数据结构题集（C语言版）严蔚敏 吴伟民　　数据结构与算法

日期:　　/

对于时间复杂度为 $O(2^n)$ 的算法：

在题目条件下：$2^n \le 10^7 \times 10^5 = 10^{12}$

$$n\lg 2 \le 12\lg 10$$

$$n \le \frac{12}{\lg 2} \approx 40$$

对于时间复杂度为 $O(n^{10})$ 的算法：

$$n^{10} \le 10^7 \times 10^5 = 10^{12}$$

$$10\lg n \le 12\lg 10$$

$$\lg n \le 1.2$$

$$n \le 10^{1.2} \approx 16$$

第一个算法中 n 的范围大，故第一个算法更适宜

1③　已知有实现同一功能的两个算法，其时间复杂度分别为 $O(2^n)$ 和 $O(n^{10})$，假
计算机可连续运算的时间为 10^7 秒（100 多天），又每秒可执行基本操作（根据这些
估算算法时间复杂度）10^5 次。试问在此条件下，这两个算法可解问题的规模（即 n
值）各为多少？哪个算法更适宜？请说明理由。

变视频

怎么做

要解决这道题，我们需要根据**时间复杂度的定义**和题目给出的计算资源，分别推导两个算法可解决的问题规模 n，再进行比较。

步骤1：计算总可执行的基本操作次数

已知计算机可连续运算时间为 10^7 秒，每秒可执行基本操作 10^5 次，因此总可执行的基本操作次数为：
$10^7 \times 10^5 = 10^{12}$

步骤2：分析时间复杂度为 $O(2^n)$ 的算法

对于时间复杂度为 $O(2^n)$ 的算法，其基本操作次数与 2^n 同阶，即 $2^n \le 10^{12}$。
对两边取以2为底的对数：
$n \le \log_2 10^{12} = 12 \times \log_2 10 \approx 12 \times 3.32 \approx 39.84$
因此，该算法可解决的规模 n 约为 **40**（取整数）。

步骤3：分析时间复杂度为 $O(n^{10})$ 的算法

对于时间复杂度为 $O(n^{10})$ 的算法，其基本操作次数与 n^{10} 同阶，即 $n^{10} \le 10^{12}$。
对两边取10次方根：
$n \le \sqrt[10]{10^{12}} = 10^{12/10} = 10^{1.2} \approx 15.85$
因此，该算法可解决的规模 n 约为 **16**（取整数）。

步骤4：比较并说明适宜性

- 时间复杂度为 $O(2^n)$ 的算法可解决的规模约为40，而 $O(n^{10})$ 的算法仅约为16。
- 因此，**时间复杂度为 $O(2^n)$ 的算法更适宜**。理由是：在给定的计算资源下，它能解决更大规模的问题，实用性更强。

生成提示词

请生成一段针对“算法时间复杂度实际规模分析”的教学提示词，要求:

- 以清晰易懂的逻辑，讲解如何根据计算机运算时间、每秒操作数，推导不同时间复杂度（如$O(2^n)$和$O(n^{10})$）下可解决的问题规模n;
- 结合例题（已知计算机连续运算时间10^7秒，每秒执行基本操作10^5次，分析$O(2^n)$和$O(n^{10})$算法的可解规模及适宜性）；
- 突出关键步骤（总操作次数计算、不等式建立、对数/方根运算求解n），语言专业且通俗，适合数据结构初学者理解。