大学物理

College Physics

主讲

华 中 科 技 大 学

刘超飞

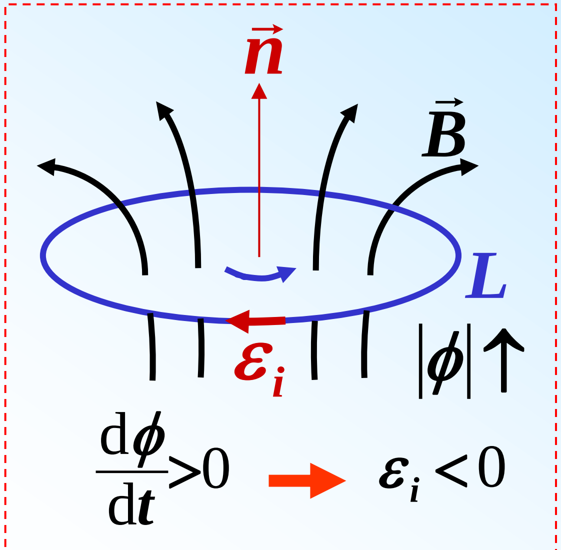
●法拉第电磁感应定律

演示：楞次定律

回路中的感应电动势 $\boxed{\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}}$

任一回路中：$\phi = \int \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int B\cos\theta \,\mathrm{d}s$

(*t* 时刻的)



●动生电动势

$$\boxed{\varepsilon_i = \int_L (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

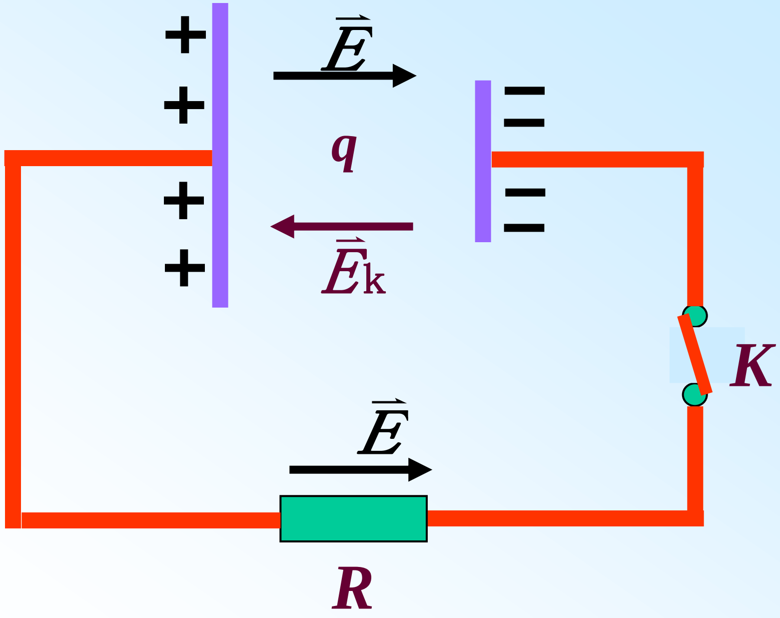
$$\boxed{\varepsilon = \int_-^+ \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

- $\mathrm{d}\vec{l}$ ：导线上任意选定的一小段（足够短）
- $\vec{v}$ ：以上这段导线的速度
- $\vec{B}$ ：以上这段导线处的磁感应强度

● 电源及电动势

$\vec{E}$：静电场场强，单位正电荷所受的静电力。电源内外都存在。

$\vec{E}_k$：非静电场场强，单位正电荷所受的非静电力。只存在于电源内部。



要维持电流，必须使正电荷经电源内部从负极不断补充到正极。显然，这个力不是静电力，而是一种不同于静电力的所谓的非静电力。

电源的电动势 ε 的定义：

把单位正电荷从负极经过电源内部移到正极，非静电力所做的功。

即：$\varepsilon = A = \int_{-}^{+} \vec{E}_K \cdot d\vec{l}$

对闭合回路，$\varepsilon = A = \oint \vec{E}_K \cdot d\vec{l}$

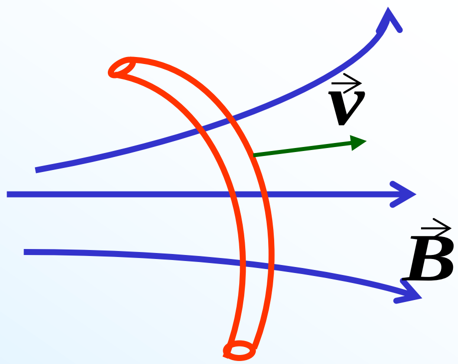
三、动生电动势 ⟶ $\vec{B}$不变，导体回路运动。

$$\varepsilon=\int_{-}^{+}\vec{E}_K\cdot d\vec{l}$$

1. 产生动生电动势的机制

1）等效非静电场$\vec{E}_k$：

导线l在外磁场中运动时，l内自由电子受到磁场力作用：



$$\vec{f}_{洛}=-e(\vec{v}\times\vec{B})$$

类比静电场：$\vec{E}_e=\dfrac{\vec{F}}{q}$

定义非静电场：$\vec{E}_k=\dfrac{\vec{f}_{洛}}{-e}=\vec{v}\times\vec{B}$

$\left|\vec{E}_k\right|=vB\sin\theta$，方向 $\vec{v}\times\vec{B}$,正电荷受力方向。

2）动生电动势的定义：

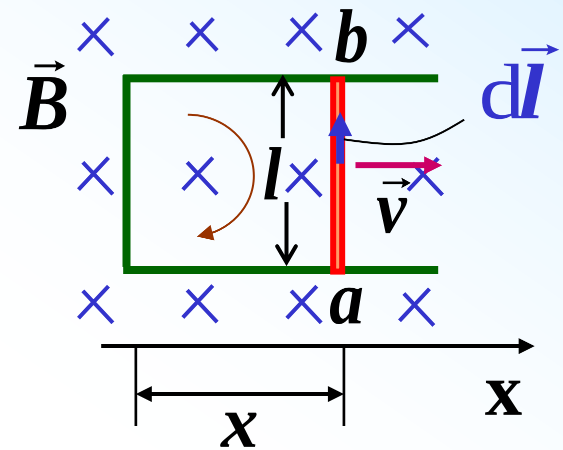
$$\varepsilon_i=\int_L\vec{E}_k\cdot d\vec{l}=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

说明：

$$\boxed{\varepsilon_i=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}}$$

$\left\{\begin{array}{l} d\vec{l}\text{：导线上任意选定的一小段（足够短）} \\ \vec{v}\text{：以上这段导线的速度} \\ \vec{B}\text{：以上这段导线处的磁感应强度} \end{array}\right.$

例： 均匀磁场中ab棒沿导体框向右运动，且$dB/dt=0$ 求其上的ε_i.



解：

$$\varepsilon_{ab}=\int_a^b(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=\int vBdl=vBl$$

用法拉第定律：

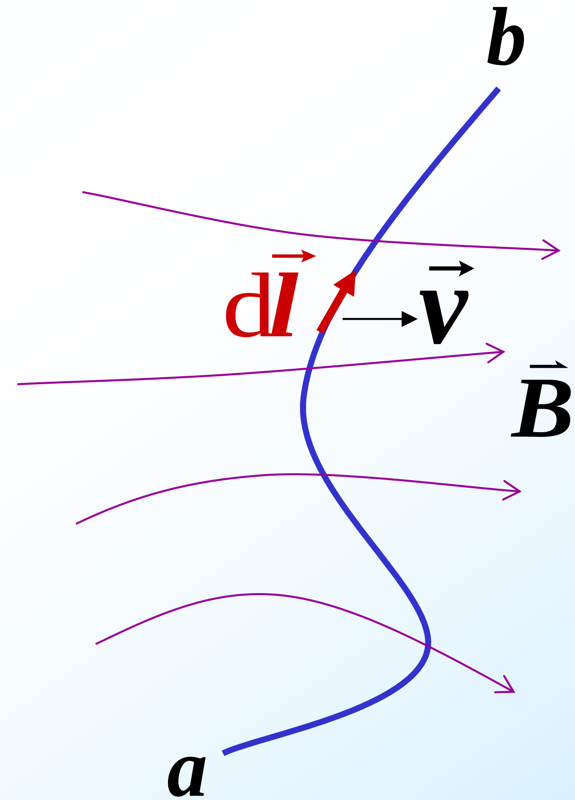
$$\varepsilon_i=-\frac{d\phi}{dt}=-\frac{d}{dt}(\vec{B}\cdot\vec{s})=-B\frac{ds}{dt}$$

$$=-B\frac{d}{dt}(lx)=-Bl\frac{dx}{dt}=-Blv$$

方向：$a\rightarrow b$

2. $\varepsilon_{动}$的计算

$$\varepsilon_i=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$



第1步：取线元 $d\vec{l}$ (同时假定了ε的方向)

第2步：确定线元处的磁感应强度和线元的运动速度

第3步：计算 $\vec{v}\times\vec{B}$

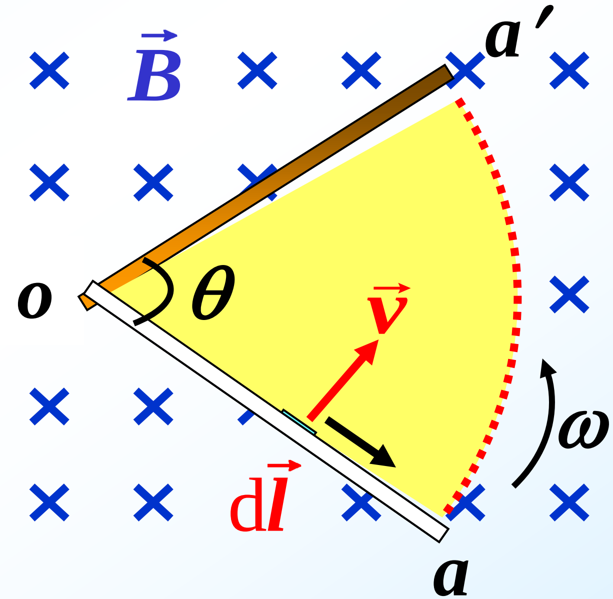
第4步：计算 $(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

第5步：完成积分

第6步：确定电动势的方向 (根据ε的符号)

例. 金属杆oa长L，在匀强磁场$\vec{B}$中以角速度ω反时针绕o点转动。求杆中的感应电动势。

解: 用动生电动势计算公式，任取线元 $\mathrm{d}\vec{l}$



$$\mathrm{d}\varepsilon_i = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$= -\omega l B\cdot\mathrm{d}l$$

$$\varepsilon_i = -\int_0^a \omega l B\cdot\mathrm{d}l = -\frac{1}{2}\omega B L^2$$

方向: $a \rightarrow o$

$$\boxed{\varepsilon_i = \int_L \underbrace{(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}}_{\mathrm{d}\varepsilon_i}}$$

(物理意义？)

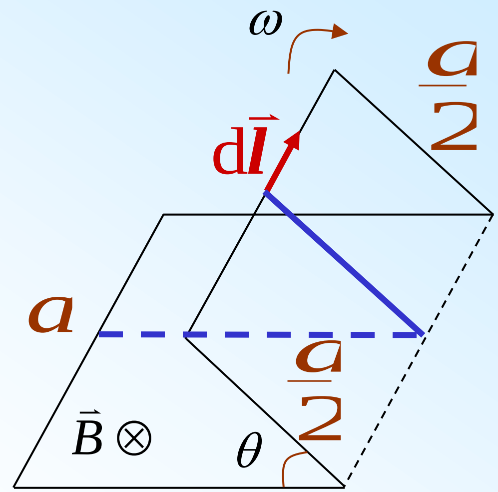
另解: 用法拉第电磁感应定律

任意时刻通过扇形截面的磁通量

$$\phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\frac{1}{2}(L^2\theta) \qquad \varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{2}BL^2\omega$$

例： $\vec{B}$ 均匀，则在打开过程中回路里的电动势是多少？

回路是边长为a的正方形，磁场与回路垂直。



解： 在转动的三段导线中，对长度为$a/2$的两段，始终有 $(\vec{v}\times\vec{B})\perp d\vec{l}$

$$\therefore (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=0$$ **(不切割磁力线)**

$$\varepsilon_i=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

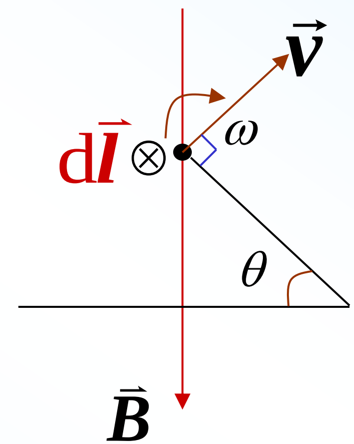
故只需考虑以上三段导线中长为a一段。

显然， $(\vec{v}\times\vec{B})/\!/ d\vec{l}$

$$\therefore(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=\left|\vec{v}\times\vec{B}\right|\cdot dl\cdot\cos 0$$

$$=\left|\vec{v}\times\vec{B}\right|\cdot dl=\left|vB\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}-\theta\right)\right|\cdot dl$$

$$=\frac{a}{2}\omega\cdot B\sin\theta\cdot dl$$

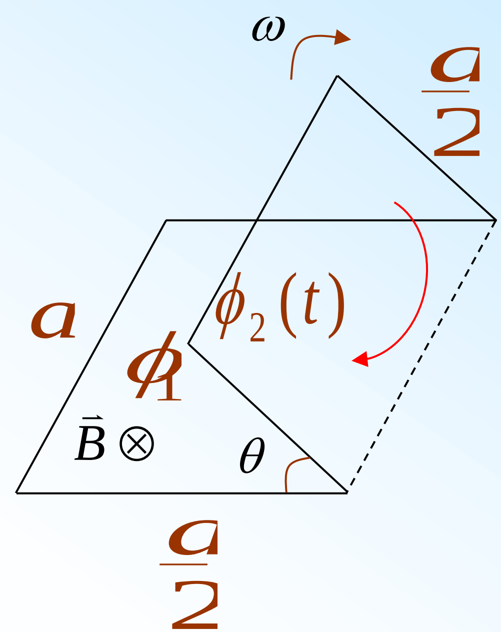


$$\therefore\varepsilon_i=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=\int_0^a\frac{a}{2}\omega\cdot B\sin\theta\cdot dl$$

$$=\frac{a}{2}\omega\cdot B\sin\theta\int_0^a dl=\frac{\omega Ba^2}{2}\sin\theta$$

例：$\vec{B}$ 均匀，则在打开过程中回路里的电动势是多少？

回路是边长为a的正方形，磁场与回路垂直。



$$\varepsilon_i=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

解：

$$\phi=\phi_1+\phi_2(t)$$

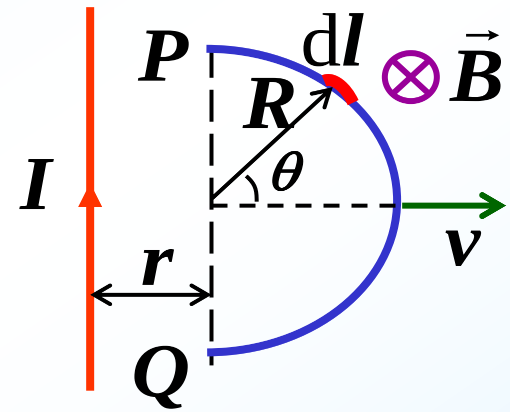
$$=\phi_1+B\cdot a\cdot\frac{a}{2}\cos\theta$$

$$\varepsilon=-\frac{d\phi}{dt}=-\frac{d}{dt}\left(\phi_1+B\cdot a\cdot\frac{a}{2}\cos\theta\right)$$

$$=-B\frac{a^2}{2}\frac{d\cos\theta}{dt}=B\frac{a^2}{2}\sin\theta\frac{d\theta}{dt}$$

$$=\frac{\omega Ba^2}{2}\sin\theta$$ 方向如何？

例:在真空中，有一无限长直导线电流I旁，有一半圆弧导线以v向右运动。已知 r，R。求 E_k、ε_{QP}，P与Q哪点电势高?



解：1）在导线上任意dl处的E_k

距电流为r'：$r'=r+R\cos\theta$

$$E_k=\left|\vec{v}\times\vec{B}\right|=vB=v\frac{\mu_0 I}{2\pi r'}=\frac{\mu_0 I v}{2\pi(r+R\cos\theta)}$$

方向向上

2） $$\varepsilon_{QP}=\int\vec{E}_k\cdot d\vec{l}=\int\frac{\mu_0 I v}{2\pi(r+R\cos\theta)}\cdot\cos\theta\cdot dl$$

dl=Rdθ

$$=\frac{\mu_0 I v}{2}\left(1-\frac{4r}{\pi\sqrt{r^2-R^2}}tg^{-1}\sqrt{\frac{r-R}{r+R}}\right).$$

3）显然：ε_i从$Q\to P$，$U_P>U_Q$。

能否用直线$\overline{PQ}$来代替$\overset{\frown}{PQ}$？ 否！ $\varepsilon_{\overline{PQ}}=\frac{\mu_0 I v}{2\pi r}2R\neq\varepsilon_{\overset{\frown}{PQ}}$

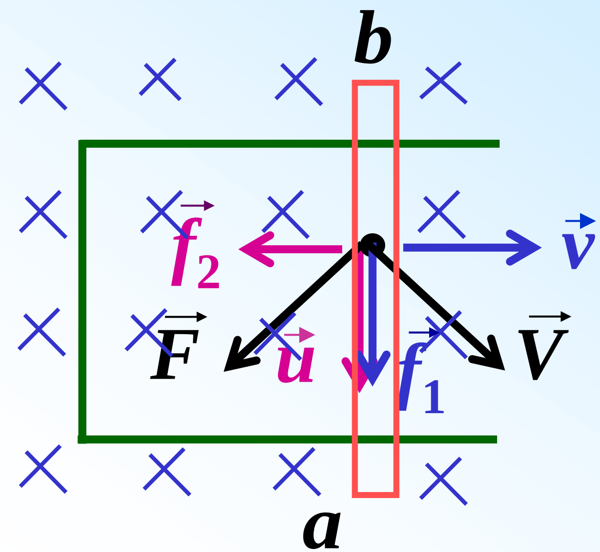
3. 回路中产生动生电动势时谁为回路提供电能？(洛仑兹力不做功)

运动导体上的电动势 $\varepsilon_i = \int_L (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

但是： $\vec{f}_{洛} = -e\vec{v}\times\vec{B} \perp \vec{v}$ 不做功

$\left.\right\}$ 矛盾？

$\varepsilon_{动}$的出现是什么力做功呢？



电子同时参与两个方向的运动：

$\vec{v}$ 方向，随导体运动；

$\vec{u}$方向，在导体内的漂移形成电流。

电子受到的总洛仑兹力： $\vec{F} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2$,

$\vec{F} \perp \vec{V}$ $\quad \therefore \vec{F}\cdot\vec{V} = 0$,

即： $(\vec{f}_1 + \vec{f}_2)\cdot(\vec{v}+\vec{u}) = \vec{f}_1\cdot\vec{u} + \vec{f}_2\cdot\vec{v} = 0$

显然： $\vec{f}_1 // \vec{u}$, $\vec{f}_1\cdot\vec{u} > 0$, $\quad$ $\vec{f}_1$做正功，即非静电力$\vec{E}_k$做功。

$\vec{f}_2\cdot\vec{v} = -\vec{f}_1\cdot\vec{u}$, $\vec{f}_2\cdot\vec{v} < 0$, $\quad$ $\vec{f}_2$做负功

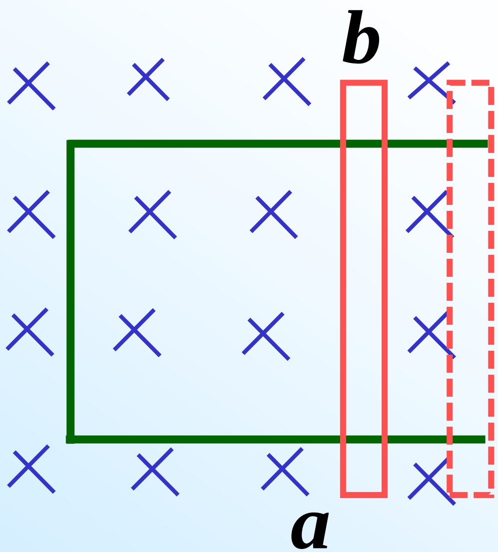
要使棒ab保持$\vec{v}$运动，则必有外力做功： $\vec{f}_{外} = -\vec{f}_2$

即： $\vec{f}_{外}\cdot\vec{v} = \vec{f}_1\cdot\vec{u}$

问题：

能否直接由法拉第电磁感应定律导出动生电动势的计算公式?

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} \xrightarrow{?} \varepsilon_i = \int_L (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



$$\mathrm{d}\phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = \vec{B}\cdot\int_L \vec{v}\mathrm{d}t\times\mathrm{d}\vec{l}$$

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \vec{B}\cdot\left(\int_L \mathrm{d}\vec{l}\times\vec{v}\right) = \int_L \left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

四. 感生电动势　　感应电场

法拉第电磁感应定律：$\varepsilon_i = -\dfrac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$ (ε_i是回路中的感应电动势)

ϕ的变化方式 $\begin{cases} \text{导体回路变动，} \vec{B}\text{不变} \rightarrow \text{动生电动势} \\ \text{导体回路不动，} \vec{B}\text{变化} \rightarrow \text{感生电动势} \end{cases}$

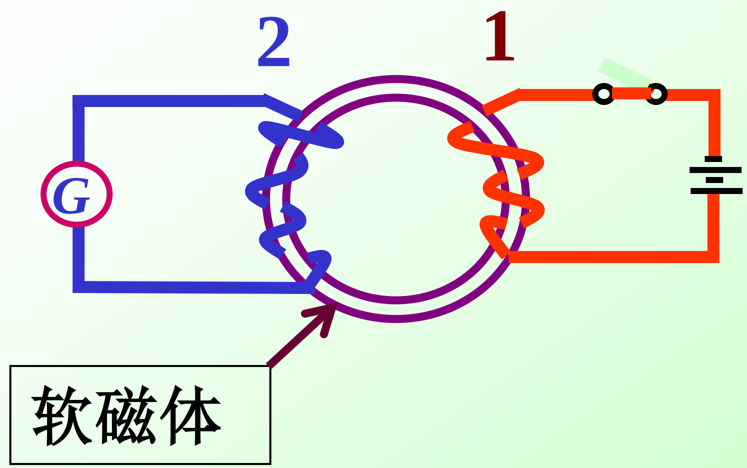
1. 感生电动势

如图，考虑两个静止的线圈1, 2.

当线圈1中I变化时，线圈2中出现感应电流I_i，即回路2中出现感应电动势ε_i.

那么，与此ε_i对应的非静电力是什么？

是不是静电场提供的静电力？



$\because \oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$，$\vec{E}$为保守力场，静电场$\vec{E}$不能为闭合回路运动的电荷提供能量。那么，此非静电力是什么呢？其场强$\vec{E}_K$是什么？

2. 感应电场 —— 感应电场的存在得到了实验的验证。

由电动势的定义： $\varepsilon_i = \int_{-}^{+} \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ (经电源内部)

对闭合回路： $\boxed{\varepsilon_i = \oint \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$

感生电动势： $\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$ $\boxed{= -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{s}}$

$\therefore \oint \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$ 注： $\mathrm{d}\vec{l}$ 与 $\mathrm{d}\vec{s}$ 成右手螺旋关系。

可见，$\vec{E}_K$ 与 $\vec{B}$ 的变化有关。

$\boxed{\oint \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{s}}$

由此，麦克斯韦提出感应电场的概念。

磁场随时间变化的同时在周围空间产生电场，

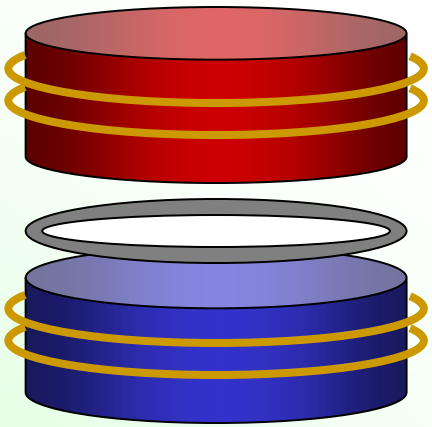
此电场称为感应电场 $\vec{E}_i$。

它是由于磁场随时间变化而产生的电场。

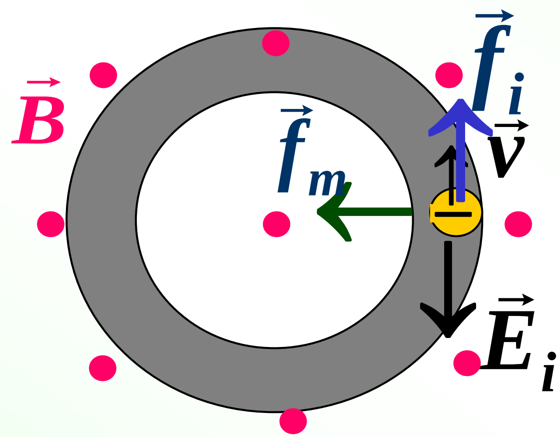
3. 感应电场的实验验证与应用

（1）电子感应加速器

原理：用变化磁场所激发的感应电场来加速电子



交流电在前 1/4周期时，假定管中的感应电场是顺时针的(俯视图)



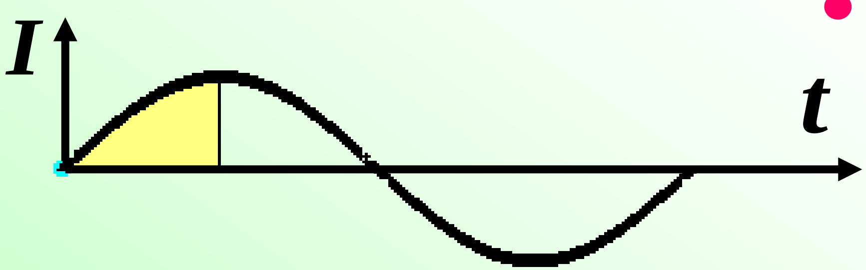
电子受力：

$$\vec{f}_i = -e\vec{E}_i$$

(切向加速)

$$\vec{f}_m = -e\vec{v}\times\vec{B}$$

(向心力)

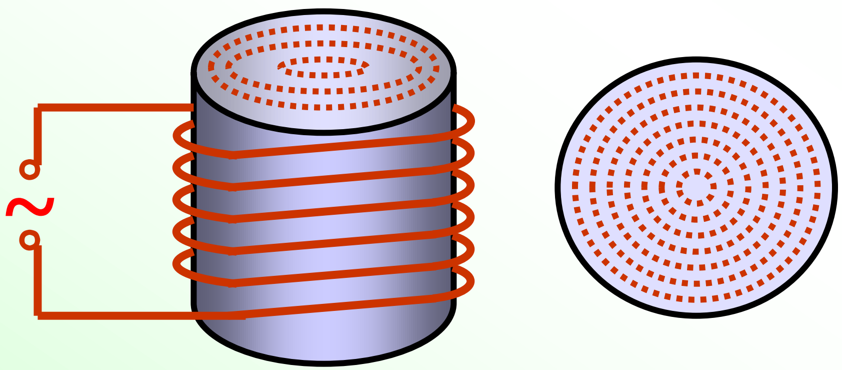


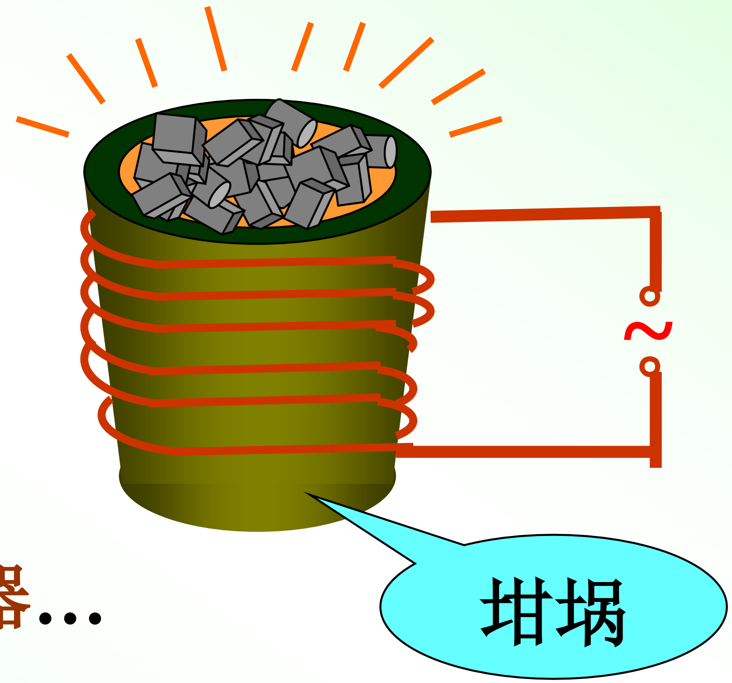
加速器的成功证实了感应电场的客观存在.

问题： 为什么在电流 *I* 的每一个变化周期里，只有前1/4周期是在给电子加速？

（2）涡流 ——高频电磁感应炉

将导体块放置在$\vec{E}_i$中, 则在导体中将产生环形电流→涡流。





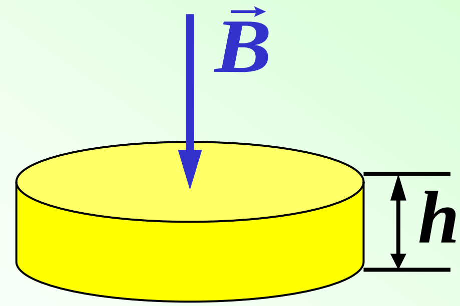
另外，金属探测器；探雷器…

注：

涡流还是有害的，它不仅消耗电功率，而且降低设备能量利用效率。

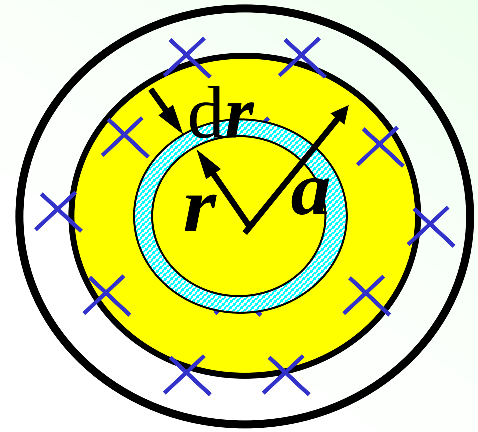
演示：涡流

例：将半径为a、厚为h、电导率为σ的金属圆盘, 同轴放置在轴对称匀强磁场$\vec{B}$中, 且$\mathrm{d}B/\mathrm{d}t > 0$。求圆盘上的电流强度及产生的热功率。



解：取半径为r,厚度为dr的圆筒,其电动势

$$\mathrm{d}\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(B\cdot\pi r^2) = -\pi r^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$



其上电阻为： $R = \dfrac{2\pi r}{\sigma\cdot h\cdot \mathrm{d}r}$

电流为： $\mathrm{d}I_i = \dfrac{\mathrm{d}\varepsilon_i}{R} = -\dfrac{r}{2}\sigma h\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}r$

总电流： $I_i = \int \mathrm{d}I_i = -\dfrac{1}{4}a^2\sigma h\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$

产生的热功率：

$$P = \int \mathrm{d}P = \int R(\mathrm{d}I_i)^2 = \frac{1}{8}\pi\sigma h a^4\left(\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\right)^2$$

4. 感应电场的特点、性质

感应电场 $\vec{E}_i$ 的特点：

1）$\vec{E}_i$ 与 $\vec{E}_e$ 一样，对场中的电荷有电场力的作用。

$$\vec{E}_i = \frac{\vec{F}}{q} \qquad \vec{F} = q\vec{E}_i$$

2）$\vec{E}_i$ 的产生不依赖空间是否有导体存在，

只要 $\mathrm{d}B/\mathrm{d}t \neq 0$ 就行。

只要磁场变化，真空 、介质中都可以激发感应电场。

3）不仅在磁场分布范围内有感应电场，之外也有。

$\vec{E}_i$ 的方向与 ε_i 基本一致，可用楞次定律判断。

4）$\vec{E}_i$ 是非保守力场，$\oint \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l} \neq 0$

$\vec{E}_i$ 场中不能引入电势概念，

其电场线是无头无尾的闭合曲线~~故也称为涡旋电场。

感应电场 $\vec{E}_i$ 与静电场 $\vec{E}_e$ 的异同:

相同处: 对电荷的作用相同。

不同处

$$\oint \vec{E}_e \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$$ 有源

$$\oint \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = 0$$ 无源

$$\oint \vec{E}_e \cdot d\vec{l} = 0$$ 无旋

保守场→电势

$$\oint \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$ 有旋

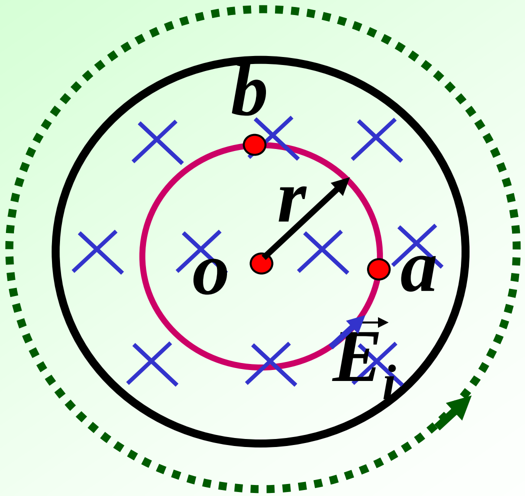
非守保场

5. $\vec{E}_i$的计算　一般情况下的 $\vec{E}_i$的计算较复杂

例：求一个轴对称磁场变化时的涡旋电场。已知磁场均匀分布在半径为R的范围内，$\mathrm{d}B/\mathrm{d}t$=常量，而且大于零。

求：1）任意距中心o为r处的$\vec{E}_i$=?

2）计算将单位正电荷从$a\to b$，$\vec{E}_i$的功。



解：1)由$\vec{B}$的均匀及柱对称性可知，在同一圆周上$\vec{E}_i$的大小相等，且沿切线方向，

取半径为r的电力线为积分路径，

方向为逆时针方向：

$$\oint \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

当$r<R$时：$\oint \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l} = E_i \cdot 2\pi r$

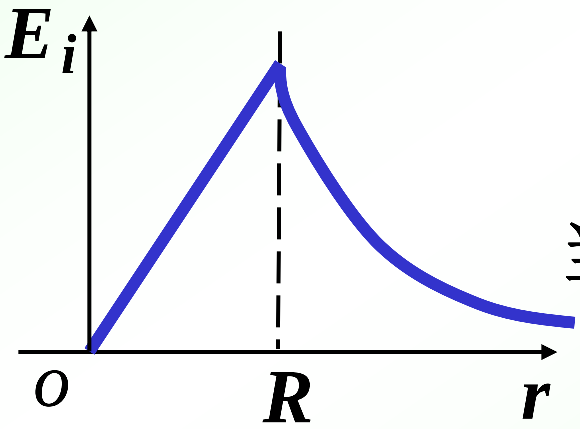
$$-\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \cdot (-\pi r^2)$$

$$E_i = \frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

当$r>R$时：$\oint \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l} = E_i \cdot 2\pi r$

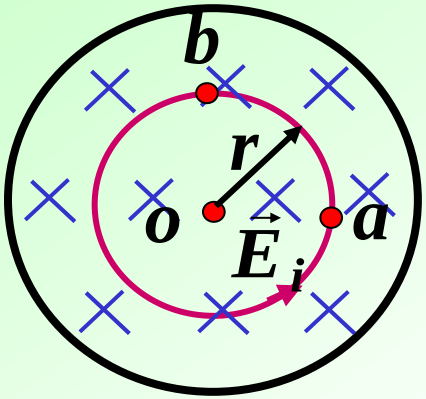
$$-\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\pi R^2$$

$$E_i = \frac{R^2}{2r}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$



$$E_i=\frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

2）沿1/4圆周将单位正电荷从$a\rightarrow b$，$\vec{E}_i$做功



$$A_{\frac{1}{4}ab}=\int\vec{E}_i\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_0^{\frac{\pi r}{2}}\frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\cdot\mathrm{d}l=\frac{\pi}{4}r^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

沿3/4圆周$\vec{E}_i$做功

$$A_{\frac{3}{4}ab}=\int\vec{E}_i\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\int_0^{\frac{3\pi r}{2}}\frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\cdot\mathrm{d}l=-\frac{3\pi}{4}r^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

结论：

1）$E_i\propto\mathrm{d}B/\mathrm{d}t$，与$B$大小无关

2）$r>R$，磁场外$E_i\neq0$。

3）$A_{1/4ab}\neq A_{3/4ab}$

即:$\vec{E}_i$做功与路径有关——非保守场

作业：7 —T15-T16, 8 —T1-T7

作业要求

1. 独立完成作业。
2. 图和公式要有必要的标注或文字说明。
3. 作业纸上每次都要写姓名以及学号(或学号末两位)。
4. 课代表收作业后按学号排序，并装入透明文件袋。
5. 每周二交上周的作业。迟交不改。
6. 作业缺交三分之一及以上者综合成绩按零分计。