Wprowadzenie do analizy procesów punktowych.

I. Generowanie zbiorów punktowych

1. Wygeneruj 200 punktów rozmieszczonych równomiernie w obszarze prostokątnym używając funkcji **runif()**. Współrzędne prostokąta powinny wynosić: $x \in [0,1]$, $y \in [0,2]$.
2. Wyświetl wygenerowane punkty.

3. W przypadku danych przestrzennych bardzo ważne jest, aby zachować prawdziwe odległości. Dane zostały wygenerowane w obszarze prostokąta, którego wysokość jest dwa razy większa niż szerokość. Należy ustawić skalę tak, aby jednostka na osi X miała taką samą wielkość jak jednostka na osi Y. Stosunek skali osi Y do skali osi X nazywany jest współczynnikiem kształtu lub proporcją obrazu (*aspect ratio*). Dla danych przestrzennych współczynnik ten zawsze powinien wynosić 1:1. Wyświetl wygenerowane punkty w prawidłowej skali. Nanieś kontur prostokąta.

4. Wygeneruj 300 punktów rozmieszczonych równomiernie w okręgu o promieniu 100. Punkty te przypisz zmiennej pod nazwą r_squared. Następnie wygeneruj równomiernie kąty (angle) od 0 do 2π. Oblicz współrzędne x i y za pomocą wzoru:

$$x = \sqrt{r\_squared} * \cos(angle)$$
$$y = \sqrt{r\_squared} * \sin(angle)$$

5. Narysuj okrąg o promieniu 10 używając funkcji **disc()** wraz z wygenerowanymi punktami.
   Aby zrobić to ćwiczenie należy załadować bibliotekę **spatstat**.

II. Testowanie losowości rozmieszczenia punktów

6. Aby sprawdzić, czy punkty z poprzedniego zadania zostały całkowicie przypadkowo rozmieszczone, wykonaj test zliczający ilość punktów w każdym podobszarze. Utwórz obiekt ***planar point pattern*** za pomocą funkcji **ppp()**. Ustaw współrzędne takie jak w poprzednim zadaniu oraz okno jako okrąg o promieniu 10. Wykonaj test używając **quadrat.test(),** którego argumentem będzie utworzony obiekt. Wyświetl oraz wypisz wyniki testu. Na wykresie zobaczysz obserwowaną i oczekiwaną liczbę punktów w każdym kwadracie, a także miarę tego jak ta liczba znajduje się daleko powyżej/poniżej wartości oczekiwanej. Czy **wartość p** *(p-value)* pozwala odrzucić hipotezę zerową o całkowicie losowym rozmieszczeniu punktów?

Proces punktowy Poissona

Podstawowym modelem losowego zbioru punktowego jest **jednorodny proces punktowy Poissona** na płaszczyźnie o natężeniu **λ**, nazywany całkowitą losowością przestrzenną (**Complete Spatial Randomness, CSR**).

Jednorodny proces punktowy o natężeniu λ>0 charakteryzuje się następującymi właściwościami:

- Ilość punktów należąca do podregionu B $N(\boldsymbol{X} \cap B)$ jest zmienną losową Poissona
- Liczba oczekiwana ilości punktów należących do B wynosi :

$$\boldsymbol{E}[N(\boldsymbol{X} \cap B)] = \lambda \,\mathrm{area(B)}$$

- Jeśli podregiony B_1 oraz B_2 są rozłączne, to $N(X \cap B_1)$ oraz $N(X \cap B_2)$ są niezależnymi zmiennymi losowymi.

Jednorodny process Poissona (CSR) jest zwykle przyjmowany jako „model zerowy” . W analizie danych punktowych celem będzie znalezienie hipotezy alternatywnej przeciwko CSR.

Klasycznym testem dla sprawdzenia hipotezy zerowej jest test χ^2 oparty na zliczaniu w kwadratach. Polega ono na podziale okna na równe podobszary i zliczaniu ile punktów przypada na każdy podobszar. W tym przypadku, akceptacja hipotezy zerowej będzie oznaczać, że w każdym podobszarze możemy spodziewać się takiej samej ilości punktów. Aby sprawdzić zgodność obu rozkładów można zastosować **test χ^2 Pearsona**. W każdym obszarze znajduje się obserwowana liczba punktów, liczba wynikająca z modelu oraz reszta Pearsona.

7. Proces punktowy Poissona tworzy zdarzenia zgodnie z rozkładem Poissona z parametrem intensywności określającym oczekiwane zdarzenia na jednostkę powierzchni. Za pomocą funkcji **rpoispp()** biblioteki spatstat, wygeneruj procesy przestrzenne Poissona z podaną intensywnością i oknem, które nie są uzależnione od sumy punktów.
   - Utwórz okrąg o promieniu 10.
   - Aby wygenerować około 500 punktów w okręgu ustaw wartość intensywności λ jako iloraz aproksymowanej ilości punktów przez powierzchnię koła.
   - Wygeneruj losowy wzorzec punktowy Poissona o intensywnosci λ i zadanym oknie. Wyświel otrzymany wynik. Ile punktów otrzymałeś?