大学物理

College Physics

主讲

华 中 科 技 大 学

刘超飞

演示单缝衍射

●单缝夫琅和费衍射

光强公式: $I_\theta = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \quad \alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$

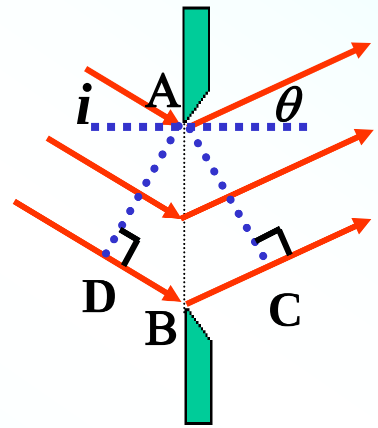
衍射极小条件: $a\sin\theta = \pm k\lambda \quad k = 1, 2, \cdots$

衍射次极大: $a\sin\theta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad k = 1, 2, \cdots$

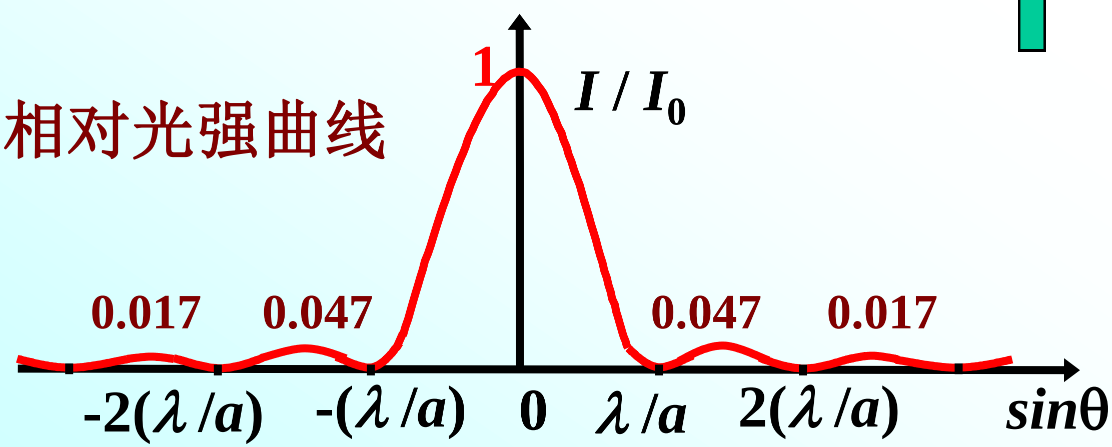
半波带法

一般情形:

$$\begin{cases} na(\sin i + \sin\theta) = \pm k\lambda \\ na(\sin i + \sin\theta) = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} \end{cases}$$



相对光强曲线



● 双缝夫琅和费衍射

单缝衍射对双缝干涉图样的调制

光强公式: $\boxed{I_\theta = I_0 \cdot \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \cdot \cos^2\beta}$

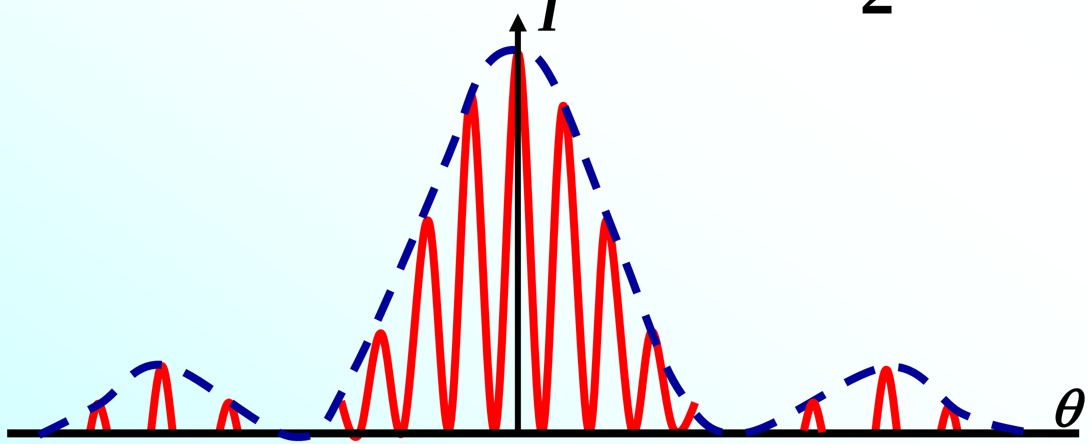
$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{\pi a \sin\theta}{\lambda} \\ \beta = \dfrac{\pi d \sin\theta}{\lambda} \end{cases}$$

衍射因子 干涉因子

单缝衍射极小： $a\sin\theta = \pm k\lambda$ $k=1,2,\cdots$

干涉极大： $d\sin\theta = \pm k'\lambda$

干涉极小： $d\sin\theta = \pm(2k'+1)\dfrac{\lambda}{2}$ $k'=0,1,2,\cdots$



当$a<<\lambda$时

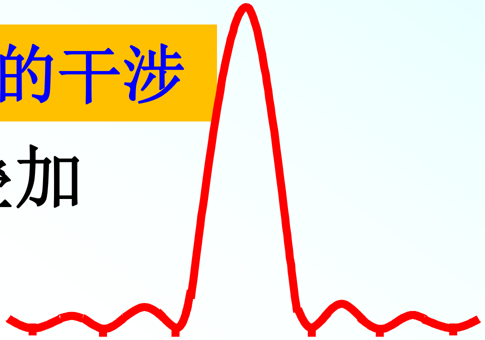
$$\alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}\rightarrow 0 \Rightarrow \boxed{I_\theta\rightarrow I_0\cos^2\beta}$$ ——杨氏双缝干涉光强

双缝衍射的强度分布变为理想的杨氏干涉的强度分布

- **双缝衍射与双缝干涉的异同：**——都是波的相干叠加

双缝干涉：

观测屏上只出现两个单缝衍射的中央极大之间的干涉



由两个“分立”相干光源传来的光波相干叠加

两个很窄的双缝得到的是干涉图样

双缝衍射：

观测屏上除了中央极大之间还出现其它次级明纹之间的干涉

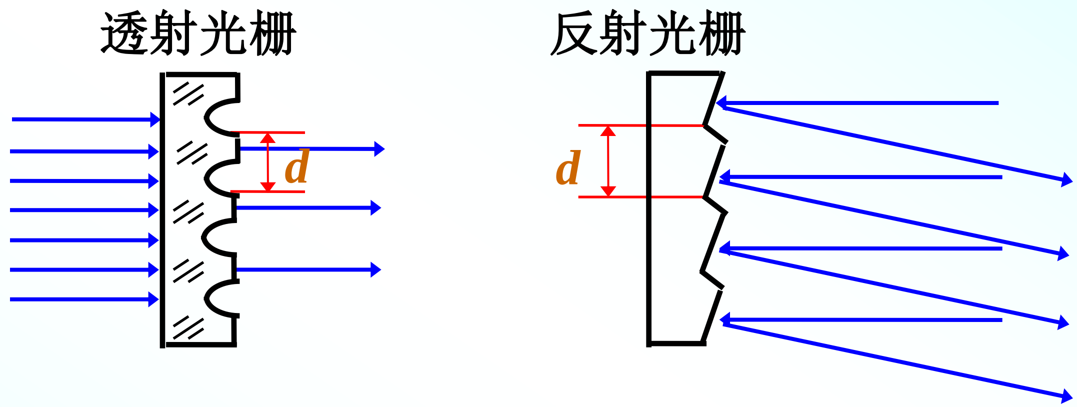
由两个“连续”分布的子波中心发出的光波相干叠加

从两个较宽的双缝得到的是干涉、衍射结合的图样。

五、多缝衍射（光栅衍射）

1. 光栅—大量等宽等间距的平行狭缝构成的光学元件。

2. 种类:



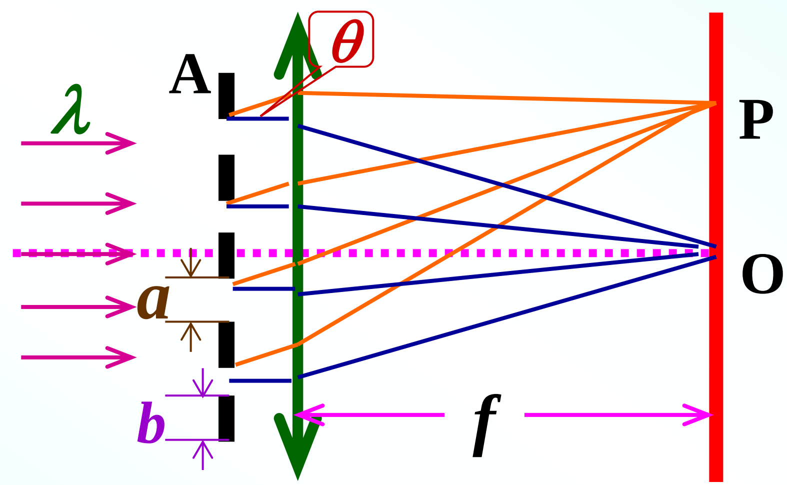
3. 光栅常数

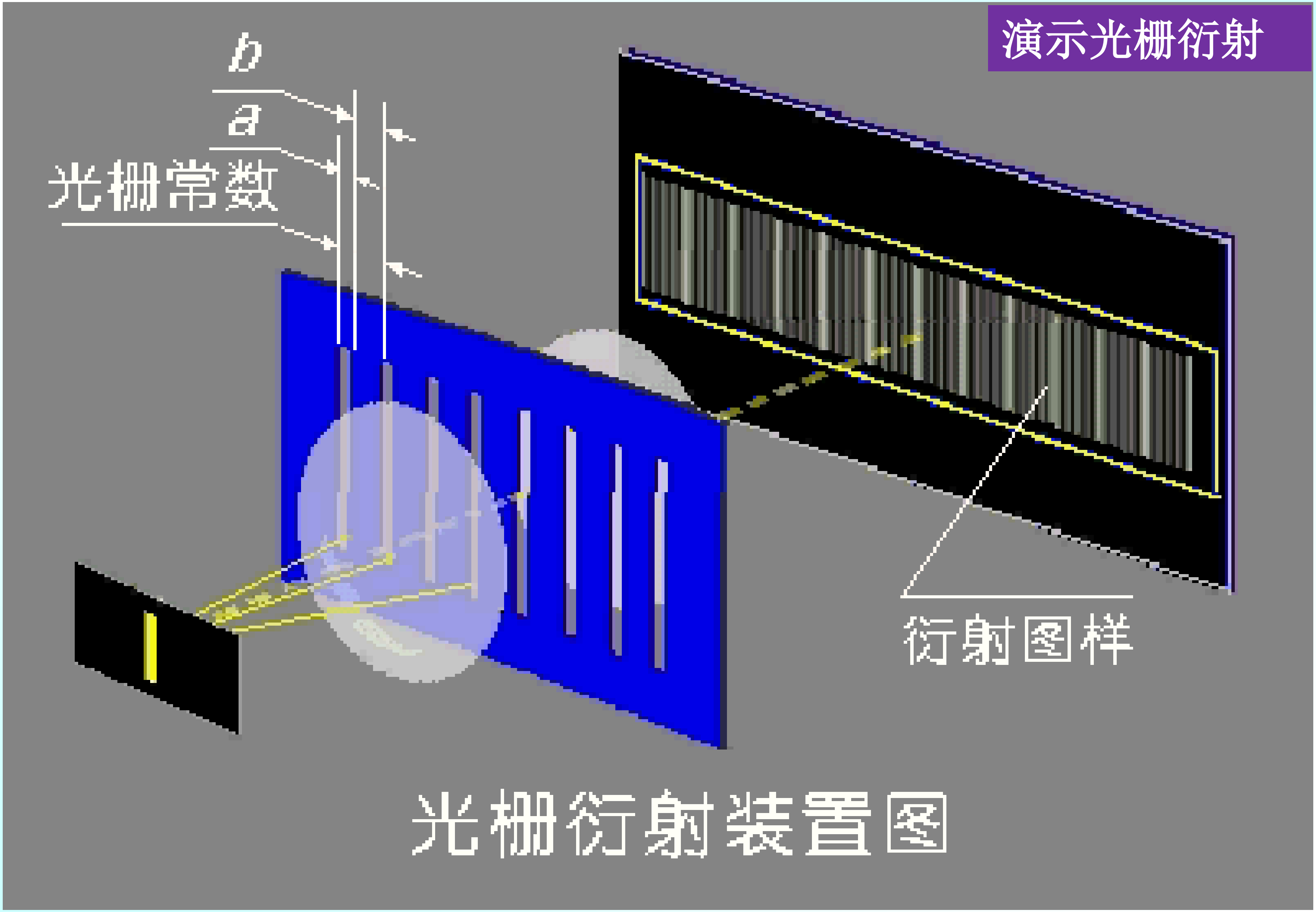
a 是透光部分的宽度——缝宽

b 是不透光部分的宽度

$d = a + b$ ——光栅常数

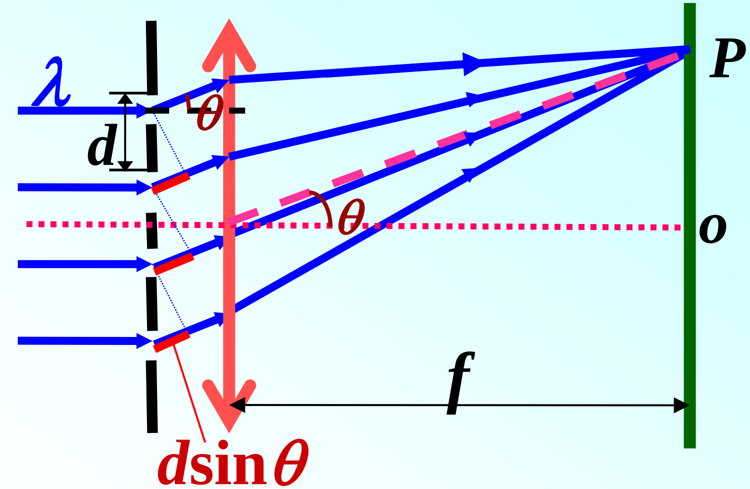
光栅常数*d* 的数量级约10^{-6} 米.




演示光栅衍射
b
a
光栅常数
衍射图样
光栅衍射装置图

4. 光栅光强公式

采用矢量法推出： 设光栅有N条缝，



由图可知，每相邻两缝向P点发出的衍射线的光程差均一样：

$$\Delta r = d\sin\theta \ \Rightarrow \Delta\phi = \frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi$$

又由单缝衍射可得每个缝发的光在P点的光振动的振幅：

$$\boxed{\text{单缝}: I_\theta = I_{0\text{单}}\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2} \quad \Rightarrow E_i = E_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

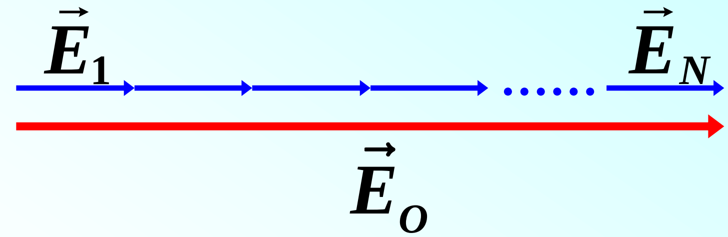
P处是N个同方向、同频率、同振幅、位相差依次差一个恒量$\Delta\phi$ 的简谐振动的合成，合成的结果仍为简谐振动。

——N个矢量叠加

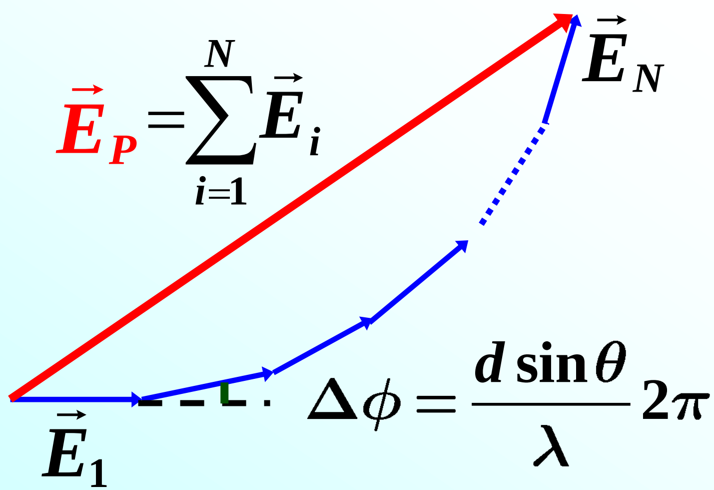
$$\Delta\phi = \frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi \qquad E_i = E_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

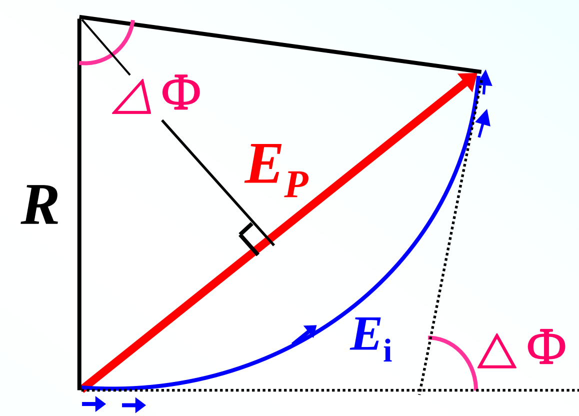
对于o点： $\theta = 0 \Rightarrow \Delta\phi = 0$

$$\therefore E_O = NE_i \quad \Rightarrow I_O = N^2 I_{0单}$$



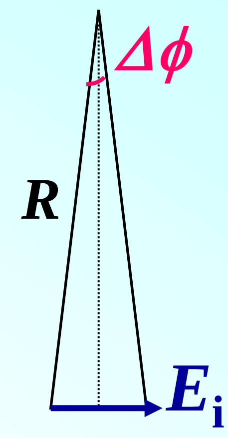
对于其它点P： $\Delta\phi = \frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi \neq 0$





当N很大时, N个相接的折线近似为一段圆弧。

$$\Delta\phi=\frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi \qquad E_i=E_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

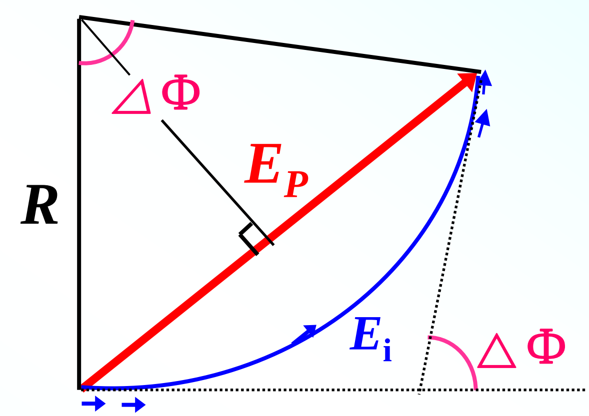


$$\left.\begin{cases}\left.\begin{aligned}\frac{E_p}{2}&=R\sin\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right)\\ \frac{E_i}{2}&=R\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)\end{aligned}\right\}\Rightarrow E_p=E_i\frac{\sin\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}\\ \left.\begin{aligned}\Delta\Phi&=N\Delta\phi\\ \Delta\phi&=\frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi=2\beta\end{aligned}\right\}\Rightarrow\Delta\Phi=2N\beta\end{cases}\right.$$

$$\begin{cases}\Rightarrow E_p=E_i\dfrac{\sin(N\beta)}{\sin\beta}\\ E_i=E_0\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\end{cases}$$

$$\boxed{\beta=\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}}$$

$$\boxed{\alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}$$



$$\Rightarrow\boxed{I=I_0\cdot\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\cdot\left(\frac{\sin(N\beta)}{\sin\beta}\right)^2}$$

单缝衍射因子　多缝干涉因子

5. 光强分布

$$\boxed{I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\left(\frac{\sin(N\beta)}{\sin\beta}\right)^2} \quad \boxed{\alpha = \frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}} \quad \boxed{\beta = \frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}}$$

1）明纹(主极大)条件：

当 $\beta = \pm k\pi \quad \Rightarrow \dfrac{\sin N\beta}{\sin\beta} = N$ 　则干涉取极大值

$\Rightarrow d\sin\theta = \pm k\lambda \quad k = 0,1,2,3\ldots$ ——光栅方程

2）暗纹（干涉极小）条件： $\sin N\beta = 0$ 但 $\sin\beta \neq 0$

$\sin N\beta = 0 \quad \Rightarrow N\beta = \pm k'\pi \quad k' = 1,\ 2,\ \cdots \quad \Rightarrow \beta = \pm\dfrac{k'}{N}\pi$

$\sin\beta \neq 0 \quad \Rightarrow k' \neq N, 2N, 3N, \cdots \Rightarrow k' = \pm(kN + m)$

$\Rightarrow d\sin\theta = \pm\dfrac{k'}{N}\lambda = \pm(k + \dfrac{m}{N})\lambda$

$k = 0,\ 1,\ 2,\ 3\ \ldots$

$m = 1,\ 2,\ 3\ \ldots\ N-1$

相邻主极大间有N - 1个暗纹

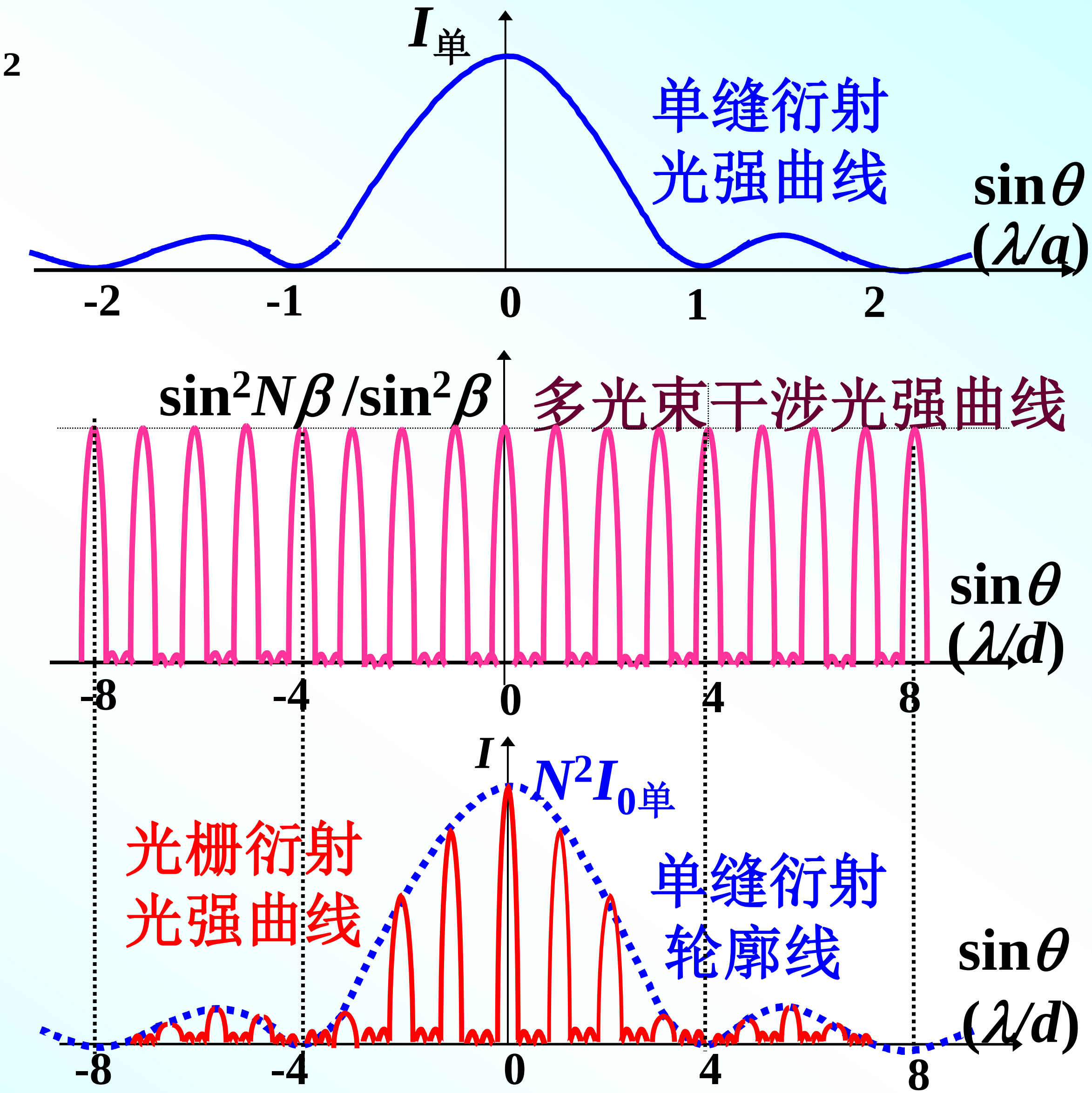
3) 次极大： **相邻两个极小之间应有一个次极大，N-1个极小之间应有N-2个次极大.**

光强太弱观察不到

4)光强曲线

$$I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\left(\frac{\sin N\beta}{\sin\beta}\right)^2$$

是单缝衍射对多缝干涉调制的结果



5）缺级现象：

同时满足干涉极大与衍射极小的位置，干涉极大将不会出现

$$\begin{cases} d\sin\theta = \pm k'\lambda \\ a\sin\theta = \pm k\lambda \end{cases}$$

$$\Rightarrow k' = k\frac{d}{a} = 整数$$

k'为缺级

例： 波长为 λ=590nm的平行光垂直入射到每毫米 500条刻痕的光栅上时，屏幕上最多可以看到多少条明纹？

解：

光栅常数 $d = \dfrac{1}{500} = 2000\text{nm}$

明纹条件 $d\sin\theta = \pm k\lambda \quad k = 0,1,\cdots$

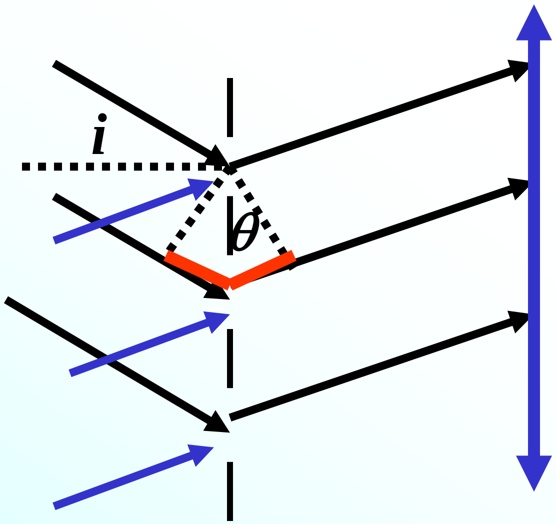
屏幕的最大角范围是：$\theta = \pm 90^0$

$$\Rightarrow d\sin 90^0 = \pm k\lambda$$

$$\Rightarrow k = \pm\frac{d}{\lambda} = \pm\frac{2000}{590} = \pm 3\cdot 4 \Rightarrow \pm 3$$

故，最多可以看到 $2\times 3 + 1 = 7$ 条明纹

例：在上题条件下，平行光斜入射 $i=30^0$时，屏幕上最多可以看到哪些条明纹？



解：光栅公式为 $\boxed{d\sin\theta=\pm k\lambda}$

$$\boxed{d\sin\theta+d\sin i=\pm k\lambda \quad k=0,1\cdots}$$

当$\theta=+90^0$时

$$d(\sin 90^0+\sin 30^0)=k\lambda$$

$$\Rightarrow k=5\cdot 08\Rightarrow 5\text{级}$$

当$\theta=-90^0$时

$$d[\sin(-90^0)+\sin 30^0]=-k\lambda$$

$$\Rightarrow -k=-1\cdot 6\Rightarrow -1\text{级}$$

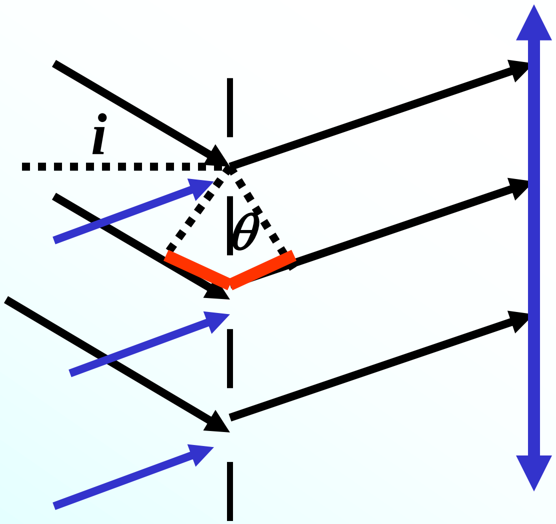
最多见到7条，上方 5 条，下方 1 条。

注意：平行光 向上 斜入射时，光栅方程为：

$$\boxed{d\sin\theta-d\sin i=\pm k\lambda \quad k=0,1\cdots}$$

最多见到7条，上方 1 条，下方 5 条。

问题：此时如何考虑缺级？



解：光栅方程为

$$\boxed{d\sin\theta + d\sin i = \pm k\lambda \quad k = 0,1\cdots \text{明纹}}$$

此即主极大。

故，所缺级次k'须同时满足：

$$\begin{cases} d(\sin\theta+\sin i)=\pm k'\lambda \quad k'=0,1\cdots & \text{---干涉极大} \\ a(\sin\theta+\sin i)=\pm k\lambda \quad k=1,2,\cdots & \text{---衍射极小(单缝)} \end{cases}$$

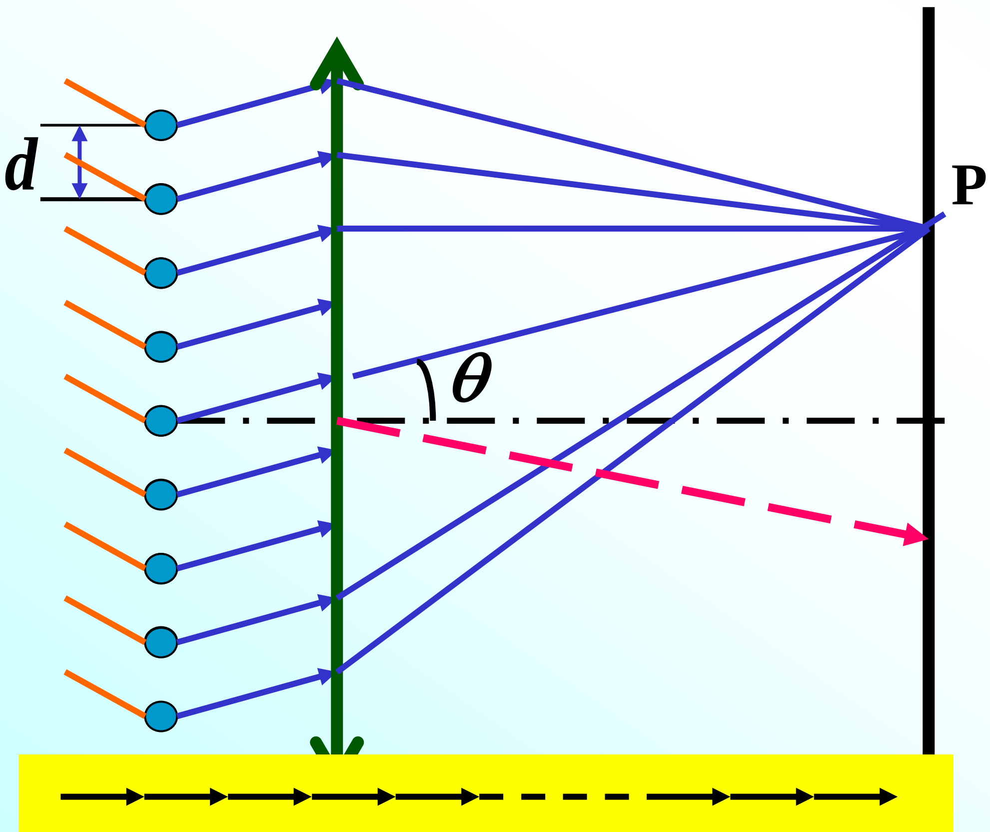
所以，$\boxed{k'=k\dfrac{d}{a}}$ =整数

与垂直入射时的缺级公式一样。

例：天线阵列由一沿水平直线等距排列的 N 个天线组成，每个天线均发射波长为 λ 的球面电磁波，但从第 一个天线到第 N 个天线，位相依次落后 $\pi/2$，若相邻天线中心间的距离 $d=\lambda/2$ 。

问：离天线很远处什么方向上 (与天线列阵 的法线夹角 θ = ?)， 天线阵列发射的电磁 波最强?

A. 45^{o} B. -45^{o} C. 30^{o} D. -30^{o}



解：$d\sin\theta = k\lambda$? ✗

等效为斜入射：$d\sin\theta + \delta_0 = k\lambda$

$$\frac{\pi}{2} \Rightarrow \delta_0 = \frac{\lambda}{4}$$

$$\Rightarrow d\sin\theta + \frac{\lambda}{4} = k\lambda$$

发射最强，即中央明纹： $k = 0$

$$\Rightarrow \sin\theta = -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \theta = -30^0$$

即“中央明纹”在 $\theta = -30^{o}$ 方向

在电磁波最强处，各根天线引起的光振动同位相, 振幅相加

相 控 阵 雷 达

雷达在搜索目标时，需要不断改变波束的方向。改变波束方向的传统方法是转动天线，使波束扫过一定的空域、地面或海面，称为机械扫描。

把天线做成一个平面，上面有规则地排列许多个辐射单元和接收单元，称为阵元。利用电磁波的相干原理，通过计算机控制输往天线各阵元电流相位的变化来改变波束的方向，同样可进行扫描，称为电扫描。接收单元将收到的雷达回波送入主机，完成雷达的搜索、跟踪和测量任务。这就是相控阵技术。利用相控阵技术的雷达称为相控阵雷达。

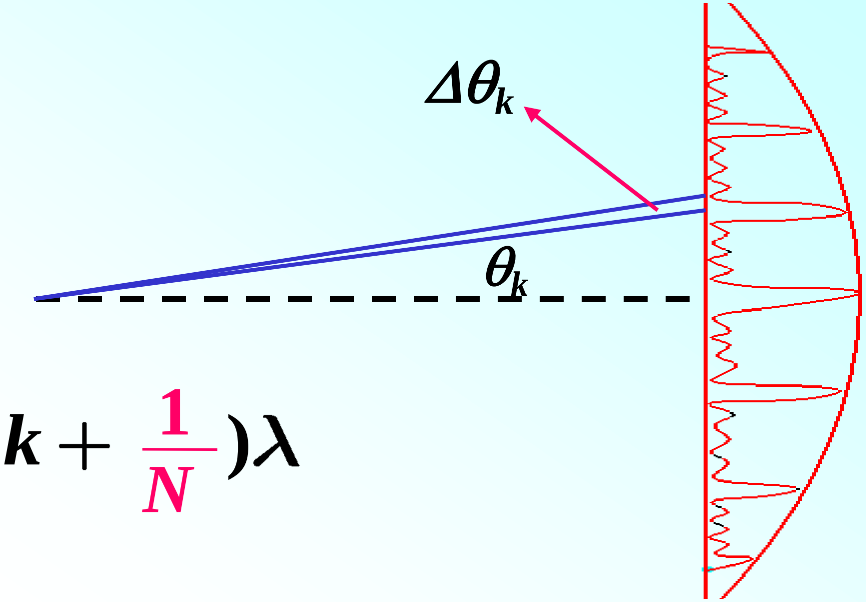
与机械扫描雷达相比，相控阵雷达的天线无需转动，波扫描更灵活，能跟踪更多的目标，抗干扰性能好，还能发现隐形目标。相控阵雷达的军事应用十分广泛，在地面远程预警、机载和舰载预警、地面和舰艇防空系统、机载和舰载火控系统、炮位测量、靶场测量等领域，都已经使用相控阵雷达。

YLC-7目标指示雷达，是采用相控阵技术的三坐标雷达

美空军现役的“铺路爪”相控阵雷达

6）主极大的半角宽

定义：主极大的中心到邻近极小的角宽度为它的半角宽。



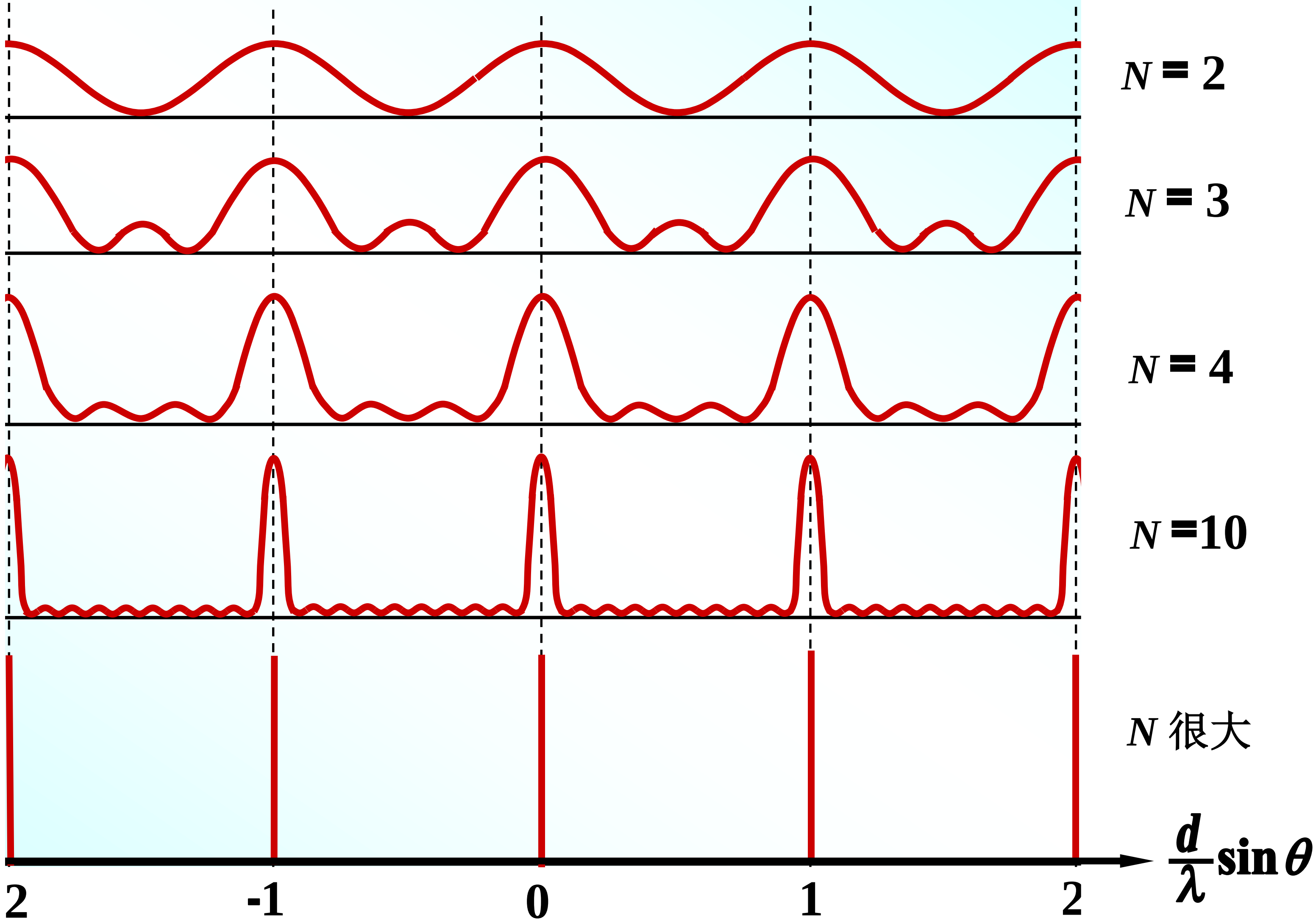
$$\begin{cases} k\text{级主极大：} d\sin\theta_k = k\lambda \\ \text{邻近极小：} d\sin(\theta_k+\Delta\theta_k) = (k+\dfrac{1}{N})\lambda \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta_k = \frac{\lambda}{Nd\cos\theta_k}$$

N为缝数，d 为缝间距，$\Delta\theta_k$ 为 k 级主极大的半角宽度

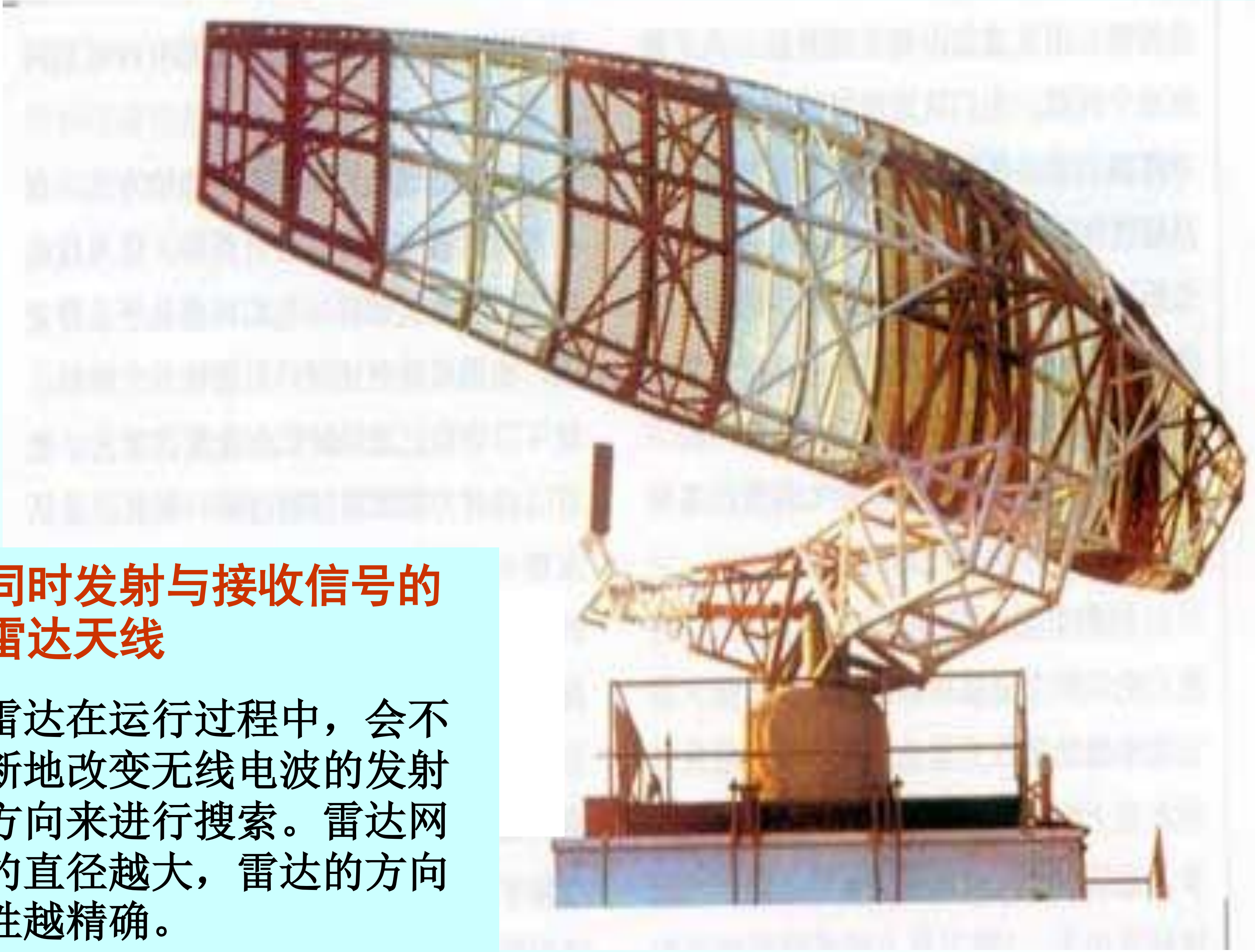
$$\begin{cases} d\text{一定时，缝数越多，条纹越尖细、越亮} \\ \text{中央主极大：}\quad \theta_k = 0 \Rightarrow \Delta\theta_0 = \dfrac{\lambda}{Nd} \\ \text{可以证明，主极大强度 } I \propto N^2 \end{cases}$$

$$I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\left(\frac{\sin N\beta}{\sin\beta}\right)^2$$



N 增大，主极大条纹变亮变窄，

次极大数目变多而相对强度变小。



同时发射与接收信号的雷达天线

雷达在运行过程中，会不断地改变无线电波的发射方向来进行搜索。雷达网的直径越大，雷达的方向性越精确。

6. 光栅光谱, 光栅的色散本领、分辨本领

1） 光栅光谱

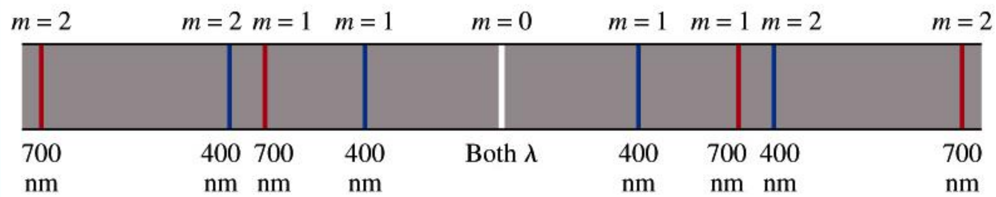
$$d\sin\theta = \pm k\lambda \quad (k=0,1,2\cdots)$$ ——干涉主极大

白光照射除 $k = 0$ 级主极大外，其余各级主极大对不同波长的光波，在不同的衍射角出现。——色散

即：d一定、k一定，$\lambda\uparrow$、$\theta\uparrow$

各级主极大按波长顺序排列形成光谱。

——光栅光谱



(a)

2）光栅的色散本领:把不同波长的光在谱线上分开的能力

设：波长λ 的谱线， 衍射角θ， 位置 x;

波长$\lambda+\Delta\lambda$ 的谱线，衍射角$\theta+\Delta\theta$， 位置 $x+\Delta x$

定义： 角色散本领：$D_\theta \equiv \dfrac{\Delta\theta}{\Delta\lambda}$ 线色散本领：$D_l \equiv \dfrac{\Delta x}{\Delta\lambda}$

二者关系： $D_l = f \cdot D_\theta$ （f—光栅后的透镜焦距)

推导： $d\sin\theta = k\lambda$

$$\Rightarrow \cos\theta \cdot \Delta\theta = k\frac{\Delta\lambda}{d} \Rightarrow D_\theta = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{k}{d\cos\theta_k}$$

$$D_l = \frac{kf}{d\cos\theta_k}$$

可见:

（1）$k\uparrow$、$\theta_k\uparrow$，$\cos\theta_k\downarrow$，则$D\uparrow$ 级次较高的色散本领大

（2）$d\downarrow$，则$D\uparrow$，谱线展得越开

作业：13 —T20-T26

作业要求

1. 独立完成作业。
2. 图和公式要有必要的标注或文字说明。
3. 作业纸上每次都要写姓名以及学号(或学号末两位)。
4. 课代表收作业后按学号排序，并装入透明文件袋。
5. 每周二交上周的作业。迟交不改。
6. 作业缺交三分之一及以上者综合成绩按零分计。