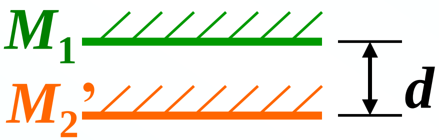
大学物理

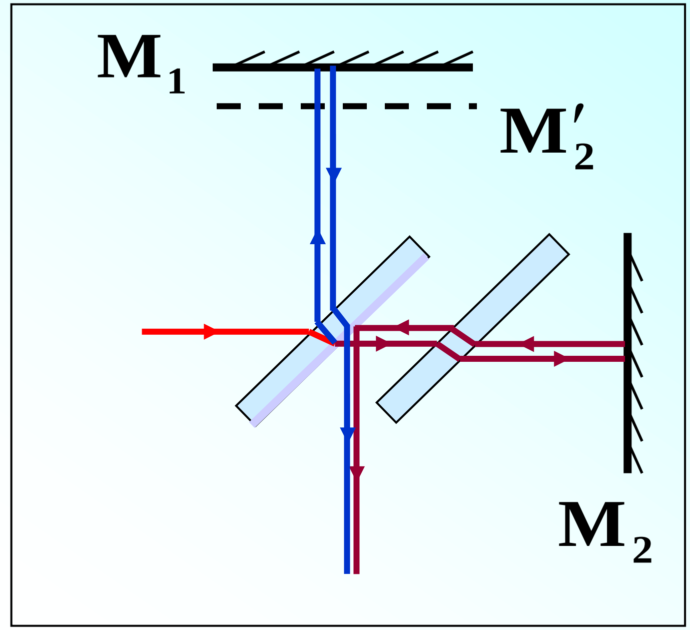
College Physics

主讲
华 中 科 技 大 学
刘超飞

●迈克耳逊干涉仪

当 $M_1 \perp M_2 \longrightarrow M_1 \parallel M_2'$





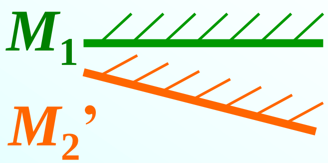
M_1与M_2'形成厚度均匀的薄膜,

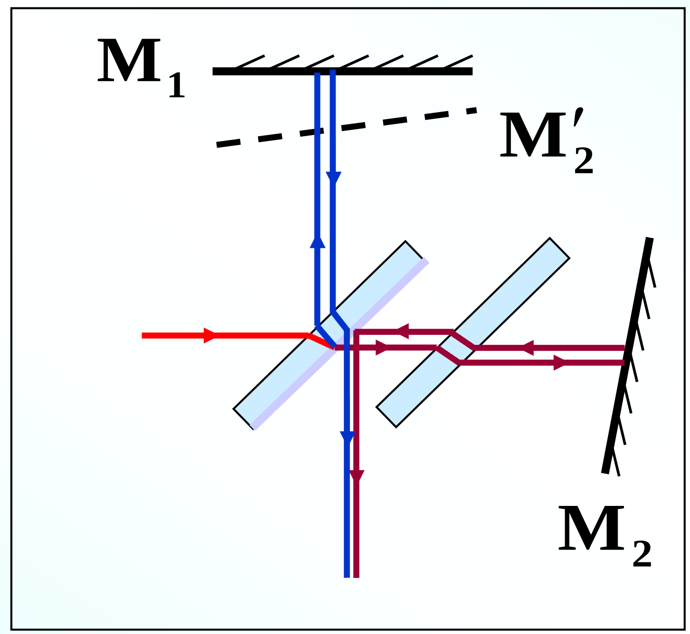
——等倾条纹

当 $M_1 \not\perp M_2$

$\Downarrow$

$M_1 \not\parallel M_2'$



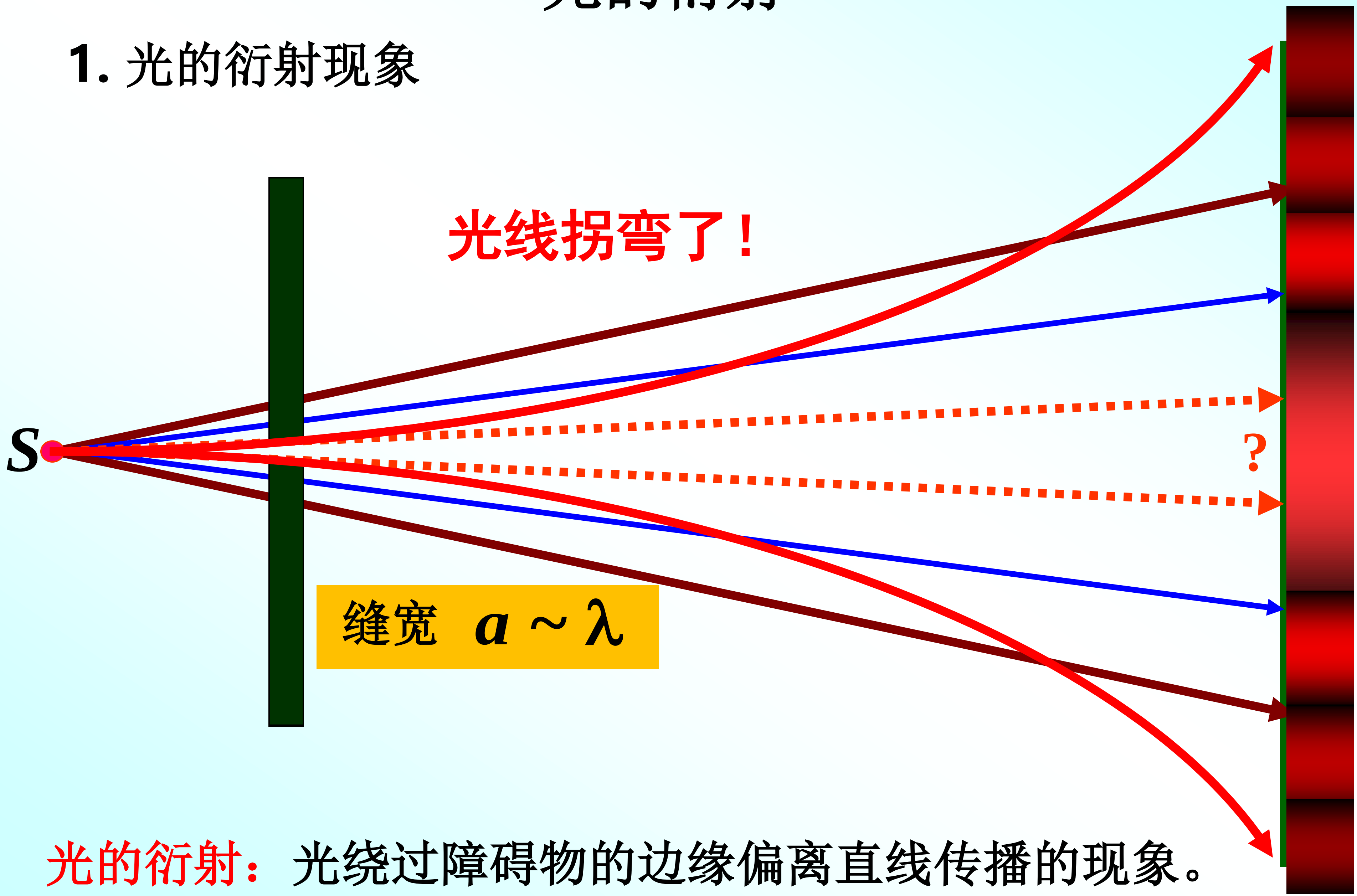


M_1与 M_2'形成一空气隙劈尖,

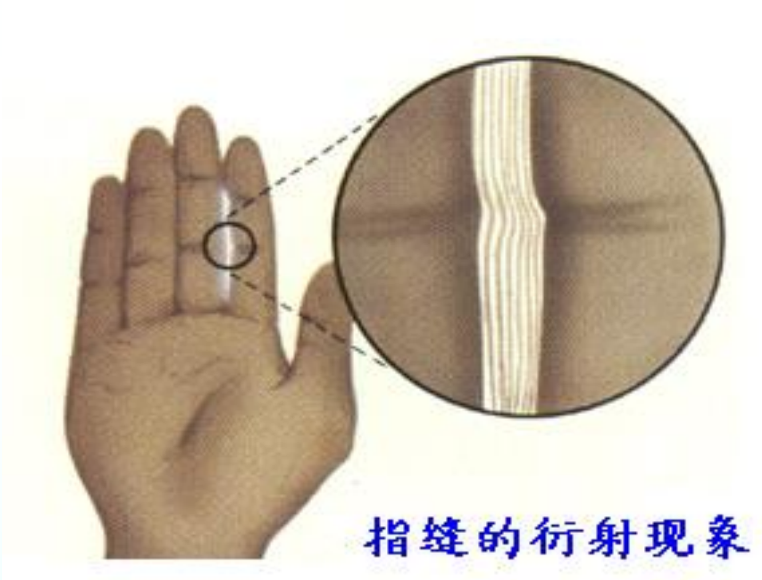
——等厚条纹

光的衍射

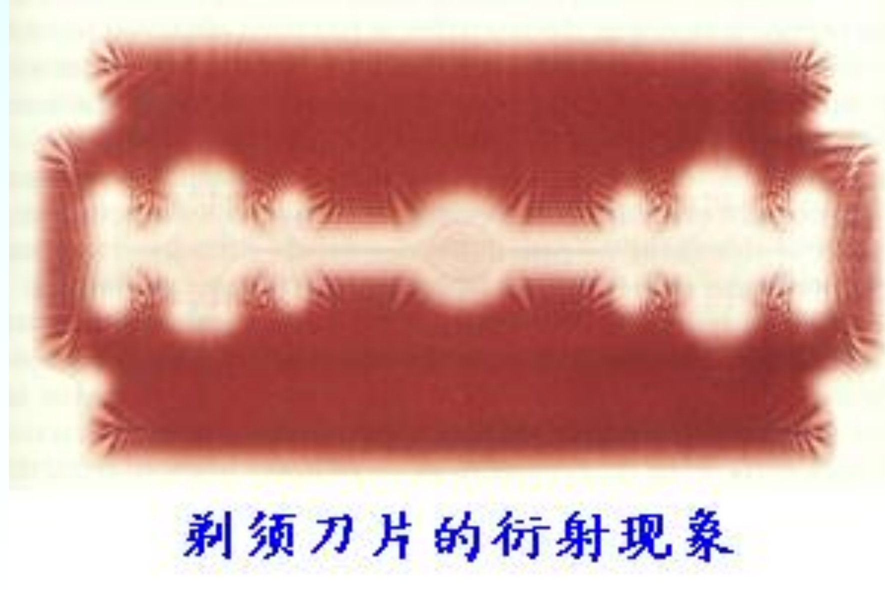
1. 光的衍射现象



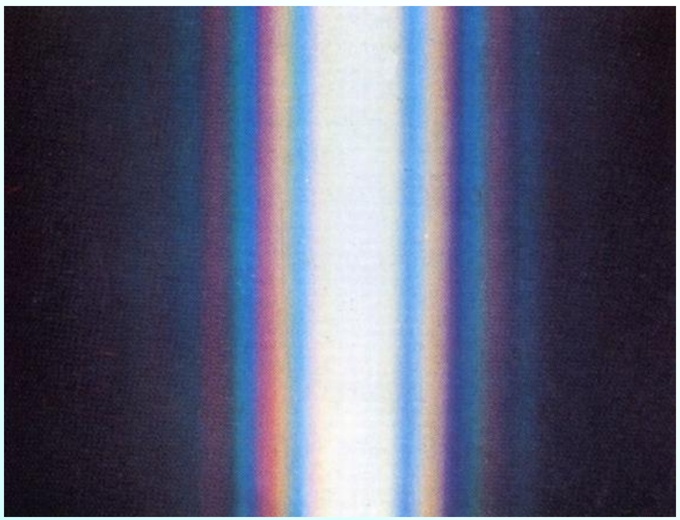
光的衍射：光绕过障碍物的边缘偏离直线传播的现象。



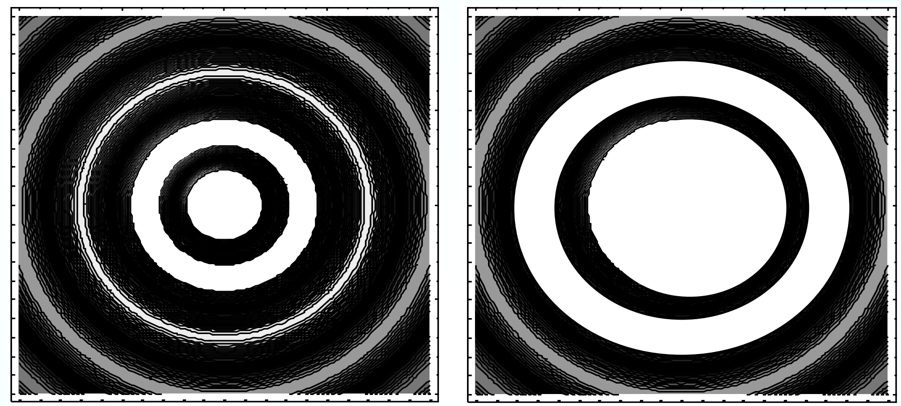
指缝的衍射现象



剃须刀片的衍射现象



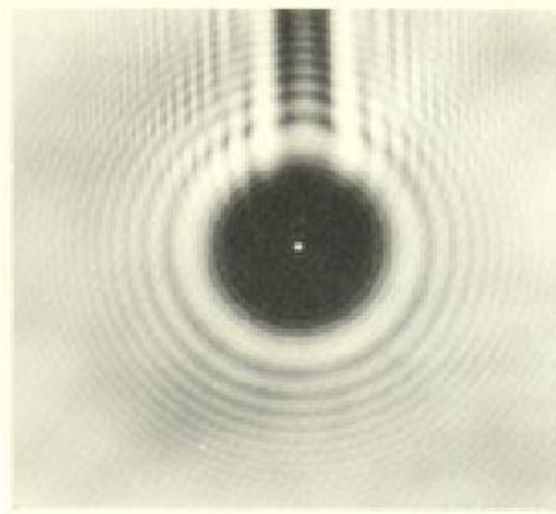
单缝衍射(白光)

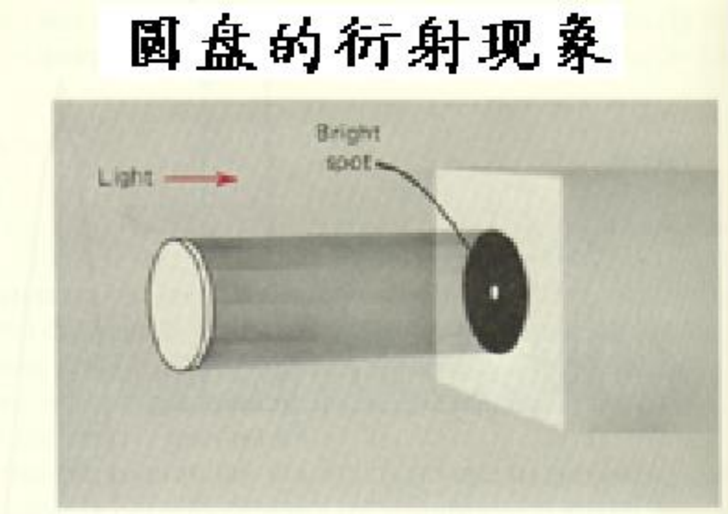


圆孔衍射现象

再比如：夜晚看远处的灯光不是一个点，而是光芒四射。原因是由于瞳孔边缘使光发生了衍射。

泊松亮斑





1818年，法兰西科学院举行以解释衍射现象为内容的有奖竞赛，年轻的菲涅耳提出了惠更斯–菲涅耳原理，将他的论文提交给评委会。

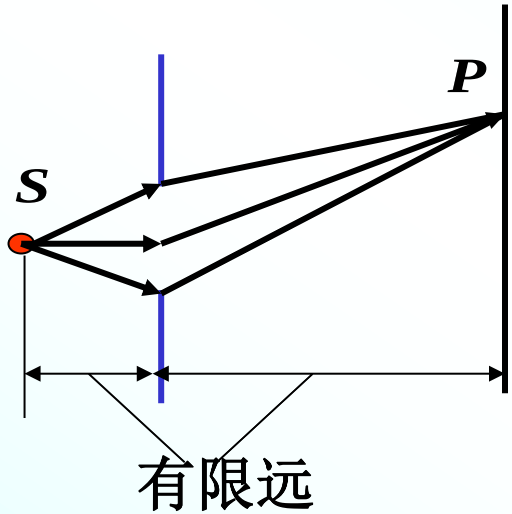
评委会的会员西莫恩·泊松阅读完毕后认为，假若菲涅耳的理论成立，则将光波照射于一小块圆形挡板，其形成的阴影的中央必会有一个亮斑，因此，他推断这理论不正确。

但是，评委会的另一位会员，弗朗索瓦·阿拉戈亲自动手做这实验，获得的结果与预测相符合，证实菲涅耳原理正确无误。

泊松亮斑实验与杨氏双缝干涉实验(1801年)构成了支持光的波动说的强有力证据，开始了光的波动说的兴旺时期。

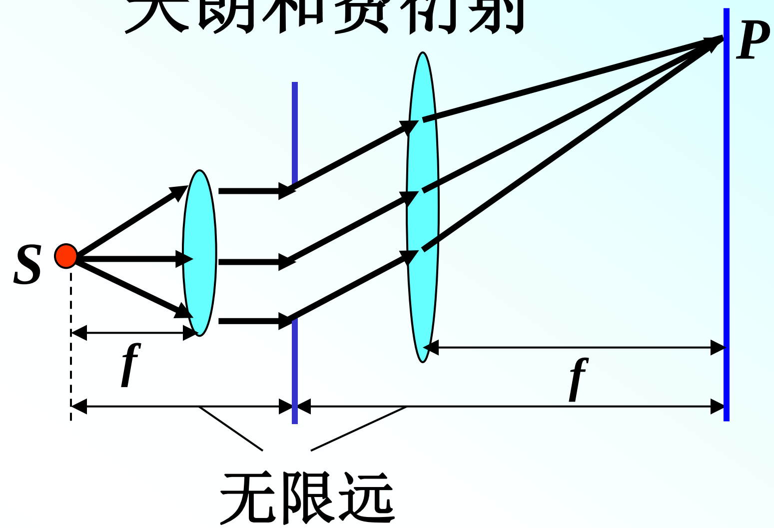
2. 两类衍射（衍射的分类）

菲涅耳衍射



入射光为非平行光
衍射光为非平行光

夫朗和费衍射

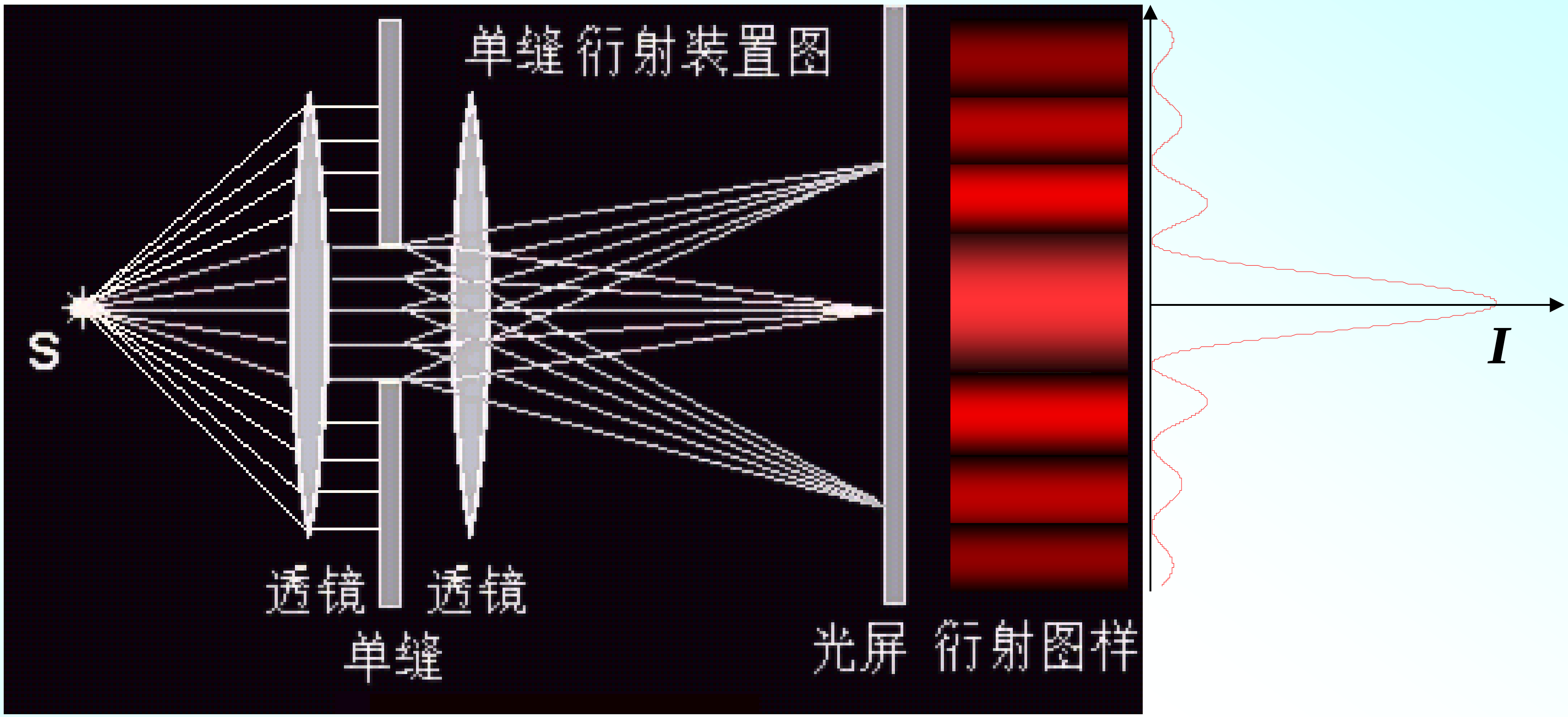


入射光为平行光
衍射光为平行光
（可利用透镜达到此要求）

显然，夫朗和费衍射是菲涅尔衍射的一个特例。

本章只研究夫朗和费衍射。

二. 单缝夫朗和费衍射



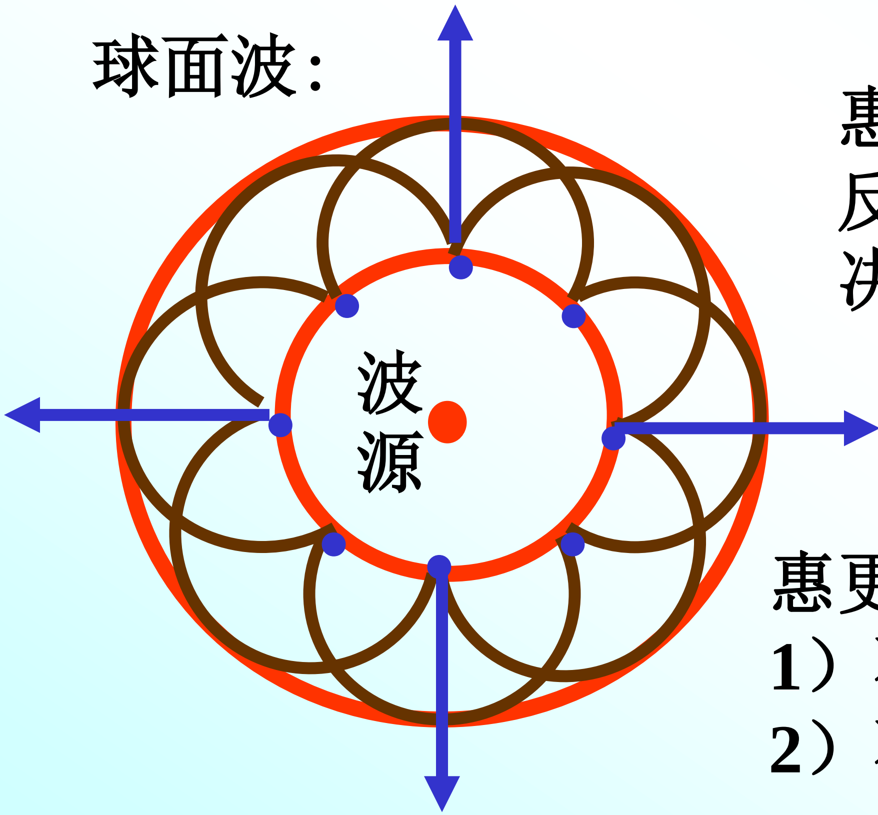
要研究的问题 $\begin{cases} \text{明暗条纹位置分布} \\ \text{条纹强度分布} \end{cases}$

惠更斯——菲涅耳原理（处理衍射问题的理论基础）

●惠更斯原理

媒质中任一波阵面上的各点，都可以看作是发射球面子波的波源，其后任一时刻，这些子波的包迹就是新的波阵面.

球面波：



惠更斯原理定性地说明了波的反射、折射、衍射等现象，解决了波的传播方向问题。

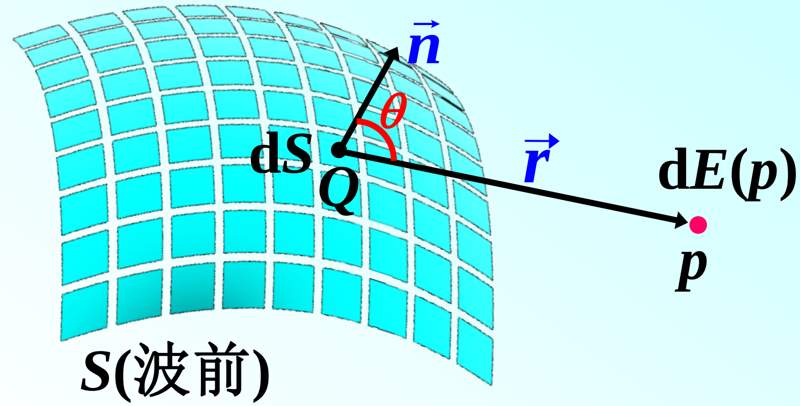
惠更斯原理的不足：

1）不能给出各子波的强度分布

2）不能解释为什么不存在退行波

惠更斯——菲涅耳原理

波阵面上各面元所发出的球面子波在观察点 p 的**相干叠加**决定了 p 点的合振动及光强。



设波阵面初位相为零，波前上Q点处的振幅: $A(Q)$

则Q点面积元在p点产生的振动为: $dE_{(p)} \propto \frac{A(Q)}{r}\cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})dS \cdot f(\theta)$

为了解释实验而引入的方向因子$f(\theta)$:

（这个方向因子后来由基尔霍夫推导出）

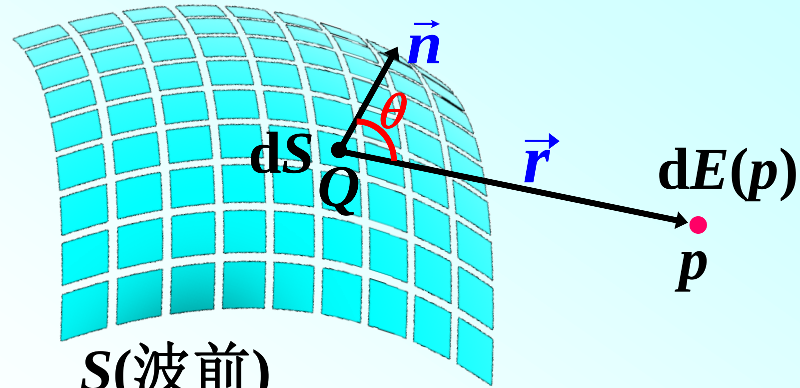
$$\begin{cases} \theta = 0, & f = f_{\max} \\ \theta \uparrow, & f(\theta) \downarrow \\ \theta \geq \frac{\pi}{2}, & f = 0 \end{cases}$$

不存在退行子波

$$\Rightarrow dE_{(p)} = C\frac{A(Q)\cdot f(\theta)}{r}dS \cdot \cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})$$ （C——比例系数）

惠更斯——菲涅耳原理

波阵面上各面元所发出的球面子波在观察点 p 的相干叠加决定了 p 点的合振动及光强。



$$\mathrm{d}E_{(p)} = C\frac{A(Q)\cdot f(\theta)}{r}\mathrm{d}S\cdot\cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})$$

$$E_{(p)} = \iint_s \mathrm{d}E_p$$

$$= C\iint_s \frac{A(Q)\cdot f(\theta)}{r}\cdot\cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})\cdot\mathrm{d}S$$

$$= E_{0(p)}\cdot\cos(\omega t + \phi_p)$$

p处波的强度：$I_{(p)} \propto (E_{0(p)})^2$

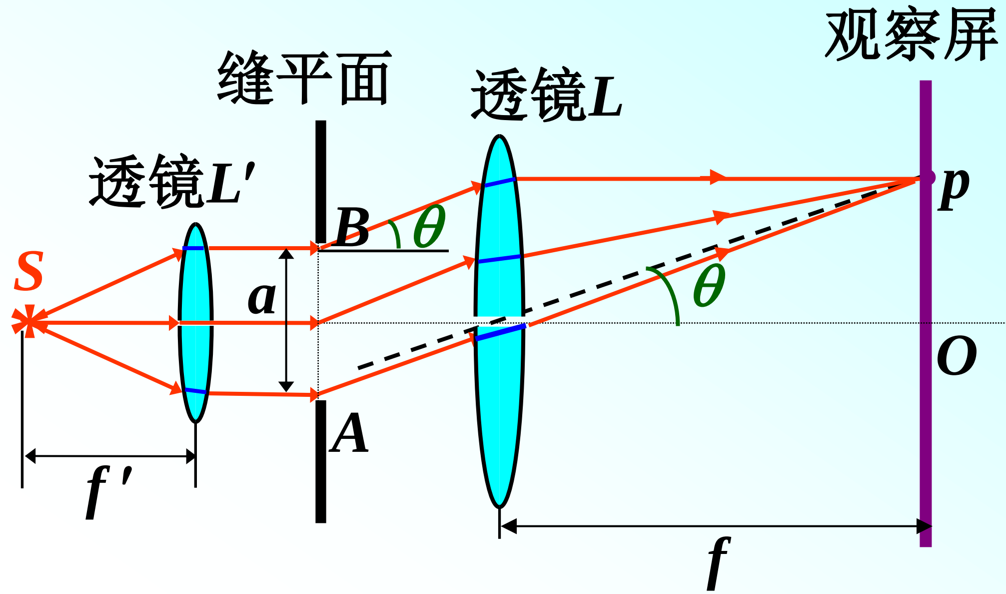
衍射的实质是无限多个无限小的子波的彼此干涉的结果。

3.1 衍射光强的计算

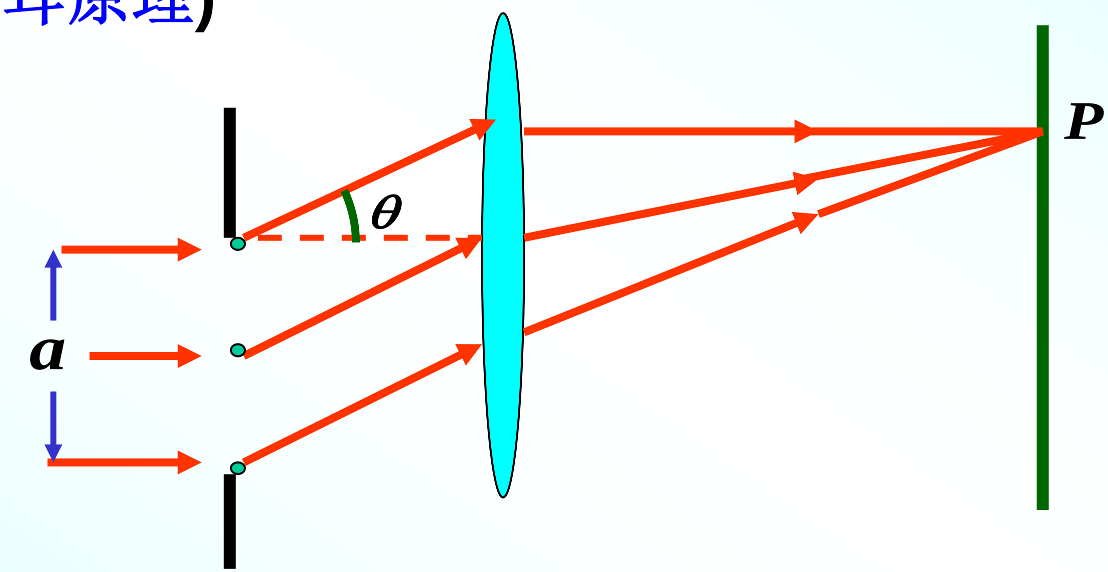
S: 单色光源

θ: 衍射角

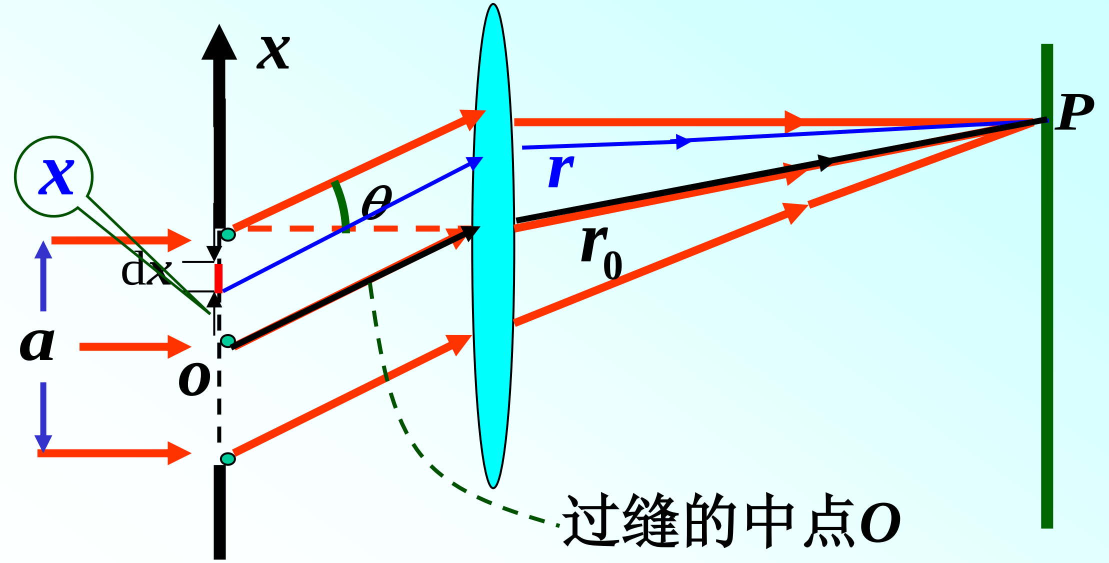
$\overline{AB}=a$(缝宽) $\ll f$



(方法一:惠更斯——菲涅耳原理)



$$E_p=C\iint_s\frac{A(Q)\cdot f(\theta)}{r}\cdot\cos\left(\omega t-\frac{2\pi r}{\lambda}\right)\cdot \mathrm{d}S$$



$$\overline{AB}=a(\text{缝宽}) \quad << f$$

$$\Rightarrow C\frac{A(Q)f(\theta)}{r}\approx \text{常数}=C'$$

$$\mathrm{d}S=l\mathrm{d}x$$

$$E_p=C\iint_s\frac{A(Q)\cdot f(\theta)}{r}\cdot\cos(\omega t-\frac{2\pi r}{\lambda})\cdot\mathrm{d}S$$

$$\Rightarrow E_p=C'\iint_s\cos(\omega t-\frac{2\pi r}{\lambda})\cdot\mathrm{d}S$$

$$=C''\int_{-a/2}^{a/2}\cos(\omega t-\frac{2\pi r}{\lambda})\cdot\mathrm{d}x$$

$$r=r_0-x\sin\theta$$

$\Rightarrow \ldots$

$$\Rightarrow E_p=E_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cos(\omega t-\frac{2\pi r_0}{\lambda})$$

其中：$\boxed{\alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}$

则p点的合振幅为：

$$E_{p_\theta}=E_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

p点的光强为：

$$\boxed{I_\theta=I_0(\frac{\sin\alpha}{\alpha})^2}$$

(方法一:惠更斯——菲涅耳原理) ——推导过程说明

$$\begin{cases} E_p = C''\int_{-a/2}^{a/2}\cos(\omega t - \dfrac{2\pi\, r}{\lambda})\cdot \mathrm{d}x \\ r = r_0 - x\sin\theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow E_p = C''\int_{-a/2}^{a/2}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi r_0}{\lambda} + \frac{2\pi x\sin\theta}{\lambda}\right)\cdot \mathrm{d}x$$

$$= C''\int_{-a/2}^{a/2}\frac{\lambda}{2\pi\sin\theta}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi r_0}{\lambda} + \frac{2\pi x\sin\theta}{\lambda}\right)\cdot \mathrm{d}\left(\omega t - \frac{2\pi r_0}{\lambda} + \frac{2\pi x\sin\theta}{\lambda}\right)$$

$$= C''\frac{\lambda}{2\pi\sin\theta}\sin\left[\omega t - \frac{2\pi r_0}{\lambda} + \frac{2\pi x\sin\theta}{\lambda}\right]\Bigg|_{-a/2}^{a/2}$$

$$= C''\frac{\lambda}{2\pi\sin\theta}\cdot 2\sin(\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda})\cos(\omega t - \frac{2\pi r_0}{\lambda})$$

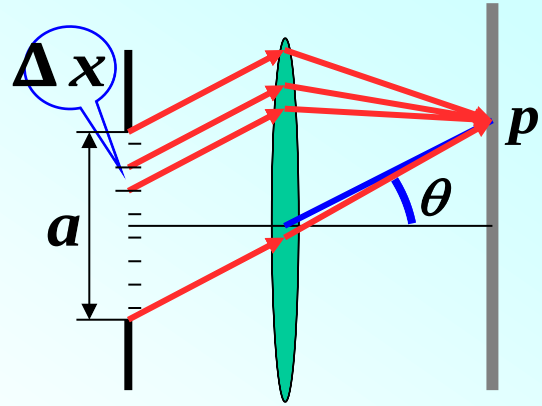
$$= C''a\frac{\lambda}{\pi a\sin\theta}\cdot \sin(\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda})\cos(\omega t - \frac{2\pi r_0}{\lambda})$$

$$= E_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cos(\omega t - \frac{2\pi r_0}{\lambda})$$

$$E_0 = C''a \qquad \alpha = \frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$$

(方法二:振幅矢量叠加法)

将缝分成N个等宽窄条，每个窄条近似为相位分别相等的子波波源。而且所有子波源在P点引起的光振动振幅近似相等，为 δE。



子波带宽度为：$\delta x = \dfrac{a}{N}$

➡ 相邻两窄条引起的位相差为: $\delta\phi = \dfrac{2\pi}{\lambda}\cdot\delta x\sin\theta$

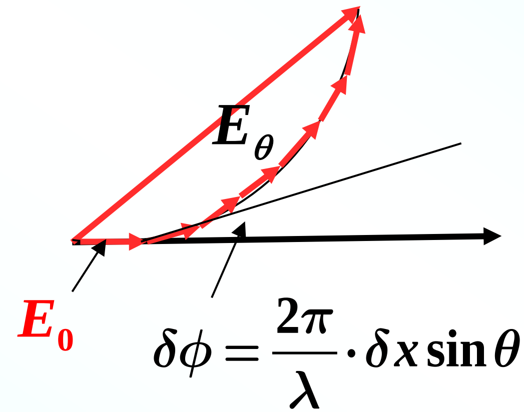
设单缝下沿子波带在P点引起的波振动为：$E_0 = \delta E\cdot\cos(\omega t + \phi_0)$

往上各子波源的相位依次增大$\delta\phi$，有：

$$E_i = \delta E\cdot\cos(\omega t + \phi_0 + i\cdot\delta\phi)$$

所以P处合振动 E_θ表示为各个振动矢量求和：

$$E_\theta = \sum_{i=0}^{N} E_i$$



$N \to \infty$ 振幅链条变成圆弧

P处合振动为：$E_\theta = \sum_{i=0}^{N} E_i$ $\quad N \to \infty$ 振幅链条变成圆弧

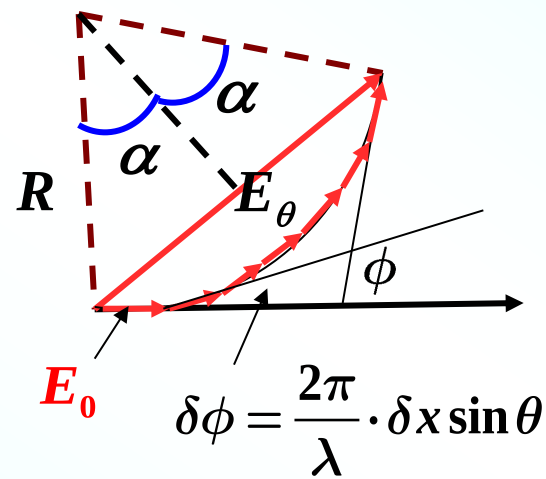
$$\begin{cases} \text{由三角形有 } E_\theta = 2R\sin\alpha \\ \text{对应圆弧总长度为 } N \cdot E_0 = R2\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Rightarrow E_\theta = (N \cdot E_0)\dfrac{\sin\alpha}{\alpha} \\ I_\theta \propto E_\theta^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_\theta = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2}$$

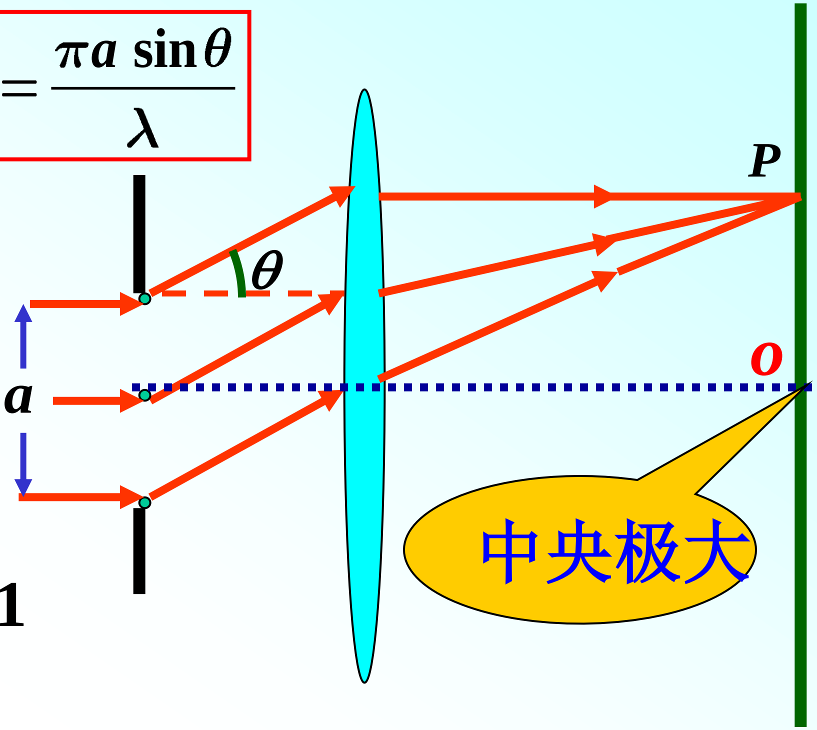
$$\begin{cases} \text{单缝上下边沿位相差为：} \phi = 2\alpha \\ \text{位相差又可表示为光程差：} \phi = \dfrac{2\pi}{\lambda} \cdot a\sin\theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}}$$



3.2 光强分布：

$$\boxed{I_\theta = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2} \quad \boxed{\alpha = \frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}$$



1）在屏上θ角相同处光强相同

即：**相同光强的点分布在一条与缝平行的直线上**

2）当 $\theta = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow \dfrac{\sin\alpha}{\alpha} = 1$

$$I_{\theta=0} = I_0 = I_{\max}$$

即：**透镜L的主光轴与屏的交点处为最大光强，即主极大**

3）当 $\alpha \neq 0$ ，如果满足 $\sin\alpha = 0$ 可以得到 $I_\theta = 0$

$$\sin\alpha = 0 \Rightarrow \frac{\pi a\sin\theta}{\lambda} = \pm k\pi \qquad k \neq 0$$

$$\Rightarrow a\sin\theta = \pm k\lambda \qquad k = 1,\ 2,\ \cdots$$

——衍射极小条件

即：**此θ角处出现光强极小的暗条纹**

3.2 光强分布： $\boxed{I_\theta = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2}$ $\boxed{\alpha = \frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}$

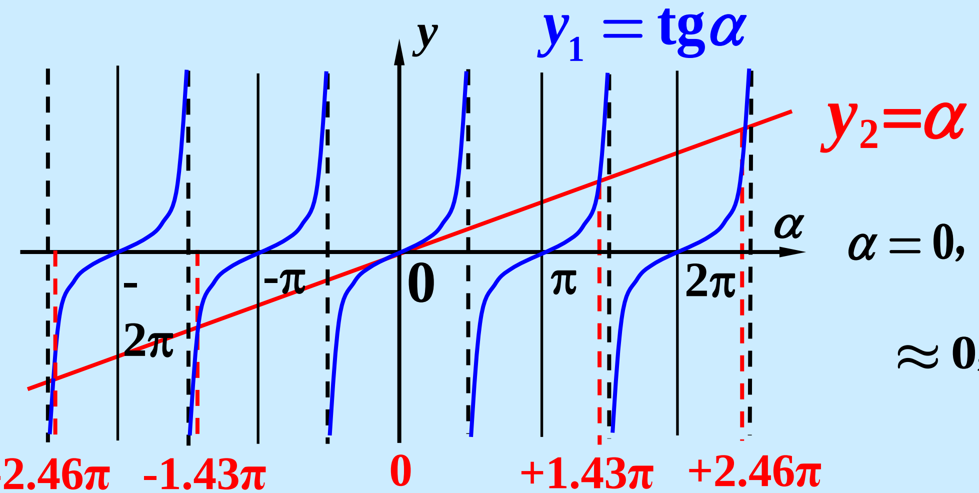
3） $a\sin\theta = \pm k\lambda \qquad k = 1,\ 2,\ \cdots$ ——衍射极小条件

4）当 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\alpha}\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 = 0 \quad \Rightarrow \mathrm{tg}\,\alpha = \alpha$ **光强有极大值**

$$\Rightarrow \alpha = \pm 1.43\pi, \pm 2.46\pi, \pm 3.47\pi, \ldots$$

$$\Rightarrow a\sin\theta = \pm 1.43\lambda,\ \pm 2.46\lambda,\ \pm 3.47\lambda, \ldots$$

近似为：$a\sin\theta \approx \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad k = 1,\ 2,\ \cdots$ —衍射次极大条件



$\alpha = 0, \quad \pm 1.43\pi, \quad \pm 2.46\pi, \quad \cdots$

$\approx 0, \quad \pm\frac{3}{2}\pi, \quad \pm\frac{5}{2}\pi, \quad \cdots$

超越方程 $\mathrm{tg}\,\alpha = \alpha$ 图解法

3.2 光强分布： $I_\theta = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$ $\alpha = \frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$

衍射主极大条件： $a\sin\theta = 0$

衍射次极大条件： $a\sin\theta \approx \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad k=1,2,\cdots$

衍射极小条件： $a\sin\theta = \pm k\lambda \quad k=1,2,\cdots$

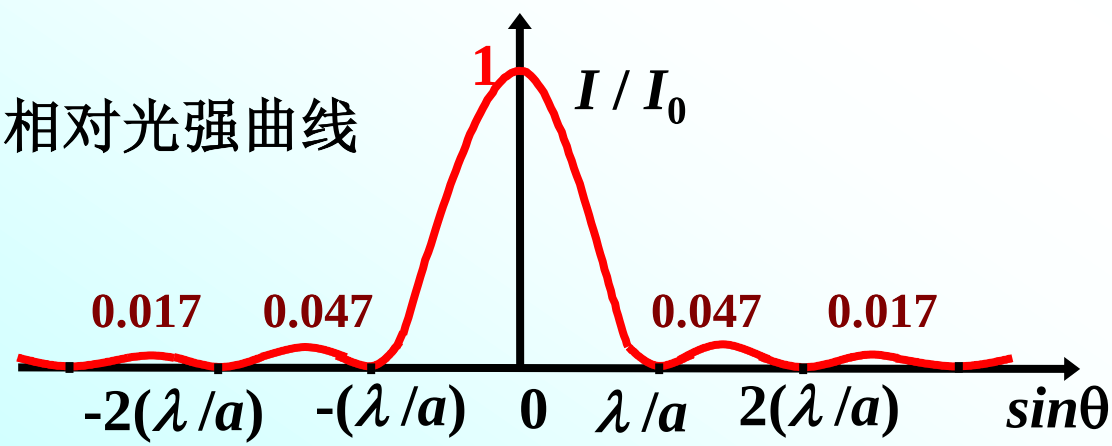
5)光强：

中央主极大的光强： $I_{Max} = I_0 \propto (C''a)^2$

次极大的光强： 从中央往外各次极大的光强依次为

$0.0472I_0$，$0.0165I_0$，$0.0083I_0$，… $\therefore I_{次极大} << I_{主极大}$

相对光强曲线



3.2 光强分布：

$$\boxed{I_\theta = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2} \quad \boxed{\alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}}$$

衍射主极大条件： $a\sin\theta = 0$

衍射次极大条件： $a\sin\theta \approx \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \quad k=1,2,\cdots$

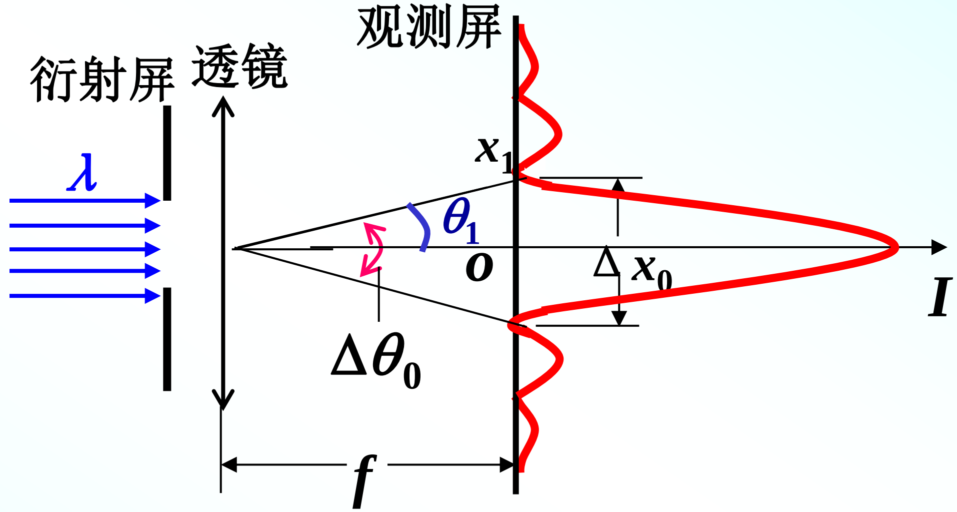
衍射极小条件： $a\sin\theta = \pm k\lambda \quad k=1,2,\cdots$

6) 条纹宽度

$$\boxed{a >> \lambda\text{时，} \Rightarrow \sin\theta_1 \approx \theta_1}$$

中央明纹宽度:

正负一级极小之间宽度



角宽度 $\begin{cases} \Delta\theta_0 = 2\theta_1 \\ a \gg \lambda \text{ 时} \\ \Rightarrow \sin\theta_1 \approx \theta_1 \end{cases}$

$$\Rightarrow \Delta\theta_0 \approx 2\sin\theta_1 = 2\frac{\lambda}{a}$$

线宽度 $\Delta x_0 = 2f\cdot \mathrm{tg}\theta_1 \approx 2f\theta_1 = 2f\dfrac{\lambda}{a}$

3.2 光强分布：

$$\boxed{I_\theta = I_0 \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2} \quad \boxed{\alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}}$$

衍射主极大条件： $a\sin\theta = 0$

衍射次极大条件： $a\sin\theta \approx \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \quad k=1,2,\cdots$

衍射极小条件： $a\sin\theta = \pm k\lambda \quad k=1,2,\cdots$

6) 条纹宽度

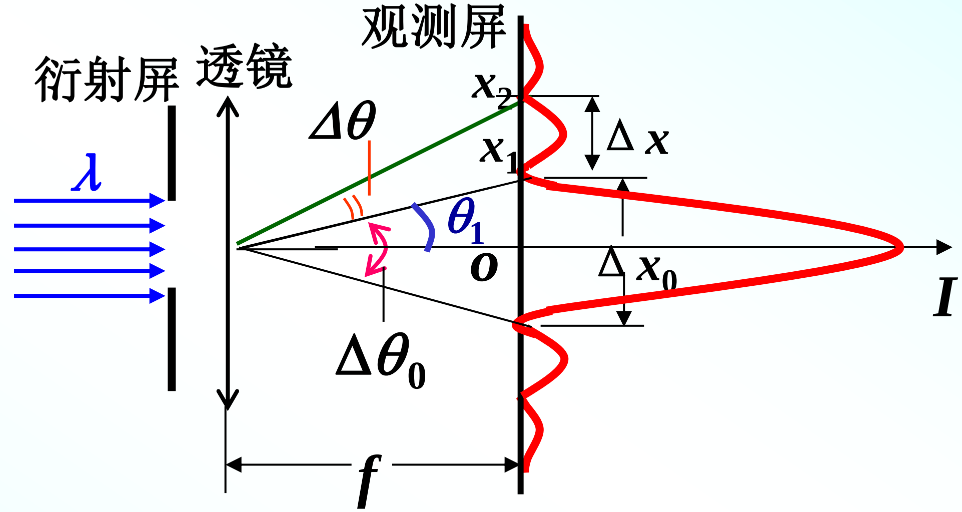
$\boxed{a >> \lambda\text{时，} \Rightarrow \sin\theta_1 \approx \theta_1}$

次极大条纹的宽度：

相邻两极小之间宽度

$$\Delta\theta = \theta_{k+1} - \theta_k \approx \frac{\lambda}{a} = \frac{1}{2}\Delta\theta_0$$

$$\Delta x \approx \frac{f\lambda}{a} = \frac{1}{2}\Delta x_0$$



结论：次极大条纹的宽度是中央主极大宽度的一半。

$$\boxed{\Delta\theta_0 \approx 2\frac{\lambda}{a}} \quad \boxed{\Delta x_0 = 2f\frac{\lambda}{a}}$$

讨论

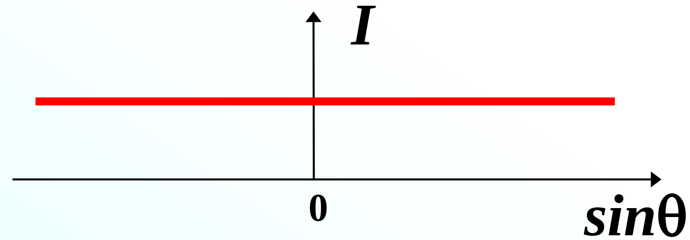
* 波长对条纹宽度的影响

$\Delta x \propto \lambda$　**波长越长，条纹宽度越宽**

* 缝宽变化对条纹的影响

$$\Delta x = \frac{1}{2}\Delta x_0 = f\,\frac{\lambda}{a}$$　**缝宽越小，条纹宽度越宽**

当 $a \ll \lambda$ 时　**屏幕一片明亮**



中央极大占据了整个屏幕

当 $a \gg \lambda$ 时，$\Delta x \to 0$

只显出一条明条纹 ——单缝的几何光学像

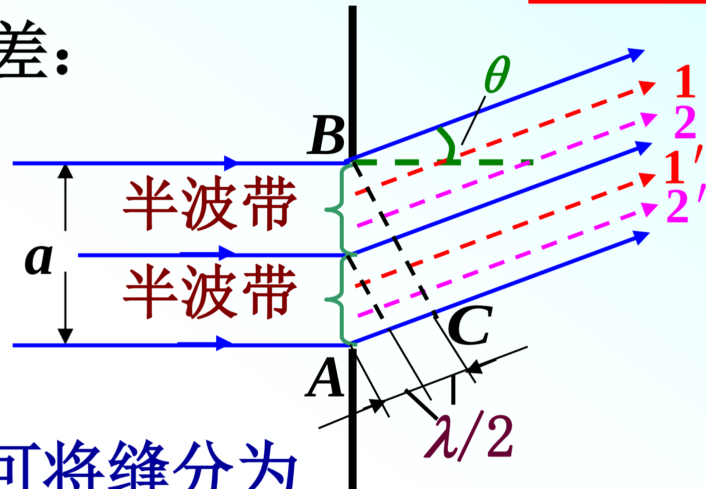
∴几何光学是波动光学在 $\lambda/a \to 0$ 时的极限情形

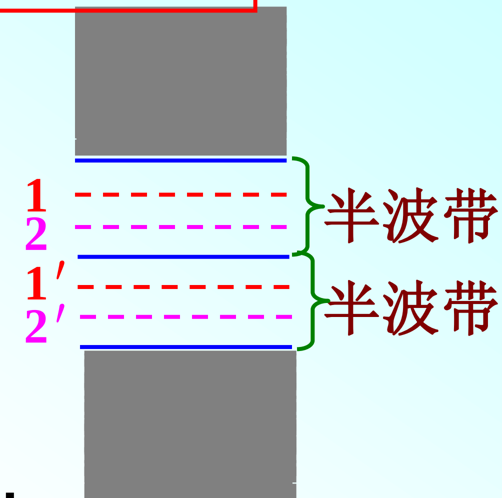
3.3 半波带法(确定明暗条纹的位置)

$$\boxed{a\sin\theta=\pm k\lambda}$$

$A\rightarrow P$和$B\rightarrow P$的光程差:

$$\Delta r=\overline{AC}=a\sin\theta$$



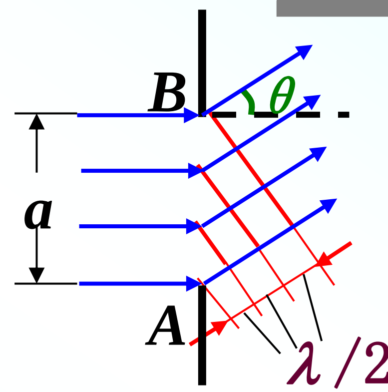


当 $\theta=0,\ \Delta r=0$

中央明纹(中心)

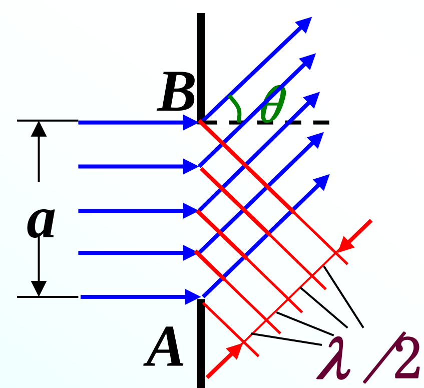
当 $a\sin\theta=\lambda$时，可将缝分为两个“半波带”

两个“半波带”上发的光在P处干涉相消形成暗纹。



当 $a\sin\theta=3\lambda/2$ 时，可将缝分成三个“半波带”

P处近似为明纹中心

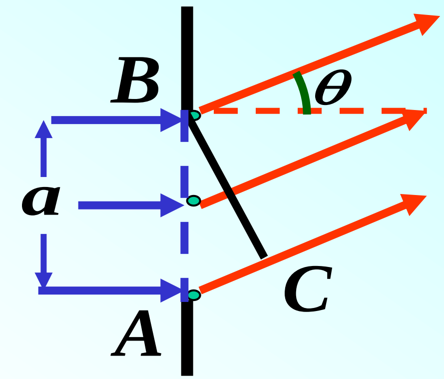


当 $a\sin\theta=2\lambda$ 时，可将缝分成四个“半波带” 形成暗纹。

一般情况：

$$\boxed{\Delta r=\overline{AC}=a\sin\theta}$$

P点产生干涉的情况可由AC间的半波长的倍数决定：



若：AC = 偶数个半波长 $=2k\dfrac{\lambda}{2}$

则：$a\sin\theta=\pm k\lambda，\ k=1,2,3\ldots$

——暗纹

若：AC = 奇数个半波长 $=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$

则：$a\sin\theta=\pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2},\quad k=1,2,3\ldots$

——(次级)明纹

$a\sin\theta=0$ ——中央明纹

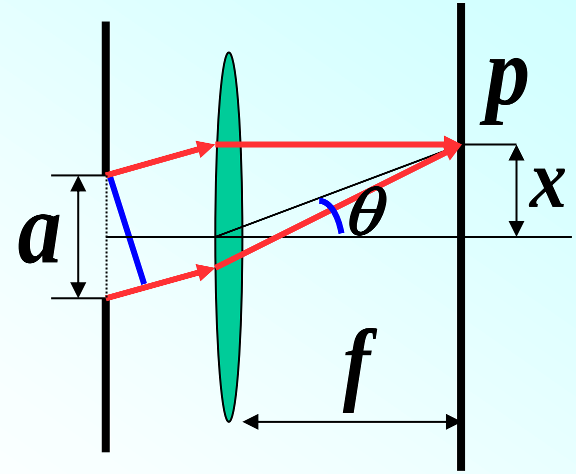
注：上述暗纹和中央明纹(中心)位置是准确的，其余明纹中心的位置较上稍有偏离。

若：$AC\neq$ 整数个半波长，则对应明暗纹之间的情况。

为什么k不从0开始？

$k=0\Rightarrow\theta=\dfrac{\lambda}{2a}<\dfrac{\lambda}{a}$(中央极大半角宽)

例：单缝衍射a=0.1mm, f=100mm, λ=500nm, p点(x=1.75mm)处是明纹.



求：（1）p点条纹级数k.

$$\begin{cases} \text{明纹条件} \quad a\sin\theta = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \\ \sin\theta = \dfrac{x}{f} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a\frac{x}{f} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

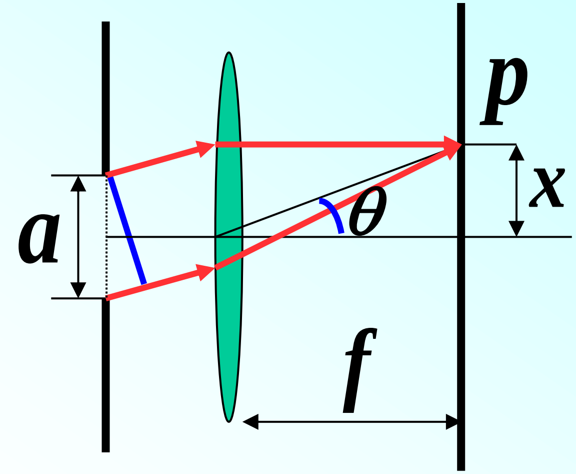
$$\Rightarrow k = \frac{ax}{f\lambda} - \frac{1}{2} = 3.5 - 0.5 = 3$$ 第3级明纹

（2）对应于P点缝a可分成多少个半波带？

$$\begin{cases} \text{缝}a\text{对应光程差为} \quad \Delta r = a\sin\theta \\ a\sin\theta = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta r = (2\times k+1)\frac{\lambda}{2} = 7\frac{\lambda}{2}$$ 7个半波带

例：单缝衍射a=0.1mm，f=100mm, λ=500nm，p点(x=1.75mm)处是明纹.



（3）p 点的相对光强？

$$\left.\begin{cases} I = I_0 \dfrac{\sin^2\alpha}{\alpha^2} \\ \left.\begin{aligned} \alpha = \dfrac{\pi a \sin\theta}{\lambda} \\ a\sin\theta = \dfrac{7\lambda}{2} \end{aligned}\right] \Rightarrow \alpha = \dfrac{7\pi}{2} \end{cases}\right.$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_0} \approx 0.0083 = 0.83\%$$

（4）将缝宽增加1倍，P点将变为什么条纹？

$$\Delta r = 2a\sin\theta$$

$$= 2\times\frac{7\lambda}{2} = 7\lambda$$ 第7级暗纹