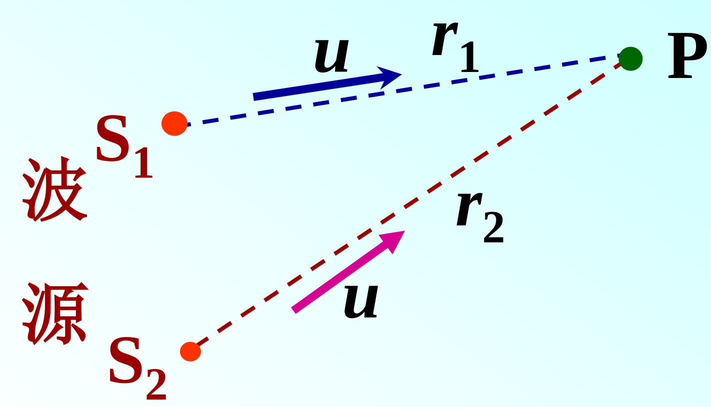
相干波源 {
(1) 频率相同
(2) 振动方向相同
(3) 相位差恒定



水波的干涉图样

● 两相干波源在空间任意一点合振动为：

$$y_p = y_{p1} + y_{p2} = A\cos(\omega t + \phi)$$



$$\begin{cases} A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\phi \\ \Delta\phi = (\phi_2 - \phi_1) - \dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) \end{cases}$$

$\Delta\phi = \pm 2k\pi,\quad k=0,1,2.....$

振幅：$A = A_{\max} = A_1 + A_2$ **干涉加强(干涉相长)**

$\Delta\phi = \pm(2k+1)\pi,\quad k=0,1,2.....$

振幅：$A = A_{\min} = |A_1 - A_2|$ **干涉减弱(干涉相消)**

●干涉的特例——驻波

两列振幅相等的相干波相向而行，在相遇的区域叠加干涉，形成驻波。

设两列波为平面余弦波：
$$\begin{cases} y_1 = A\cos\omega\left(t - \dfrac{x}{u}\right) \\ y_2 = A\cos\omega\left(t + \dfrac{x}{u}\right) \end{cases}$$

得到驻波表达式：

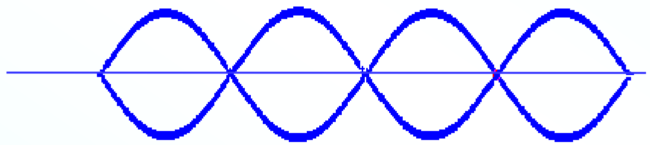
$$\boxed{y = y_1 + y_2 = 2A\cos\frac{\omega}{u}x \cdot \cos\omega t}$$

●驻波的特征

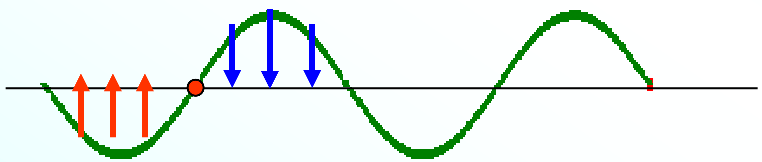
$$\boxed{y = y_1 + y_2 = 2A\cos\frac{\omega}{u}x \cdot \cos\omega t}$$

（1）振幅是 x 的函数：$A_{驻} = 2A\cos\dfrac{\omega}{u}x$

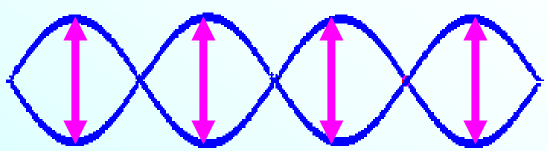
$A_{驻}= 0$ 处为波节，$A_{驻}= 2A$ 处为波腹。



（2）驻波的位相关系



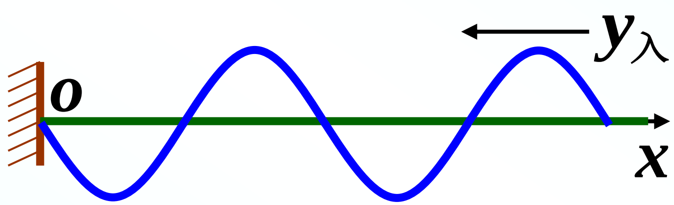
（3）波形不动, 分段振动(**驻波**)。



（4）驻波中没有净能量传递。 能流密度：

$$I = I_{入} + I_{反} = 0$$

● 反射与半波损失



$$y_{入}=A\cos\omega(t+\frac{x}{u})$$

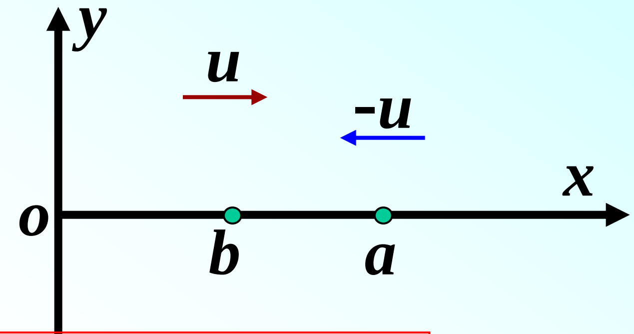
$$\Rightarrow y_{o反}=-y_{o入}=A\cos(\omega t+\pi)$$

波程差有半个波长的突变， 半波损失 (半波突变)

由波疏媒质→波密媒质→反射: 有半波损失(波节)

由波密媒质→波疏媒质→反射 :无半波损失(波腹)

例: 振幅为A，频率为γ，波长为λ的简谐波沿弦线传播，在自由端a点反射。假设反射后波不衰减。已知$oa=7\lambda/8$，$ob=\lambda/2$。$t=0$时，$x=0$处质元的合振动经平衡位置向y负方向运动。求b点处入射波和反射波的合振动方程。



解: 设入射波为

$$y_1=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\phi]$$

$$=A\cos(2\pi\gamma t-\frac{2\pi x}{\lambda}+\phi)$$

$$\boxed{y_{O入}=A\cos(2\pi\gamma t+\phi)}\quad (t-\Delta t)$$

a点为自由端，故无半波损失。反射波在o点引起的振动为

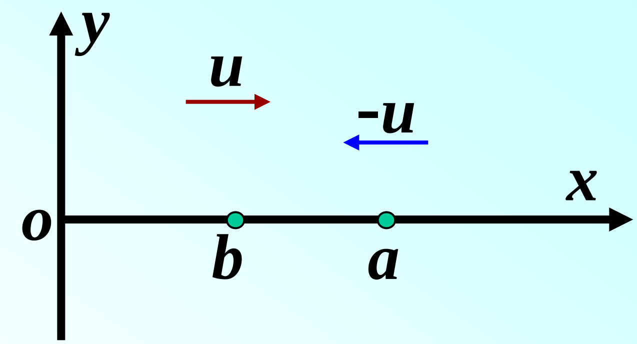
$$y_{O反}=A\cos[2\pi\gamma(t-\frac{2\overline{oa}}{u})+\phi]=A\cos[2\pi\gamma t-\frac{2\pi\times 2\overline{oa}}{\lambda}+\phi]$$

$$=A\cos(2\pi\gamma t-2\pi\times 2\times 7\lambda/8/\lambda+\phi)$$

$$=A\cos(2\pi\gamma t+\phi-\frac{3\pi}{2})$$

$$y_1=A\cos(2\pi\gamma t-\frac{2\pi x}{\lambda}+\phi)$$

$$y_{O反}=A\cos(2\pi\gamma t+\phi-\frac{3\pi}{2})$$



$oa=7\lambda/8$，$ob=\lambda/2$

所以反射波为

$$y_2=A\cos[\omega(t+\frac{x}{u})+\phi-\frac{3\pi}{2}]$$

合成波为

$$y=y_1+y_2=2A\cos(2\pi\frac{x}{\lambda}-\frac{3\pi}{4})\cos(2\pi\gamma t+\phi-\frac{3\pi}{4})$$

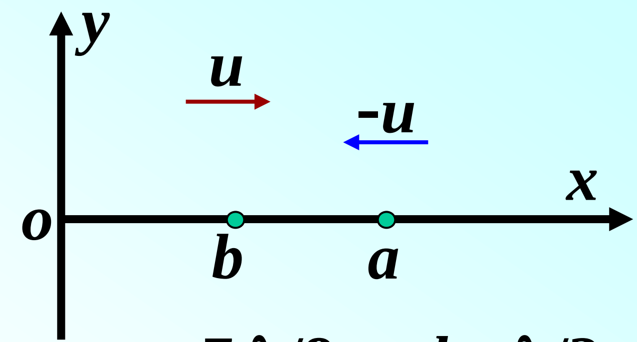
故 $x=0$处质元o点的合振动为

$$y_O=2A\cos(-\frac{3\pi}{4})\cos(2\pi\gamma t+\phi-\frac{3\pi}{4})$$

$$=-\sqrt{2}A\cos(2\pi\gamma t+\phi-\frac{3\pi}{4})$$

$$=\sqrt{2}A\cos(2\pi\gamma t+\phi+\frac{\pi}{4})$$

$$y_O=\sqrt{2}A\cos(2\pi\gamma t+\phi+\frac{\pi}{4})$$



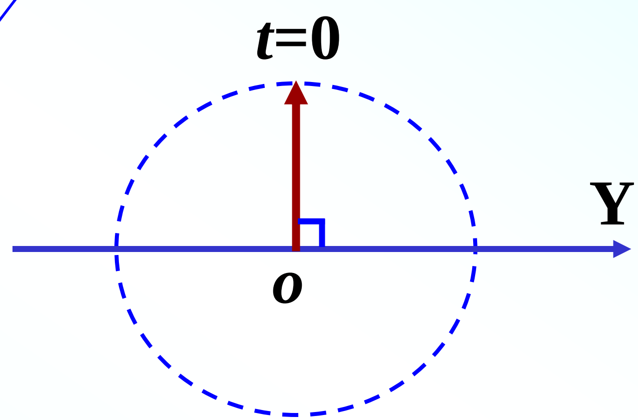
$oa=7\lambda/8$，$ob=\lambda/2$

而$t=0$ 时, $x=0$处质元的合振动经平衡位置向负方向运动，

由旋转矢量图知，

$$\phi+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \phi=\frac{\pi}{4}$$



合成波为

$$y=y_1+y_2=2A\cos(2\pi\frac{x}{\lambda}-\frac{3\pi}{4})\cos(2\pi\gamma t+\phi-\frac{3\pi}{4})$$

$$=2A\cos(2\pi\frac{x}{\lambda}-\frac{3\pi}{4})\cos(2\pi\gamma t+\frac{\pi}{4}-\frac{3\pi}{4})$$

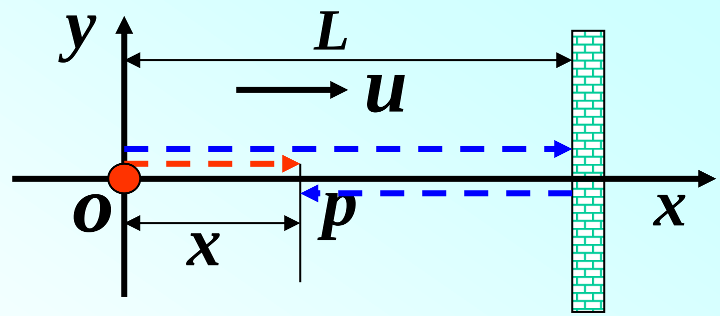
所以，b点($x_b=\lambda/2$) 的合振动方程为

$$y_b=2A\cos(2\pi\frac{\lambda/2}{\lambda}-\frac{3\pi}{4})\cos(2\pi\gamma t+\frac{\pi}{4}-\frac{3\pi}{4})$$

$$=\sqrt{2}A\cos(2\pi\gamma t-\frac{\pi}{2})$$

例：已知波源 $y_o = A\cos\omega t$ ，

$L=\dfrac{5\lambda}{2}$ 处有一密媒质反射壁



求：（1）$x > 0$区域的入射波、反射波及合成波方程？并讨论干涉情况。

解：$y_{入} = A\cos\omega(t - \dfrac{x}{u})$

有半波损失±π

$$\begin{cases} \Rightarrow y_{反} = A\cos[\omega(t - \dfrac{\Delta x}{u}) - \pi] \\ \Delta x = 2L - x \end{cases}$$

$$\Rightarrow y_{反} = A\cos[\omega(t - \frac{2L - x}{u}) - \pi]$$

$$= A\cos[\omega(t + \frac{x}{u}) - \frac{\omega}{u} 2 \frac{5\lambda}{2} - \pi]$$

$$\because \frac{\omega}{u} = \frac{2\pi}{T \cdot u} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\therefore y_{反} = A\cos[\omega(t + \frac{x}{u}) - \pi]$$

$$y_{驻} = y_{入} + y_{反}$$

$$= 2A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{\pi}{2})\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

驻波波函数

$$\boxed{y_{驻} = y_{入} + y_{反} = 2A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$$

波腹： $\dfrac{2\pi}{\lambda}x - \dfrac{\pi}{2} = \pm n\pi \quad \Rightarrow x_k = \left(\pm n + \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda}{2}$

x在0 —— 5λ/2之间

$$\Rightarrow 0 < \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} < \frac{5\lambda}{2} \Rightarrow n = 0, 1, 2, 3, 4$$

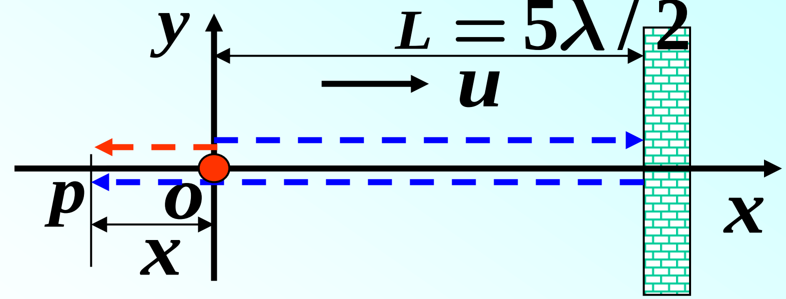
$$\Rightarrow x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \frac{7\lambda}{4}, \frac{9\lambda}{4}$$

波节： $\dfrac{2\pi}{\lambda}x - \dfrac{\pi}{2} = \pm(2n+1)\dfrac{\pi}{2} \quad \Rightarrow x_k = \pm n\dfrac{\lambda}{2}$

$$\Rightarrow 0 < n\frac{\lambda}{2} < \frac{5\lambda}{2} \Rightarrow n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$\Rightarrow x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, 2\lambda, \frac{5\lambda}{2}$$

（2） $x<0$ 处的入射波、反射波及合成波方程？并讨论干涉情况。



$$y_{入}=A\cos\omega\left(t+\frac{x}{u}\right)$$

$$\begin{cases} y_{反}=A\cos\left[\omega\left(t-\dfrac{\Delta x}{u}\right)-\pi\right] \\ \Delta x=2L-x \end{cases}$$

$$\Rightarrow y_{反}=A\cos\left[\omega\left(t+\frac{x}{u}\right)-\frac{2\pi}{T\cdot u}5\lambda-\pi\right]=A\cos\left[\omega\left(t+\frac{x}{u}\right)-\pi\right]$$

$$y_{合}=y_{入}+y_{反}$$

$$=2A\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)\cos\left[\omega\left(t+\frac{x}{u}\right)-\frac{\pi}{2}\right]=0$$

干涉静止

行波方程

若 L 为其它值，则 $y_{合}$ 可不为0。

则在 $x<0$ 区域，合成波为行波方程。

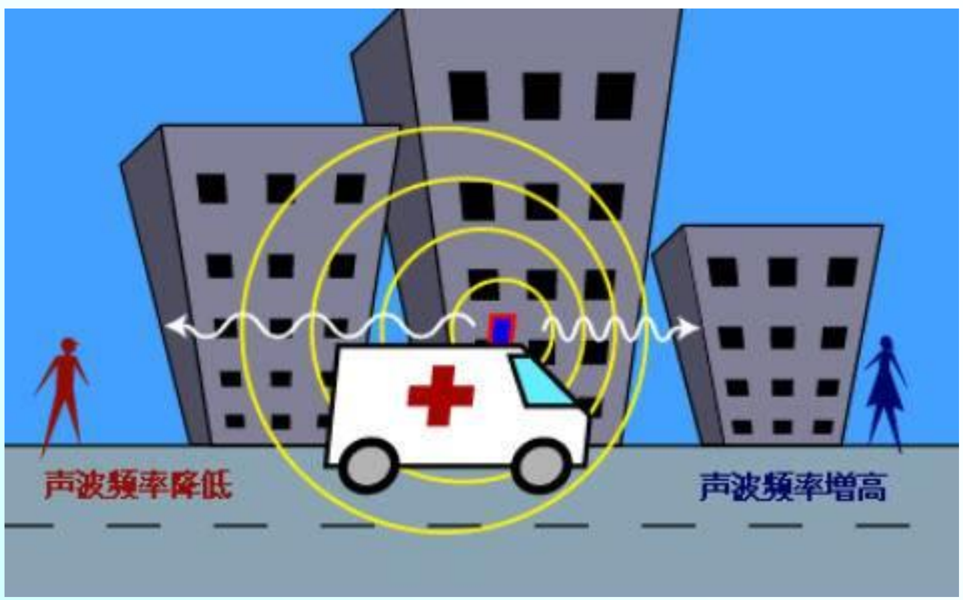
视频演示

多普勒效应

此效应是出生于德国的奥地利物理学家多普勒(Johann Doppler，1802－1853)发现的。

当观察者与波源之间有相对运动时，观察者所测得的频率不同于波源频率，这种现象称为多普勒效应。

比如：当鸣笛的火车驶向站台时，站台上的观察者听到的笛声变尖，即频率升高；
相反，当火车驶离站台时，听到的笛声频率降低。



波速u是单位时间内振动状态 (相位)在介质中传播的距离。

相对于媒质为常数

波源的频率ν_s 是单位时间内波源作完整振动的次数或发出的‘完整波长’的个数。

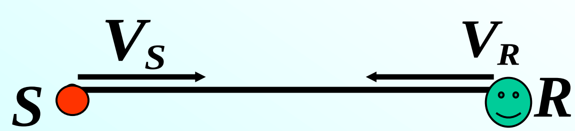
波源的周期T_S 是波源作一次完整的振动所需的时间。

观察者接收到的频率ν_R是观察者在单位时间内接收到的完整的振动次数或完整的波长数。

观察者测得的周期T_R是观察者观测到的一次完整的振动所经历的时间。

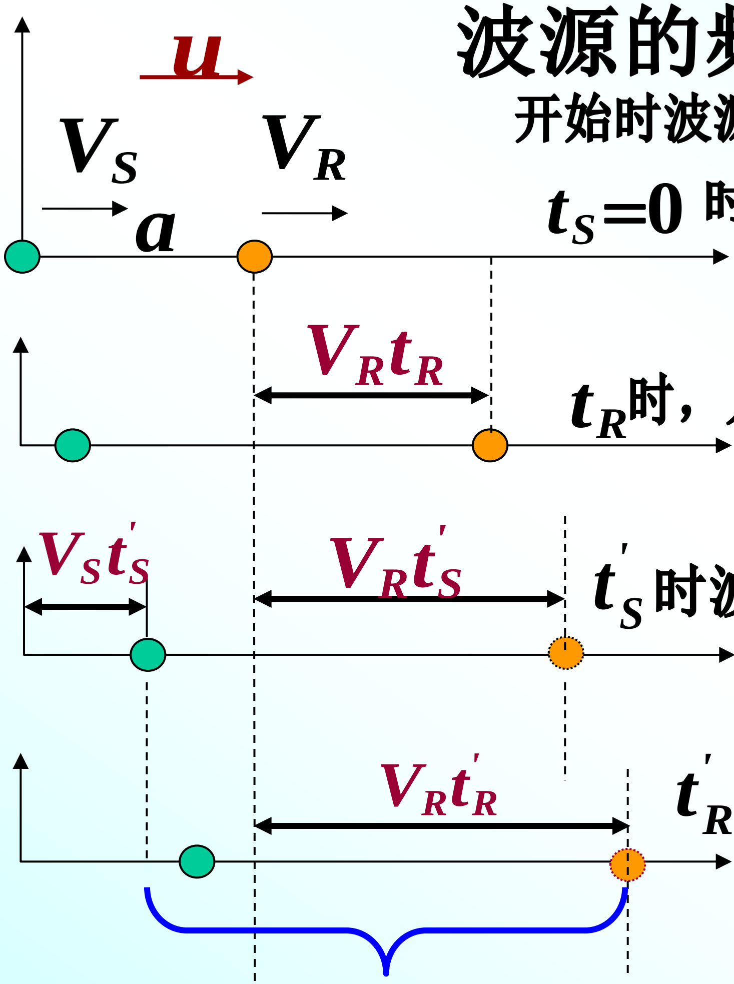
以下考虑波源的频率和观测频率的关系。

取媒质为参考系，设波速为u，波源的速度为V_S，观察者的速度为V_R，且波源和观察者在同一条直线上运动。

比如：

波源的频率与观测频率的关系式

开始时波源S刚好在坐标原点，与观察者R相距 a



$t_S=0$ 时，波源S到达振动状态H并将之向右传出

t_R时，人R测到由波源传来的振动状态H

$$\begin{cases} t_R=\dfrac{a+V_Rt_R}{u} \\ \therefore t_R=\dfrac{a}{u-V_R} \end{cases}$$

t'_S时波源S回到H态，并传出振动状态H

$$\boxed{T_S=t'_S-t_S=t'_S}$$

t'_R 时，人R再次测到振动状态H

$$\boxed{T_R=t'_R-t_R}$$

$$=\frac{a+(u-V_S)t'_S}{u-V_R}-\frac{a}{u-V_R}$$

$$t'_R=t'_S+\frac{a+V_Rt'_R-V_St'_S}{u}$$

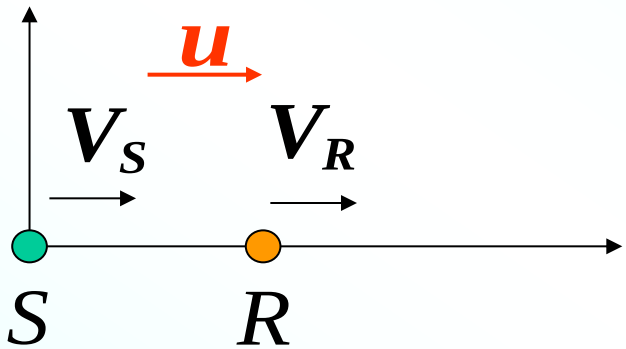
$$t'_R=\frac{a+(u-V_S)t'_S}{u-V_R}$$

$$\boxed{\nu_R=\frac{u-V_R}{u-V_S}\nu_S}$$

$$=\frac{u-V_S}{u-V_R}t'_S=\frac{u-V_S}{u-V_R}T_S$$

实际上已把 u 的方向定为正方向。

波源的频率与观测频率的关系式



$$\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S$$

以 u 的方向为正方向。

注意：上式中波源和观察者的速度可正可负。

当 $V_R = V_S$ 时，波源和观察者无相对运动， $\nu_R = \nu_S$ $\boxed{\lambda_R = \frac{u}{\nu_R}}$

当 $V_S = 0$ 时，

若观察者向波源运动，则 $\nu_R > \nu_S$； 波长变短。

若观察者背离波源运动，则 $\nu_R < \nu_S$；波长变长。

当 $V_R = 0$ 时，

若波源向观察者运动，则 $\nu_R > \nu_S$； 波长变短。

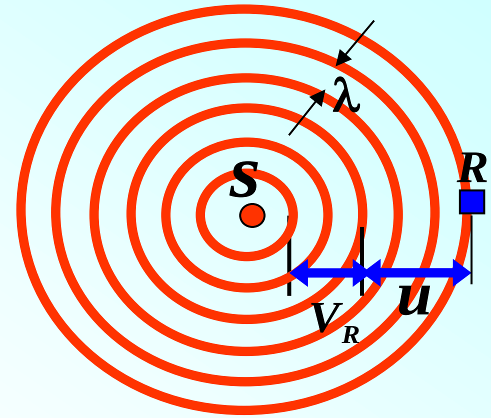
若波源背离观察者运动，则 $\nu_R < \nu_S$；波长变长。

动画演示

1. 波源和观察者都静止

单位时间通过R的波长的个数，即为R收到的频率为：

$$\Rightarrow \nu_R = \frac{u}{\lambda} = \nu_S$$



2. 波源静止，观察者朝向波源运动

波源静止，则波长不变，为λ 。

观察者向着波源运动，则观察者感到波的速度为：$u+|V_R|$

$$\Rightarrow \nu_R = \frac{u+|V_R|}{\lambda} = \frac{u+|V_R|}{u}\nu_S$$ 频率变大

波源静止，观察者远离波源运动

波源静止，则波长不变，为λ 。

观察者远离波源运动，则观察者感到波的速度为：$u-|V_R|$

$$\Rightarrow \nu_R = \frac{u-|V_R|}{u}\nu_S$$ 频率变小

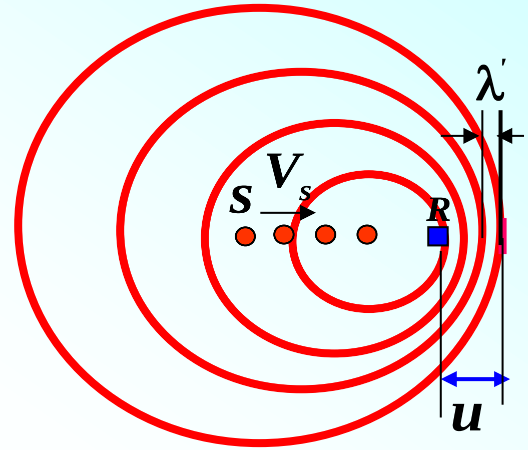
3. 观察者静止，波源朝向观察者运动

波源朝向观察者运动，则观察者感到波长变小，记为λ'。

$$\left.\begin{aligned}\lambda' &= \lambda - |V_S|\cdot T\\ \lambda &= u\cdot T\end{aligned}\right\} \Rightarrow \lambda' = \frac{u-|V_S|}{u}\lambda$$

观察者静止，感到波的速度不变，为 u

$$\nu_R = \frac{u}{\lambda'}$$



$$\Rightarrow \nu_R = \frac{u}{u-|V_S|}\nu_S$$

频率变大

观察者静止，波源远离观察者运动

波源远离观察者运动，则观察者感到波长变大。

观察者静止，感到波的速度不变，为 u

$$\Rightarrow \nu_R = \frac{u}{u+|V_S|}\nu_S$$

频率变小

选取介质中波速u为正方向

1. 波源和观察者都静止：$\nu_R = \frac{u}{\lambda} = \nu_S$

$$\boxed{\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S}$$

2. 波源静止，观察者朝向波源运动

$$\nu_R = \frac{u + |V_R|}{u}\nu_S$$

$$\nu_R = \frac{u - V_R}{u}\nu_S$$

波源静止，观察者远离波源运动

$$\nu_R = \frac{u - |V_R|}{u}\nu_S$$

$$\nu_R = \frac{u - V_R}{u}\nu_S$$

3. 观察者静止，波源朝向观察者运动

$$\nu_R = \frac{u}{u - |V_S|}\nu_S$$

$$\nu_R = \frac{u}{u - V_S}\nu_S$$

观察者静止，波源远离观察者运动

$$\nu_R = \frac{u}{u + |V_S|}\nu_S$$

$$\nu_R = \frac{u}{u - V_S}\nu_S$$

以上所有结论的前提是：波源和观察者在同一直线上运动，故称为纵向多普勒效应。

$$\boxed{\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S}$$

如果波源和观察者的运动不是沿它们连线方向（纵向），则以上公式中V_S，V_R应理解为波源和观察者在它们连线方向上的速度分量(即纵向分量)。

利用声波的多普勒效应可以测定流体的流速，振动体的振动和潜艇的速度，还可以用来报警和监测车速。

在医学上，利用超声波的多勒效应对心脏跳动情况进行诊断，如做超声心动、多普勒血流仪等。

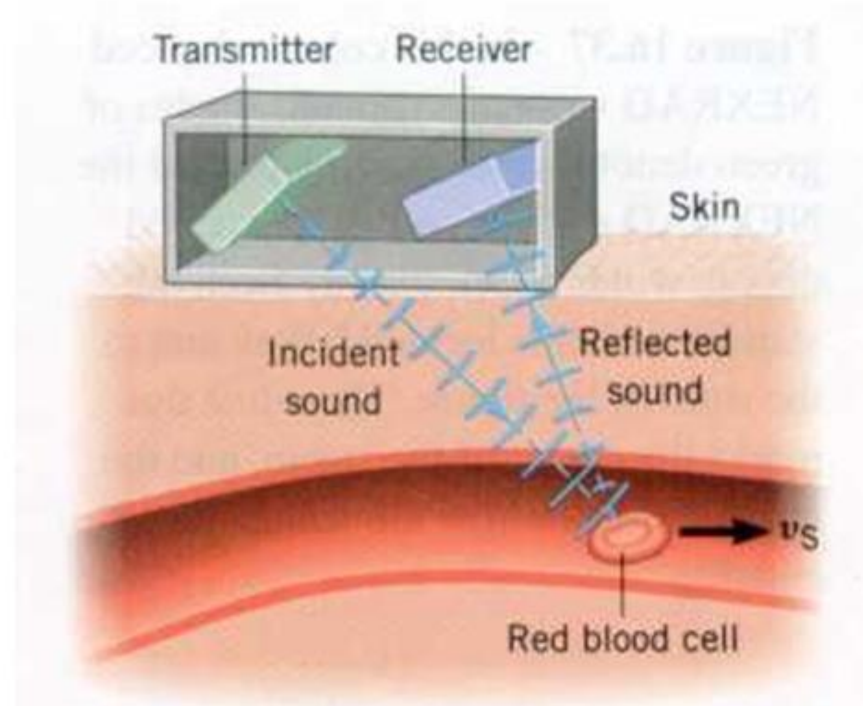
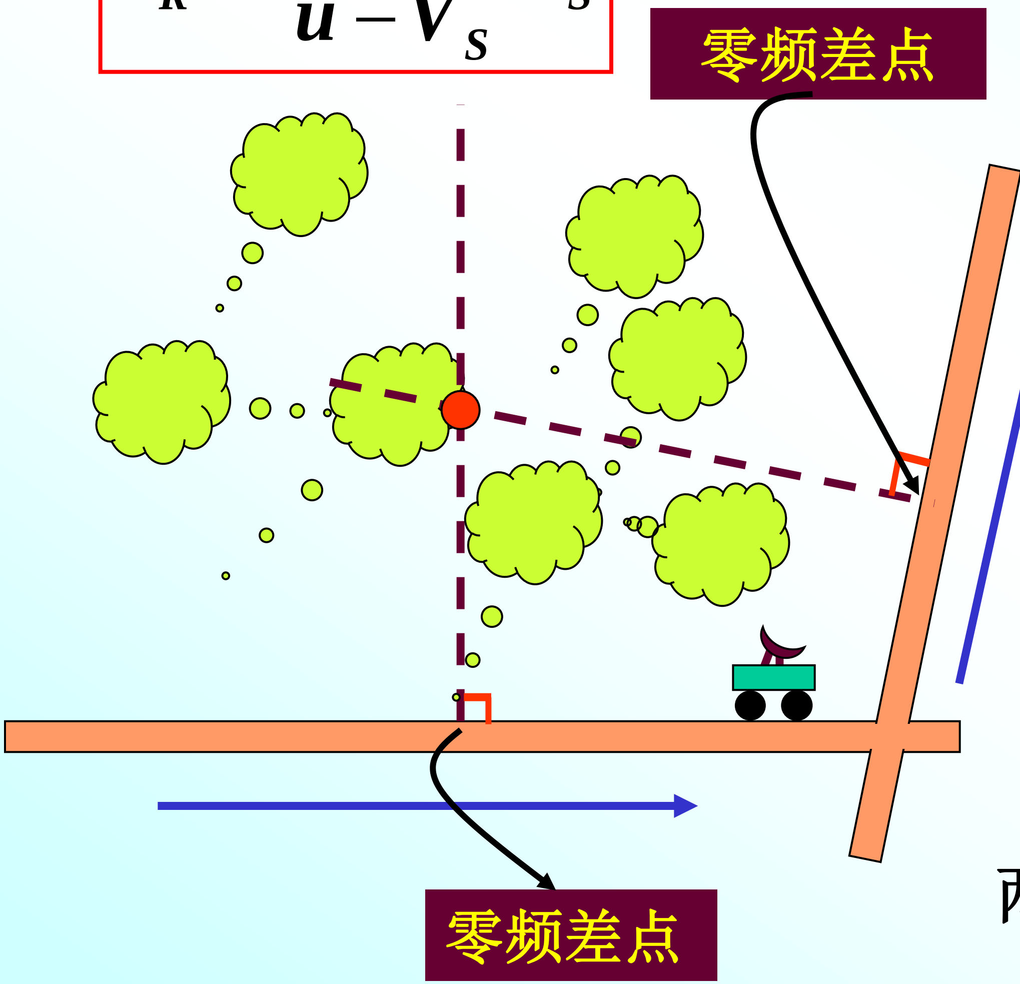


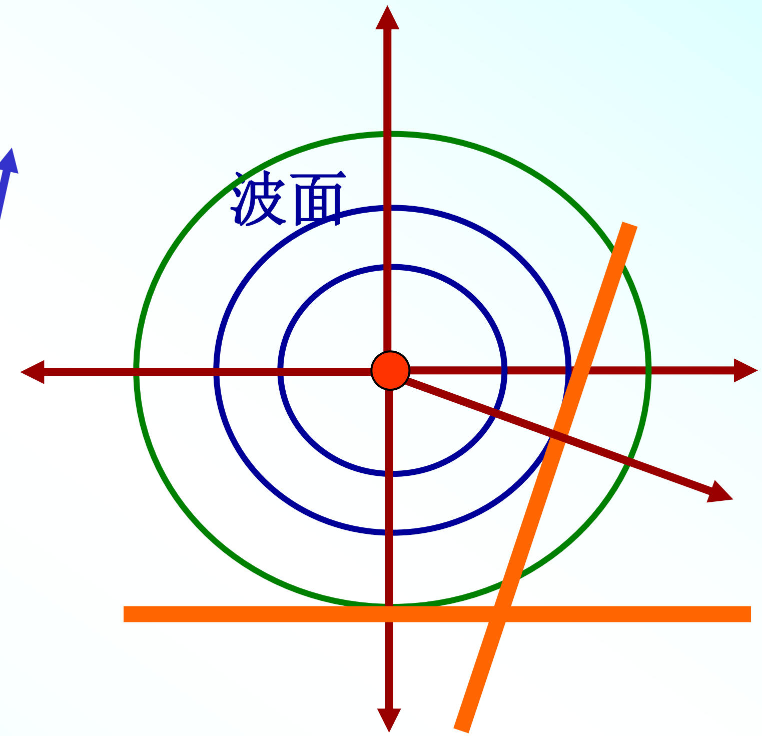
Figure : A Doppler flow meter measures the speed of red blood cells.

例：利用多普勒效应测定隐蔽的信号源。请说明其方法。

$$\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S$$



解：点波源产生球面波



两条路分别和两条波线垂直。

电磁波(比如光)，也有多普勒效应，
光源与观察者的相对速度决定观察者接收的频率。

可以用相对论(相对性原理和光速不变原理)证明：
当光源和观察者在同一直线上运动时，其相对于接收器的速度为*V*，则观察者所接收到的频率为：

$$\boxed{\nu_R = \sqrt{\frac{1+V/c}{1-V/c}}\,\nu_s}$$

*c*为真空中的光速。

取 *c* 的方向为正方向

当光源远离观察者时，接收到的频率变小，因而波长变长，
这种现象叫做“红移”。

电磁波的多普勒效应也为跟踪人造地球卫星提供了一种简便的方法。卫星地面站确定远在10^8m处的卫星位置变化时，可以精确到10^{-2}m~10^{-3}m.

红移有3种：

- 多普勒红移（由于辐射源在固定的空间中远离我们所造成的）
- 引力红移（由于光子摆脱引力场向外辐射所造成的）
- 宇宙学红移（由于宇宙空间自身的膨胀所造成的）

把接收到的其它星球上元素的光谱与地面上同一元素的光谱作比较，发现几乎都发生红移。
这就是“大爆炸”宇宙学理论的重要依据。

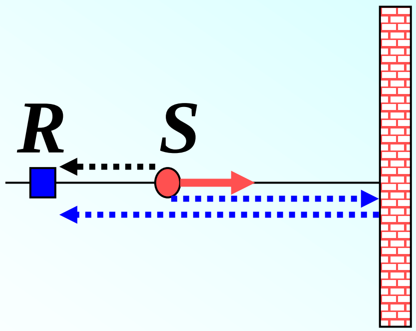
例：报警器*S* 发出频率为1000*Hz* 的声波, 声速330m/s，远离静止观察者*R*向一静止反射壁运动, 其速度为10m/s。

求：(1) *R* 直接从*S*收到的频率？ (2) *R*从反射波收到的频率? (3) *R* 收到的拍频？(4)若*S*不动, 反射壁以20m/s向*S*运动,则拍频多少？

解: (1) 对观察者R，波的传播方向向左。

而波源S在向右移动，所以：$V_S = -10\ m/s$

观察者R静止: $V_R = 0$



$$\Rightarrow \nu_1 = \frac{u}{u - V_S}\nu = \frac{330}{330+10}10^3 = 970\ \mathrm{Hz}$$

$$\boxed{\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S}$$

(2) **反射壁对入射波而言, 相当于观察者；**

对反射壁，入射波的传播方向向右：

$V_S = 10\ m/s \qquad V_R = 0$

所以反射壁收到的频率为:

$$\Rightarrow \nu_2 = \frac{u}{u - V_S}\nu = \frac{330}{330-10}10^3 = 1030\ Hz$$

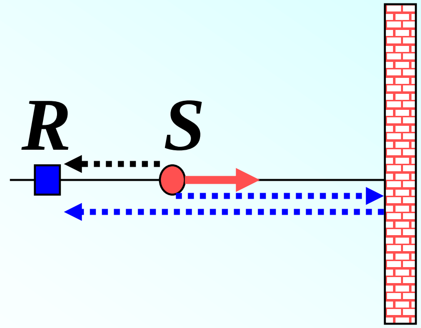
反射壁发出与接收的频率相同,

故*R*从反射波收到的频率为1030Hz.

(3) *R* 收到的拍频:

$$\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1 = 1030 - 970 = 60\ Hz$$

(4)若*S*不动, 反射壁以20m/s的速率*V*向*S*运动,则拍频多少?



S不动，观察者R不动，所以*R*直接从 *S* 收到

$$\nu_1 = \nu = 10^3\ Hz$$

S不动，反射壁向着S移动

所以反射壁速度为：$V_R = -V$

则反射壁收到和发出的频率为：$\nu' = \dfrac{u+V}{u}\nu$

$$\boxed{\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S}$$

对于观察者*R*，反射壁也是移动的波源，速度为

$$V_S = V \quad \Rightarrow \nu_2 = \frac{u}{u-V}\nu'$$

$$\Rightarrow \nu_2 = \frac{u+V}{u-V}\nu = 1129\ Hz$$

$$\Rightarrow \Delta\nu = \nu_2 - \nu_1 = 129\ Hz$$