大学物理

College Physics

主讲

华中科技大学

刘超飞

$$y = A\cos[\omega(t \mp \frac{x}{u}) + \phi]$$

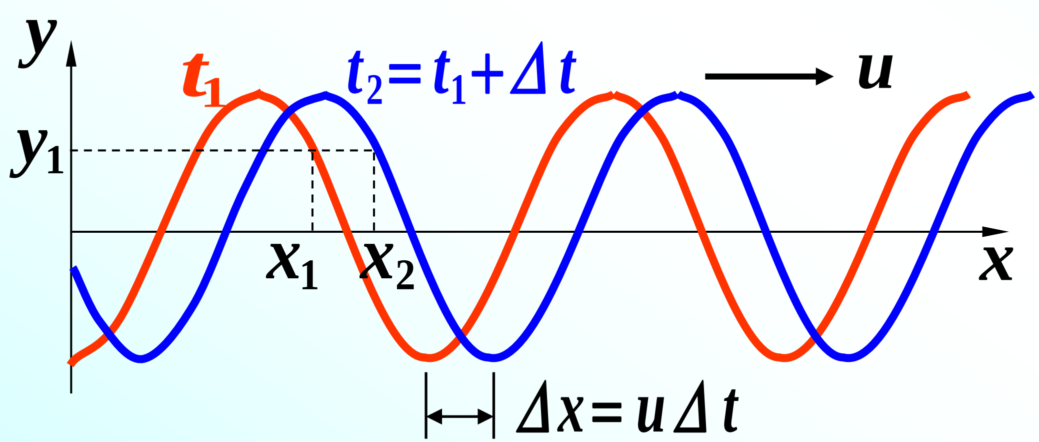
● 波动的特点：

（1）每个质点只在平衡位置附近振动，不向前运动。

（2）后面质点重复前面质点的振动状态，有位相落后。

（3）同一时刻，每个质点位移不同，形成一个波形。

波形曲线：



（4）振动状态(位相)、波形、能量向前传播。

●一维简谐波的波动方程

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = u^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

其中波速 $u = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$ 与媒质的惯性和弹性有关

●波的能量

不论纵波和横波，媒质中每个质元都有振动动能和形变势能。

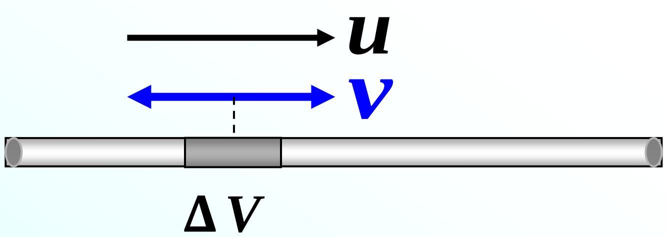
对于平面简谐波，
媒质中每个质元的振动动能与形变势能始终相等。

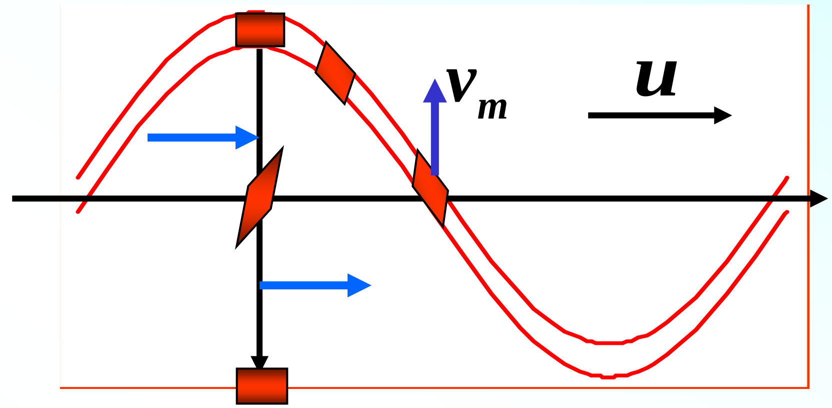
$$\boxed{W_p = W_k = \frac{1}{2}\rho \Delta V A^2 \omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})}$$

● 每个质点的振动动能与势能均是时间的函数

当其运动到平衡位置处：动能和势能最大；

运动到最大位移处：动能和势能最小。





最大位移	⟶	平衡位置，能量增大，由前面输入；
平衡位置	⟶	最大位移，能量减小，向后面输出。

● 能量密度：单位体积中的能量

$$w=\frac{W}{\Delta V}=\rho A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$$

平均能量密度：能量密度周期平均值

$$\overline{w}=\frac{1}{T}\int_0^T w\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 \quad \propto A^2,\omega^2$$

● 能流、能流密度

能流P：单位时间通过某面的能量：$P=w\vec{u}\cdot\vec{S}$

平均能流 $\overline{P}=\overline{w}\vec{u}\cdot\vec{S}$

能流密度i：单位时间内通过垂直于波传播方向单位面积的能量。 $i=\frac{P}{S}=wu$

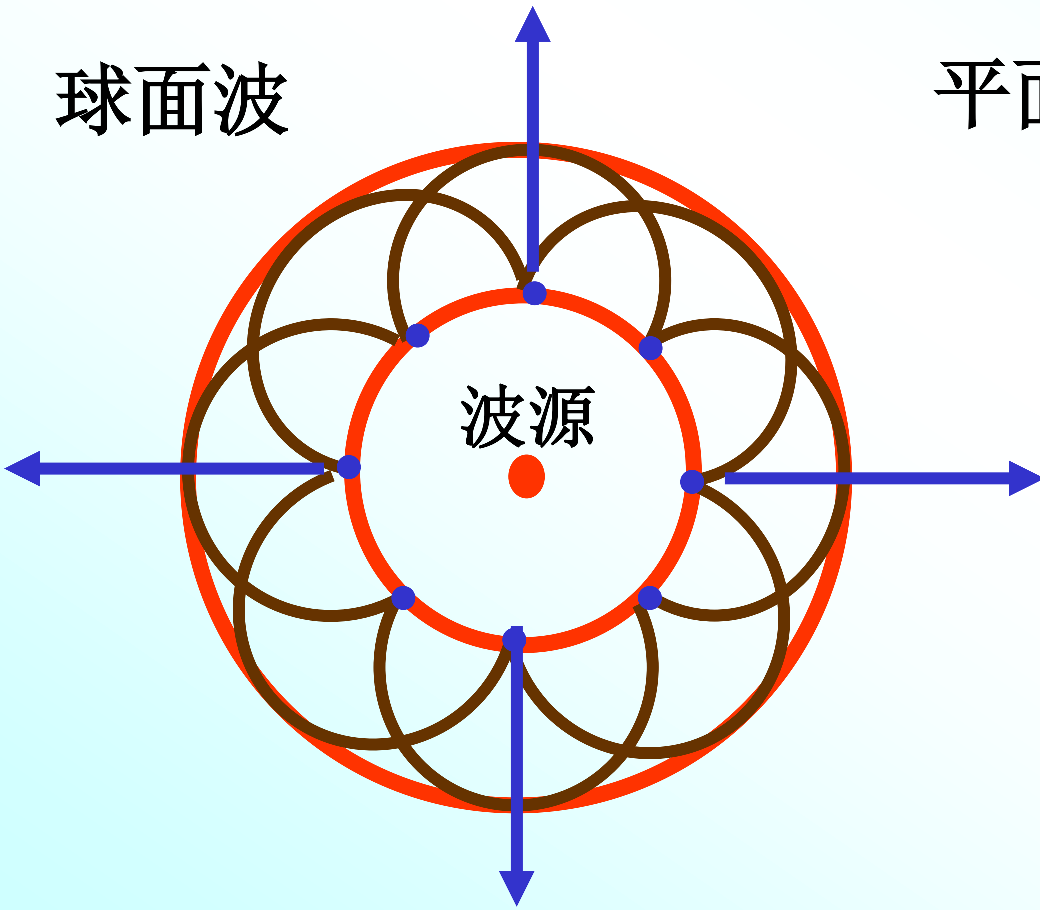
平均能流密度I（又称波的强度，如光强、声强）

$$I=\overline{i}=\frac{\overline{P}}{S}=\overline{w}u$$

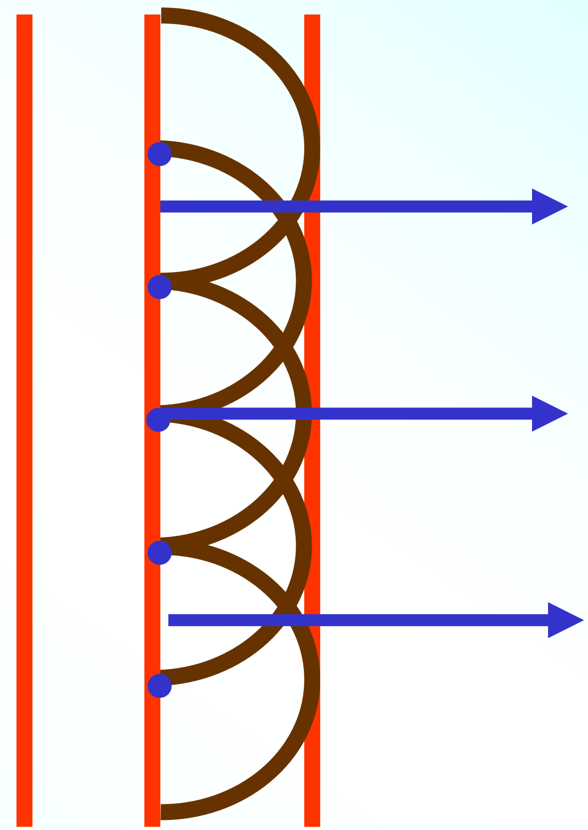
四、惠更斯原理（解决了波的传播问题)

惠更斯原理： 媒质中任一波阵面上的各点，都可以看作是发射球面子波的波源，其后任一时刻，这些子波的包迹就是新的波阵面。

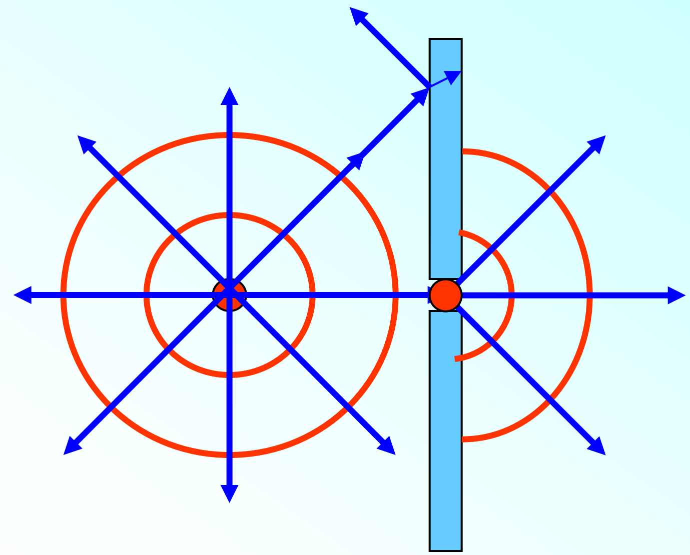
球面波



平面波



当波在均匀媒质中传播时，波线是直线。当遇到另一媒质或障碍物时，波线方向发生变化，产生反射、折射、衍射等现象。它们都可用惠更斯原理来解释。



说明：

1）惠更斯原理对任何波动过程都适用。

2）惠更斯原理只是定性地说明了波的反射、折射、衍射等现象，即只解决了波的传播方向问题，而未能定量给出各子波的强度分布。

3）惠更斯原理的不足：不能解释为什么不存在退行波。

五、波的干涉

1.波的叠加原理

1）波传播的独立性

当几列波同时在同一媒质中传播时，每一列波不受同时存在的其它波的影响，各自保持原有特性继续沿原来的传播方向前进。

2）波的叠加原理

动画演示波的叠加

在几列波相遇的区域中，质元的振动是各个波单独在该点产生的振动的合成。即：任一时刻质点的位移是各个波在该点引起的分位移的矢量和。

波的叠加 $\xrightarrow{\text{实质}}$ 各质元振动的叠加

注意: 波的强度过大时叠加原理不成立
(非线性效应的影响)

讨论叠加的一特例——波的干涉

2. 波的干涉

1）什么是波的干涉？ 动画演示波的干涉

当几列波同时在某一区域传播时，使空间某些点的振动始终加强，另一些点的振动始终减弱，重迭区呈现有规则的稳定分布的现象。

2）产生的条件：

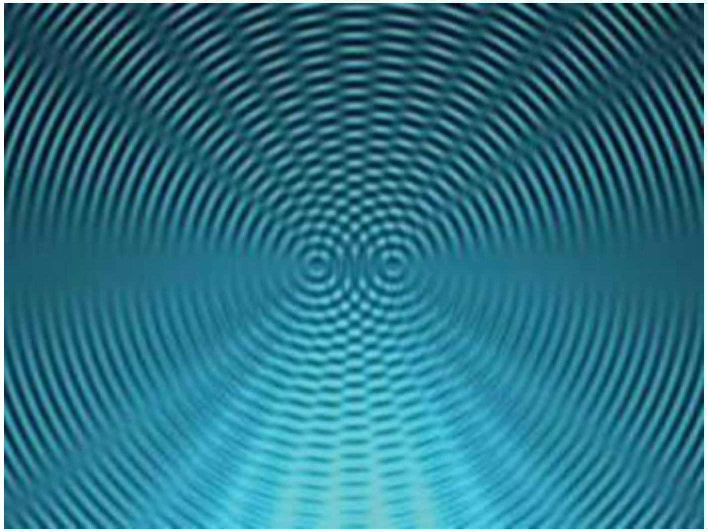
相干波源发出的波在空间相遇时产生干涉。

相干波源必满足下列条件：

(1) 频率相同；

(2) 振动方向相同(或有平行分量)；

(3) 相位差恒定。



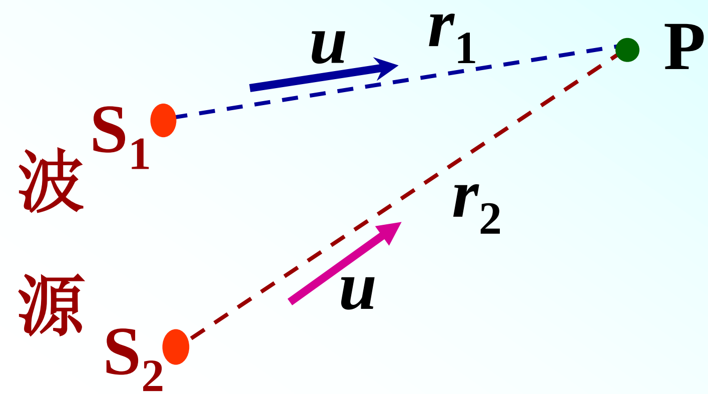
水波的干涉图样

$$\boxed{A^2 = A_1^{\ 2} + A_2^{\ 2} + 2A_1A_2\cos\Delta\phi}$$

在相遇区，哪些点的振动是加强？哪些点是减弱？

设有两相干波源S_1、S_2，其振动方程为：

$$\begin{cases} y_1 = A_1\cos(\omega t + \phi_1) \\ y_2 = A_2\cos(\omega t + \phi_2) \end{cases}$$



考察P点的振动情况，有：

$$\begin{cases} y_{P1} = A_1\cos(\omega t + \phi_1 - \dfrac{2\pi}{\lambda}r_1) \\ y_{P2} = A_2\cos(\omega t + \phi_2 - \dfrac{2\pi}{\lambda}r_2) \end{cases}$$

则P点合振动： $y_p = y_{p1} + y_{p2} = A\cos(\omega t + \phi)$

振幅为：$A^2 = A_1^{\ 2} + A_2^{\ 2} + 2A_1A_2\cos\Delta\phi$

位相差：$\Delta\phi = (\phi_2 - \phi_1) - \dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$

波程差Δr

$$\boxed{A^2 = A_1^{\ 2} + A_2^{\ 2} + 2A_1A_2\cos\Delta\phi}\qquad \boxed{\Delta\phi = (\phi_2 - \phi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)}$$

可见：对于空间不同的点，合振动的振幅A不同，

并且A不随时间变化 ——合振幅形成稳定的分布

这个稳定分布就是两列波的干涉图样。

结论：

1）$\Delta\phi = (\phi_2 - \phi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \pm 2k\pi \qquad k = 0,1,2\cdots$

振幅： $A = A_{\max} = A_1 + A_2$

波强： $I = I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$

干涉加强（干涉相长）

2）$\Delta\phi = (\phi_2 - \phi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \pm(2k+1)\pi \qquad k = 0,1,2\cdots$

振幅： $A = A_{\min} = \left| A_1 - A_2 \right|$

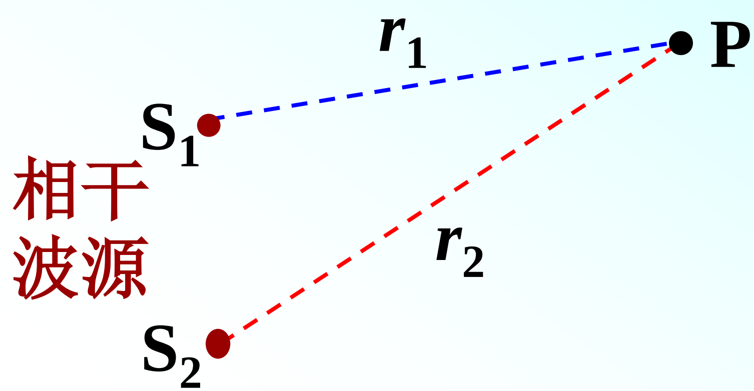
波强： $I = I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$

干涉减弱（干涉相消）

$$\boxed{A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\phi} \qquad \boxed{\Delta\phi = (\phi_2 - \phi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)}$$

例： S_1、S_2为两个相干平面简谐波源，S_1的位相比S_2的超前$\frac{\pi}{4}$，波长为λ=8m，对P点有r_1=12m， r_2=14m。S_1, S_2 在P点处引起的振幅分别为A_1=0.3m, A_2=0.2m.

求： P点的振幅。



解： $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\phi}$

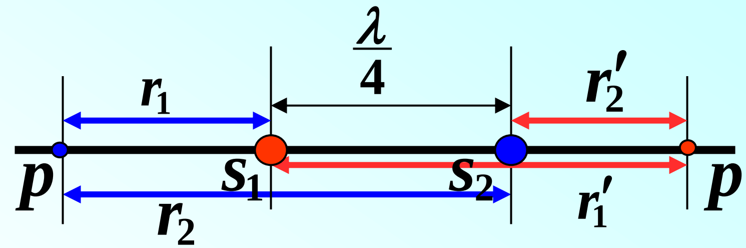
$$\left\{\begin{array}{l} \Delta\phi = (\phi_2 - \phi_1) - \dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) \\ \text{由题意可知} \\ \phi_2 - \phi_1 = -\dfrac{\pi}{4} \\ r_2 - r_1 = 2\ m \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \Delta\phi = -\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{4}$$

$$\Rightarrow A = 0.212\ \mathrm{m}$$

$$\neq \left\{\begin{array}{l} A_1 + A_2 \\ |A_1 - A_2| \end{array}\right.$$

例： 两相干波源 S_2 比 S_1 相位超前 $\dfrac{\pi}{2}$，两点相距 $l=\lambda/4$，$A_1=A_2$。讨论延长线上干涉情况。



$\Delta\phi=?$

$(A)-\pi$

$(B)\pi$

$(C)\dfrac{\pi}{2}$

$(D)0$

(E)其他

解： 左边延长线上 p点：

$$\Delta\phi=\phi_2-\phi_1-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)=\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{4}=0 \quad \text{加强}$$

合振幅：$A=2A_1$

右边延长线上 p点：

$$\Delta\phi=\phi_2-\phi_1-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2'-r_1')=\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{\lambda}(-\frac{\lambda}{4})=\pi \quad \text{减弱}$$

合振幅：$A=0$

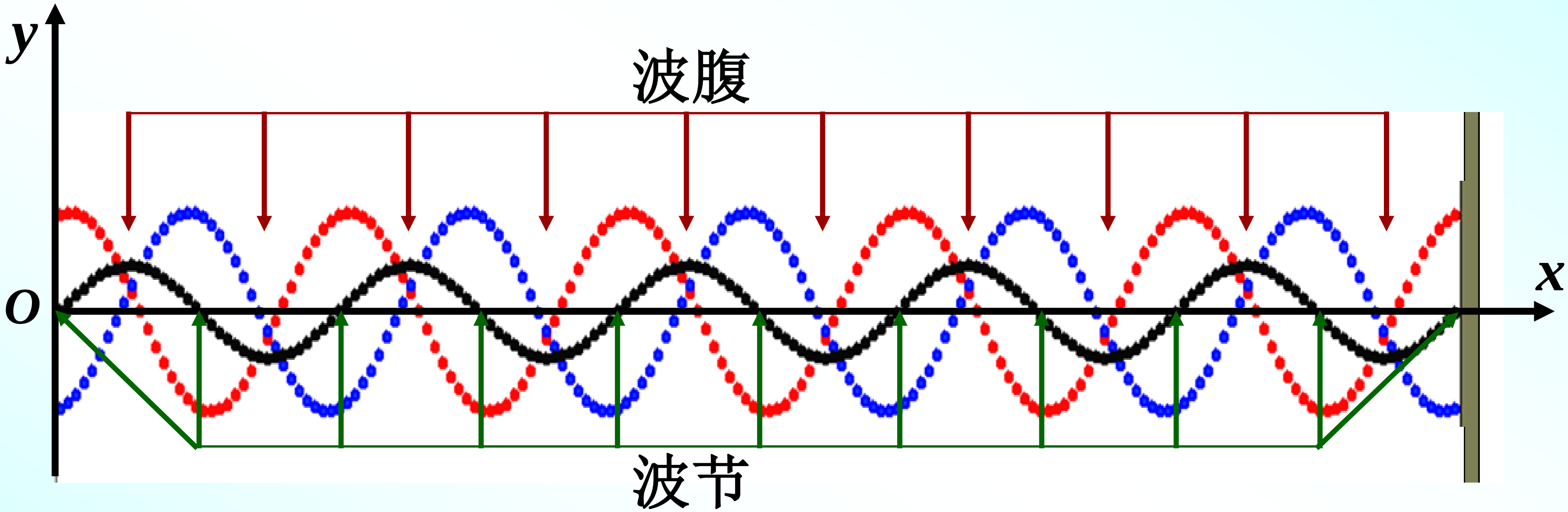
⇨ 合成波能量向左传加强 ——定向辐射（二元端式天线）

波源个数愈多则定向性愈好（天线列阵）

声波定向系统、相控阵雷达的原理类似。

3. 干涉的特例——驻波

1）驻波的形成：两列振幅相等的相干波相向而行，在相遇的区域叠加干涉，形成驻波。



波腹：振幅最大处

波节：振幅为0处

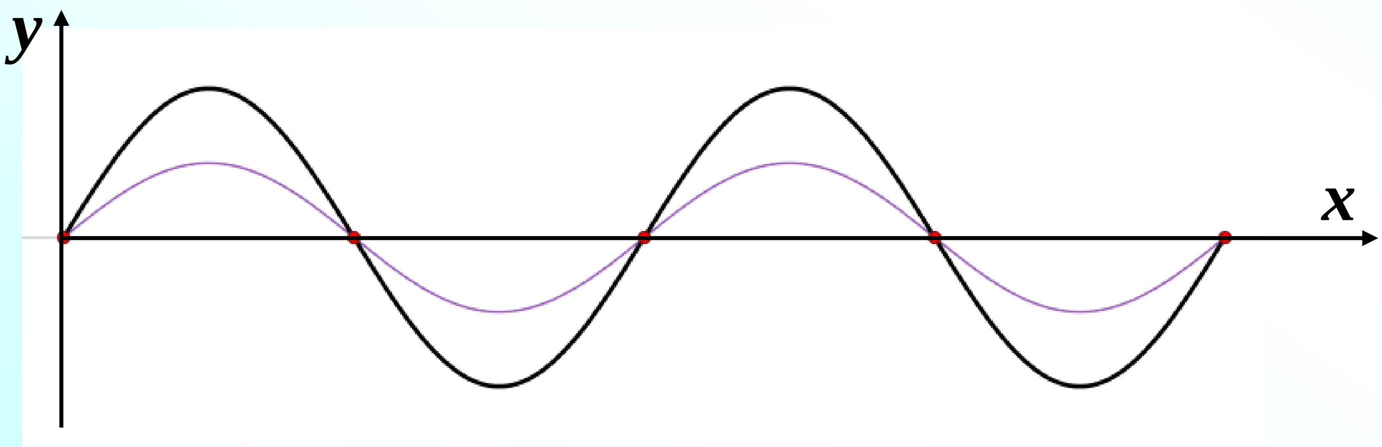
演示：弦驻波

2）驻波的表达式

设两列波为平面余弦波：$\begin{cases} y_1 = A\cos\omega(t-\dfrac{x}{u}) \\ y_2 = A\cos\omega(t+\dfrac{x}{u}) \end{cases}$

合成波：$y = y_1 + y_2 = A\cos\omega(t-\dfrac{x}{u}) + A\cos\omega(t+\dfrac{x}{u})$

$\Rightarrow \boxed{y = 2A\cos\dfrac{\omega}{u}x\cdot\cos\omega t}$ 驻波的表达式(驻波方程)



$$\boxed{y = 2A\cos\frac{\omega}{u}x\cdot\cos\omega t}$$

3）驻波的特征

(1)各点均作谐振动，但振幅不同。

振幅 $A_{驻}$是 x 的函数：$A_{驻} = 2A\cos\frac{\omega}{u}x$ $\begin{cases} A_{驻\max} = 2A \\ A_{驻\min} = 0 \end{cases}$

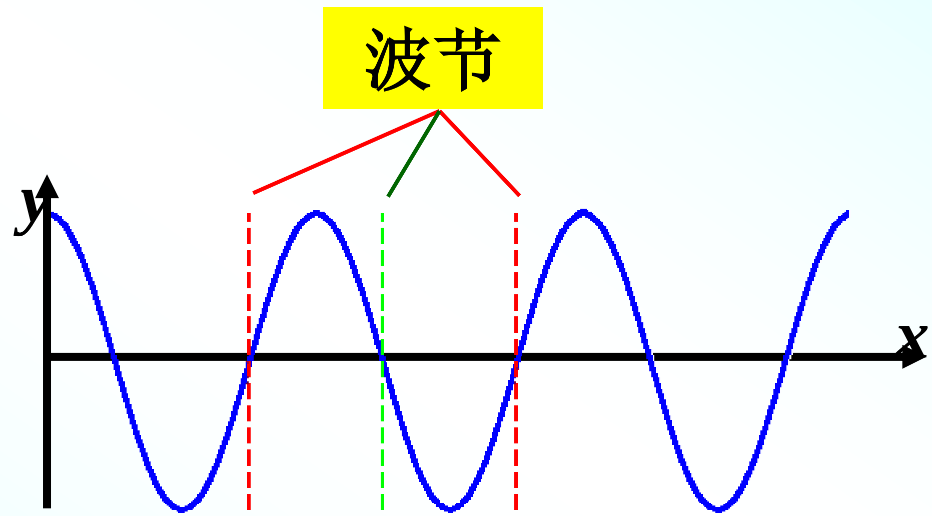
$A_{驻}=0$处 ——波节

即：$2A\cos\frac{\omega}{u}x = 0$

$$\Rightarrow \cos\frac{2\pi}{\lambda}x = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = \pm(2k+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{x_k = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{4}}$$ $(k = 0,1,2\cdots)$ 波节的位置



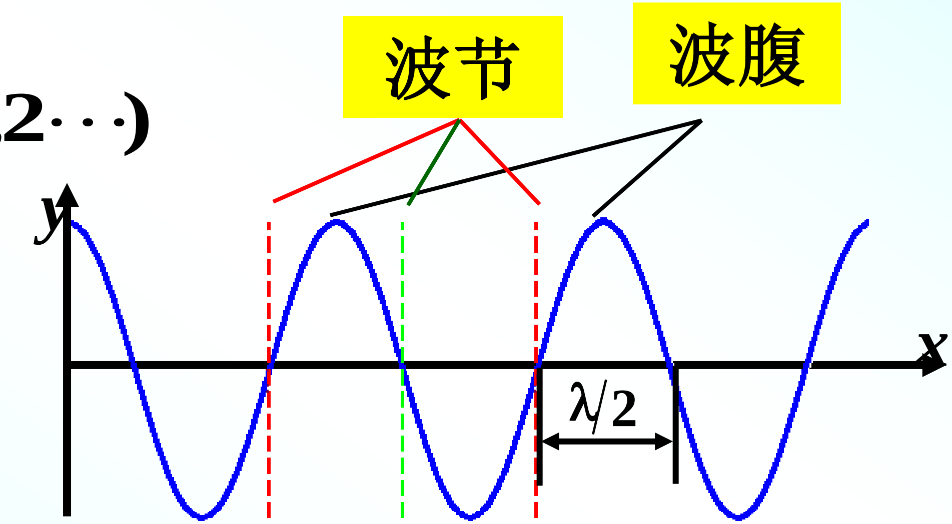
$$y = 2A\cos\frac{\omega}{u}x\cdot\cos\omega t$$

$A_{驻} = 2A$处，——波腹

即：$\cos\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm 1$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = \pm k\pi$$

$$\Rightarrow \boxed{x_k = \pm k\frac{\lambda}{2}} \quad (k = 0,1,2\cdots)$$



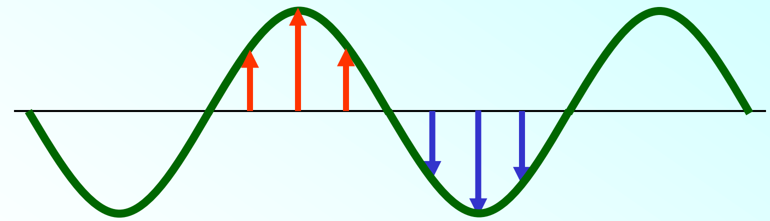
波腹的位置

相邻 波节/波腹 间距：$\Delta x = \frac{\lambda}{2}$

波节与相邻波腹间隔：$\Delta x = \frac{\lambda}{4}$

$$y = 2A\cos\frac{\omega}{u}x \cdot \cos\omega t$$

(2)驻波的位相关系



相邻波节之间的各点同相，

波节两侧各半个波长范围内
的各点反相。

(3)振动状态不传播。波形不移动，分段振动(故称“驻波”)。

(4) 驻波中没有净能量传递，能流密度为0

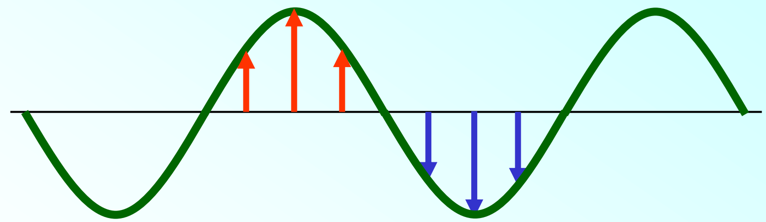
$$\vec{i}_{驻} = \vec{i}_{入} + \vec{i}_{反} = w\vec{u} + (-w\vec{u}) = 0$$

或波强：$I_{驻} = I_{入} + I_{反} = 0$

即：驻波系统不向任何方向传播能量。

讨论：

各质点位移(同时)达最大时，
系统的动能为零、势能最大；



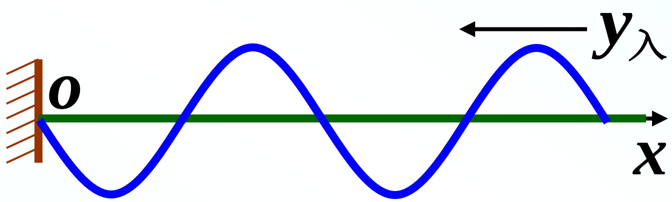
在波节处相对形变最大
在波腹处相对形变最小 ——势能集中在波节。

当各质点(同时)回到平衡位置时，
系统的势能为零、动能最大。 ——动能集中在波腹。

能量从波腹传到波节，又从波节传到波腹，往复循环，
能量不向前传播。所以驻波不传播能量。

它是媒质的一种特殊的运动状态——稳定态。

（5）反射与半波损失



一弦线一端固定在墙上，如图示：

设入射波：$y_入 = A\cos\omega(t+\dfrac{x}{u})$

考察固定端o点的振动方程。

o点的振动 为入射波和反射波引起的振动的叠加：

$$y_{o合} = y_{o入} + y_{o反}$$

入射波在o点引起的振动为：$y_{o入} = A\cos\omega t$

o点固定，显然有：$y_{o合} = 0$

$$\Rightarrow y_{o反} = -y_{o入} = A\cos(\omega t + \pi)$$

可见：与入射波在反射点引起的振动相比，

反射波在反射点引起的振动的位相有π的突变。

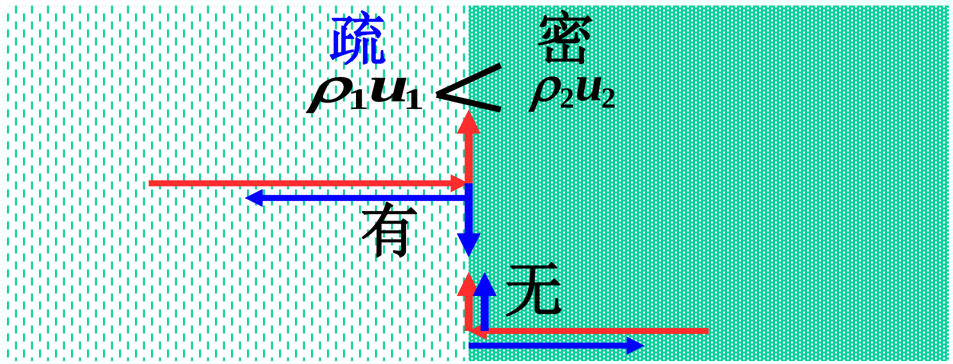
$$\Delta\phi=\pi \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda}{2} \quad (\text{半个波长})$$

即：波程差有半个波长的突变，谓之半波损失 (半波突变)

波疏媒质：ρu小的媒质。
波密媒质：ρu大的媒质。
(ρ是密度，u 是波速)

一般地，入射波
- 由波疏媒质→波密媒质→反射: 有半波损失
- 由波密媒质→波疏媒质→反射 :无半波损失

波在两媒质表面反射时：

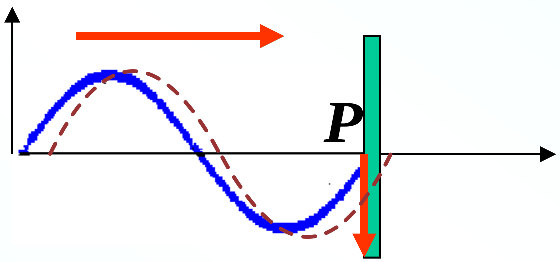


波由波疏媒质传到波密媒质，在分界面上发生反射时，反射点一定是波节；

但波在自由端反射时无半波损失，形成波腹。

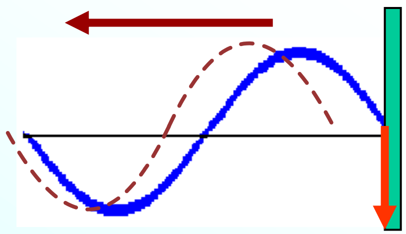
对光波，n大为密媒质，也有上述结论。

例：已知入射波 t 时刻的波动曲线，问：A、B、C、D 哪条曲线是t 时刻反射波曲线？（反射壁是波密媒质）

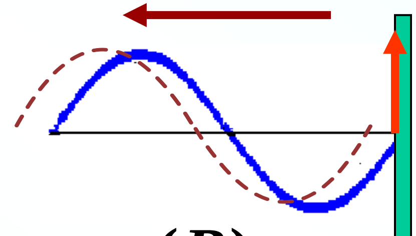


P点为波节

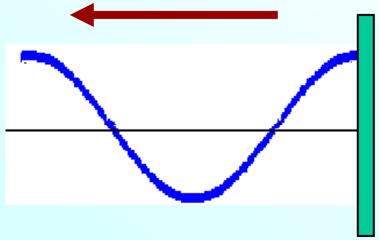
（B）



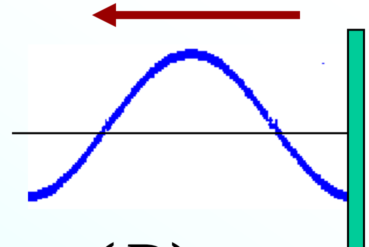
(A)



(B)

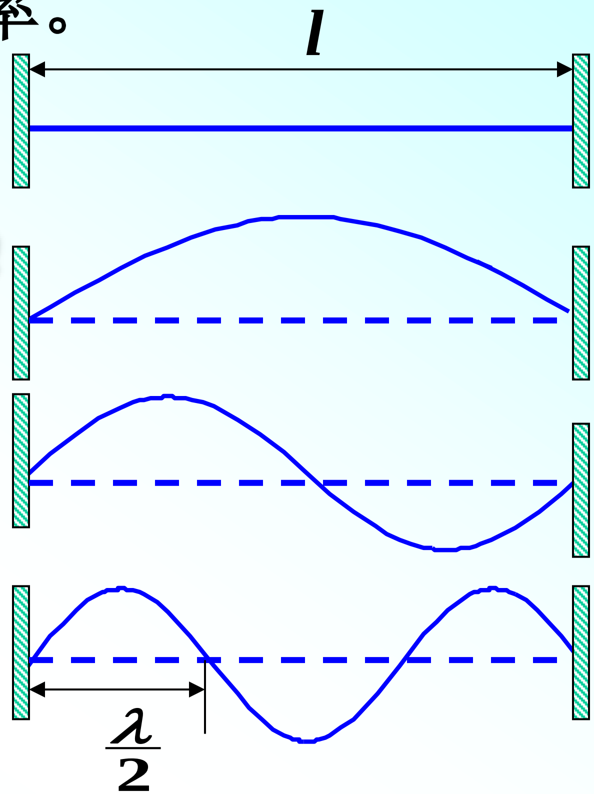


(C)



(D)

例： 讨论两端固定的弦自由振动的频率。



解： 要形成稳定驻波，两固定端一定为波节，此边界条件就限制了波长，在波速一定时也就限制了频率。

只有**弦长等于半波长的整数倍**时，才能保证两固定端为波节的边界条件，即

$$l = n\frac{\lambda}{2} \qquad n = 1, 2, 3\cdots$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2l}{n} \;\Rightarrow \nu = \frac{u}{\lambda} = n\frac{u}{2l}$$

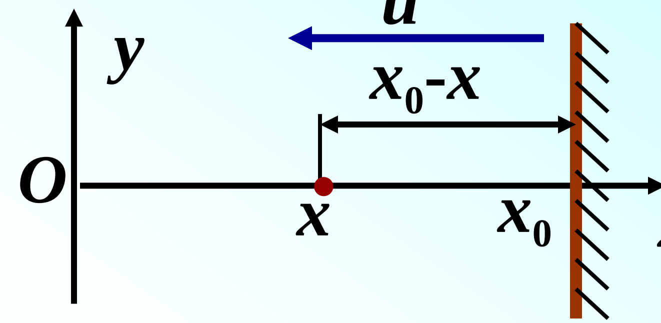
$n = 1$ 基频（基音）

$n \geq 2$ 谐频（谐音）

例:平面简谐波 $y = A\cos(\omega t - kx)$， 在x_0=4λ处(固定端)反射。

求：(1)反射波的波函数；(2)驻波的波函数；

(3)0与x_0处之间的各个波节和波腹的位置。



解：(1)方法一：

先求x_0处反射波的振动

$$y_{反} = A\cos[\omega t - kx_0 + \pi]$$

再得到反射波的波函数：

$$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{u}}$$

$$\begin{cases} y_{反} = A\cos[\omega(t - \Delta t) - kx_0 + \pi] \\ \Delta t = \dfrac{x_0 - x}{u} \end{cases}$$

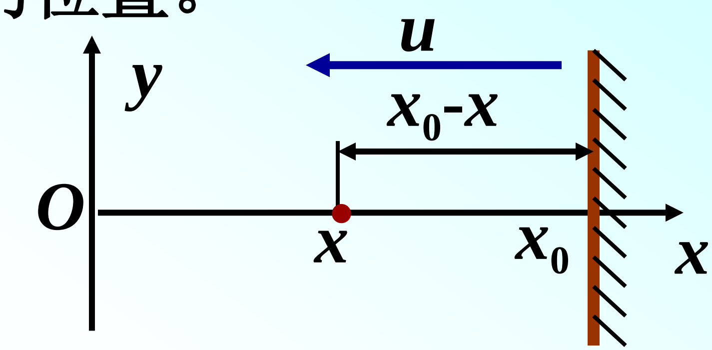
$$\Rightarrow y_{反} = A\cos[\omega(t - \frac{x_0 - x}{u}) - kx_0 + \pi]$$

$$= A\cos[\omega t + kx - 15\pi] \qquad = A\cos[\omega t + kx - \pi]$$

例: 平面简谐波 $y = A\cos(\omega t - kx)$， 在x_0=4λ处(固定端)反射。

求： (1)反射波的波函数；(2)驻波的波函数；

(3)0与x_0处之间的各个波节和波腹的位置。



$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{u}$$

解： (1)方法二：

先考虑O点振动为：$y = A\cos(\omega t)$

此振动由$O \longrightarrow x_0 \longrightarrow x$

$$y_{反} = A\cos[\omega(t - \Delta t) + \pi]$$

需时：$\Delta t = \dfrac{2x_0 - x}{u}$

$$\Rightarrow y_{反} = A\cos[\omega t + kx - \pi]$$

(2)驻波的波函数：

$$y = y_{入} + y_{反} = A\cos(\omega t - k x) + A\cos(\omega t + k x - \pi)$$

$$= 2A\cos(k x - \frac{\pi}{2})\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

(2)驻波的波函数：$y = 2A\cos(kx - \frac{\pi}{2})\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

$$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{u}}$$

(3) 讨论O与x_0 =4λ处之间的各个波节和波腹的位置:

波节的位置应满足:

$$2A\cos(kx - \frac{\pi}{2}) = 0 \quad \Rightarrow kx - \frac{\pi}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{n\pi}{k} = \frac{n\lambda}{2} \quad \Rightarrow n = 0, 1, 2 \cdots 8$$

$$\Rightarrow x = 0,\ \lambda/2,\ \lambda,\ 3\lambda/2,\ \cdots 4\lambda$$

波腹的位置应满足:

$$2A\cos(kx - \frac{\pi}{2}) = \pm 2A \Rightarrow kx - \frac{\pi}{2} = n\pi$$

$$\Rightarrow x = \frac{(2n+1)}{k}\frac{\pi}{2} = (2n+1)\frac{\lambda}{4} \quad \Rightarrow n = 0, 1, 2 \cdots 7$$

$$\Rightarrow x = \frac{\lambda}{4},\ \frac{3\lambda}{4},\ \cdots \frac{15}{4}\lambda$$

作业：11—T19-T22

作业要求

1. 独立完成作业。
2. 图和公式要有必要的标注或文字说明。
3. 作业纸上每次都要写姓名以及学号(或学号末两位)。
4. 课代表收作业后按学号排序，并装入透明文件袋。
5. 每周二交上周的作业。迟交不改。
6. 作业缺交三分之一及以上者综合成绩按零分计。