大学物理

College Physics

主讲

华 中 科 技 大 学

刘超飞

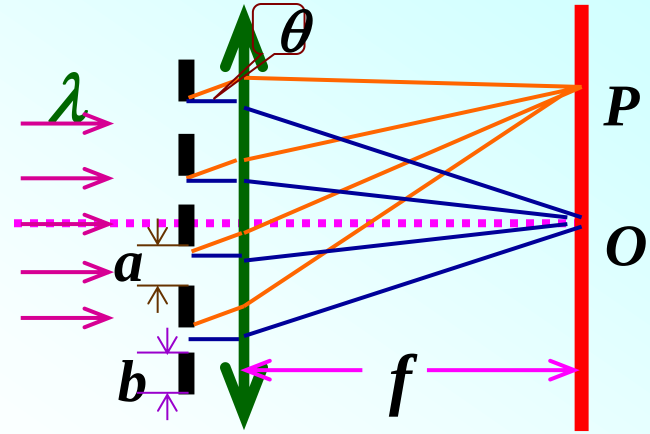
●多缝衍射（光栅衍射）

光栅常数 $d = a + b$

$$\boxed{I = I_0 \cdot \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sin(N\beta)}{\sin\beta}\right)^2}$$

$$\boxed{\alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}}$$

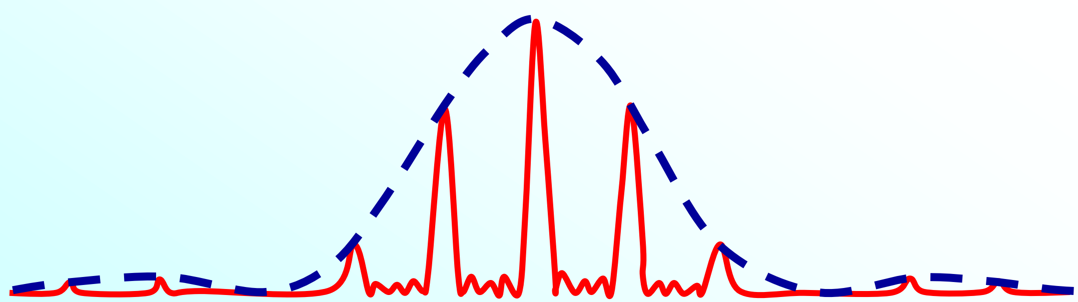
$$\boxed{\beta = \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}}$$



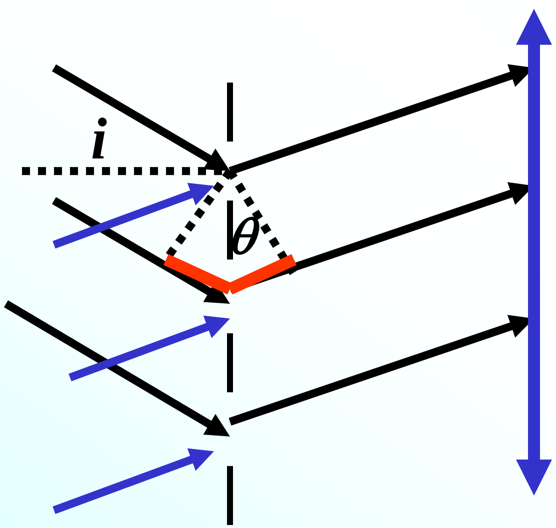
单缝衍射对多缝干涉图样的调制

$$\begin{cases} \text{明纹(主极大)} \quad d\sin\theta = \pm k\lambda \quad (k=0,1,2\cdots) \quad \text{(光栅方程)} \\ \text{暗纹(极小)} \quad d\sin\theta = \pm\left(k + \dfrac{m}{N}\right)\lambda \quad k = 0,1,2,3\ldots \end{cases}$$

$m = 1,2,3\ldots N-1$



● 平行光斜入射时



光栅方程为

$$\boxed{d\sin\theta + d\sin i = \pm k\lambda \quad k = 0,1\cdots \text{明纹}}$$

若同时满足:

$$\begin{cases} d(\sin\theta + \sin i) = \pm k'\lambda \quad k = 0,1\cdots \\ \qquad\qquad\text{---干涉极大} \\ a(\sin\theta + \sin i) = \pm k\lambda \quad k = 1,2,\cdots \\ \qquad\qquad\text{---衍射极小} \end{cases}$$

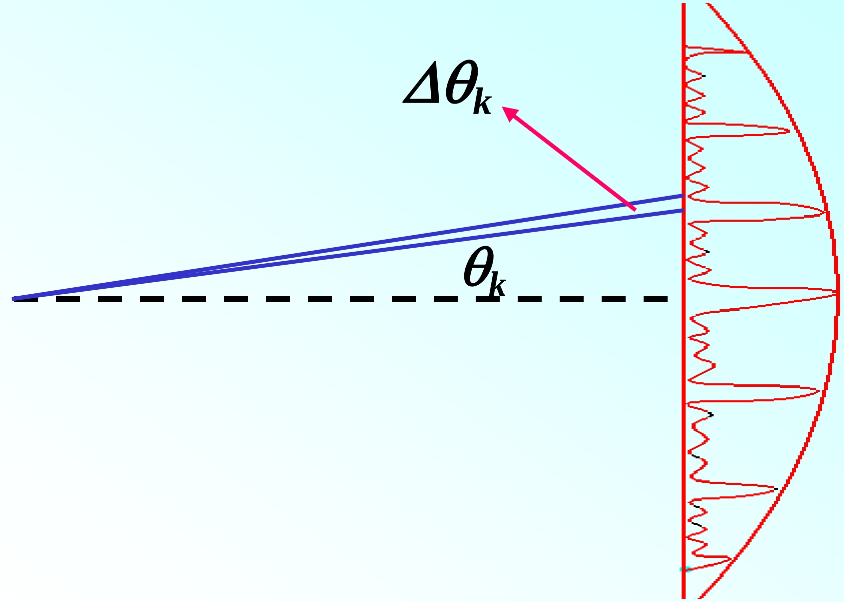
$$\Rightarrow \boxed{k' = k\frac{d}{a}} = \text{整数}$$

此处干涉极大消失,为缺级。

改变入射光角度(或者调节这N个子波源的相位),可以改变主极大的方向。

● 主极大的半角宽

定义：主极大的中心到邻近极小的角宽度为它的半角宽。



$$\Rightarrow \Delta\theta_k = \frac{\lambda}{Nd\cos\theta_k}$$

● 光栅光谱, 光栅的色散本领

光栅光谱

演示：光栅色散

$$d\sin\theta = \pm k\lambda \quad (k=0,1,2\cdots)$$ ——干涉主极大

角色散本领：$\Rightarrow D_\theta = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \dfrac{k}{d\cos\theta_k}$

线色散本领：$D_l = \dfrac{kf}{d\cos\theta_k}$

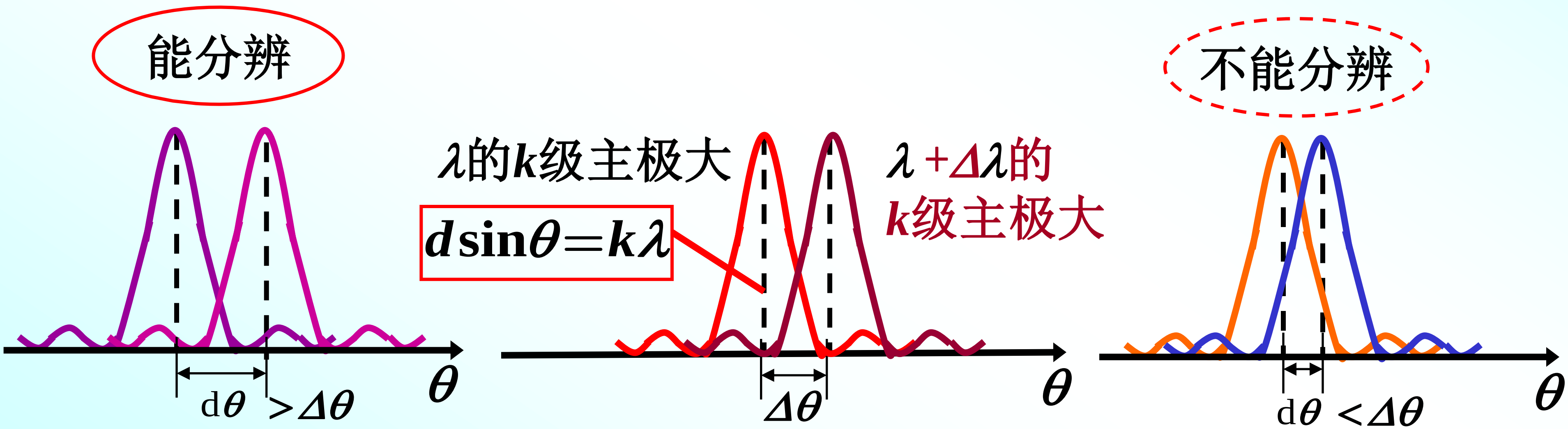
3）光栅的分辨率

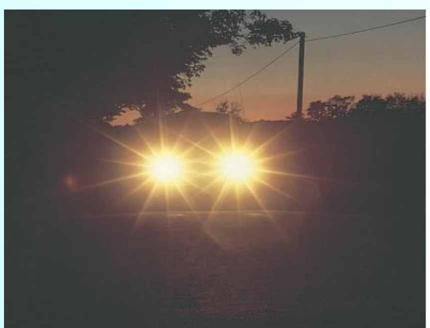
设入射波长为λ 和$\lambda+\Delta\lambda$ 时，二者的谱线刚能分开

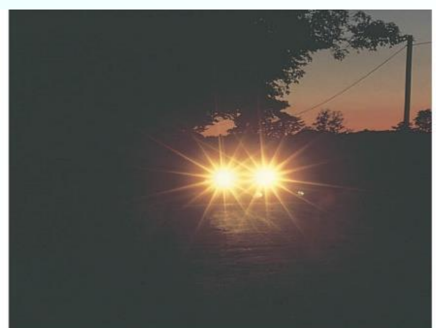
?

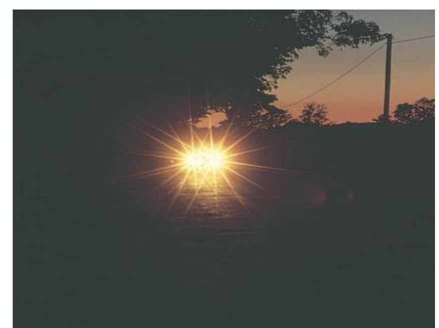
则定义光栅分辨率为：$R \equiv \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda}$

瑞利判据：一谱线的中心极大恰与另一谱线的第一极小重合时两谱线恰能被分辨





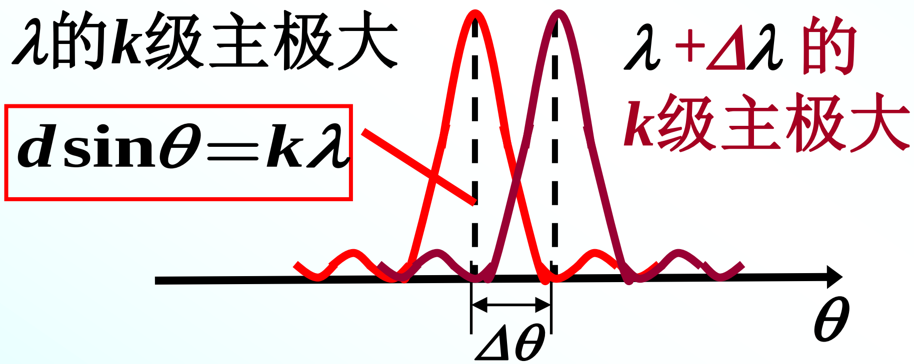




3）光栅的分辨率

设入射波长为λ 和$\lambda+\Delta\lambda$ 时，二者的谱线刚能分开

则定义光栅分辨率为：$R \equiv \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda}$



对一给定光栅

k级主极大半角宽度：$\Delta\theta_k = \dfrac{\lambda}{Nd\cos\theta_k}$

角色散本领：

$$D_\theta = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{k}{d\cos\theta_k} \Rightarrow \Delta\theta_k = \frac{k}{d\cos\theta_k}\Delta\lambda$$

光栅分辨率与波长无关

$\Rightarrow R = kN$

光栅的分辨率：$R \equiv \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$

例如，对钠*Na*双线：$\lambda_1 = 5890\text{Å}$，$\lambda_2 = \lambda + \Delta\lambda = 5896\text{Å}$

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{5890}{6} \approx 982 \quad = kN$$

$k=1$，$N \geq 982$，可分辨开*Na*双线

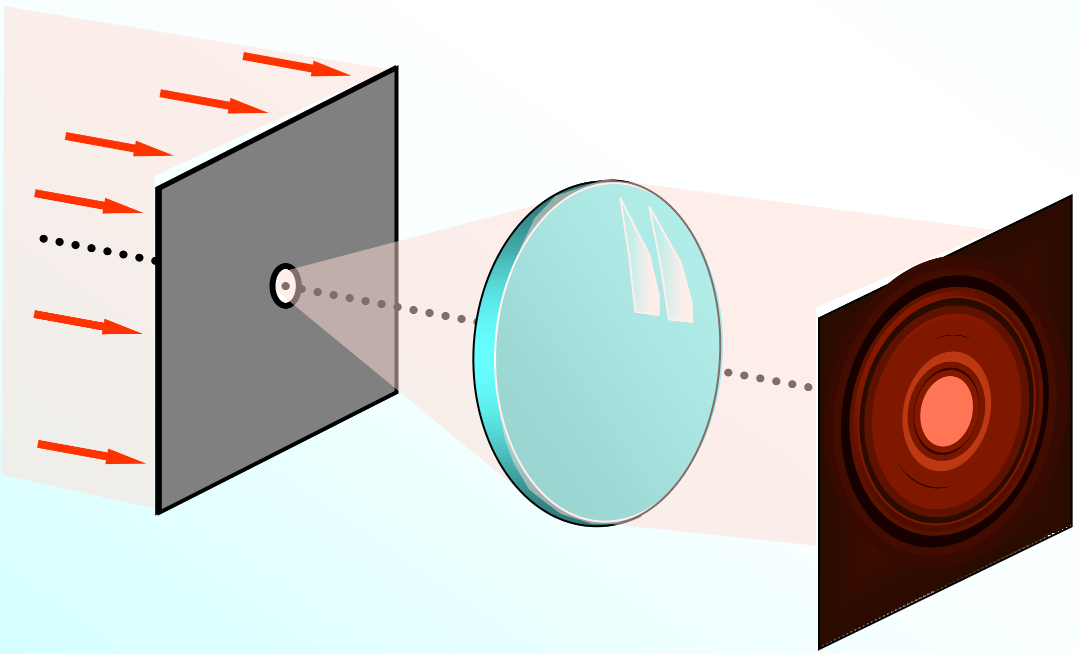
$k=2$，$N \geq 491$，可分辨开*Na*双线

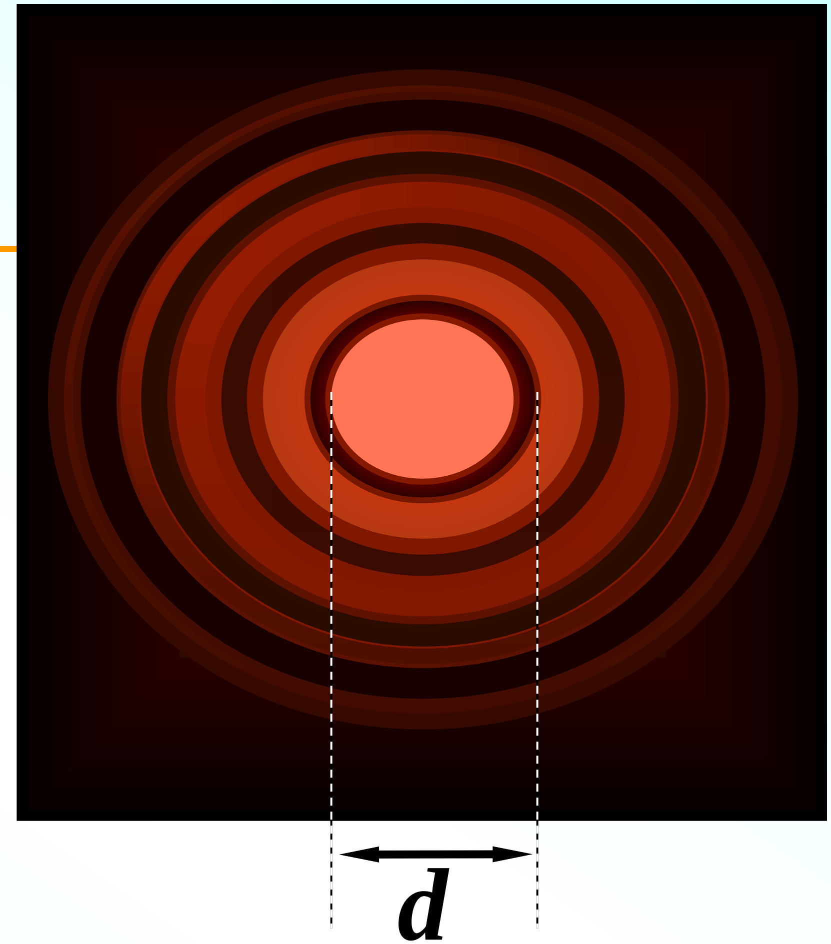
$k=3$，$N \geq 327$，可分辨开*Na*双线

$\vdots$

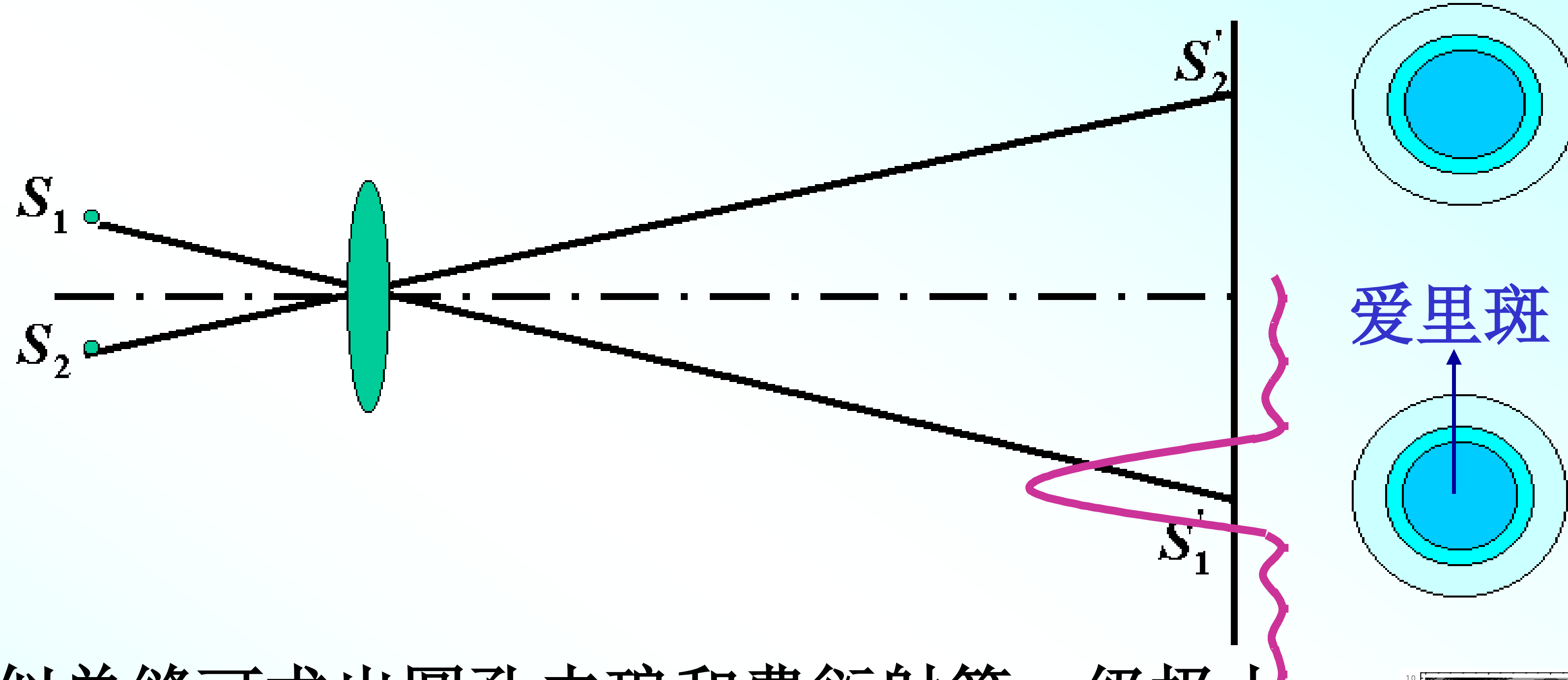
六、光学仪器的分辨本领

1.圆孔夫琅禾费衍射



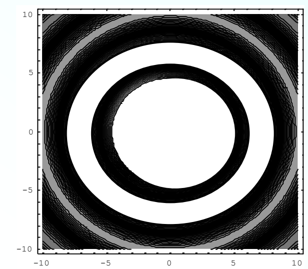


爱 里 斑



类似单缝可求出圆孔夫琅和费衍射第一级极小：

$$D\sin\theta = 1.22\lambda \qquad D\text{为孔径}$$

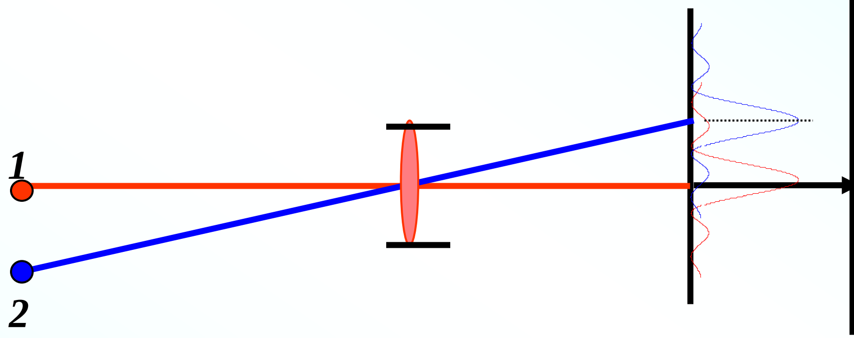


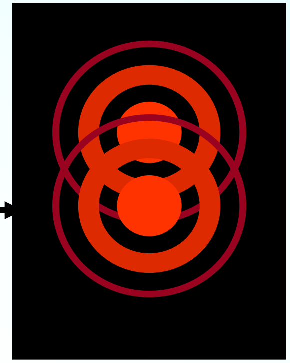
爱里斑的角半径：$\theta_1 = \sin^{-1} 1.22\dfrac{\lambda}{D} \approx 1.22\dfrac{\lambda}{D}$

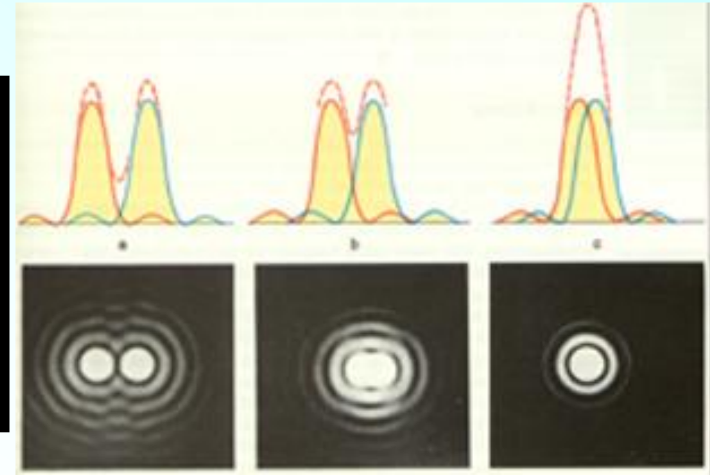
爱里斑的线半径：$r = f\theta_1 = 1.22\dfrac{f\lambda}{D}$

圆孔衍射会使光学仪器的成像质量变差！

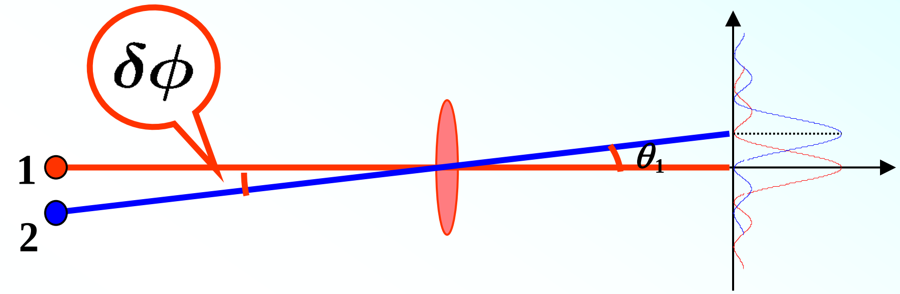
圆孔径光学仪器的最小分辨角







瑞利判据： 一谱线的中心极大恰与另一谱线的第一极小重合时两谱线恰能被分辨



光学仪器成像的最小分辨角就是爱里斑的角半径

$$\delta\phi = \theta_1 = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

仪器分辨率（分辨本领）为：

$$R \propto \frac{1}{\delta\phi}$$

$$\Rightarrow R = \frac{1}{\delta\phi} = \frac{D}{1.22\lambda}$$

提高分辨本领的途径

$D\uparrow$ 望远镜

$\lambda\downarrow$ 显微镜

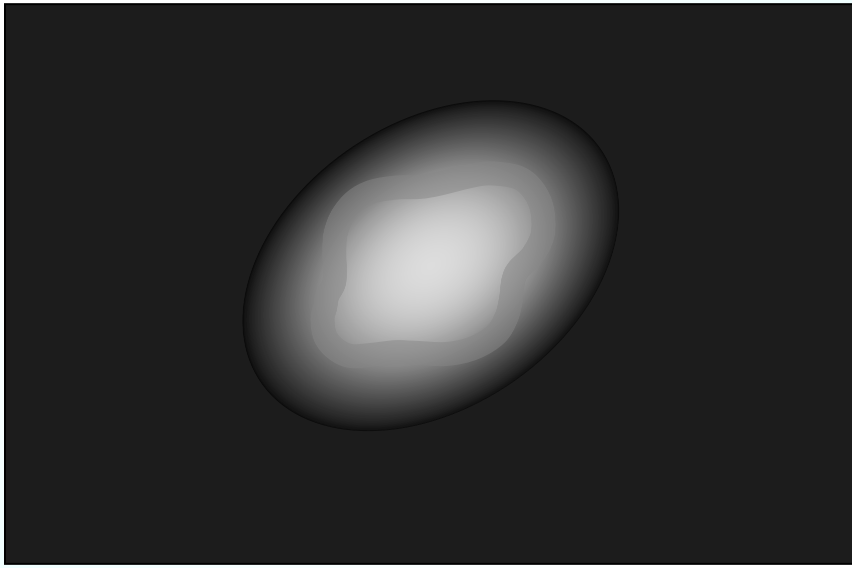
望远镜

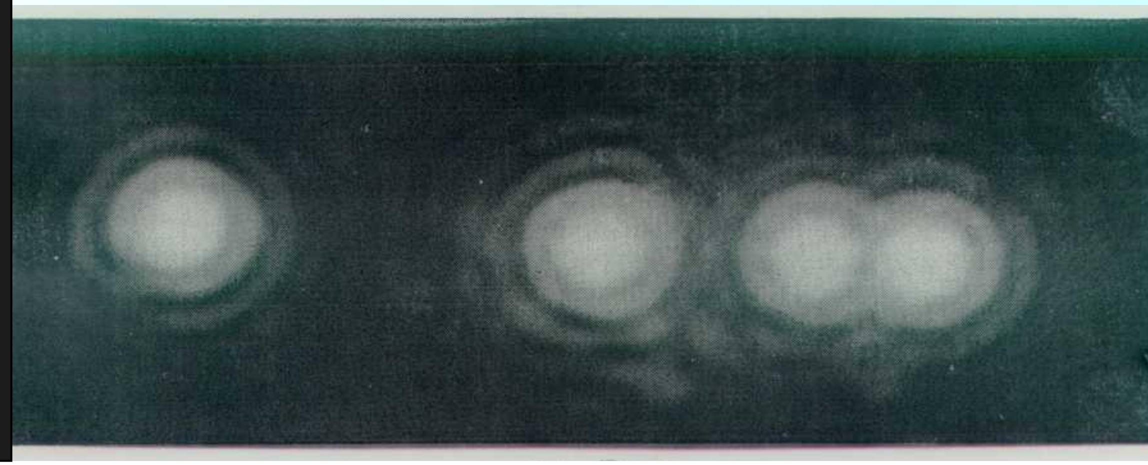
$$\boxed{R \equiv \frac{1}{\delta\phi} = \frac{D}{1.22\lambda}}$$

不可选择 λ，但可 $\uparrow D \rightarrow \uparrow R$

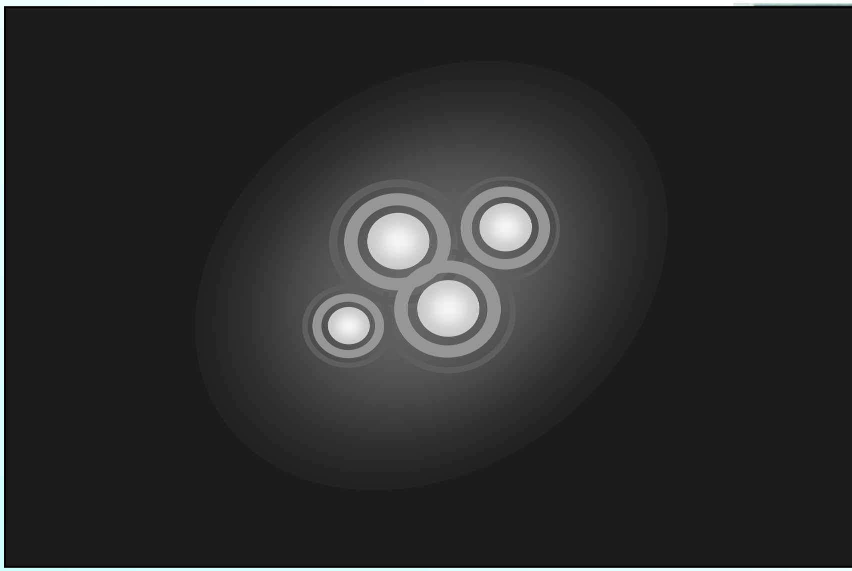
射电望远镜阵列

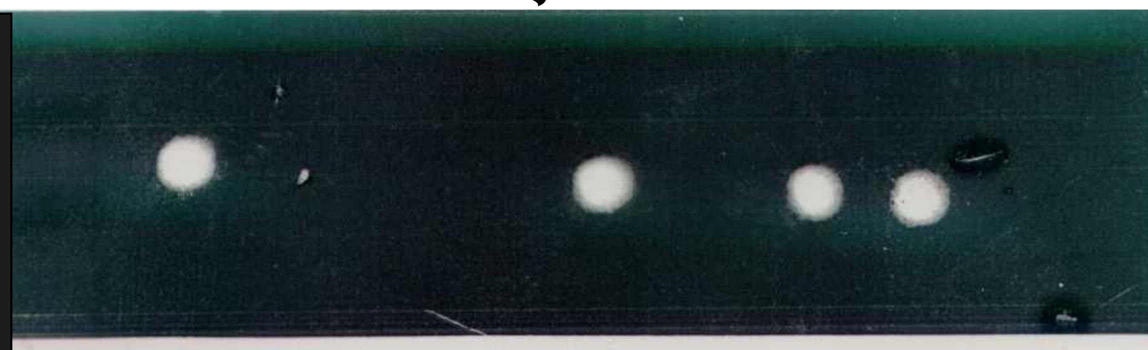
贵州建世界最大射电望远镜





*D*小

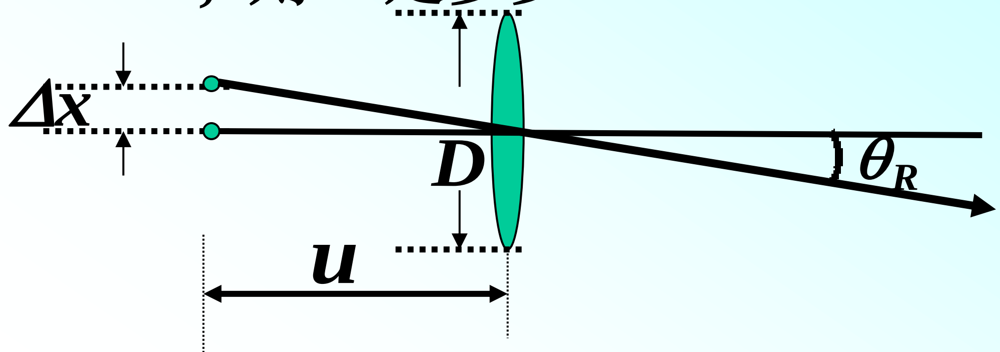




*D*大

分辨遥远的星体

例：人眼相当于一个光学仪器。在通常情况下，瞳孔的直径 D=3mm.问(1)人眼的最小分辨角 θ_R 是多少？用人眼最敏感的5500埃的光来讨论。(2)若图中 u =9m，则 Δx 是多少？



解: (1) $\theta_R = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$

$$= 1.22\times\frac{550\times10^{-9}}{3\times10^{-3}}$$

$$= 2.23\times10^{-4}\,rad = 0.77'$$

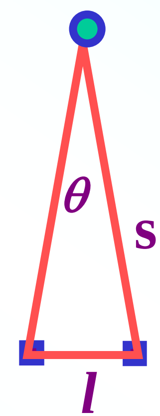
(2) $\Delta x = u\theta_R = 9\times2.23\times10^{-4} \approx 2mm$

问题： 在月球上用肉眼能否看到长城？ 看不到！

月地距离s = 3.8×10^5km ≈ 4×10^8m

设长城宽为 l =10m, 则 $\theta = \dfrac{l}{s} = 2.5\times10^{-8}\text{rad} \ll \theta_R$

若要能看到，瞳孔的直径 D 需多大才行？



$\theta_R = 1.22\dfrac{\lambda}{D} \le \theta$ ⟹ 瞳孔直径 $D \ge 26$ 米！

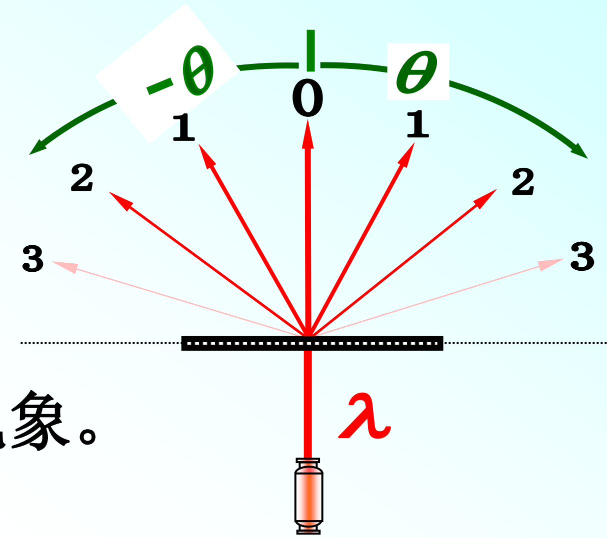
x 射线

l895年底，德国物理学家伦琴发表了《论新的射线》的报告，并展示了他的妻子的手指骨x射线的照片。

这是第一张X射线照片，拍摄了伦琴夫人的手

七、X射线的衍射（布喇格衍射）

X 射线： $\lambda = 0.01\text{Å} \sim\sim 10\text{Å}$　　光栅衍射？



由光栅方程

$$d \cdot \sin\theta = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$$

$$\Rightarrow \sin\theta = \pm k\frac{\lambda}{d}$$

λ/d 并非取任何比值都能观察到衍射现象。

若 $\frac{\lambda}{d} << 1$ 即 $d \gg \lambda$　　$\Rightarrow \theta \to 0$

各级次的衍射角都太小，各级谱线距零级太近，仪器无法分辨，观察不到衍射现象。

若 $\frac{\lambda}{d} > 1$ 即 $d < \lambda$　　$\Rightarrow |\sin\theta| > k$　只有k=0成立

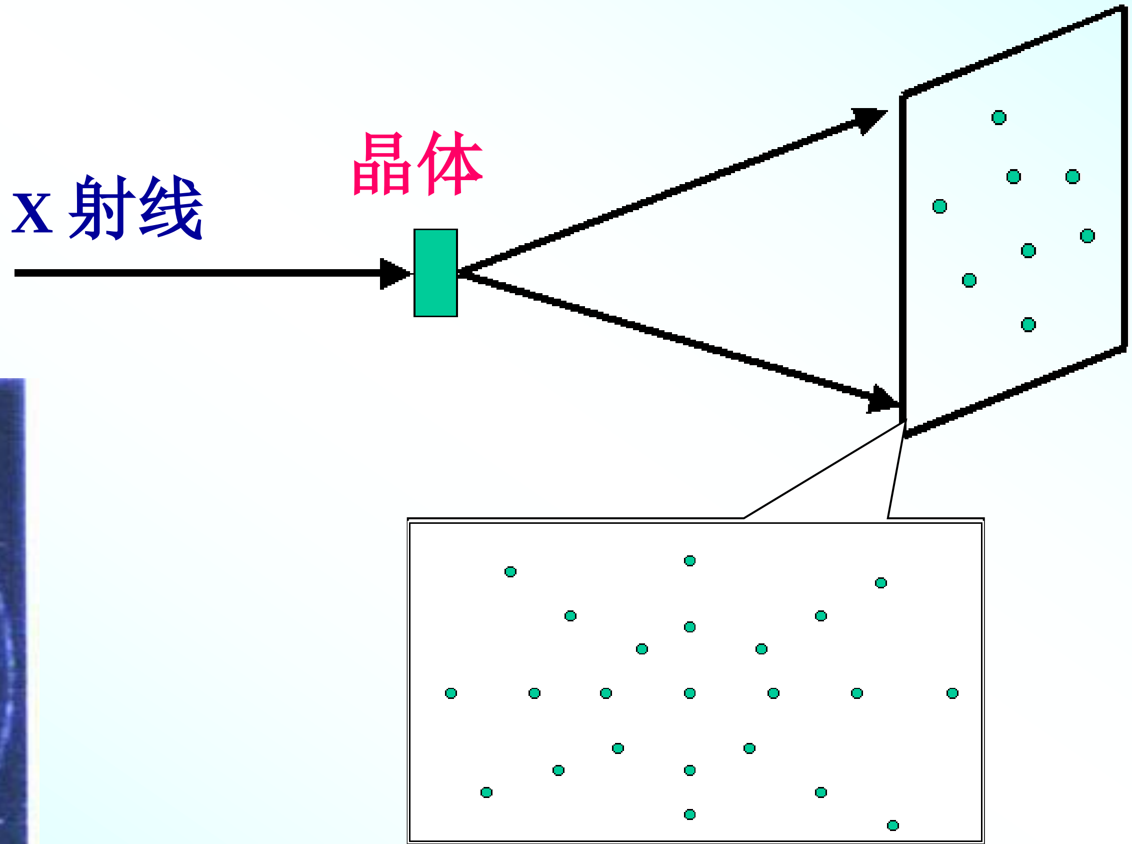
即，可以看到零级明纹。

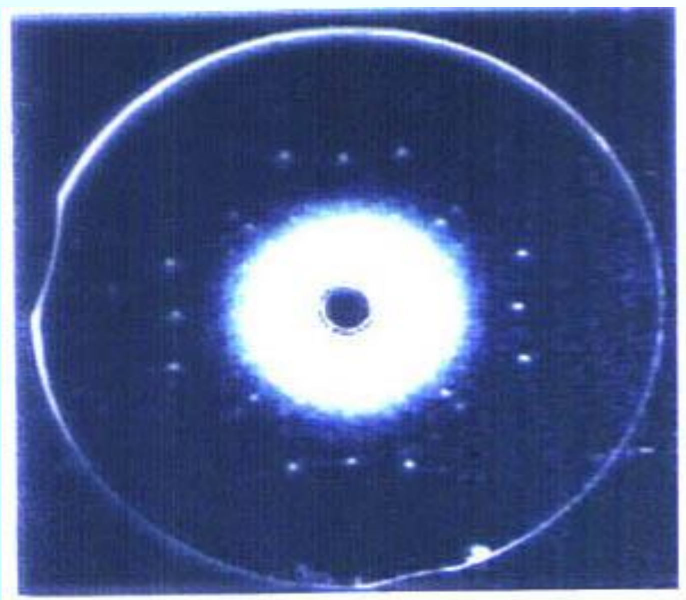
七、X射线的衍射（布喇格衍射）

X 射线：$\lambda = 0.01Å \sim\sim 10Å$　　光栅衍射？

用晶体作三维光栅

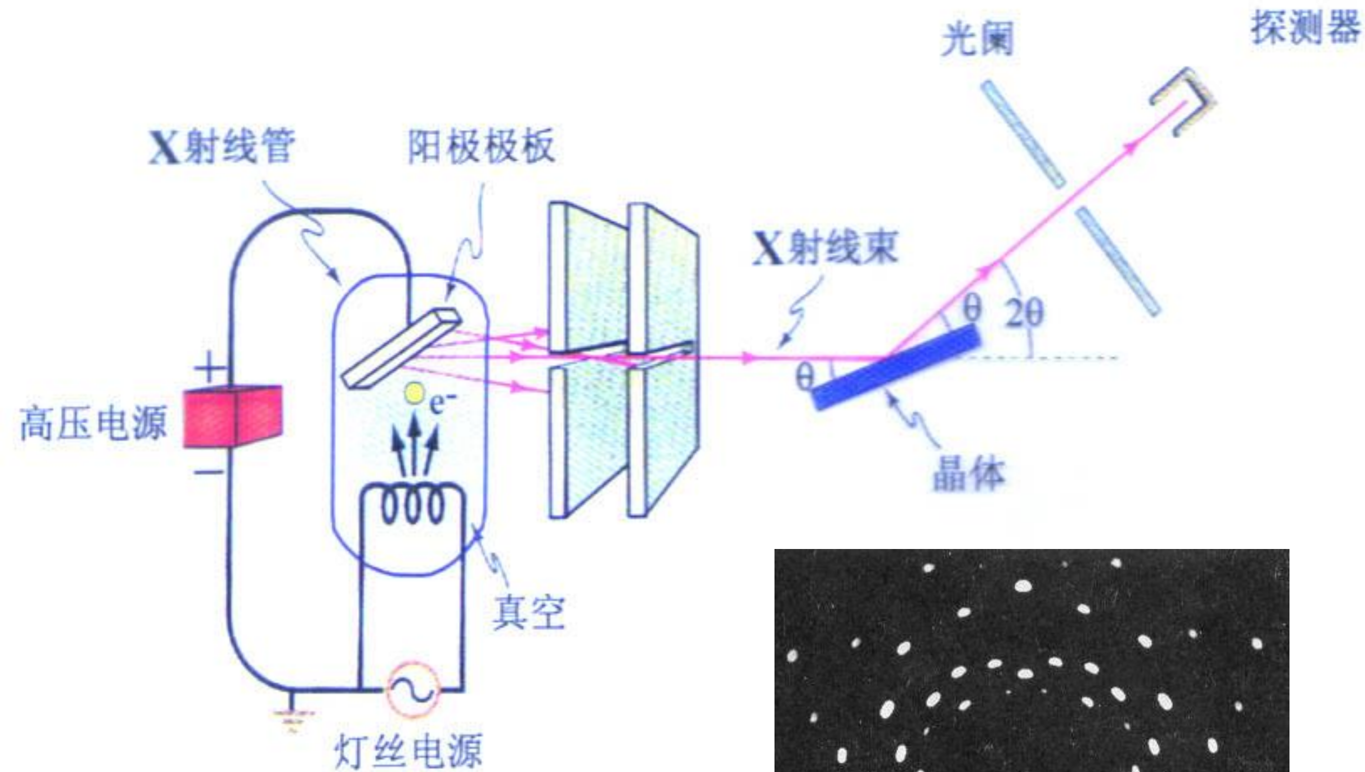
1.衍射现象

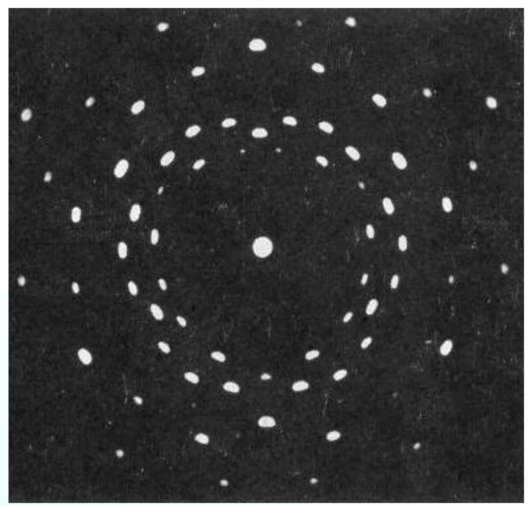




劳厄斑(1912年,劳厄)

晶体的X光衍射





SiO_2 的劳厄斑

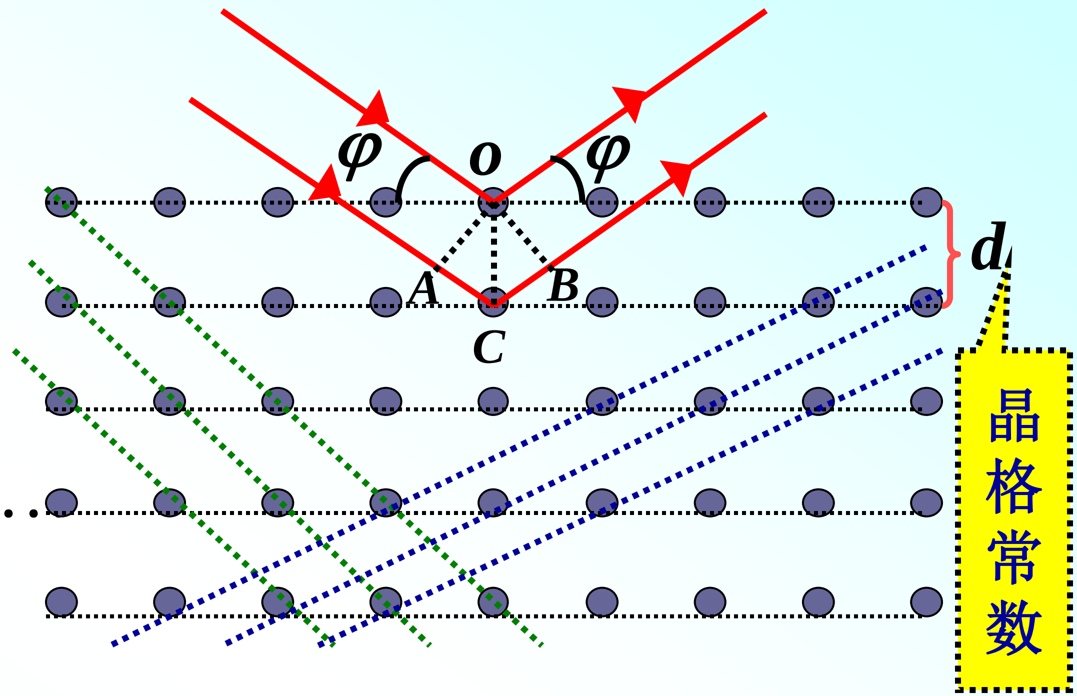
2.布喇格公式

两光束光程差：

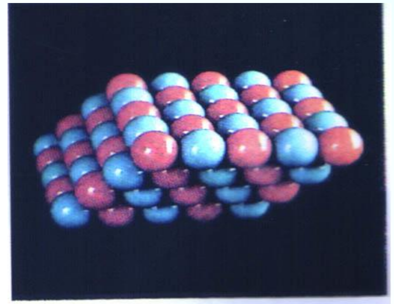
$$\Delta r = AC + CB$$
$$= 2d\sin\phi$$

亮斑的位置满足：

$$\boxed{2d\sin\phi = k\lambda} \quad k = 1,2,\cdots$$



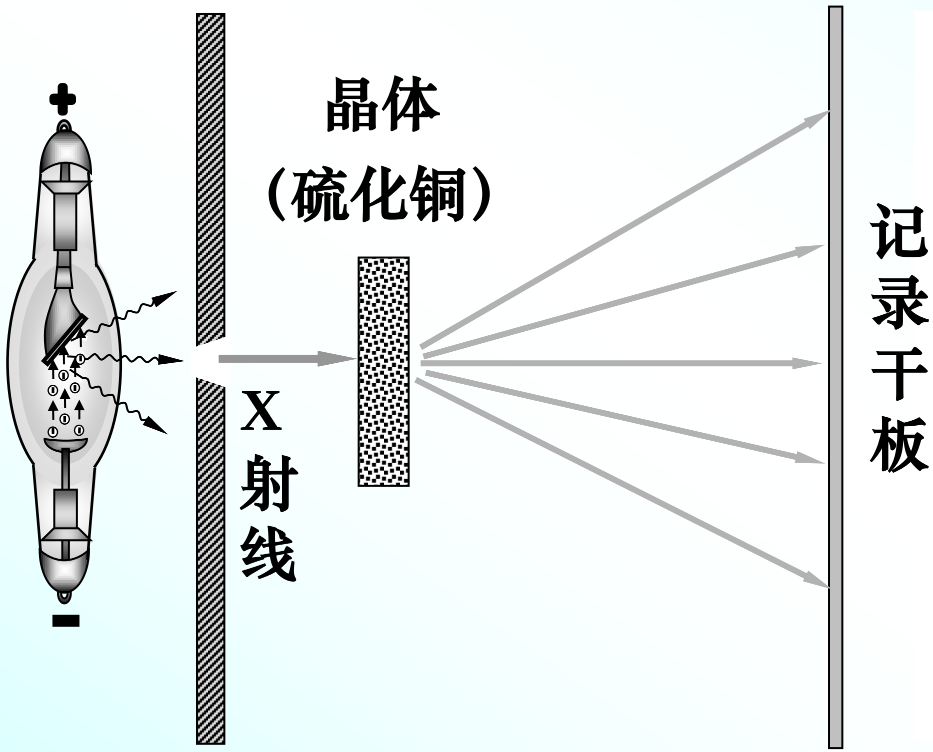
布喇格公式

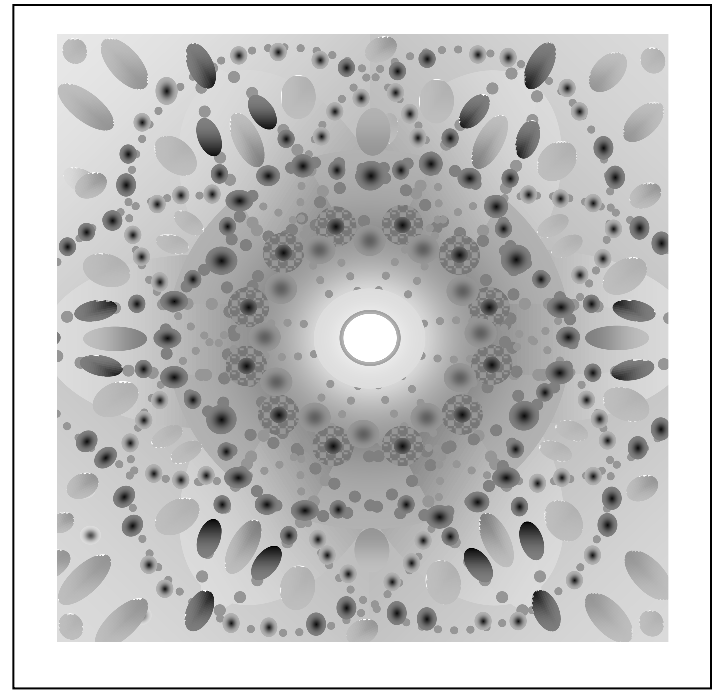


作用：（1）已知**晶格常数**d及亮斑的位置，可求 x 射线的波长。

（2）根据图样及波长λ，可研究晶格结构

劳厄的 X 射线衍射实验原理图

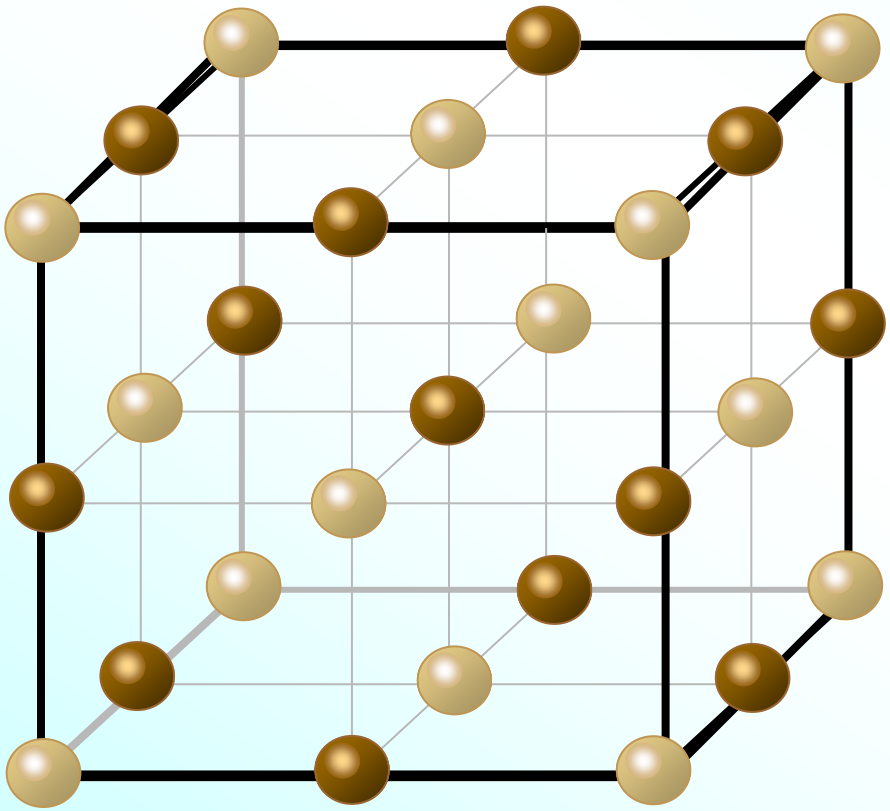




衍射斑纹（劳 厄 斑）

晶体中有规则排列的原子，可看作一个**立体的光栅**。原子的线度和间距大约为10^{-10} m 数量级，根据可见光的光栅衍射基本原理推断，只要 入射X 射线的波长与此数量级相当或更小些，就可能获得衍射现象。

晶体结构中的三维空间点阵



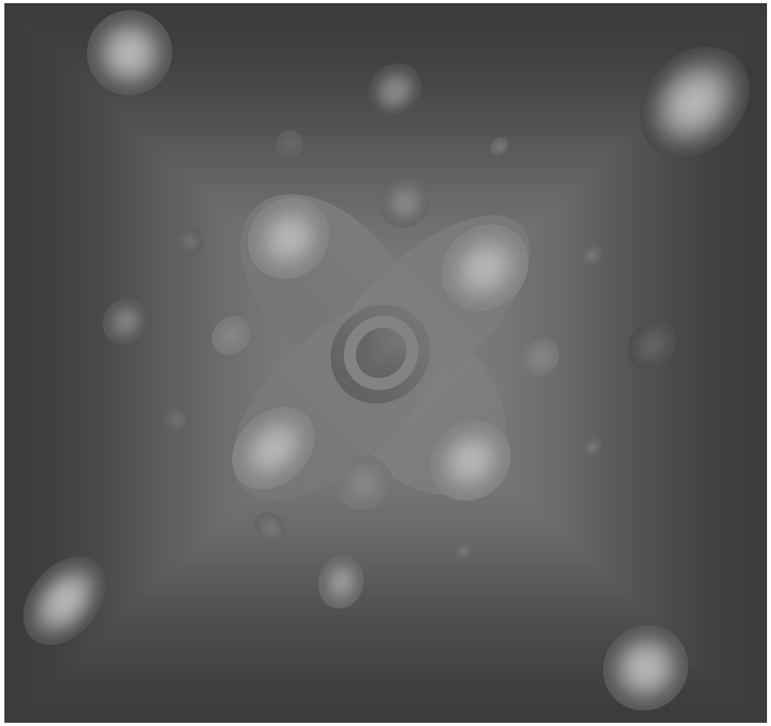
氯化钠晶体

氯离子

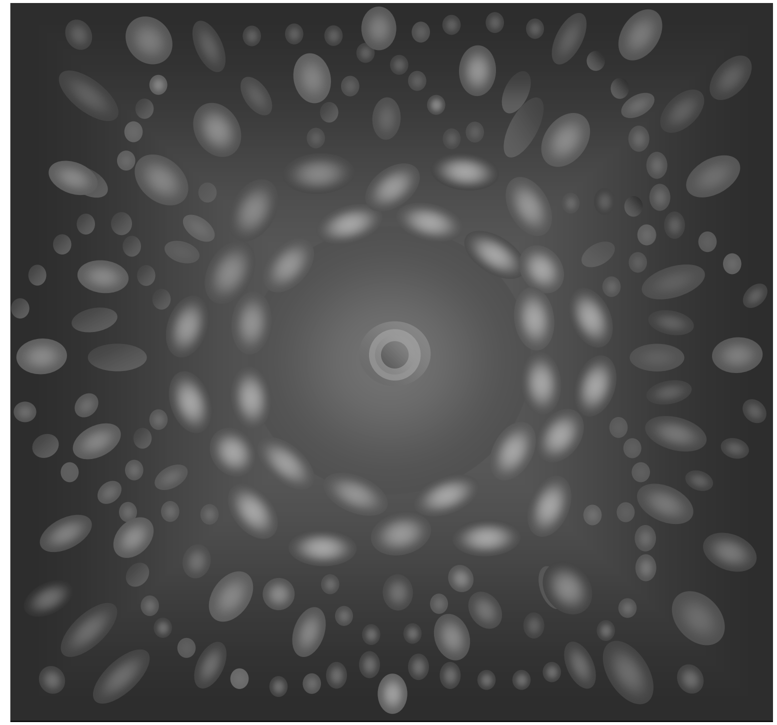
Cl^{+}

钠离子

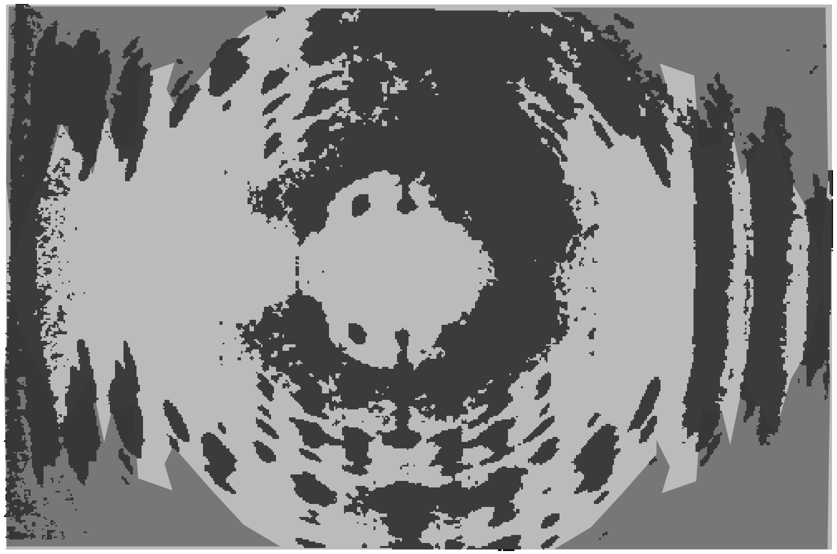
Na^{-}



NaCl 单晶的
X 射线衍射斑点



石英 (SiO_2) 的
X 射线衍射斑点



DNA的X射线衍射图

DNA结构图

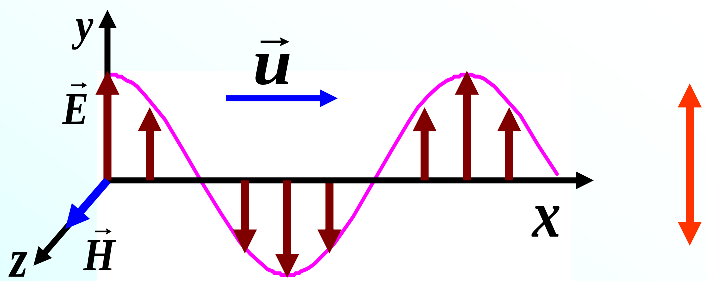
光波的偏振

光波是横波 —— 具有偏振的特性

光矢量 $\vec{E}$ 的振动方向的变化情况

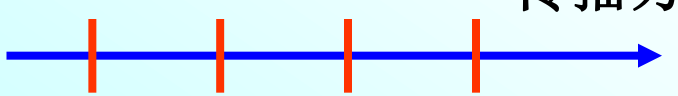
一. 光的偏振状态

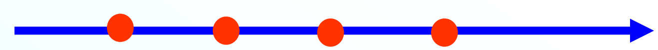
1、线偏振光（平面或完全偏振光）



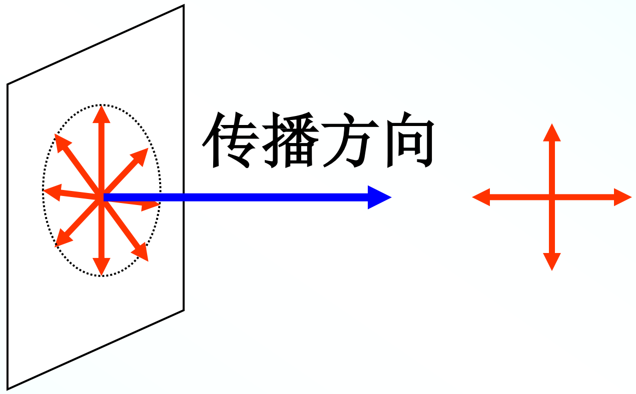
在同一波线上 $\vec{E}$ 平行振动，振动面为 xy 面，这种现象称线偏振。

表示法：





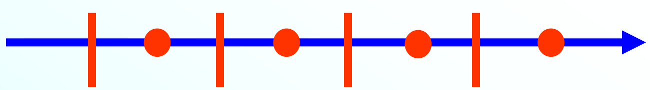
2. 自然光（非偏振光）

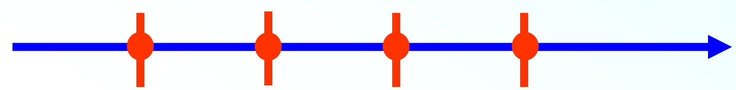


光源中许多原子同时跃迁独立发光， 方向各不相同，但各方向机会均等。

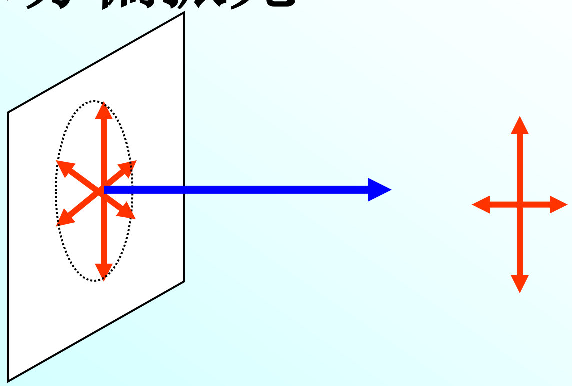
自然光可分解为两个垂直的、振幅相等的独立光振动。

表示法：

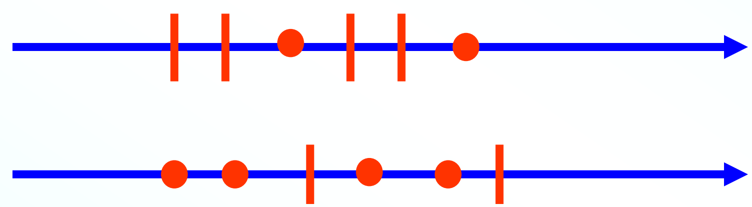




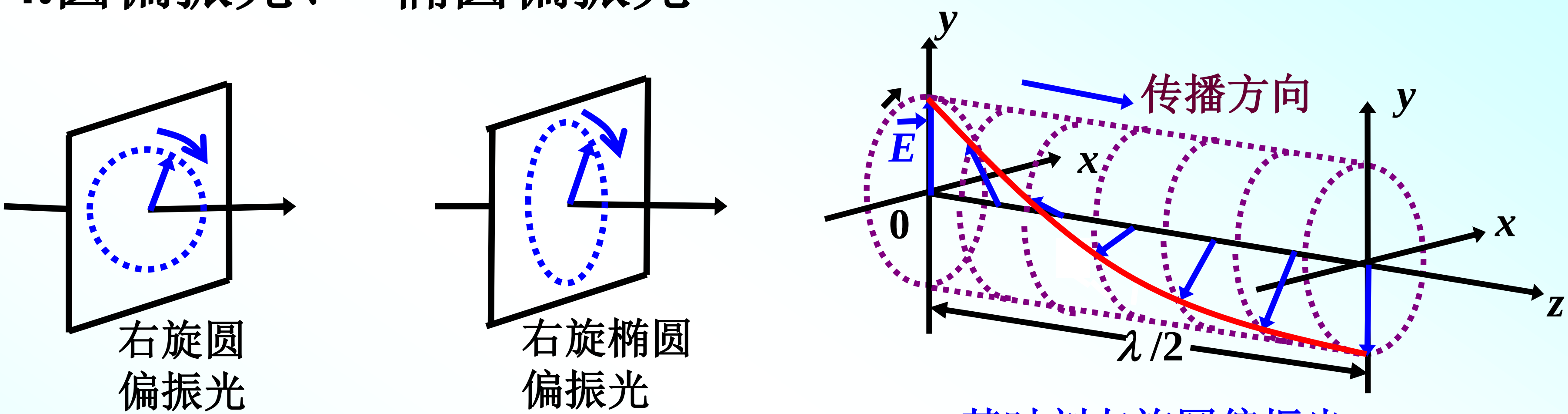
3. 部分偏振光



表示法：



4.圆偏振光、 椭圆偏振光



某时刻左旋圆偏振光
$\vec{E}$ 随 z 的变化

圆偏振光、椭圆偏振光可分解为两束振动方向相互垂直的、等幅的、相位差恒定的线偏振光。

应用: 光纤通讯中的偏振复用; 看立体电影用的眼镜…

在你身边的偏振光

晴空
（散射）
部分偏振

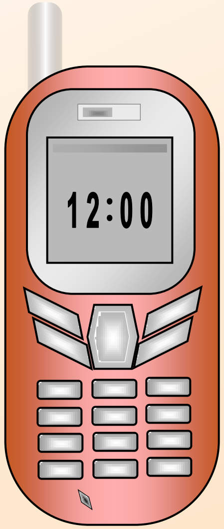
彩虹（折射）部分偏振

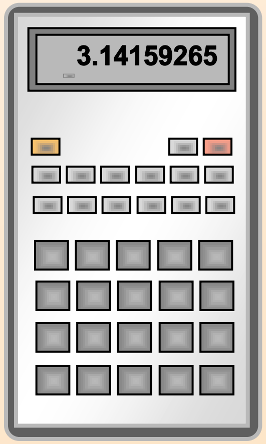
水面反光（反射）部分或线偏振

玻璃反光（反射）
部分或线偏振

手机、计算器液晶显示
（晶体双折射）线偏振

地板、桌面、家具反光
（反射） 部分偏振

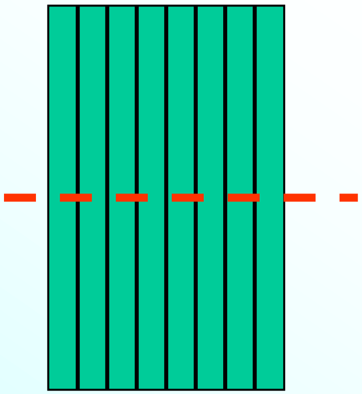


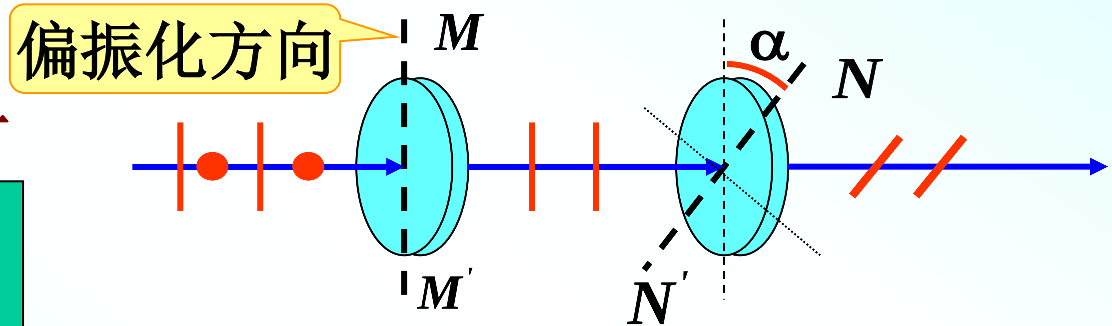


二. 利用选择吸收获得线偏振光

1、偏振片的起偏与检偏作用

偏振片





起偏器　检偏器

塑料薄片

由很长的碳氢链组成

拉伸后浸入碘溶液即可

动画: 偏振片

动画: 起偏

动画: 检偏

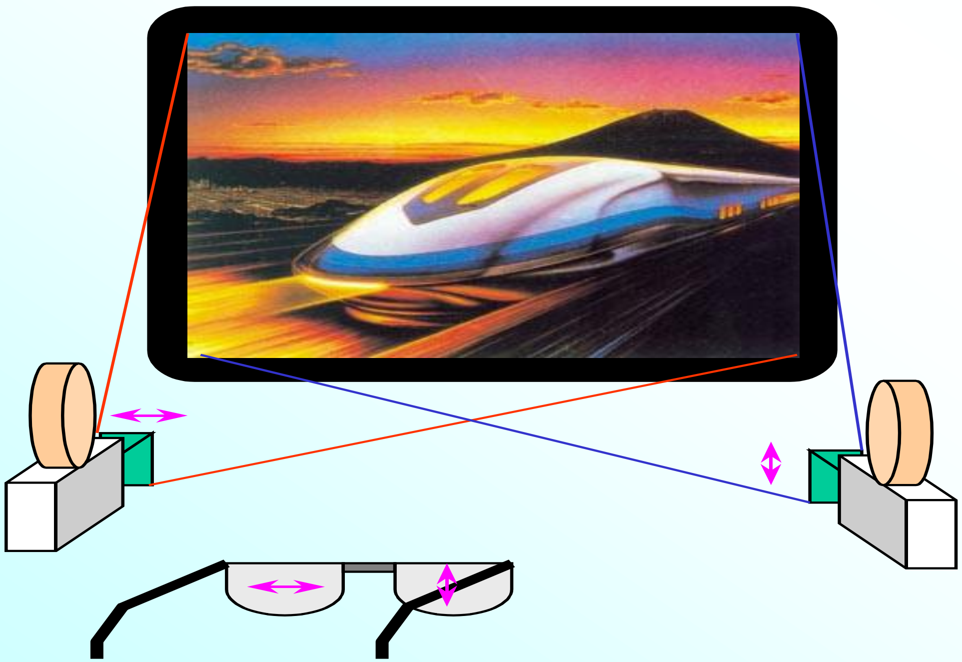
动画: 线偏振光过偏振片

以上是自然光入射。若入射的是圆偏振，椭圆偏振或部分偏振光呢？

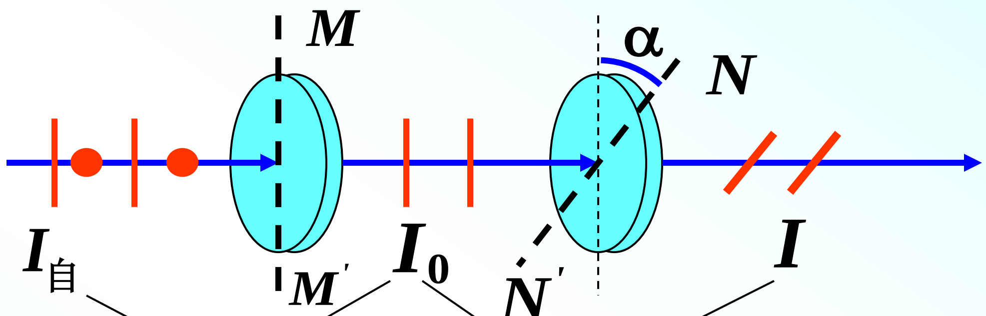
它们都可以分解为两个垂直振动分量的合成。只有平行于偏振化方向的分量才能通过，所以得到的依然是线偏振光。

偏振现象的应用：立体电影

在观看立体电影时，观众要戴上一副特制的眼镜，这副眼镜就是一对偏振化方向(透振方向)互相垂直的偏振片。

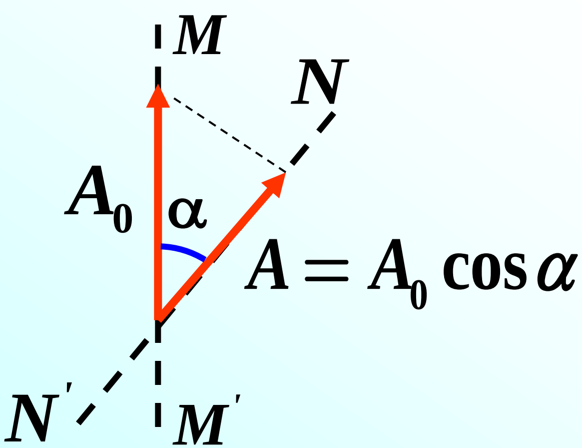


2、马吕斯定律



$$\boxed{I_0 = \frac{I_{自}}{2}}$$

$$\boxed{I = I_0 \cos^2 \alpha}$$



$$A^2 = A_0^2 \cos^2 \alpha$$

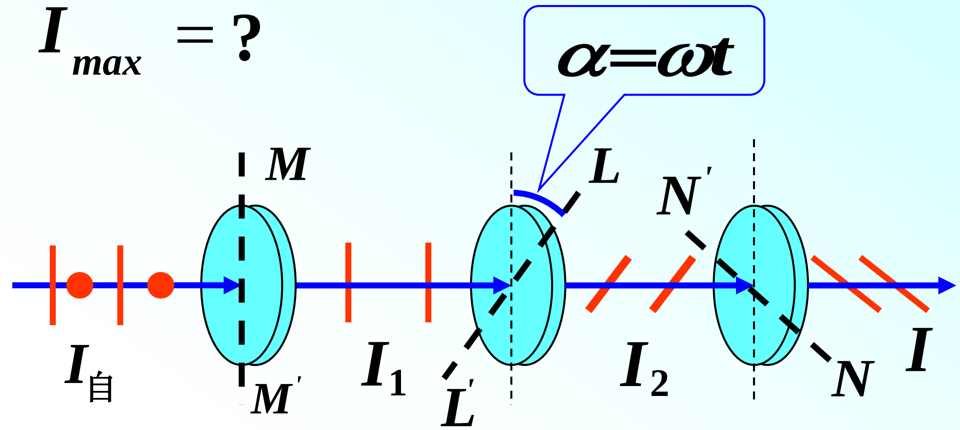
$$\boxed{I = I_0 \cos^2 \alpha}$$

马吕斯定律

例：已知 $MM' \perp NN'$ LL' 以角速度 ω 转动

自然光入射强度为 $I_{自}$

求：出射光 $I=?$ 频率=? $I_{max}=?$



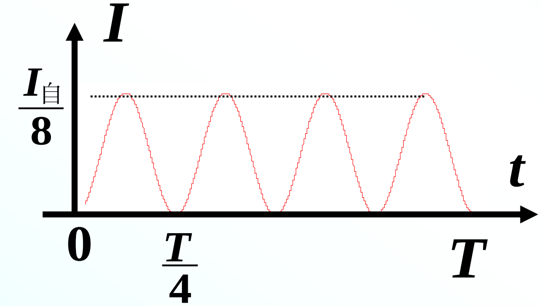
解：

$$\begin{cases} I_1 = \dfrac{I_{自}}{2} \\ I_2 = I_1 \cos^2 \omega t \\ I = I_2 \cos^2(90^\circ - \omega t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = \frac{I_{自}}{2} \cdot \cos^2 \omega t \cdot \sin^2 \omega t$$

$$= \frac{I_{自}}{2}\left(\frac{1}{2}\sin 2\omega t\right)^2 = \frac{I_{自}}{8}\sin^2 2\omega t = \frac{I_{自}}{8}\left[\frac{1-\cos(4\omega t)}{2}\right]$$

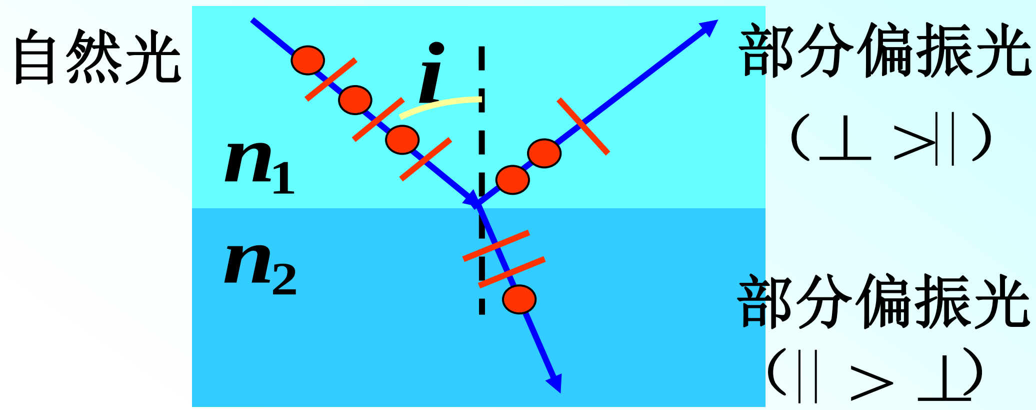
I 变化圆频率为 4ω $\qquad I_{max} = \dfrac{I_{自}}{8}$

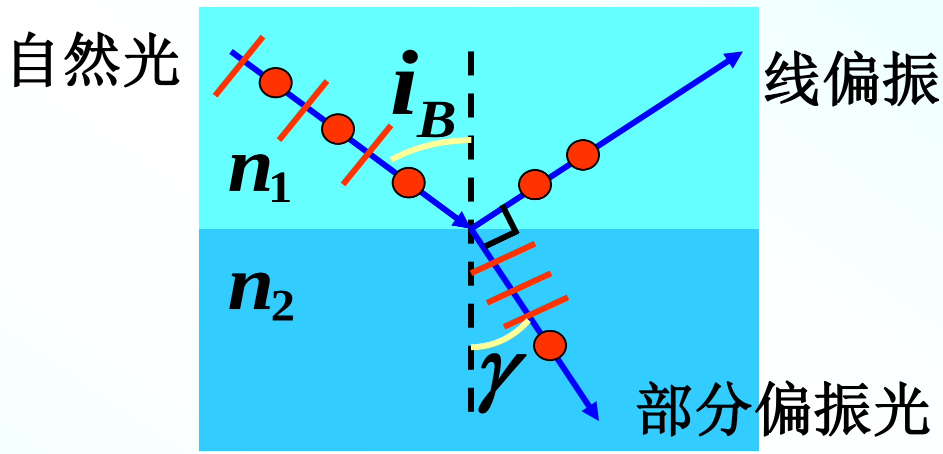


三. 利用反射获得线偏振光

动画

当 $i_B+\gamma=90^\circ$ 时，
反射光为线偏振光，光矢量振动垂直入射面。
（折射光仍为部分偏振光）





$$\begin{cases} n_1 \sin i_B = n_2 \sin \gamma \\ i_B+\gamma=90^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow n_1 \sin i_B = n_2 \sin(90^\circ - i_B)$$

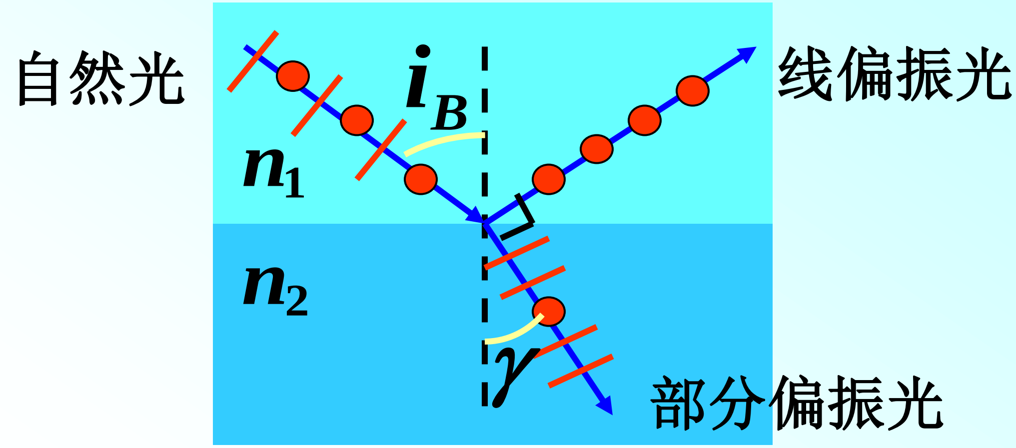
$$= n_2 \cos i_B$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathrm{tg} i_B = \frac{n_2}{n_1}}$$ 布儒斯特定律

i_B称起偏角或布儒斯特角

若以其他任意角 i 入射，
则不论什么光成份都有反射。

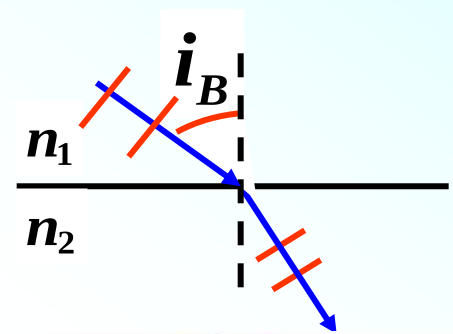
$$\boxed{\mathrm{tg}\, i_B = \frac{n_2}{n_1}}$$



例： 求玻璃的起偏角。

设 $n_1=1$　$n_2=1.5$ 玻璃

解： $i_B = \mathrm{tg}^{-1}\dfrac{n_2}{n_1} = \mathrm{tg}^{-1}1.5 = 56.3^\circ$



讨论： 当光以 i_B 入射时，无反射光，你能对入射光作出什么结论？

答： 线偏振光，且 $\vec{E} \parallel$ 入射面。

布儒斯特定律的实质：

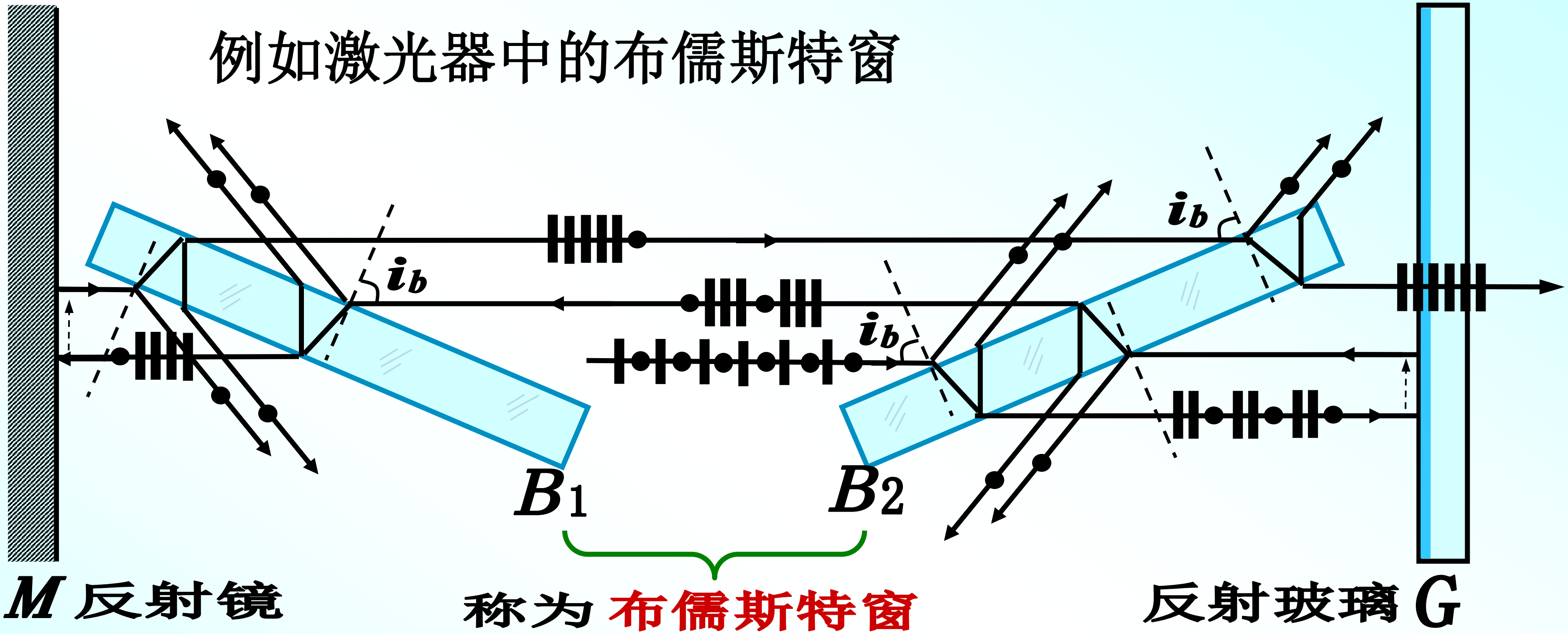
$E \parallel$ 分量在 i_B 角入射时不反射，全部透射。

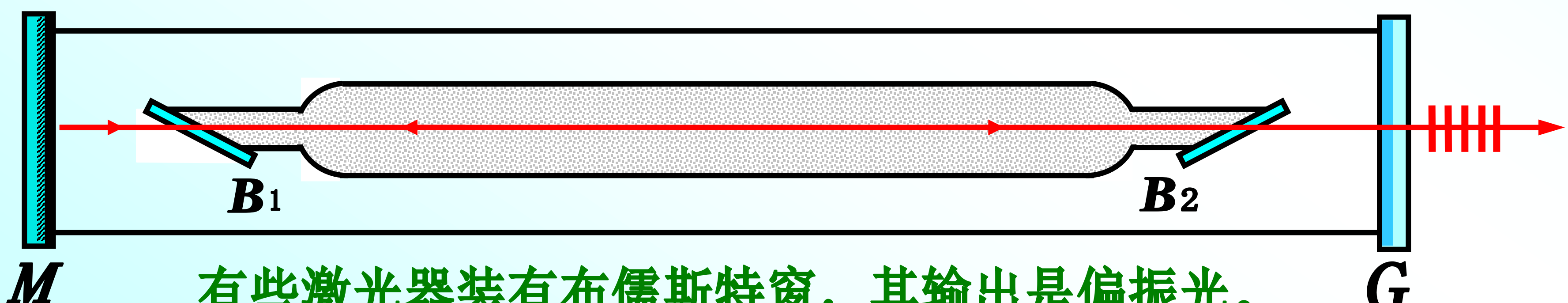
布儒斯特显微镜

微观定性解释： 电偶极子辐射在垂直方向最强，沿着偶极子方向为零。

应用：（1）可由反射获得线偏振光（玻璃片就是起偏器）

例如激光器中的布儒斯特窗

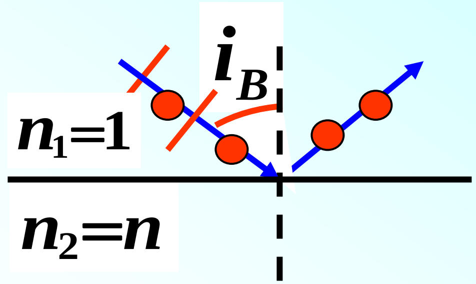




有些激光器装有布儒斯特窗，其输出是偏振光。

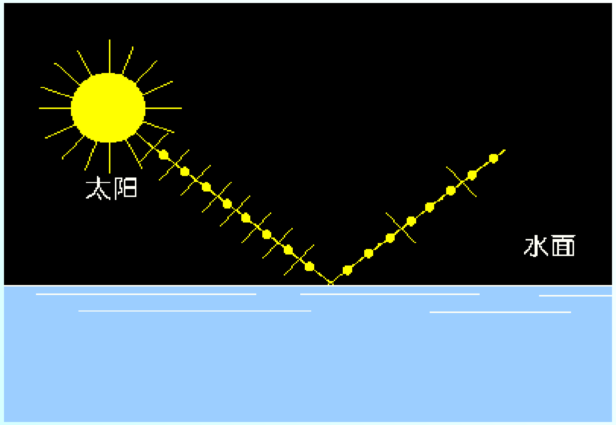
（2）可测不透明媒质折射率

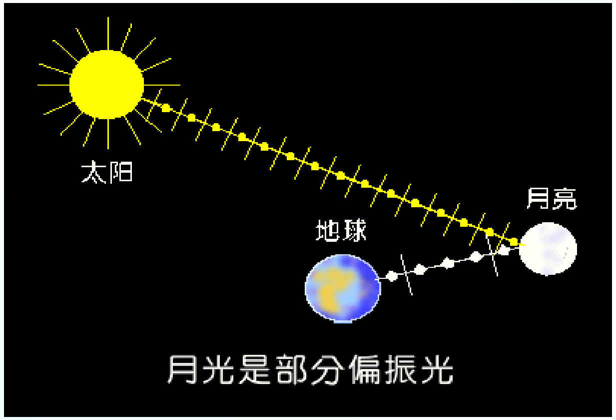
$$\mathrm{tg}\,i_B = n$$



（3）反射光是部分偏振光，

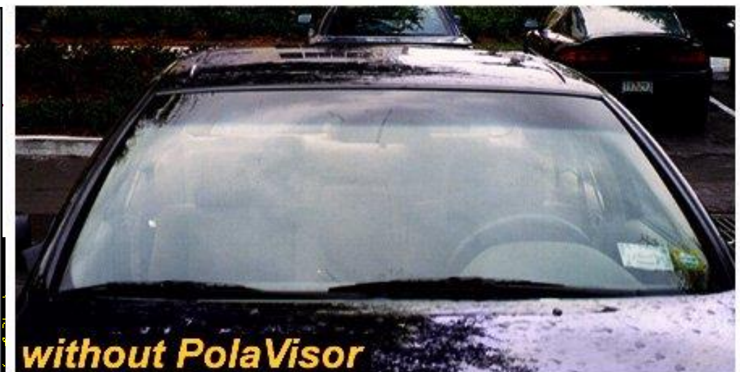
利用偏振片可消去大部分反射光（如镜头前加偏振片、偏光望远镜等）。

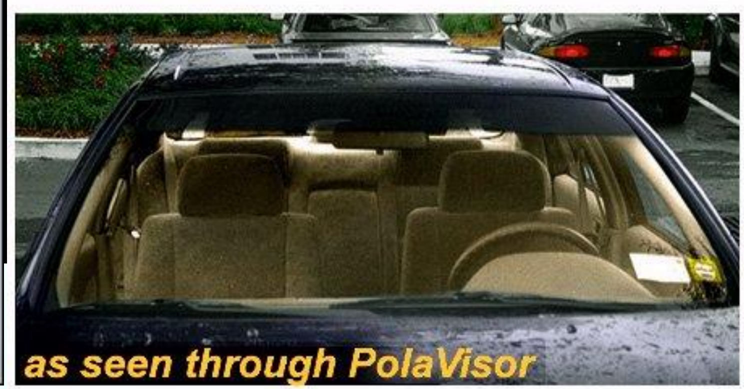




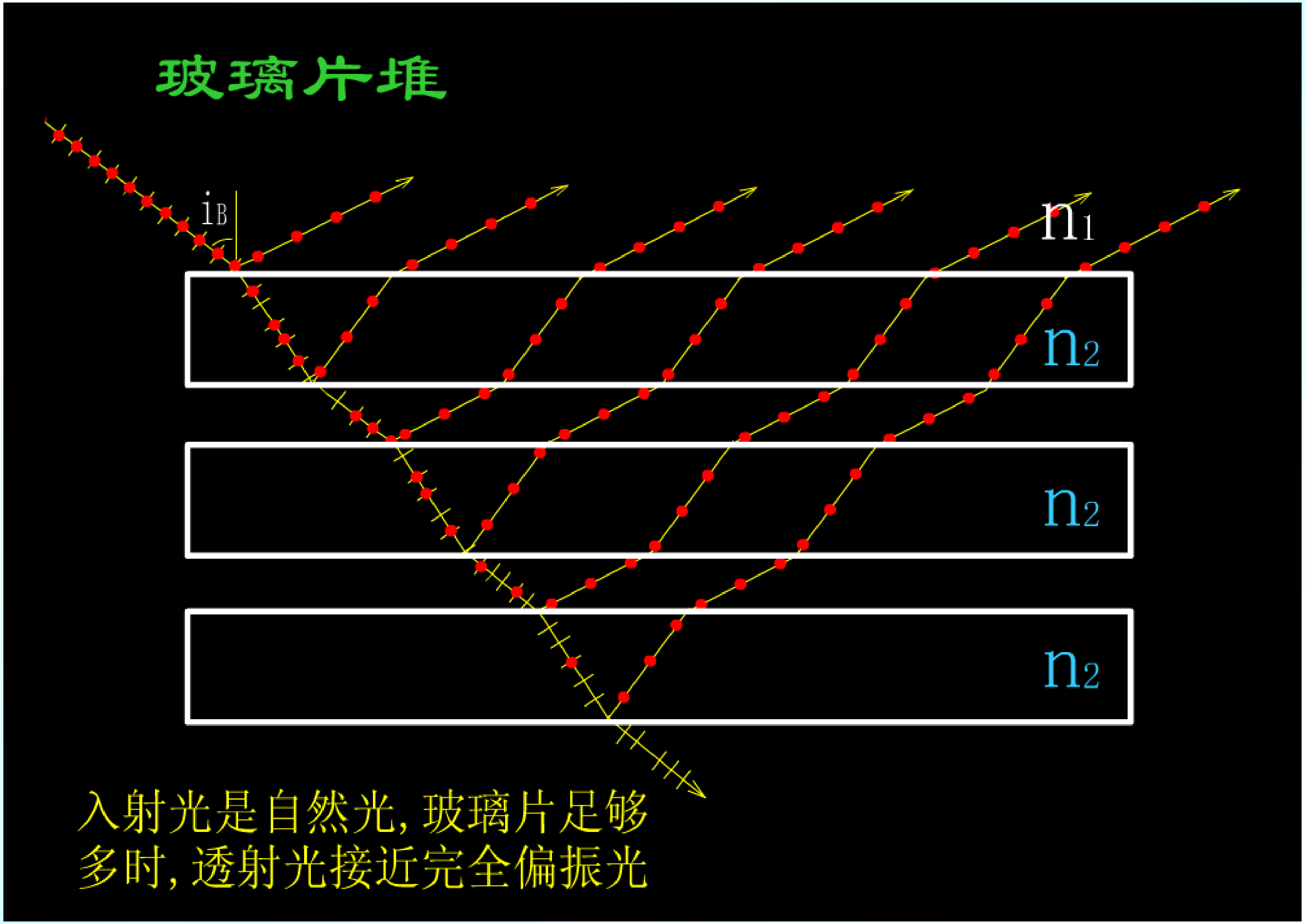
(a)

(b)



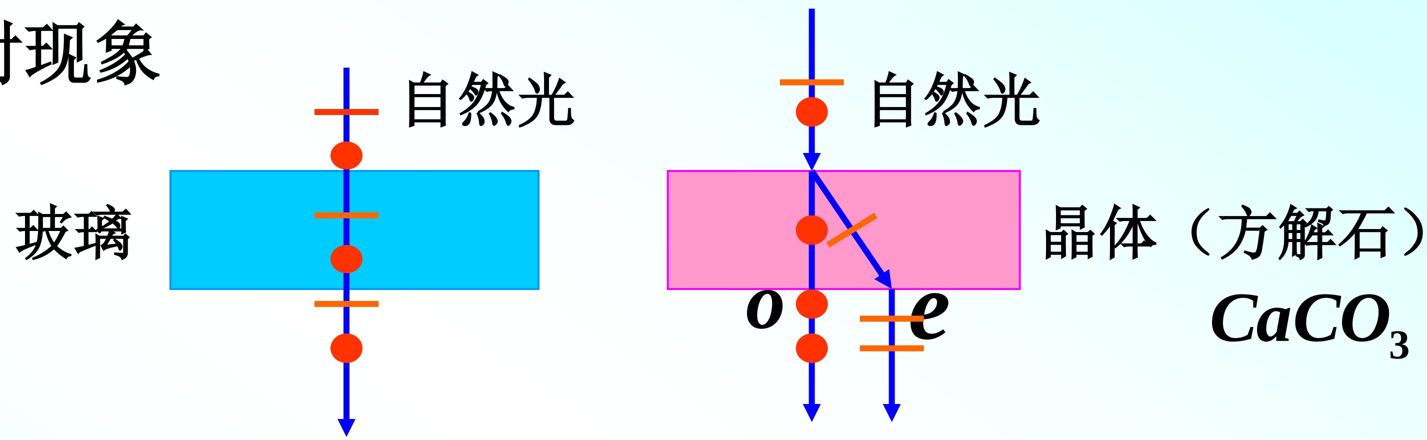


（4）利用玻璃片堆从透射光可获得较强线偏振光。



四. 利用晶体的双折射获得线偏振光

1、双折射现象



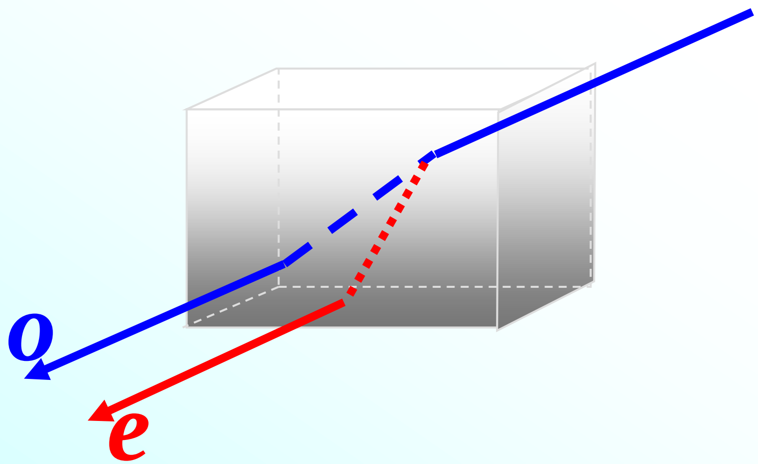
自然光入射到各向同性的介质上，只产生一条折射光。

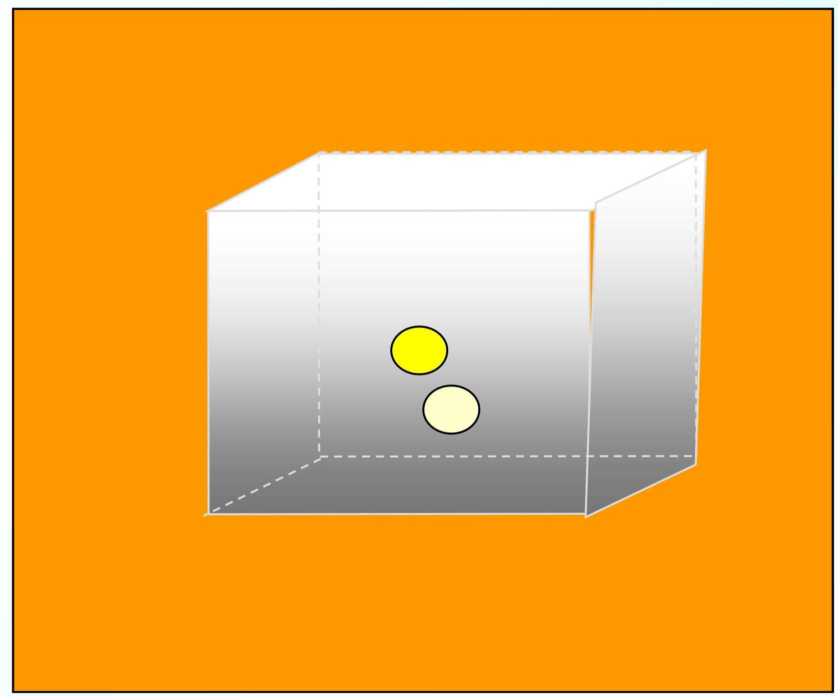
自然光入射到(各向异性)晶体上，一般产生两条折射光:

- 一条遵守折射定律，称寻常光（*o*光）
- 一条不遵守折射定律，称非寻常光（*e*光）

它们都是线偏振光，且振动方向互相垂直。

当方解石晶体旋转时，*o*光不动，*e*光围绕*o*光旋转。





双折射现象产生的原因：

各向同性介质，对不同振动方向的光的折射率相同，没有双折射现象

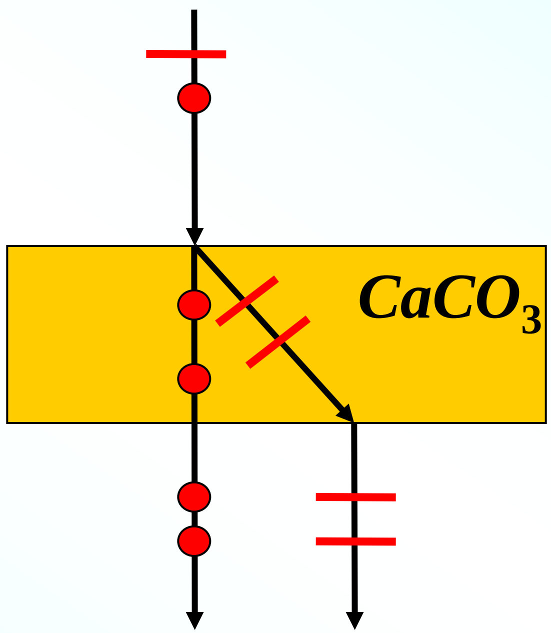
但$CaCO_3$等类各向异性晶体，对不同振动方向的光，有不同的折射率n_o、n_e。

对于*o*光：只有一个折射率

晶体呈现为各向同性，各方向对光的折射率n_o相同。

对于*e*光：无数个折射率

晶体呈现为各向异性，折射率与方向有关。



作业：13 —T27-T30

作业要求

1. 独立完成作业。
2. 图和公式要有必要的标注或文字说明。
3. 作业纸上每次都要写姓名以及学号(或学号末两位)。
4. 课代表收作业后按学号排序，并装入透明文件袋。
5. 每周二交上周的作业。迟交不改。
6. 作业缺交三分之一及以上者综合成绩按零分计。