大学物理

College Physics

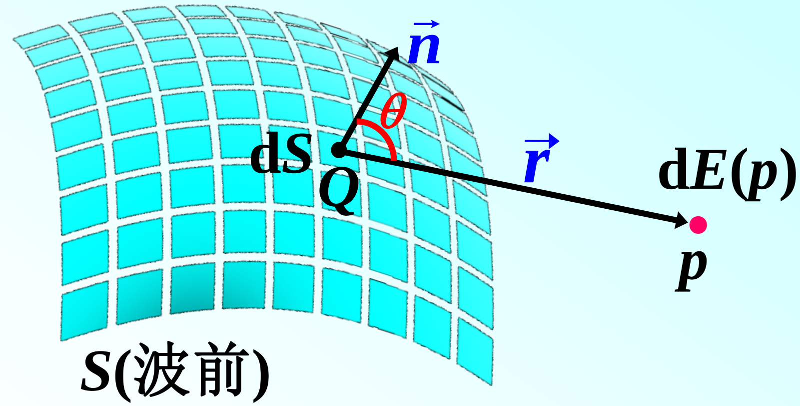
主讲

华 中 科 技 大 学

刘超飞

●惠更斯——菲涅耳原理

波阵面上各面元所发出的球面子波在观察点 p 的相干叠加决定了 p 点的合振动及光强。



设波阵面初位相为零，波前上Q点处的振幅:$A(Q)$

则Q点面积元在p点产生的振动为: $\mathrm{d}E_{(p)} \propto \dfrac{A(Q)}{r}\cos(\omega t - \dfrac{2\pi r}{\lambda})\mathrm{d}S \cdot f(\theta)$

为了解释实验而引入的方向因子$f(\theta)$:

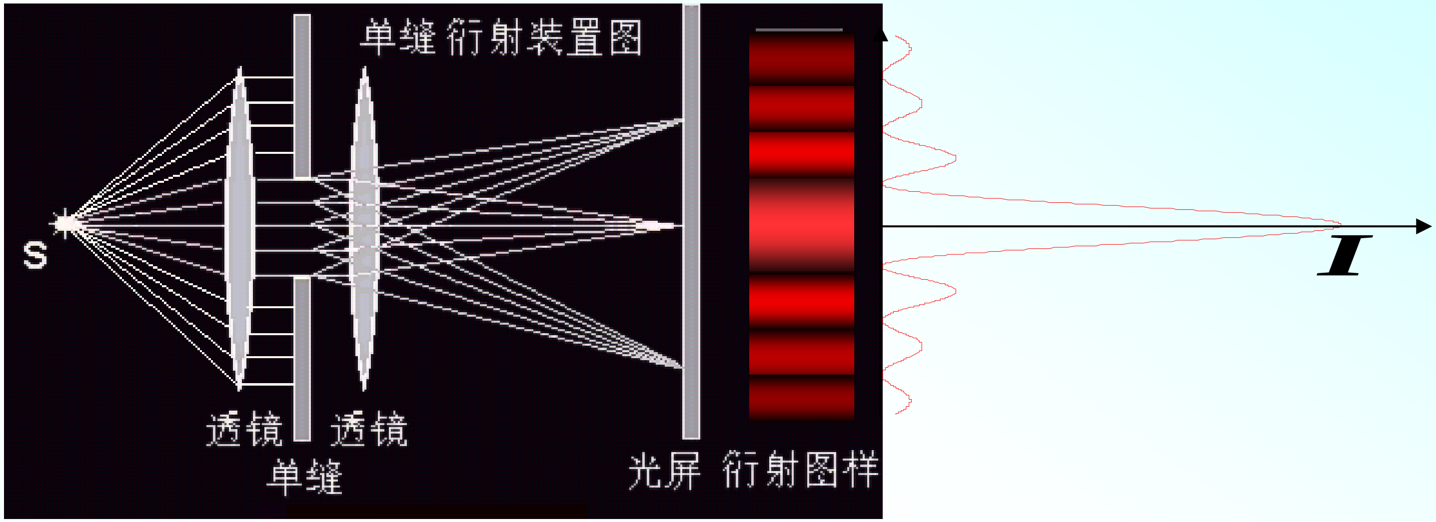
$$\begin{cases} \theta = 0, & f = f_{\max} \\ \theta, & f(\theta)\downarrow \\ \theta \geq \dfrac{\pi}{2}, & f = 0 \end{cases}$$

（这个方向因子后来由基尔霍夫推导出）

不存在退行子波

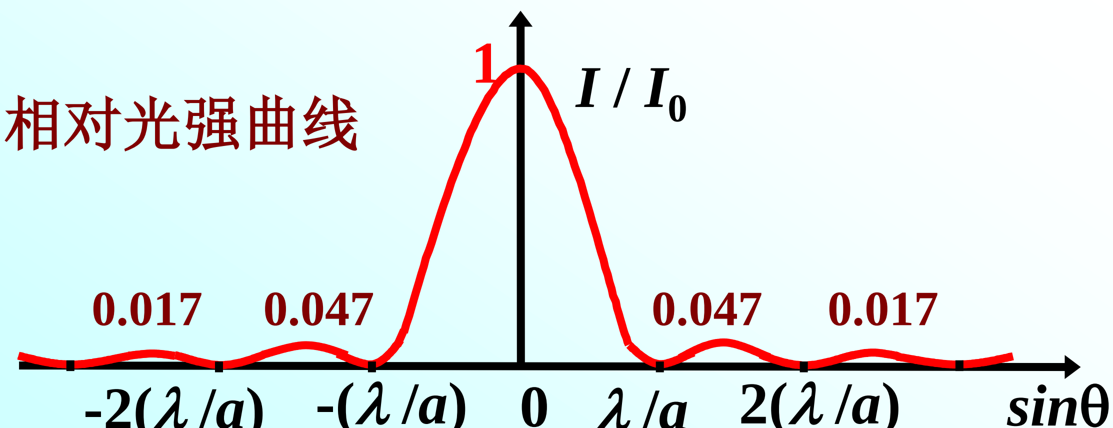
$$\Rightarrow \mathrm{d}E_{(p)} = C\frac{A(Q)\cdot f(\theta)}{r}\mathrm{d}S \cdot \cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})$$ （C——比例系数）

●单缝夫朗和费衍射



●光强分布

$$I_\theta = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \qquad \alpha = \frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$$



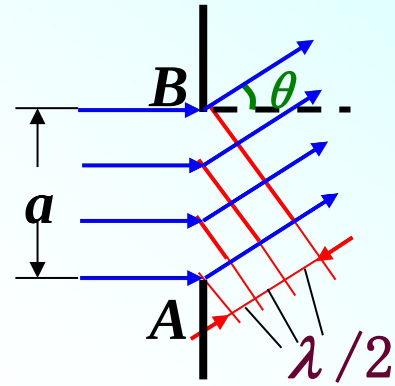
$$I_{次极大} << I_{主极大}$$

● 明暗纹位置

$$
\begin{cases}
a\sin\theta = 0 & \text{—— 主极大明纹} \\
a\sin\theta = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}, \quad k = 1,2,3\ldots & \text{— (次级)明纹} \\
a\sin\theta = \pm k\lambda, \quad k = 1,2,3\ldots & \text{—— 暗纹}
\end{cases}
$$

● 半波带法

$$
\Delta r = a\sin\theta
\begin{cases}
\text{为偶数个半波带——暗纹} \\
\text{为奇数个半波带——明纹}
\end{cases}
$$



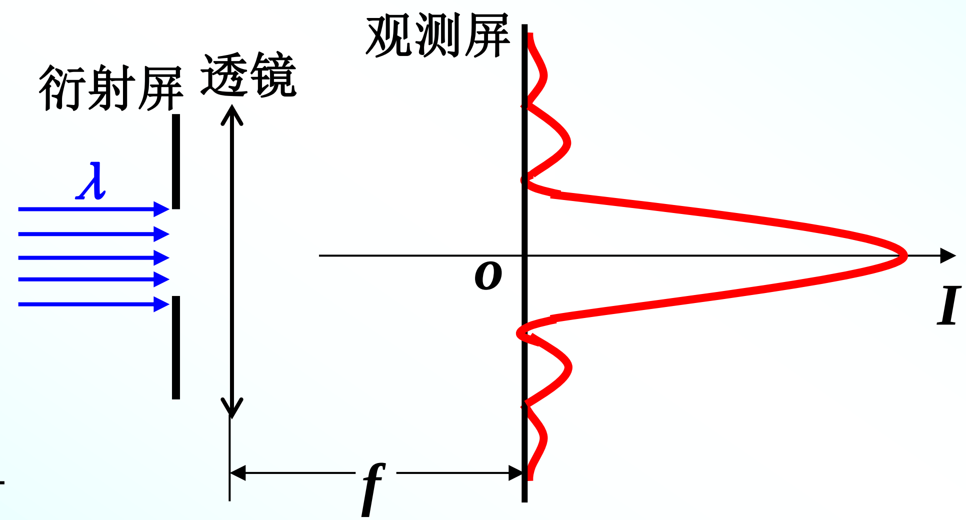
● 条纹宽度

中央明纹:

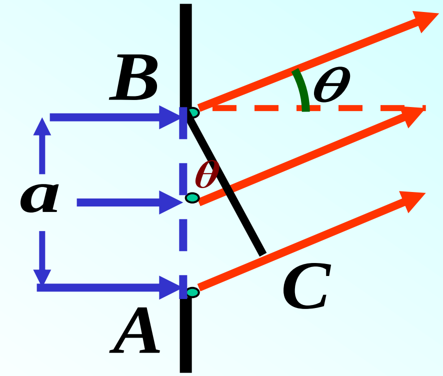
角宽度 $\Delta\theta_0 = 2\theta_1 \approx 2\dfrac{\lambda}{a}$

线宽度 $\Delta x_0 = 2f\cdot \mathrm{tg}\theta_1$

$$= 2f\theta_1 = 2f\frac{\lambda}{a}$$



例： (1)在单缝衍射中，衍射角θ越大(级数越高)的那些明纹的亮度是越大还是越小？ 用菲涅耳半波带法加以解释。 (2)在单缝衍射中，如果把整个装置放入水中，衍射图样将怎样变化？



解:(1) $\Delta r = AC = a\sin\theta$

只有AC = 奇数个半波长时形成明纹

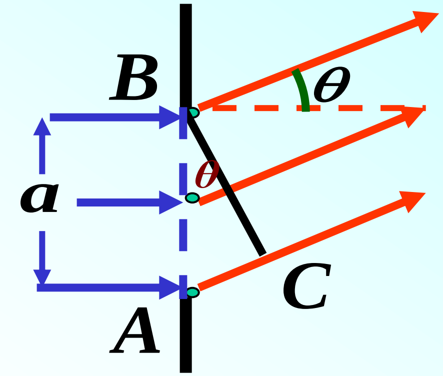
$$\Rightarrow a\sin\theta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 1,2,3\cdots$$

—明纹

$\theta\uparrow$，$k\uparrow$ 则级数越高， AC越长，缝AB分成的半波带越多，每个半波带越窄，在P点处引起的光强越小。

因此，衍射角越大的明纹的亮度越小.

例： (1)在单缝衍射中，衍射角θ越大(级数越高)的那些明纹的亮度是越大还是越小？ 用菲涅耳半波带法加以解释。 (2)在单缝衍射中，如果把整个装置放入水中，衍射图样将怎样变化？



解： (2) 如果把整个装置放入水中，折射率为n

明纹满足

$$\Delta r = na\cdot\sin\theta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 1,2,3\ldots$$

暗纹满足

$$\Delta r = na\cdot\sin\theta = \pm k\lambda, \quad k = 1,2,3\ldots$$

第k级明纹的衍射角的位置为

$$\theta_k \approx \sin\theta_k = \frac{(2k+1)\lambda}{2na}$$ 减小

次极大条纹的宽度：$\Delta\theta = \theta_{k+1} - \theta_k \approx \frac{\lambda}{na}$ 减小

所以，衍射图样整体将向中间收缩，条纹宽度变小。

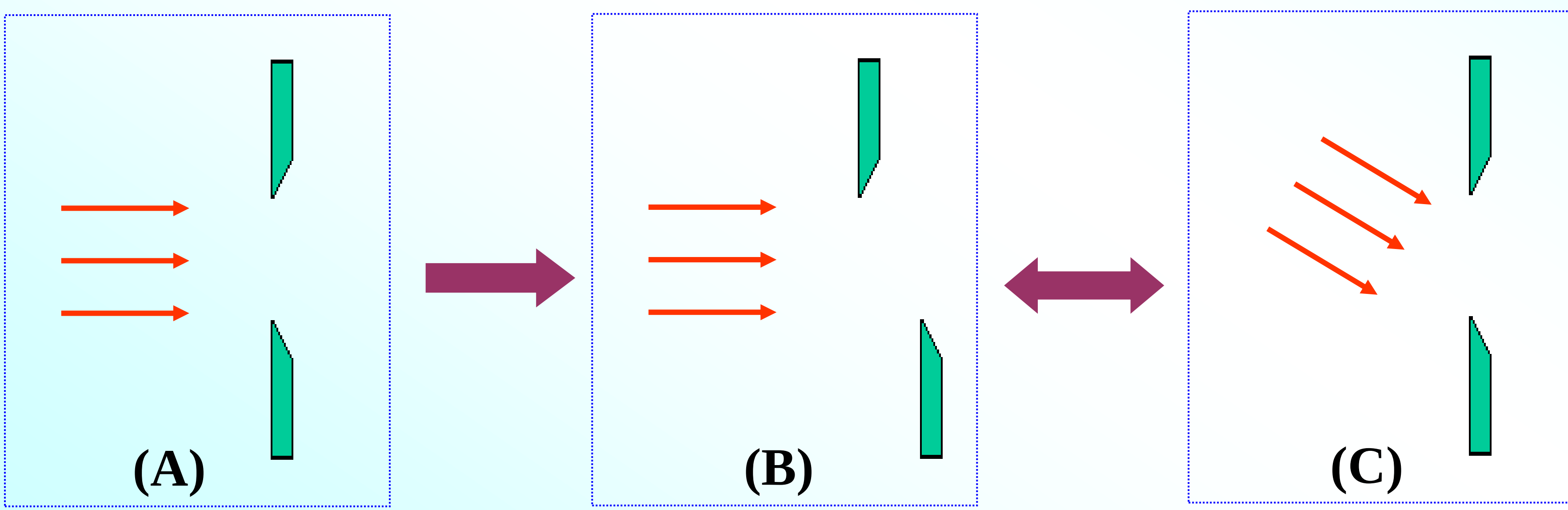
问题: 单缝衍射中单色光入射, 求能看到的最大的明纹级次?

在折射率为n的气态或液态介质中,

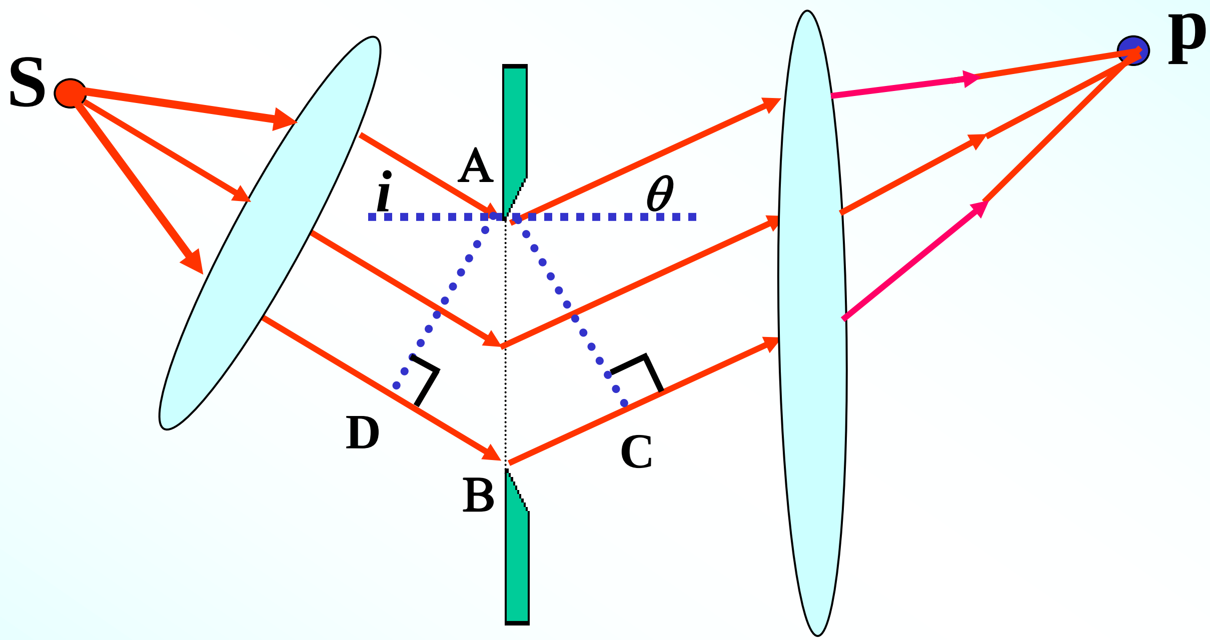
$$\Delta r = na\sin\theta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 1, 2, 3\ldots \text{ —— 明纹}$$

$$\Delta r = na\sin\theta = \pm k\lambda, \quad k = 1, 2, 3\ldots \text{ —— 暗纹}$$

最大级次 $\Longrightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$



?



设介质的折射率为*n*.

i: 入射角

θ: 衍射角

缝宽AB = *a*

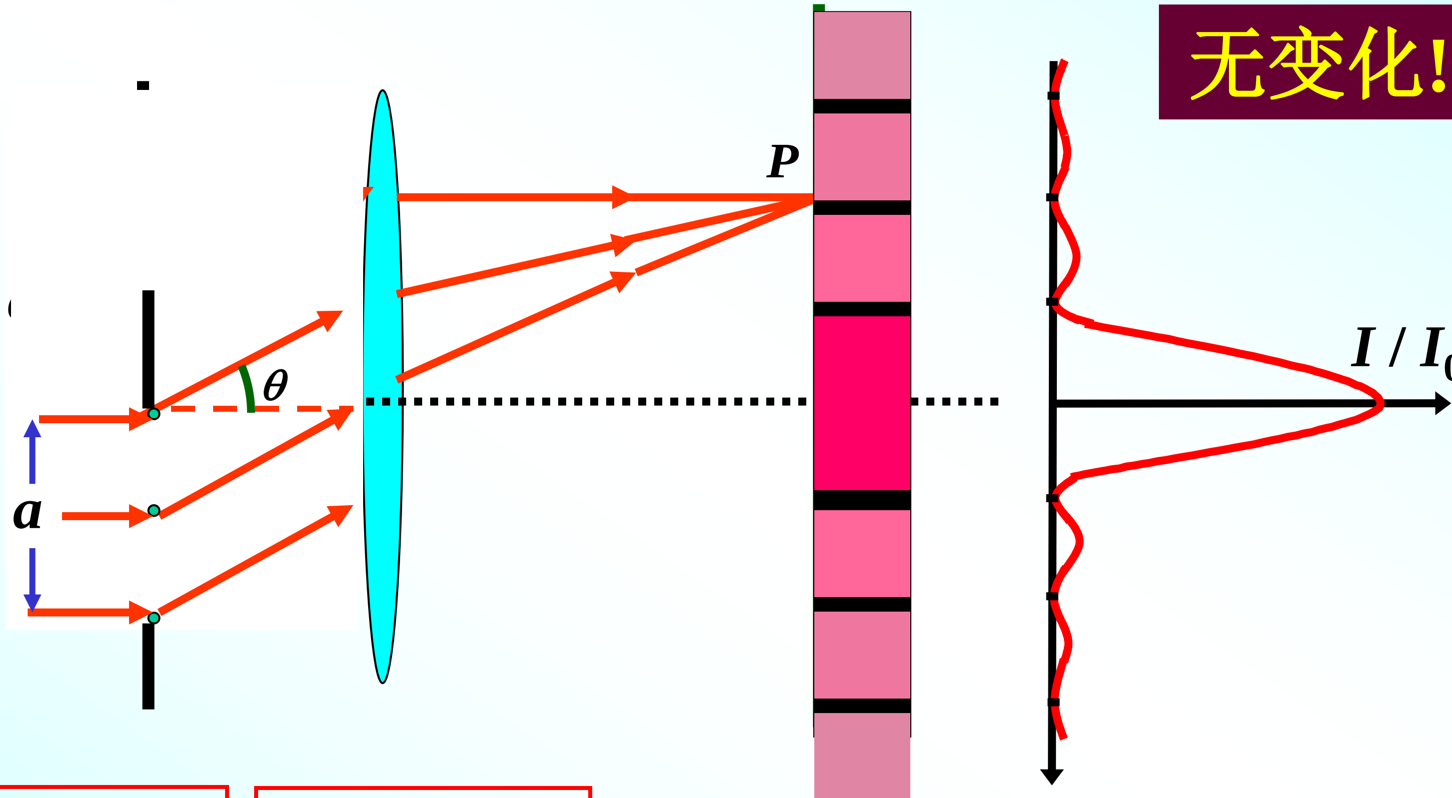
$$\Delta r = DB + BC = a\sin i + a\sin\theta$$

$$\Rightarrow a(\sin i + \sin\theta) = \begin{cases} k\lambda & \longrightarrow \text{暗纹} \\ (2k+1)\lambda/2 & \longrightarrow \text{明纹} \end{cases}$$

（半波带法）

问：将单缝衍射的狭缝平移，衍射条纹是否有变化？

无变化!



$$I_\theta = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$$

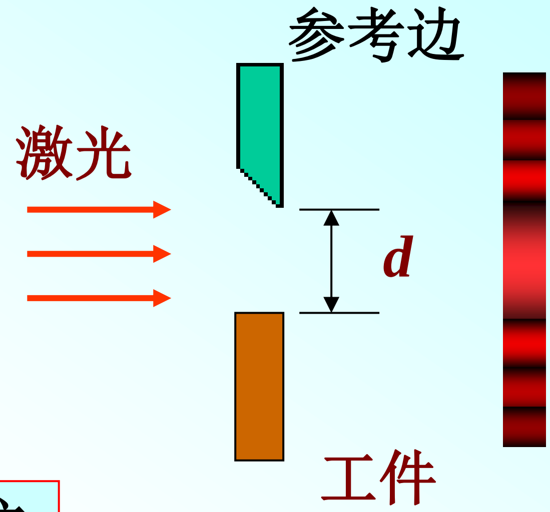
$$\alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$$

单缝衍射的应用———间隙衍射传感器

利用缝宽(间隙)的变化可制成<u>衍射传感器</u>。(非接触式)

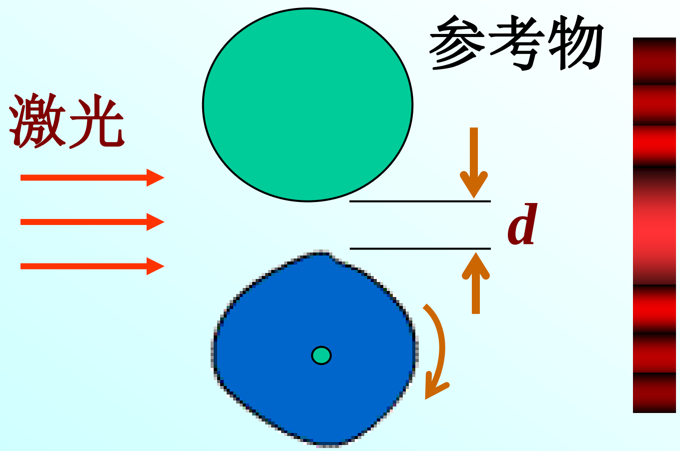
(*a*)进行比较测量：先用标准间隙作零位，通过间隙的变化量换算出工件尺寸的变化量。

$$a\sin\theta = \pm k\lambda,\ \ k = 1,2,3\ldots\ \text{——暗纹}$$



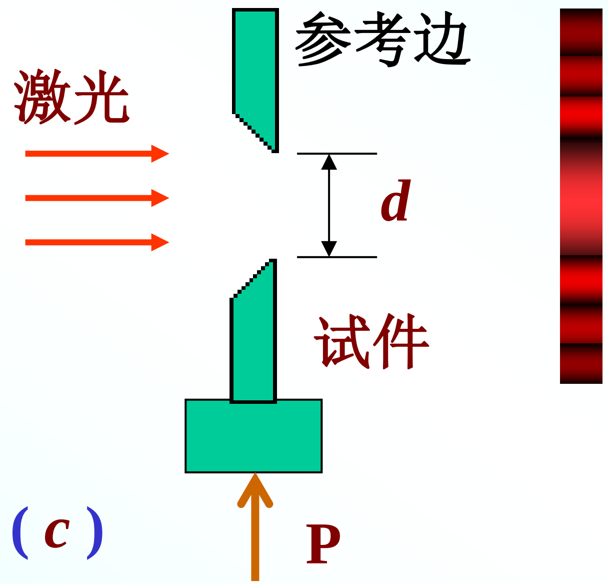
(*a*)

(*b*)作轮廓测量：
测工件的轮廓偏差



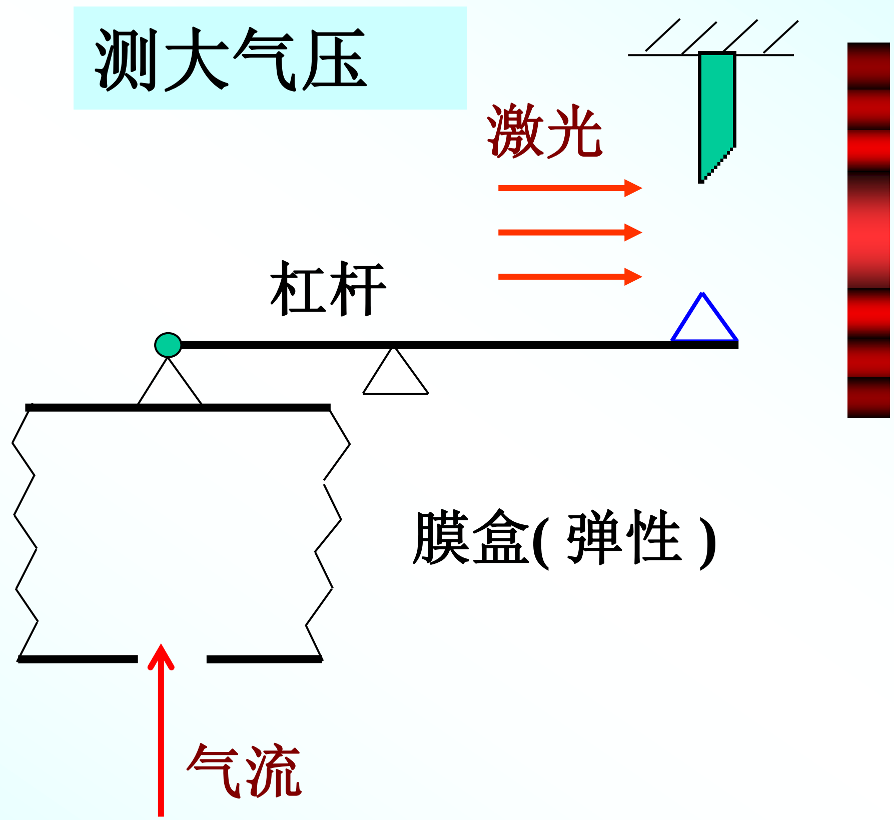
(*b*)

(*c*)作应变传感器：



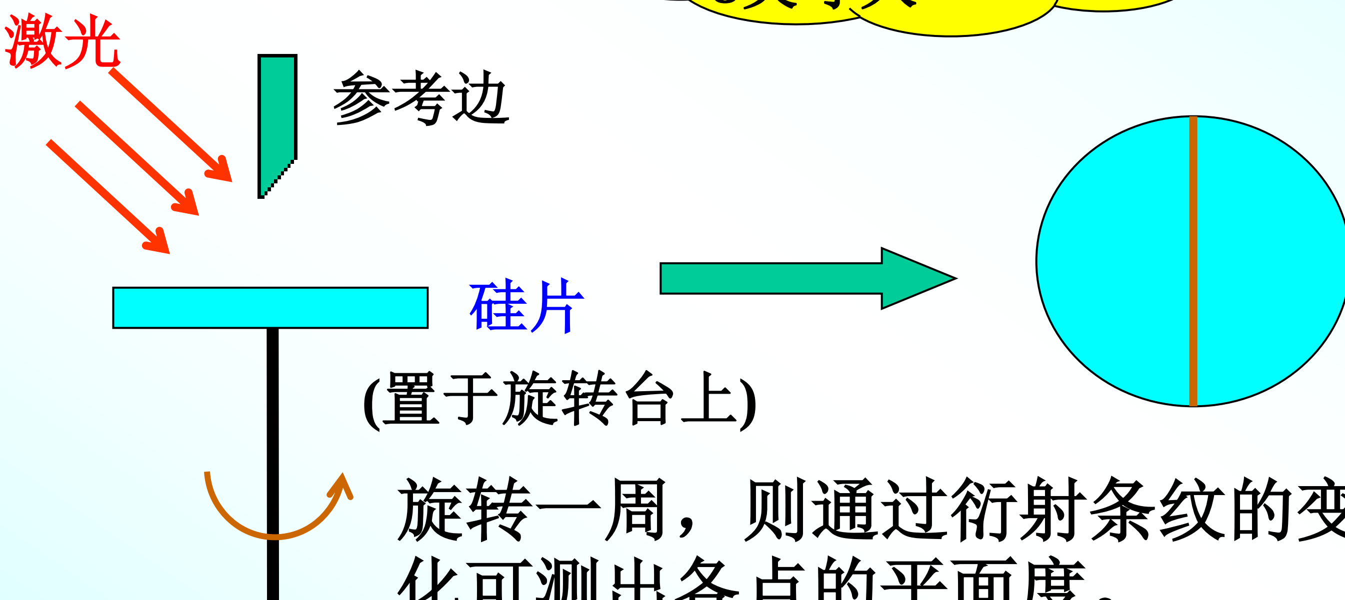
(*c*)

(*d*) 压力传感器



(*e*)面形测量： 比如硅片平面度的检测 (平面度测量)

可达0.5mm厚
8英寸大

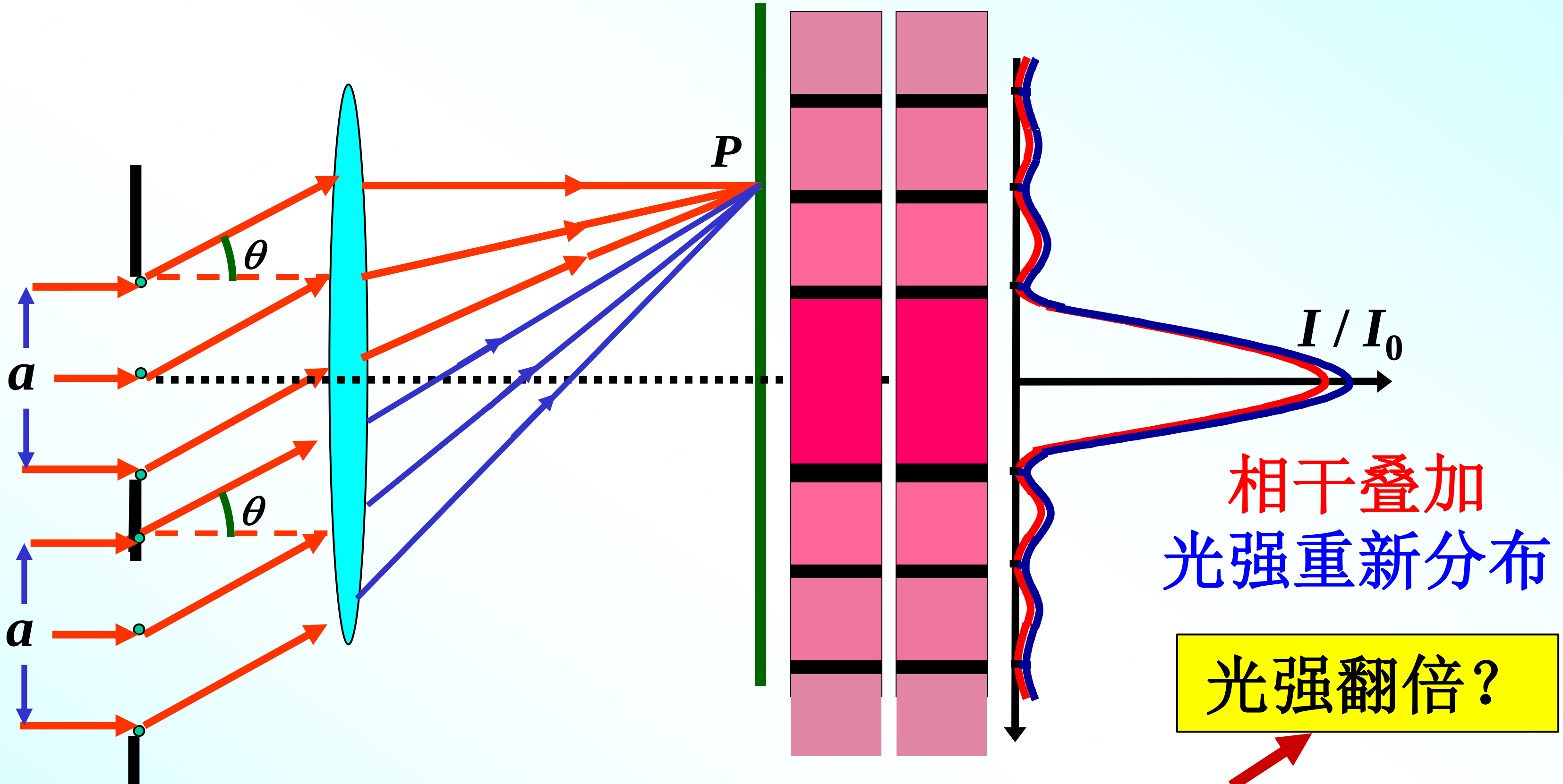


旋转一周，则通过衍射条纹的变化可测出各点的平面度。

任何待测几何量、物理量、化学量，只要能将其转化为间隙变化量，即可用衍射法进行高精度测量。

四、双缝夫琅和费衍射

问： 若同时存在两个相同的单缝，屏上的衍射图样又是怎样的？

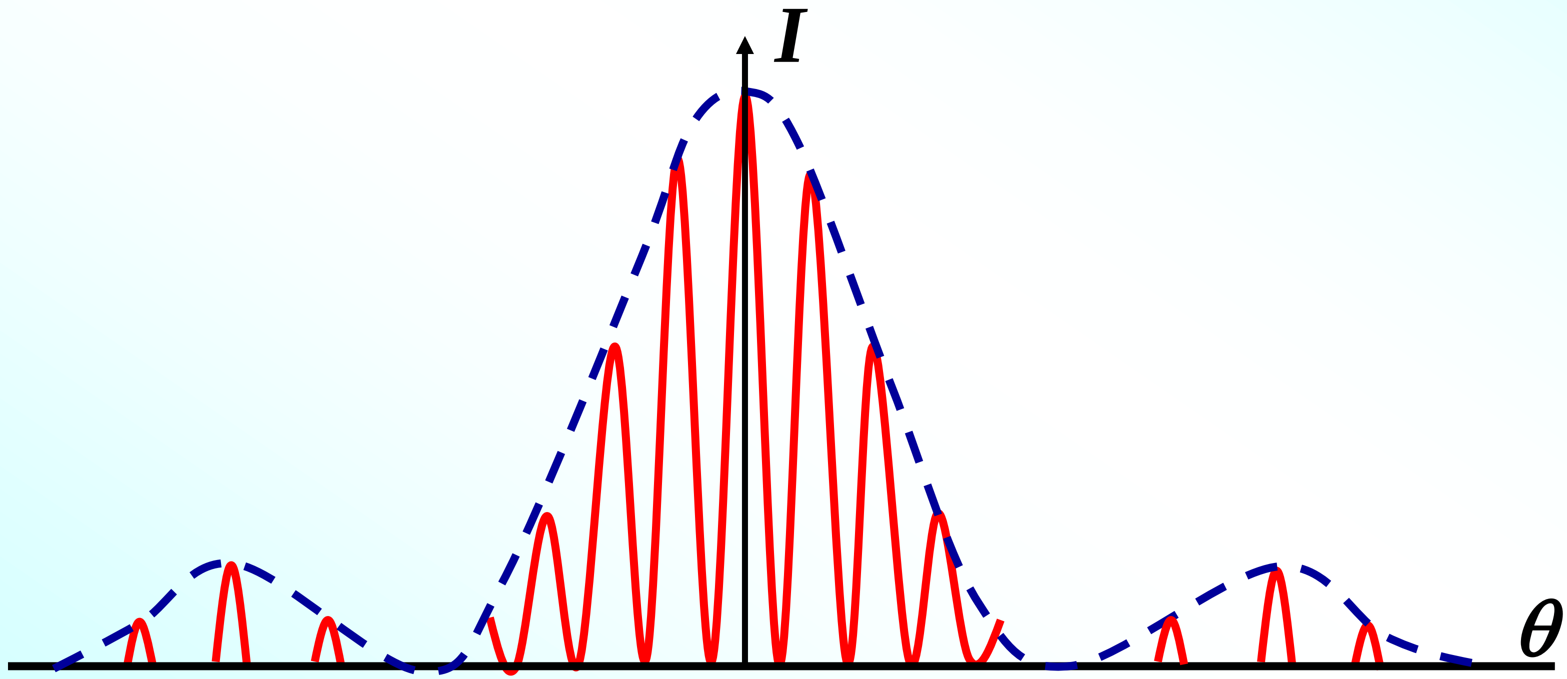


在观测屏上, 两套完全相同的单缝衍射图样完全重叠。

A. 光强翻倍　　**B. 光强变为零**

C. 光强变为原来的4倍　　**D. 光强不变**

双缝衍射的光强度分布：



1. 双缝衍射的光强分布公式

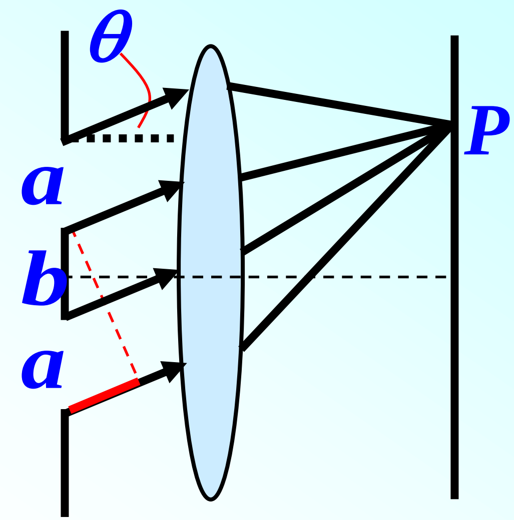
来自两个缝的光强在P点的合成振幅为A：

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\pi - \phi)$$

单缝衍射光强分布：$I_\theta = I_{0单}\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$

$$A_1 = A_2$$

$$\Rightarrow A_1^2 = A_2^2 = I_{0单}\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \qquad \boxed{\alpha = \frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}$$



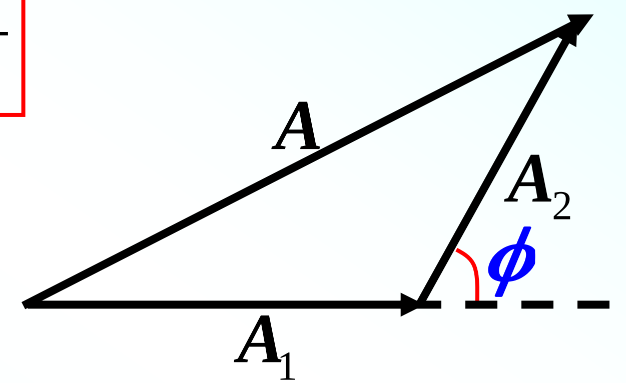
ϕ为来自双缝的两束光的相位差

$$\phi = 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

$$\delta = r_{02} - r_{01} = d\sin\theta$$

缝间距为 $d = a + b$

$$\Rightarrow \phi = 2\pi\frac{d\sin\theta}{\lambda}$$



来自双缝对应位置的两束光的合成光振幅为A，有：

$$\begin{cases} A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\pi-\phi) \\ A_1^2 = A_2^2 = I_{0单}\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \\ \phi = 2\pi\dfrac{d\sin\theta}{\lambda} \end{cases}$$

$$\boxed{\alpha = \frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}$$

$$\Rightarrow A^2 = 2I_{0单}\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2[1-\cos(\pi-\phi)] = 2I_{0单}\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2(1+\cos\phi)$$

$$= 4I_{0单}\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\cos^2\beta$$

$$\boxed{\beta = \frac{\phi}{2} = \frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}}$$

所以，双缝衍射的光强分布为：

$$\boxed{I_\theta = I_0\cdot\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\cdot\cos^2\beta}$$

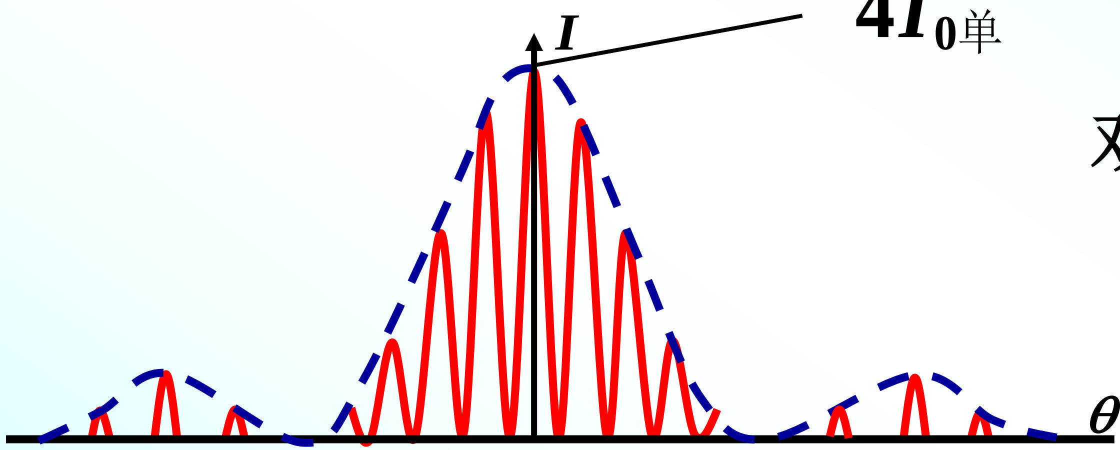
$$\boxed{I_0 = 4I_{0单}}$$

衍射因子　干涉因子

$$I_\theta = I_0 \cdot \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \cdot \cos^2\beta \qquad \alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda} \qquad \beta = \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}$$

衍射因子　干涉因子

2. 双缝衍射的衍射图样



双缝衍射的强度分布：

双缝干涉的等间距条纹

被单缝衍射调制光强

3. 双缝衍射光强度的分布规律

1）$\theta = 0$ 时，$\alpha = 0$，$\beta = 0$　　则：$I = I_0$　　$\boxed{I_0 = 4I_{0单}}$

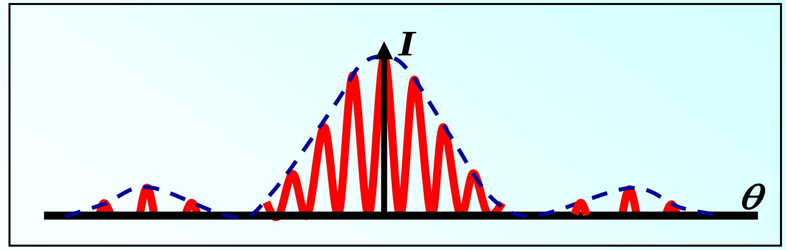
即：**透镜L的主光轴与屏的交点处的光强为中央极大**

$$I_\theta = I_0 \cdot \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \cdot \cos^2\beta$$

$$\alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$$

$$\beta = \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}$$

衍射因子　干涉因子



2）光强极小

两因子 $\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$ 与 $\cos^2\beta$ 任意一个为0，则：$I = 0$

$$\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 = 0 \quad \Rightarrow \alpha = \pm k\pi \quad (k=1,2,\cdots) \qquad \Rightarrow a\sin\theta = \pm k\lambda$$

单缝衍射极小条件

$$\cos^2\beta = 0 \quad \Rightarrow \beta = \pm(2k'+1)\frac{\pi}{2} \; (k'=0,1,2,\cdots) \Rightarrow d\sin\theta' = \pm(2k'+1)\frac{\lambda}{2}$$

双缝干涉极小条件

比较 θ 与 θ'：$k=1 \;\Rightarrow \sin\theta = \lambda / a$

$k'=0 \;\Rightarrow \sin\theta' = \lambda / 2d$

$a < d < 2d$

$\Rightarrow \theta' < \theta$

即：由干涉因子得到的极小的间距更小。

∴屏上呈现的条纹其位置是由干涉因子确定（与缝间距d有关）

$$I_\theta = I_0 \cdot \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \cdot \cos^2\beta \qquad \alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda} \qquad \beta = \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}$$

3）在相邻两个极小之间有极大

其位置满足： $\cos^2\beta = 1 \Rightarrow \beta = \pm k\pi$

$\Rightarrow d\sin\theta = \pm k\lambda \quad k = 0, 1, 2, \cdots$ ——干涉极大

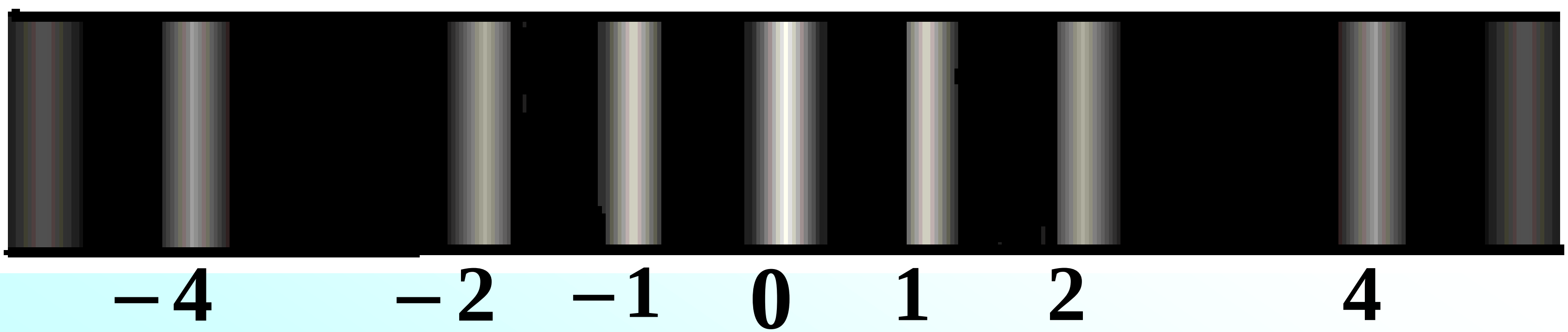
如果该θ角同时满足：

$a\sin\theta = \pm k'\lambda \quad k' = 0, 1, 2, \cdots$ ——衍射极小

则此 k 级极大消失 ——缺级 （被调制消失）

$\Rightarrow k = k'\dfrac{d}{a} \qquad k' = \pm 1, \pm 2, \cdots$ ——缺级条件

缺级是双缝及多缝衍射中存在的一种普遍现象。



$$\boxed{I_\theta = I_0 \cdot \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \cdot \cos^2\beta} \qquad \boxed{\alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}} \qquad \boxed{\beta = \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}}$$

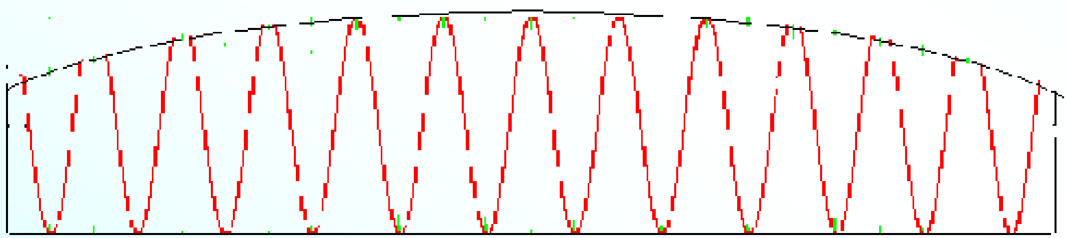
衍射因子　干涉因子

4）在缝宽很小 $a \sim \lambda$ 时，

第一级衍射极小满足：$a\sin\theta_1 = \lambda$

$$\Rightarrow \sin\theta_1 \sim 1 \ \Rightarrow \theta_1 \sim \pi/2$$

此θ_1角为整个视场角，那么每一级极大的光强几乎相等



尤其，当$a<<\lambda$时

$$\alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda} \to 0 \ \Rightarrow \boxed{I_\theta \to I_0 \cos^2\beta}$$ ——杨氏双缝干涉光强

双缝衍射的强度分布变为理想的杨氏干涉的强度分布

双缝衍射与双缝干涉的异同：——都是波的相干叠加

历史的原因：从相干波源在空间的分布条件来区别

干涉： 由有限个“分立”的相干光源传来的光波相干叠加。

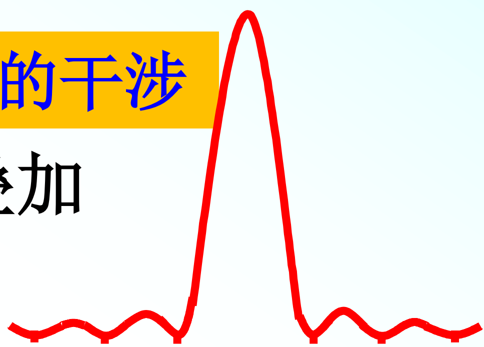
衍射： 由相干光源“连续”分布的无限个子波波中心发出的子波相干叠加。

双缝干涉：

观测屏上只出现两个单缝衍射的中央极大之间的干涉

由两个“分立”相干光源传来的光波相干叠加

两个很窄的双缝得到的是干涉图样



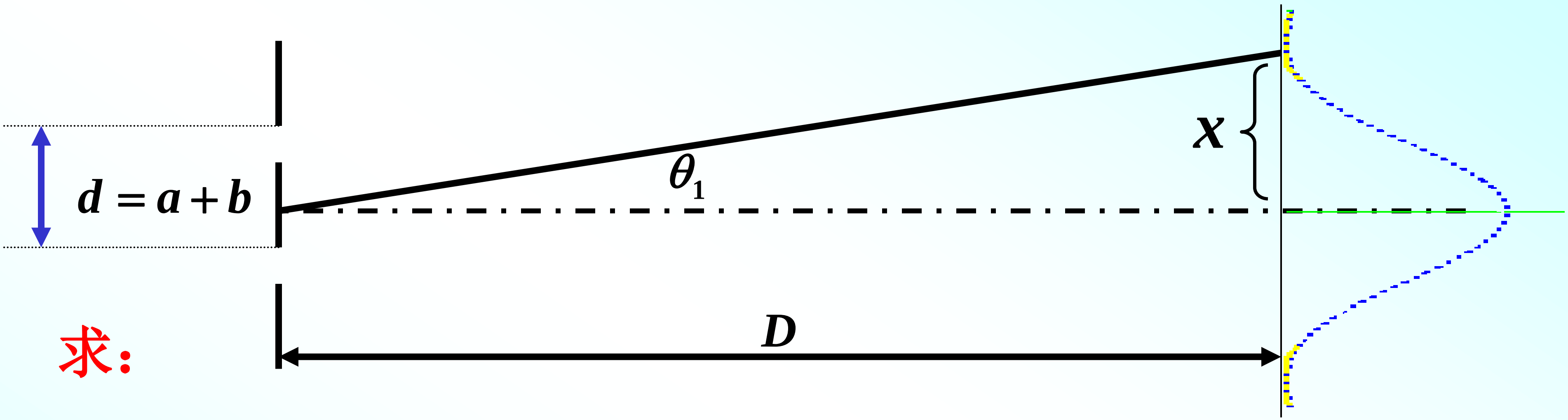
双缝衍射：

观测屏上除了中央极大之间还出现其它次级明纹之间的干涉

由两个“连续”分布的子波中心发出的光波相干叠加

从两个较宽的双缝得到的是干涉、衍射结合的图样。

例： 已知 $D=50\text{cm}$, $\lambda=480\text{nm}$, $d=0\cdot1\text{mm}$, $a=0\cdot02\text{mm}$



求：

（1）双缝衍射相邻两条明纹的间距

解：

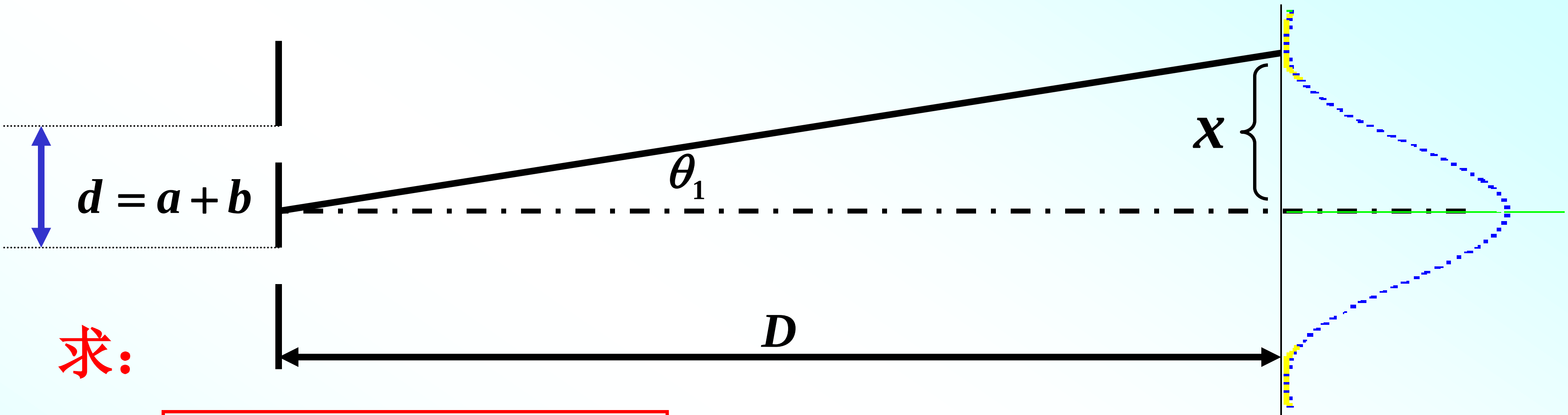
$$\boxed{I_\theta=I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\cos^2\beta} \qquad \boxed{\alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}} \qquad \boxed{\beta=\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}}$$

双缝衍射的明纹条件 就是双缝干涉的明纹条件

$$\left.\begin{array}{l} d\sin\theta=k\lambda \\ \sin\theta=x_k/D \end{array}\right\} \Rightarrow x_k=\frac{k\lambda D}{d}$$

$$\Rightarrow \Delta x=x_{k+1}-x_k=\lambda D/d \ =2\cdot4mm$$

例: 已知 $D=50\text{cm}$, $\lambda=480\text{nm}$, $d=0\cdot1\text{mm}$, $a=0\cdot02\text{mm}$



求:

$$I_\theta=I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\cos^2\beta$$

$$\alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$$

$$\beta=\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}$$

（2）中央包络线中x的坐标值(见图)

解: 此处即为单缝衍射第一级极小位置，满足单缝衍射暗纹条件:

$$\left.\begin{array}{l} a\sin\theta=\lambda \\ \sin\theta=x/D \end{array}\right\}\Rightarrow x=\frac{\lambda D}{a}=12\text{mm}$$

例：已知 $D=50\text{cm}$，$\lambda=480\text{nm}$，$d=0\cdot 1\text{mm}$，$a=0\cdot 02\text{mm}$

$$\boxed{I_\theta=I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\cos^2\beta}\qquad\boxed{\alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}\qquad\boxed{\beta=\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}}$$

（3）双缝衍射的第 1 级明纹的相对强度

明纹相对强度为： $\dfrac{I_\theta}{I_0}=\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\cos^2\beta$

第一级明纹，也就是双缝干涉的第一级明纹

$$d\sin\theta=\lambda\quad\Rightarrow\sin\theta=\frac{\lambda}{d}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\beta=\dfrac{\pi d\sin\theta}{\lambda}=\pi\\[2ex]\alpha=\dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}=\dfrac{a}{d}\pi=\dfrac{\pi}{5}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{I_\theta}{I_0}=\left(\frac{\sin\pi/5}{\pi/5}\right)^2(\cos\pi)^2=87\%$$

例: 已知 $D=50\text{cm}$, $\lambda=480\text{nm}$, $d=0\cdot 1\text{mm}$, $a=0\cdot 02\text{mm}$

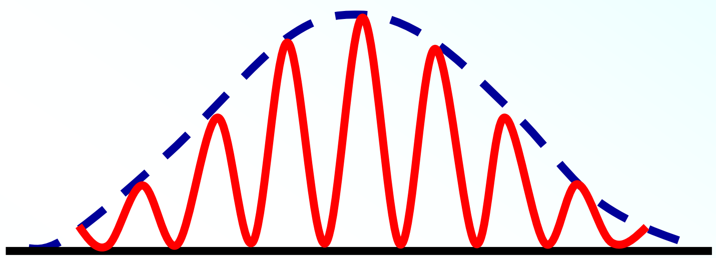
$$\boxed{I_\theta = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\cos^2\beta} \qquad \boxed{\alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}} \quad \boxed{\beta=\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}}$$

(4)中央明纹的包线中，共包含了几条完整的明条纹?

A. 5　　B. 7　　C. 9　　D. 11

$$\begin{cases}\text{包线(单缝衍射)的第一极小的衍射角：} a\sin\theta_1=\lambda \\ \text{设中央明纹中共有 } k \text{ 级明纹：} d\sin\theta_1=k\lambda\end{cases}$$

$$\Rightarrow k=\frac{d}{a}=\frac{0\cdot 1}{0\cdot 02}=5$$ (第 5 级缺级)



包含了 $2\times4+1=9$ 条明条纹

(5)若要中央明纹的包线中恰好有 11 条明纹，应如何设计 a 、 d ?

$$\frac{d}{a}=k=6$$

实际上，$5<\dfrac{d}{a}\le 6$ 就行。

作业：13 —T15-T19

作业要求

1. 独立完成作业。
2. 图和公式要有必要的标注或文字说明。
3. 作业纸上每次都要写姓名以及学号(或学号末两位)。
4. 课代表收作业后按学号排序，并装入透明文件袋。
5. 每周二交上周的作业。迟交不改。
6. 作业缺交三分之一及以上者综合成绩按零分计。