大学物理

College Physics

主讲
华 中 科 技 大 学
刘超飞

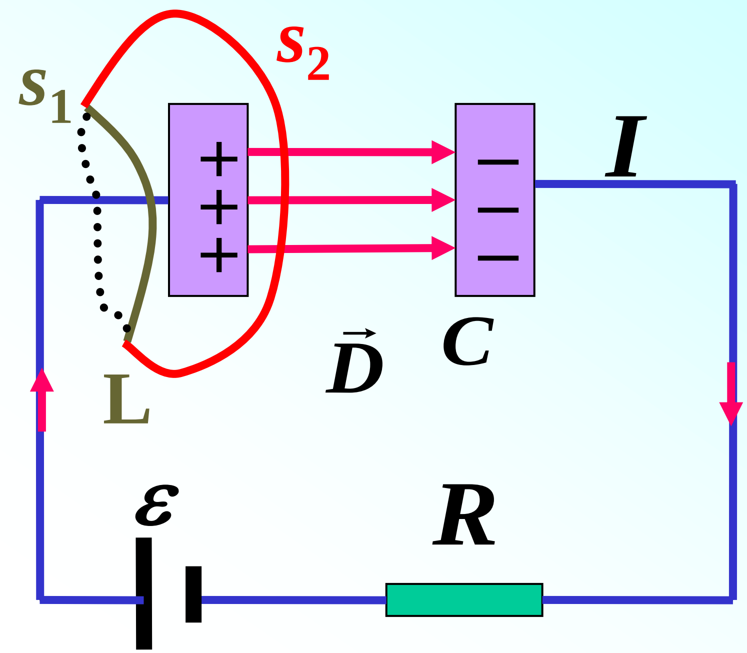
●位移电流

安培环路定理 $\oint \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum I_i$

$$I_D=\frac{d\Phi_D}{dt}=\int\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

位移电流密度

$$\vec{j}_D=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}=\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$



一般情况下的安培定律：

$$\boxed{\oint\vec{H}\cdot d\vec{l}=I+\int\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}}$$

1）电流连续性

2）I_D在激发磁场方面与 I 等效

4、麦克斯韦方程组

★静电场和稳恒磁场的基本实验规律

(1) $\oint \vec{D}_1 \cdot d\vec{S} = \sum q_i$

(2) $\oint \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} = 0$

(3) $\oint \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} = 0$

(4) $\oint \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} = I$

★感应电场的新理论

(5) $\oint \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_m}{dt} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$

★位移电流的新思想

(6) $\oint \vec{H}_2 \cdot d\vec{l} = I_D = \frac{d\phi_D}{dt} = \int \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$

麦克斯韦电磁理论建立的基础

麦克斯韦方程组：

$$\begin{cases}
(1)\ \oint \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\sum q_i \\
(2)\ \oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=-\int \dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S} \\
(3)\ \oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0 \\
(4)\ \oint \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=I+\int \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}
\end{cases}$$

***a*. 各方程的物理意义：**

(1)在任何电场中，通过任何闭合曲面的电通量等于该闭合曲面内自由电荷的代数和。 ——有源场

(2)在任何磁场中，通过任何闭合曲面的磁通量恒等于0。 ——无源场

(3)在一般电场中，电场强度$\vec{E}$沿任意闭合环路的积分，等于穿过该环路磁通量随时间变化率的负值。 ——有旋场

(4)磁场强度$\vec{H}$沿任意闭合环路的积分，等于穿过该环路传导电流和位移电流的代数和。 ——有旋场

麦克斯韦方程组是电磁场理论的基础，其正确性已被大量实验所证实。麦克斯韦方程组已成为现代电子学、无线电学等学科的理论基础。

麦克斯韦预言了电磁波的存在，并计算出电磁波在真空的速度大小为：

$$c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\approx 3\times 10^8\ \mathrm{m/s}$$

b. 麦克斯韦方程组的微分形式（自学）

$$\begin{cases}\nabla\cdot\vec{D}=\rho\\ \nabla\cdot\vec{B}=0\\ \nabla\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\\ \nabla\times\vec{H}=\vec{j}+\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}\end{cases}$$

讨论：

麦克斯韦方程并非完全对称。

$$(1)\quad \oint \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\sum q_i$$

$$(2)\quad \oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=-\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

磁流 I_{m} ?

$$(3)\quad \oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0$$

磁荷 q_{m} ?

$$(4)\quad \oint \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=I+\int \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

磁单极存在否？

英国物理学家狄拉克(**Paul Dirac**)早在**1931**年就利用数学公式预言磁单极存在于携带磁场的管（所谓的狄拉克弦）的末端。当时他认为既然带有基本电荷的电子在宇宙中存在，那么理应带有基本“磁荷”的粒子存在，从而启发了许多物理学家开始寻找磁单极的工作。

磁单极存在与否尚无定论，找寻磁单极可以说是**21**世纪物理学重要的研究主题之一。

九. 电磁场的物质性

实验证实： 电磁场——**客观存在的一种物质形态**

一切物质具有基本属性：能量、质量、动量。

1) 电磁场能量（随时间变化的电磁场）

$$W=W_e+W_m=\int_V w\mathrm{d}V$$ 非稳恒情况下是空间和时间的函数

$$w=w_e+w_m=\frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}+\frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$$

2) 能流密度矢量

定 义: 单位时间内通过与传播方向垂直的单位面积的能量. 指向能量传播的方向.

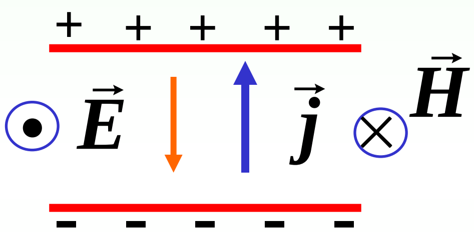
理论证明： $\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$ ——又称坡印廷矢量

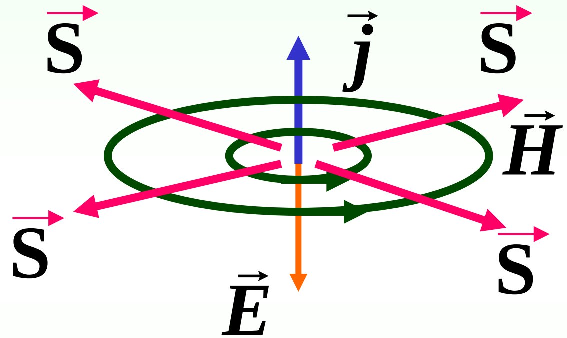
$$\boxed{\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}}$$

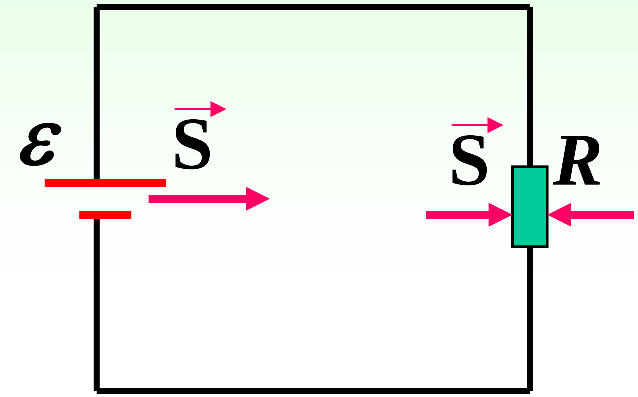
注：S不仅适用于变化的电磁场，也适用于稳恒场。
在稳恒场中，电磁能也是场传播的。

例：直流电路中的能量传递。

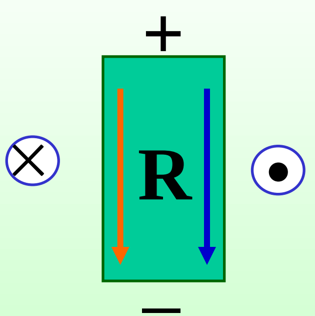
电源：

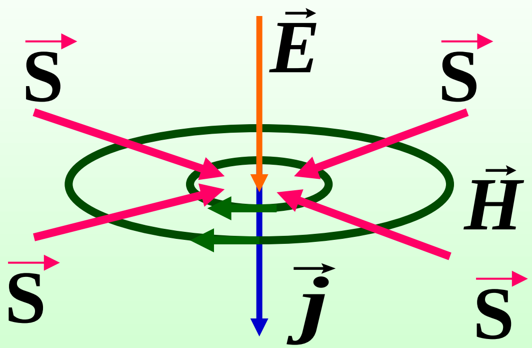






负载：





结论：

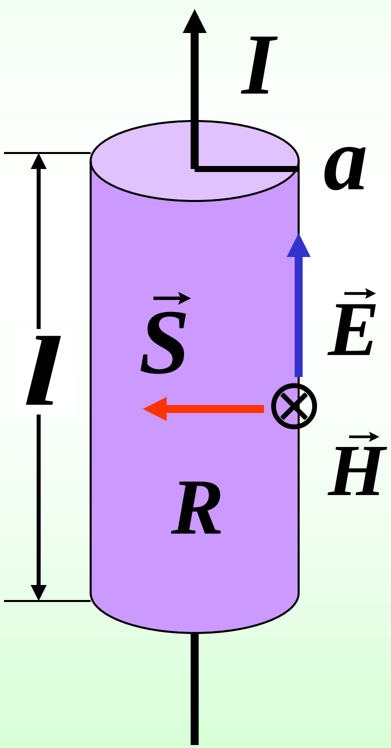
(1)电源的能量是通过电磁场从电源的侧面传出。

(2)电阻消耗的能量是通过电磁场从电阻的侧面传入。

导线起引导场能的作用。

例： 圆柱形导体, 长l半径为a, 电阻为R, 载电流I ,求证从导体侧表面输入导体的电磁能量，正好等于同时间内导体上产生的焦耳热.

解： 单位时间从导体表面输入导体的电磁能量为



$$P=\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}=-\int\vec{S}\cdot\mathrm{d}\vec{A}$$

$$=-\int(\vec{E}\times\vec{H})\cdot\mathrm{d}\vec{A}$$

$$=EHA$$

$$E=\frac{V}{l}=\frac{IR}{l}$$

$$H=\frac{I}{2\pi a}$$

$$A=2\pi a\cdot l$$

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}=\frac{IR}{l}\cdot\frac{I}{2\pi a}\cdot 2\pi a l$$

$$=I^2R$$

得证.

2. 电磁场质量

电磁场具有有限的运动速度c，则其具有一定的质量M。

由相对论质能关系： $E=Mc^2$

设单位体积中，电磁场质量为m，能量为w： $w=mc^2$

$$m=\frac{w}{c^2}=\frac{1}{2c^2}(\vec{D}\cdot\vec{E}+\vec{B}\cdot\vec{H})$$ ——质量密度

3. 电磁场物质性的特点

（1）没有静止质量： $M_0=0$ 实验精度：10^{-50}左右

（2）电磁场以波的形式传播，
以粒子的形式与实物相互作用；

（3）电磁场可相互迭加，同时占据同一空间；

（4）电磁波的波速与参考系无关。

第四篇　振动与波动

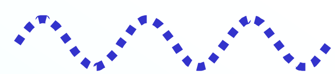
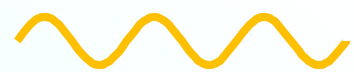
什么是振动？什么是波动？两者有何关系？

广义地，任一物理量在某个值附近来回变化就代表一个振动。

振动的形式

- 机械振动：物体在一定位置附近作往复运动
- 电磁振荡：电场与磁场作周期性变化
- 时空振荡：时间与空间的形变
- ……

波是振动的传播

- 机械振动的传播  机械波
- 电磁振荡的传播  电磁波
- 时空振荡的传播  引力波
- ……

月落乌啼霜满天

江枫渔火对愁眠

姑苏城外寒山寺

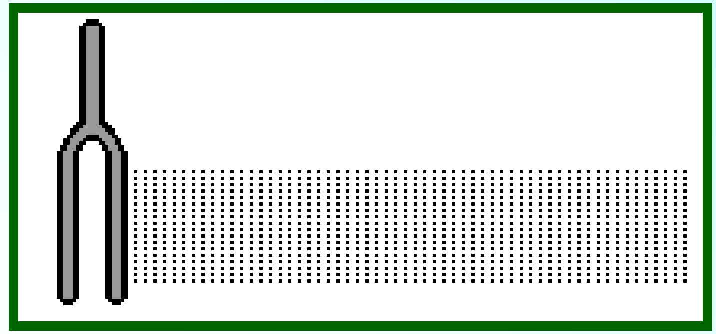
夜半钟声到客船

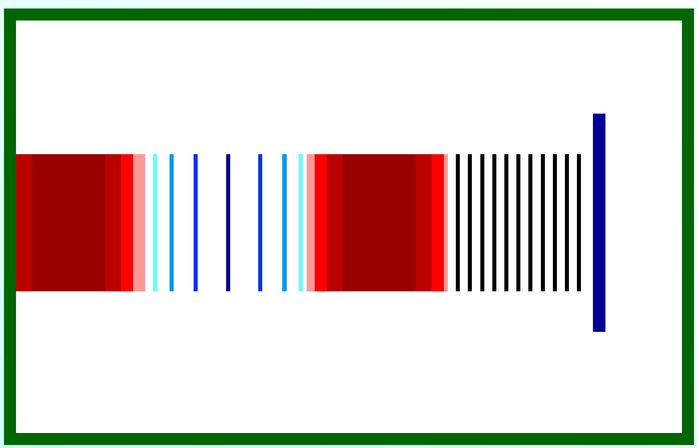
--张继 • 枫桥夜泊

意境很美

钟声尤妙

寒山寺





枫桥

第11章　振动与波动

任一物理量X在某一数值附近来回变化就称为振动。

若X(t)作周期性变化， X(t)= X($t + T$)， 则

$$X(t)=\sum_i A_i \cos(\omega_i t+\phi_i) \quad \text{(傅立叶级数展开)}$$

$$=\sum_i x_i$$

其中, A_i, ω_i , ϕ_i为一系列常数。

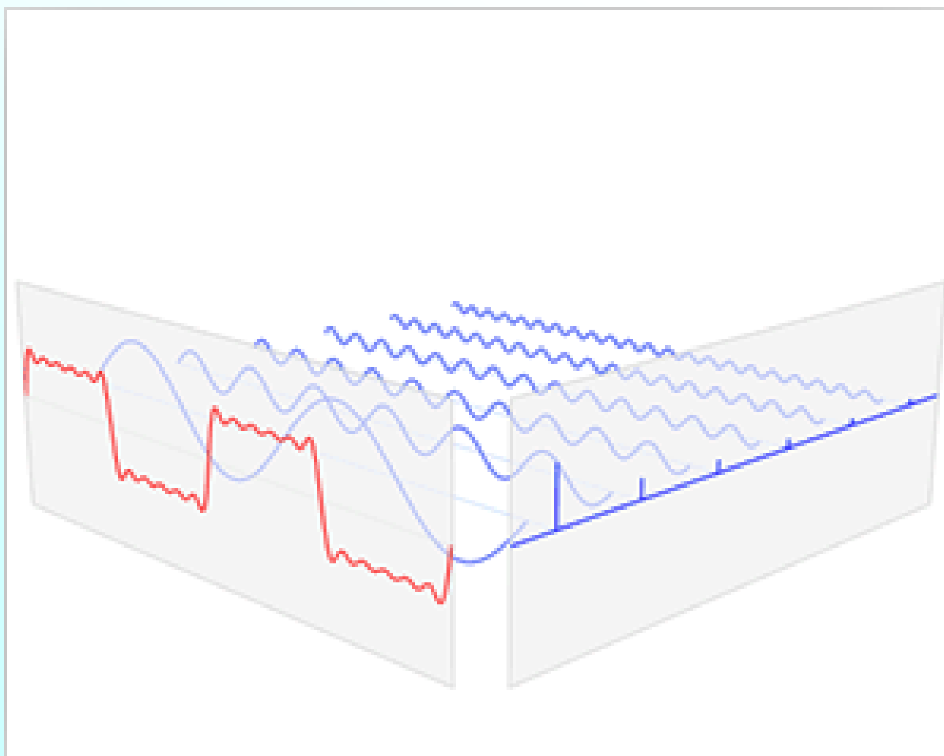
若X(t)不作周期变化，则求和改成积分，并采用复数形式。

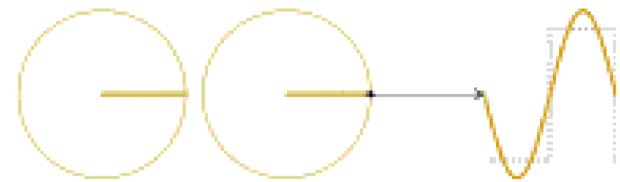
上式中每项的形式均为　$x = A\cos(\omega t+\phi)$

故, $\boxed{\text{任何振动都是形如} x = A\cos(\omega t+\phi) \text{的振动的叠加。}}$

方波的分解

例如：人耳的科蒂氏器官（包含成万条纤维，它们的振动频率各不相同。声振动传入人耳后，相应于声振动所包含的各种谐振动频率的那些纤维被激发而共振，刺激相应的神经末梢并传入大脑，人就是这样听到和识别各种声音的。这里不仅是数学上的分解，而且是真实的物理过程。）





一．谐振动

任何振动都是形如$x = A\cos(\omega t+\phi)$的振动的叠加。

1. 定义: 振动 $x = A\cos(\omega t+\phi)$ 称为谐振动, 也称为简谐振动。

谐振动是最基本、 最简单、最重要的振动。

A： 振幅, 振动的最大幅度(绝对值)。

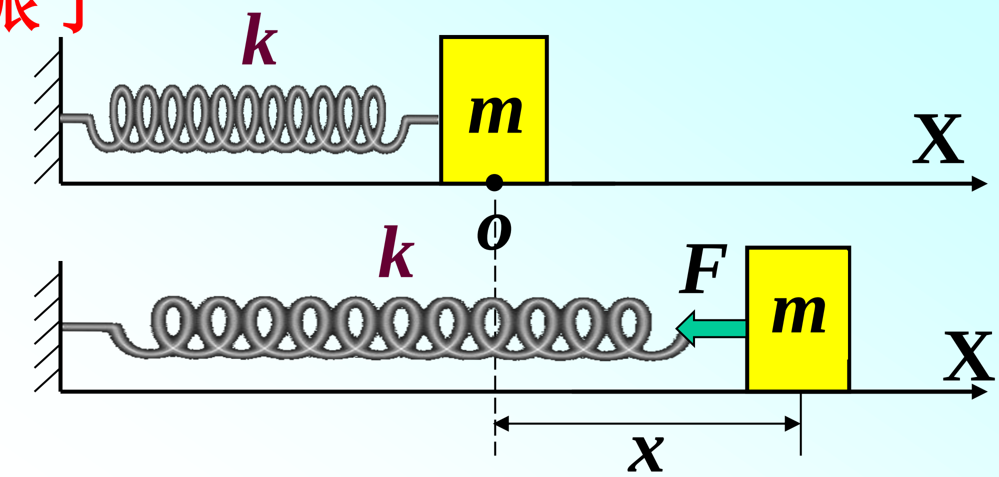
ω： 圆频率, 描述谐振动快慢的物理量。

$\omega t+\phi$： 位相, 表征任一时刻 t 的振动状态。

ϕ： 初位相, 表征 $t=0$ 时刻的振动状态。

那么，现在的问题是：什么物体作的是谐振动呢？

2. 谐振动的实例 1 ——弹簧振子



理想模型：$m_{弹}=0, f_{磨}=0$

质点在某位置受力为零

—— 平衡位置

(取为坐标原点)

离开平衡位置，质点受的力总是与质点相对平衡位置的位移成正比，并指向平衡点。

$$F=-kx$$

根据牛顿定律：$F=m\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$

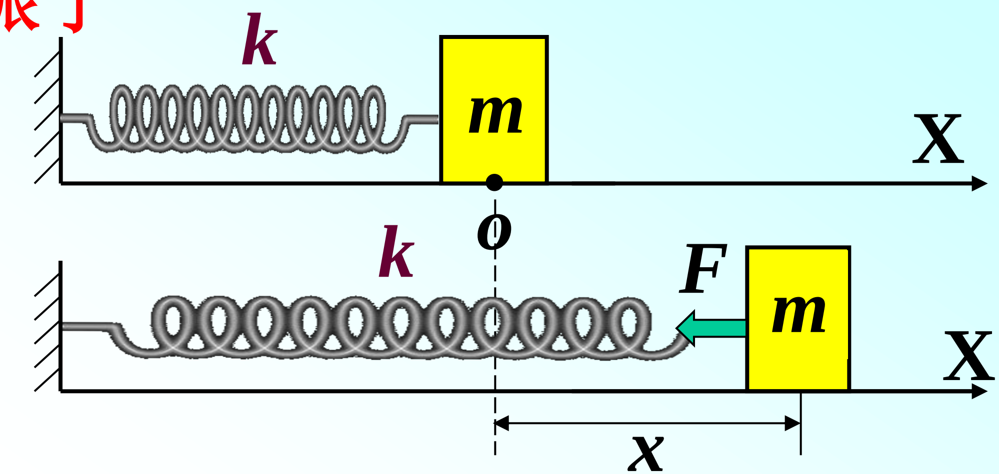
$$\Rightarrow m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-kx$$

谐振动运动方程

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-\frac{k}{m}x \quad \Rightarrow \boxed{\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2x=0}$$

令：$\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

2. 谐振动的实例 1 ——弹簧振子



理想模型：$m_{弹}=0,\ f_{磨}=0$

质点在某位置受力为零

—— 平衡位置

(取为坐标原点)

(利用能量守恒原理)

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2}mv^2+\dfrac{1}{2}kx^2=c & \text{两边对}t\text{求导} \Rightarrow mv\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}+kx\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=0 \\ v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} & \Rightarrow \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\frac{k}{m}x=0$$

谐振动运动方程

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2x=0}$$

令：$\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

谐振动运动方程 $$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2x=0}\qquad \omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$$

广义地 $$\longrightarrow\ \frac{\mathrm{d}^2Q}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2Q=0$$

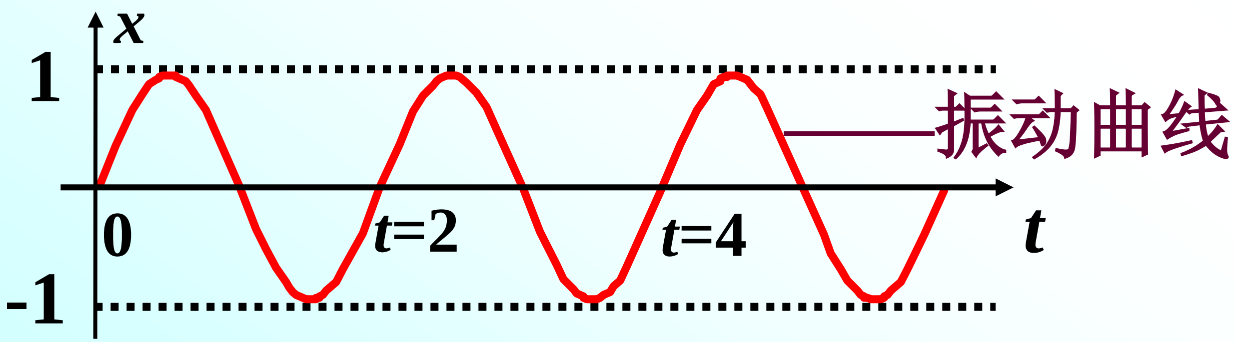
Q可以是任意物理量，代表一个谐振动

（1）弹簧振子的位移为方程的解：

$$\boxed{x=A\cos(\omega t+\varphi)}$$

A、φ为积分中引入的常数

若已知A、ω、φ就唯一确定了一个谐振动.



$$\boxed{\begin{aligned}&A=1\\&\omega=\pi\\&\varphi=-\frac{\pi}{2}\end{aligned}}$$

（1）弹簧振子的位移为：

$$\boxed{x = A\cos(\omega t + \varphi)}$$

（2）振子的振动速度及加速度

速度：$v = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$

$$= \omega A\cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

加速度：$a = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi)$

$$= \omega^2 A\cos(\omega t + \varphi + \pi)$$

振子的速度v、加速度a 均随t按余弦函数规律变化

(3) 振动周期 T： 即一次完整振动所需的时间

$$\begin{cases} x = A\cos(\omega t+\varphi) \\ \quad = A\cos[\omega(t+T)+\varphi] \quad \text{经过时间}T\text{后，回复为原状态} \\ \quad = A\cos[\omega t+\omega T+\varphi] \\ \text{余弦函数的周期性为：} \cos(m) = \cos(m+2\pi) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega T = 2\pi} \quad \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$ (固有周期)

固有频率： $\nu = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi}$ (单位时间内振动的次数)

固有圆频率： $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ (单位时间内位相的改变)

$$\boxed{\omega = 2\pi\nu}$$

由系统本身性质决定

(4) 位相

$$x = A\cos(\underline{\omega t + \varphi})$$

$\omega t + \phi$ ： 决定振子在某一时刻的运动状态

$$\boxed{x = A\cos(\omega t + \varphi)}$$

$$\boxed{v = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)}$$

$$\boxed{a = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi)}$$

$\omega t + \varphi = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = A, \quad v = 0, \quad a = -\omega^2 A$

$\omega t + \varphi = \pi/2 \quad \Longrightarrow \quad x = 0, \quad v = -\omega A, \quad a = 0$

当 t =0 时： $\omega t + \varphi = \varphi$ 初位相

$\left(0 \le \varphi < 2\pi\right)$ 或 $\left(-\pi \le \varphi \le \pi\right)$

$$\boxed{x = A\cos(\omega t+\varphi)}$$

$$\boxed{v = -\omega A\sin(\omega t+\varphi)}$$

$$\boxed{a = -\omega^2 A\cos(\omega t+\varphi)}$$

A、φ为求谐振方程引入的常数

但具有确定的物理意义：
振幅和相位

A 和 φ 的值可由初始条件来确定：

当 $t=0$，$x=x_0$，$v=v_0$时：

$$\begin{cases} x_0 = A\cos\varphi \\ v_0 = -\omega A\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow A=\sqrt{x_0^2+\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}\,,\quad \varphi=\mathrm{tg}^{-1}\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$$

A ：决定振动的最大范围(幅度)

ω或者T：决定振动的快慢

综上所述：A、ω、ϕ 为系统的三个特征量。

例: 某物体沿x轴(向右为正方向)作谐振动，其振动周期$T=\pi$(s)，t=0时，x_0=4m，v_0=6m/s，且向右运动。求物体的运动方程。

解: $x = A\cos(\omega t+\varphi)$　　需确定A，ω，φ

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2 \ \text{rad/s}$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2} = \sqrt{4^2+3^2} = 5 \text{ m}$$

$$\varphi = \mathrm{tg}^{-1}\left(-\frac{v_0}{\omega\, x_0}\right) = \mathrm{tg}^{-1}\left(-\frac{6}{4\times 2}\right) = \begin{cases} 143.13^\circ \\ -36.87^\circ \end{cases}$$

哪个正确？

解： $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ 需确定A，ω，φ

$$\omega = 2 \ \text{rad/s} \qquad A = 5 \ \text{m}$$

$$\varphi = \text{tg}^{-1}\left(-\frac{v_0}{\omega\, x_0}\right) = \text{tg}^{-1}\left(-\frac{6}{4\times 2}\right) = \begin{cases} 143.13^{\circ} \text{ 舍去} \\ -36.87^{\circ} \end{cases}$$

由v_0定φ的取舍！

$$v = -\omega A\sin(\omega t + \phi) \Rightarrow v_0 = -A\omega\sin\phi$$

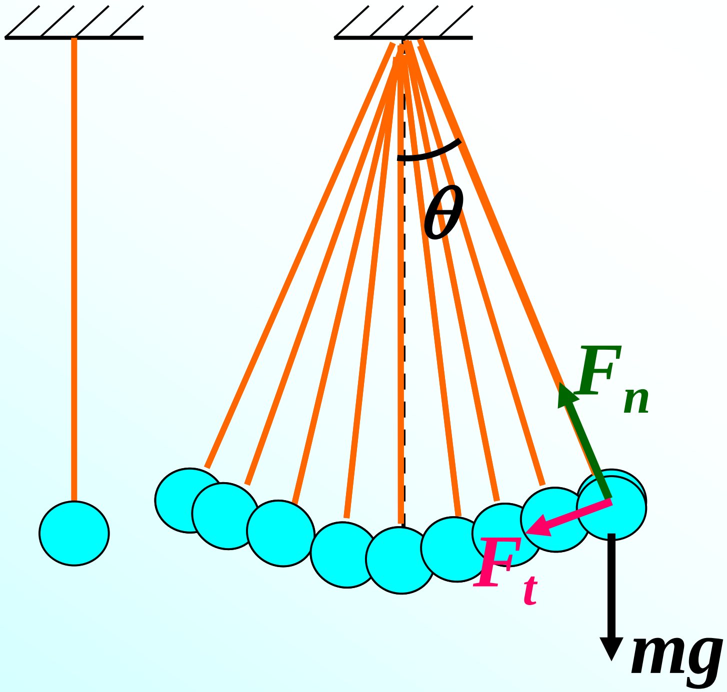
而v_0 =6m/s >0， 所以，$\varphi = -36.8^{\circ} = -0.64$ rad

故，所求的运动方程为：

$$x = 5\cos(2t - 0.64) \ \text{m}$$

3. 谐振动的实例2 —— 单摆

证明当单摆的摆角θ很小时，其运动为谐振动，并求其周期T。（忽略空气摩擦）



$\theta \rightarrow$为质点的角位移

证明： 单摆在运动方向受力：

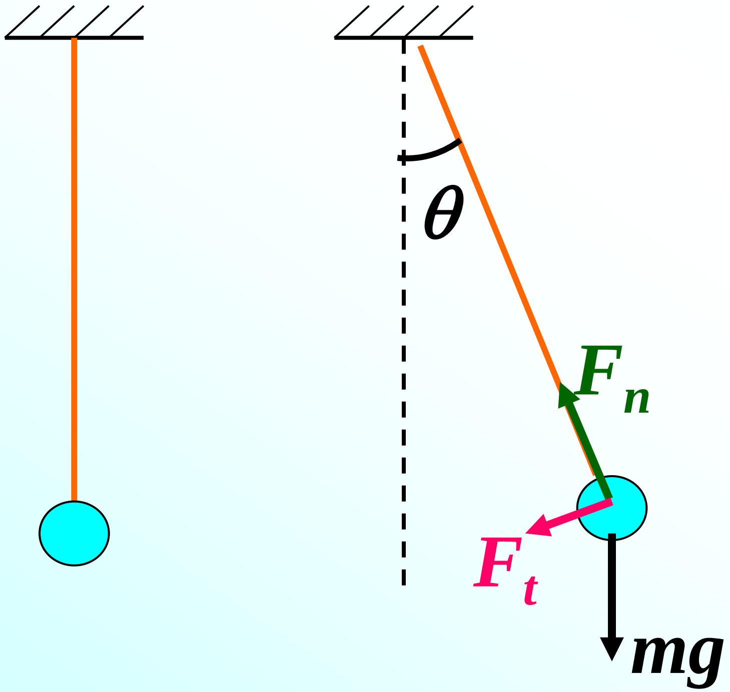
$$\begin{cases} F_t = mg\sin\theta & \text{切向力} \\ \theta \ll 1 \Rightarrow \sin\theta \approx \theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Rightarrow F_t = -mg\theta \\ \text{可见，} F_t \text{ 起回复力的作用} \\ F_t = ma_t \\ a_t = l\beta = l\cdot\dfrac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow ml\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = -mg\theta$$

3. 谐振动的实例2 —— 单摆

证明当单摆的摆角θ很小时，其运动为谐振动，并求其周期T。（忽略空气摩擦）



$\theta \rightarrow$为质点的角位移

证明：

$$ml\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = -mg\theta$$

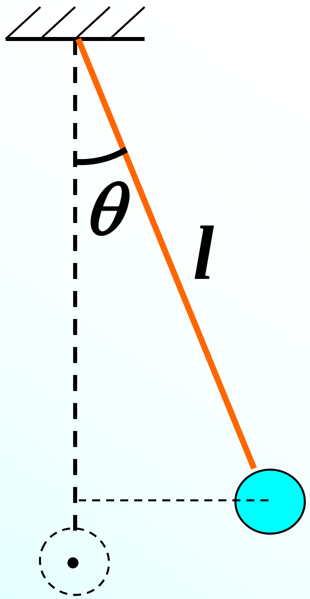
令：$\omega = \sqrt{\dfrac{g}{l}}$

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2\theta = 0 \quad \rightarrow$$谐振动

摆动周期：

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

利用**能量守恒**证明：当单摆的摆角θ很小时，其运动为谐振动，并求其周期T。（忽略空气摩檫）



$(\theta \ll 1)$

证：只有重力做功，故系统机械能守恒。

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgl(1-\cos\theta) = c$$

$$\Rightarrow mv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + mgl\sin\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = 0$$

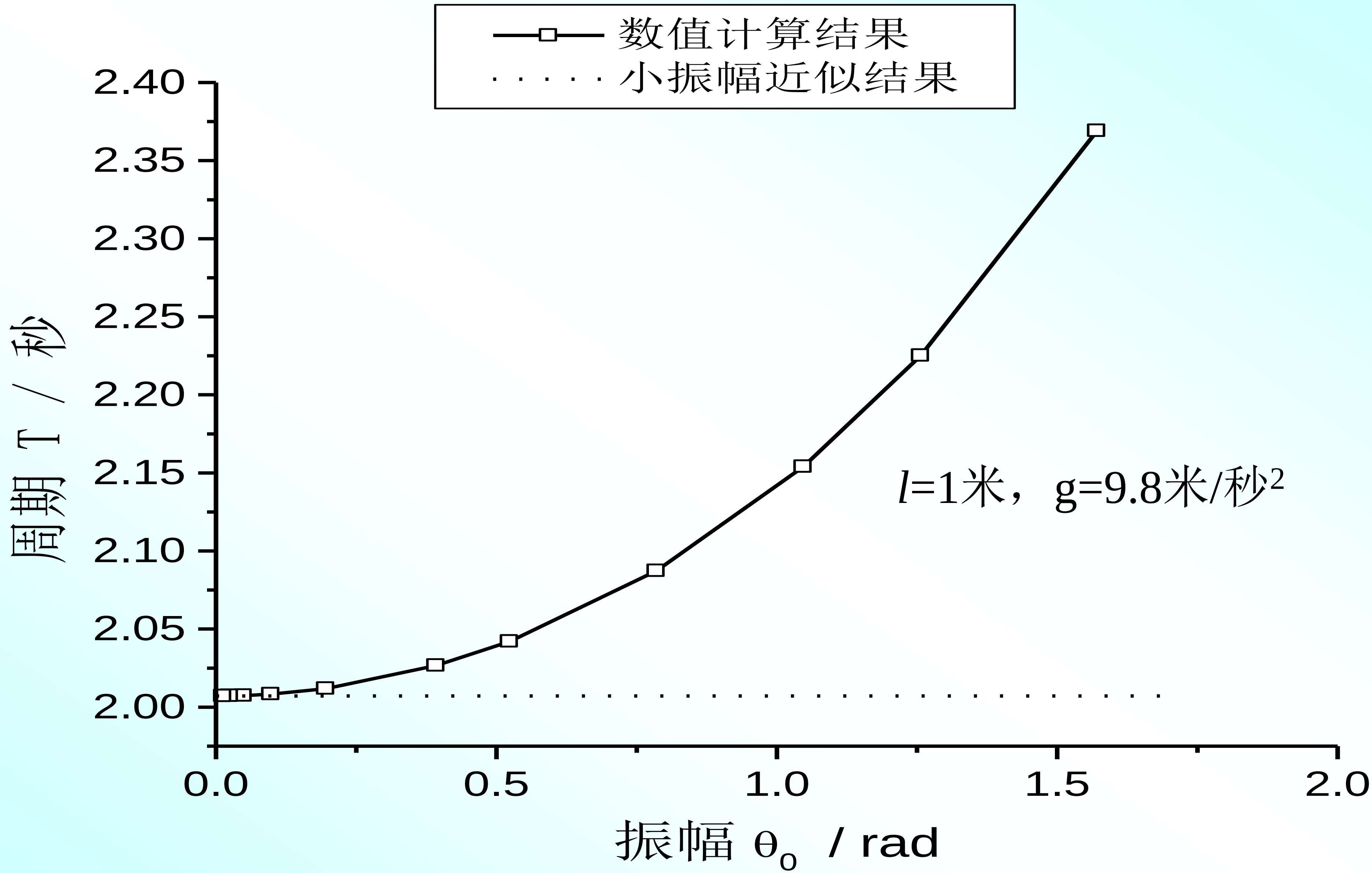
$$\Rightarrow v\frac{\mathrm{d}(l\omega)}{\mathrm{d}t} + g\sin\theta\cdot\overbrace{l\omega}^{v} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + \frac{g}{l}\theta = 0 \qquad (\sin\theta \approx \theta)$$

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2\theta = 0 \qquad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

谐振动

注：θ较大时系统不是谐振动.



喻力华 《物理通报》， 2001，7，Page 8

单摆的应用

通过测T，来测g

例：一位月球探险家，安装了一个长为860mm的单摆，并测出在微小位移时摆的周期 T=4.6s，$g_{月}$=？

显然：由 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ 可得：$g_{月}=(\dfrac{2\pi}{T})^2 l$ =1.6 m/s^2

重力加速度：$g=9.8012\ \ \mathrm{m/s^2}$（北京）

圆周率： $\pi=3.14\cdots$

$\Rightarrow g\approx\pi^2\ \ \ \mathrm{m/s^2}$ 一个巧合？

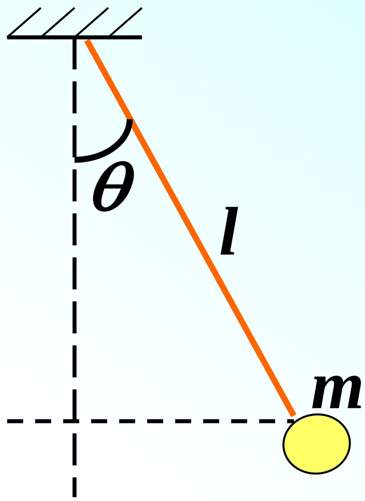
并非巧合，计量学历史上故意如此定义标准长度的。

1688年，威尔金斯建议用钟摆的方法来确定标准长度。
1790年法国国民议会将“米”定义为：“在纬度45度的海平面上，半周期为1秒的单摆的摆长”。

单摆的运动是一个简谐振动，振动周期为：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\Rightarrow g = \frac{l}{(T/2)^2}\pi^2$$



1791年，法国提出把地球子午线长度的四千万分之一的长度定为一米，并开始测量地球子午线长度，也就是这年，正式取消单摆定义法。

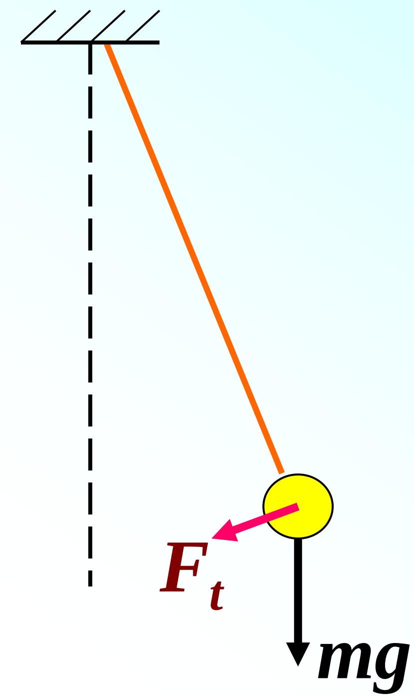
物理前沿问题

在单摆的讨论中，隐含了一个前提条件：

$$m_{惯}=m_{引}$$

$$\begin{cases} F_t = ma_t & \rightarrow F_t = m_{惯} a_t \\ F_{引} = m_{引} \dfrac{GM}{r^2} & \rightarrow F_{重} = m_{引} g \end{cases}$$

$$\Rightarrow m_{惯} l \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = -m_{引} g\theta \quad \Rightarrow \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + \frac{m_{引} g}{m_{惯} l}\theta = 0$$



若：$m_{惯} \neq m_{引}$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{m_{引} g}{m_{惯} l} \quad \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m_{惯} l}{m_{引} g}}$$

$$\boxed{m_{惯} \overset{?}{=} m_{引}}$$

等效原理

小结：谐振动的特征、规律、判定与问题类型

1、特征

动力学特征

$$\boxed{F_{合} = -kx}$$

运动学特征 (微分方程特征)

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0}$$

2、规律

位移 $\boxed{x = A\cos(\omega t + \varphi)}$ 振动方程

3、谐振动的判定

符合以上三个方程中任意一个的运动即为谐振动。

4. 谐振动问题类型：

（1）证明为谐振动，并求周期

（2）写出振动方程 $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

5. 由初始条件 (x_0, v_0) 定 A, φ

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$v = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = \sqrt{x_0^2 + (v_0/\omega)^2} \\ \mathrm{tg}\varphi = -\dfrac{v_0}{\omega x_0} \end{cases}$$

再根据v_0的正负决定φ的取舍：$v_0 = -\omega A\sin\varphi$

作业：8 —T18-T24

作业要求

1. 独立完成作业。
2. 图和公式要有必要的标注或文字说明。
3. 作业纸上每次都要写姓名以及学号(或学号末两位)。
4. 课代表收作业后按学号排序，并装入透明文件袋。
5. 每周二交上周的作业。迟交不改。
6. 作业缺交三分之一及以上者综合成绩按零分计。