

# 有向无环图的(应用) (DAG)

① 网: < 有向图.  
弧上有权值.

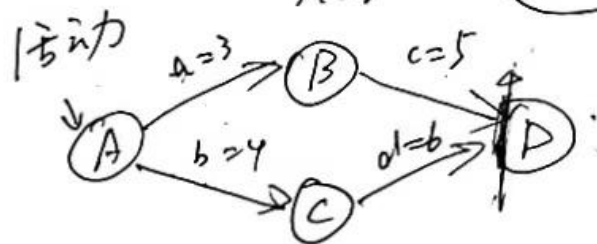
集合中只有部分  
元素可比较

② 拓扑排序:

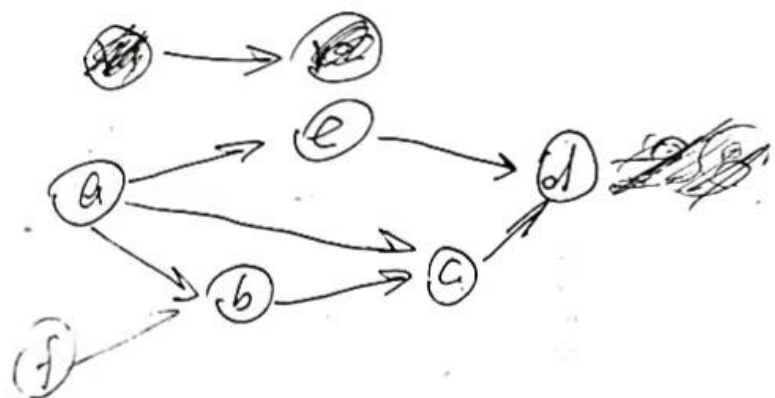
数学定义: 某集合上的一下偏序可以得到该集合的一下全序

数据结构: 从偏序到拓扑全序的操作.

AOV 网: 用(顶点表示活动), 用(弧表示活动间的先后关系), 的(有向图)

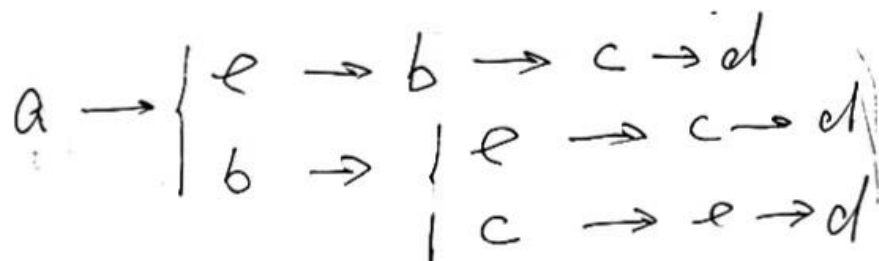


② 构造前序:   
 i> 拓扑排序不唯一  
 ii> 是否带环

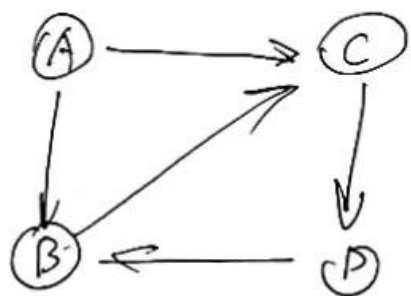


A> 在图中选取了没有前驱的顶点, 且输出 (只有出边, 没有入边)

B> 在图中删除该顶点和所有以它为弧尾的边。  
 (所有的出边)



★ 判断 AOV 网是否带环。



$A \rightarrow \times$

i> 有一子(多个)顶点只有出边, 没有入边  
 ← 确实是起点。

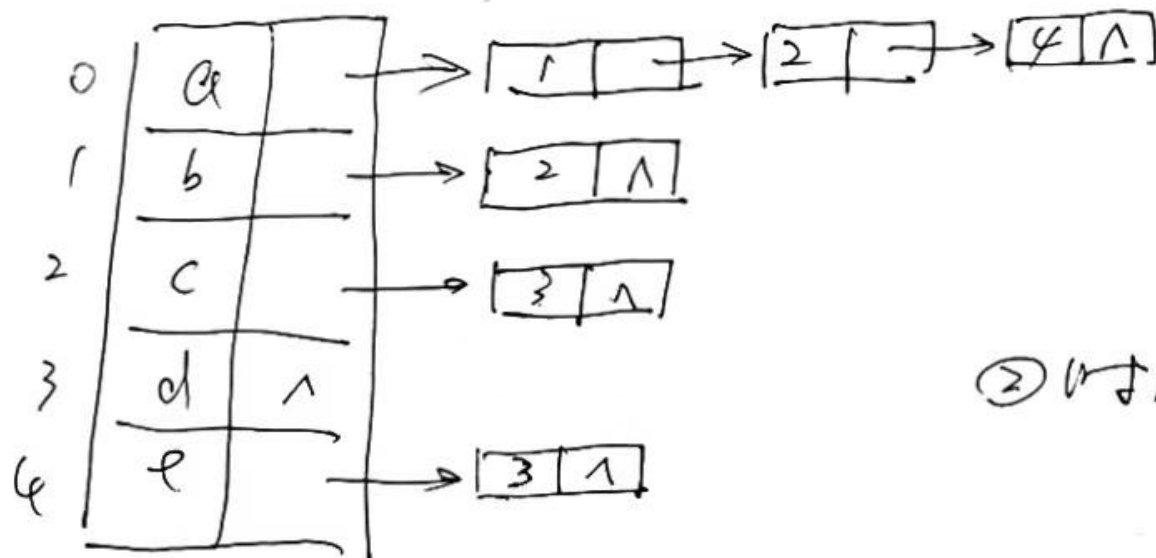
ii> 有一子或(多个)顶点只有入边, 没有出边。

★ 从{右}开始找起:

找不到一子顶点的序列。

拓扑排序的时间复杂度:

1. 存[法]  $\left\{ \begin{array}{l} \text{邻接矩阵 (x)} - \text{稀疏矩阵} \\ \text{邻接表 (✓)} \end{array} \right.$



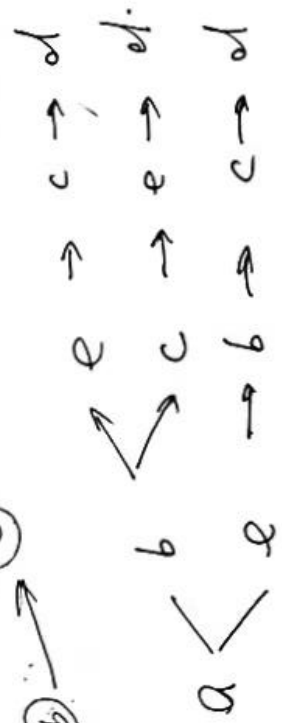
② 时间:  $O(n+e)$

2016-1-7.  
2010-1-8.

未定  
3-2-1

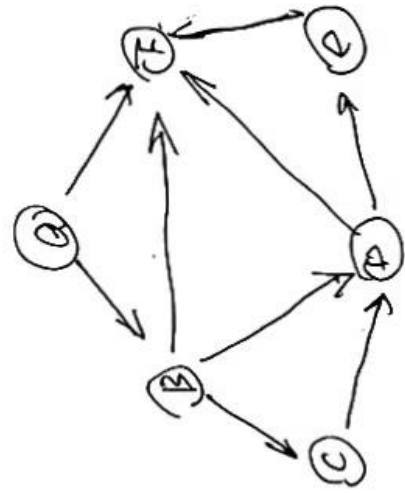


	a	b	c	d	e
a	0	0	1	0	1
b	0	0	1	0	0
c	0	0	0	1	0
d	0	0	0	0	0
e	0	0	0	1	0



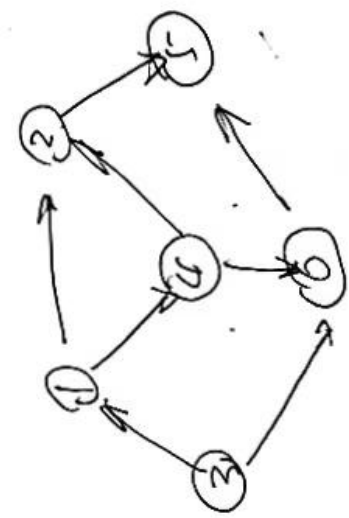
2021-1-7

a → b → c → d → e → f



2014-1-7.

3 → 1 → 4 → 2 → 6 → 5  
3 → 1 → 4 → 6 → 2 → 5

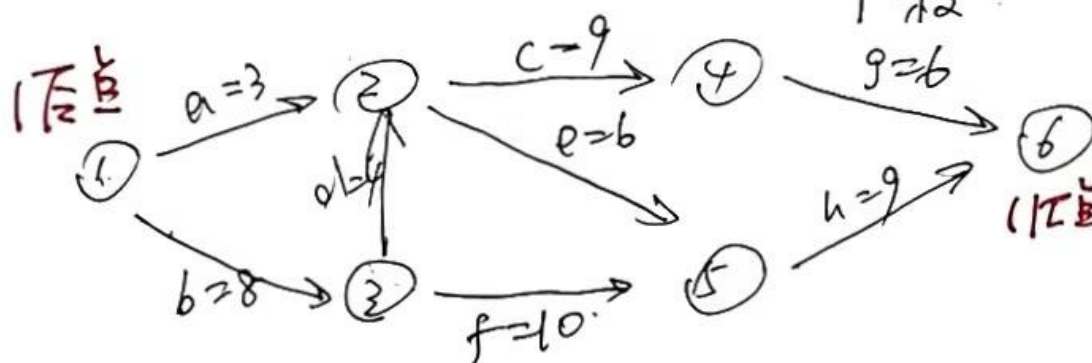


# 关键路径 (AOE网)

1. AOE网 — 用边表示活动的网

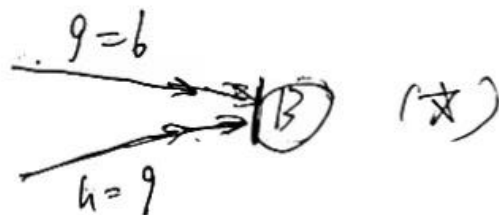
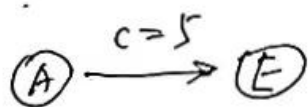
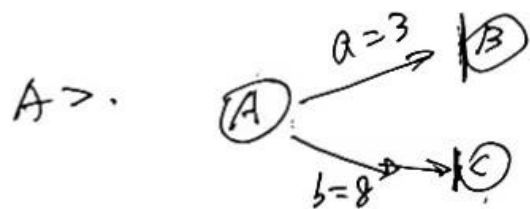
★ 带权的 DAG 图 —

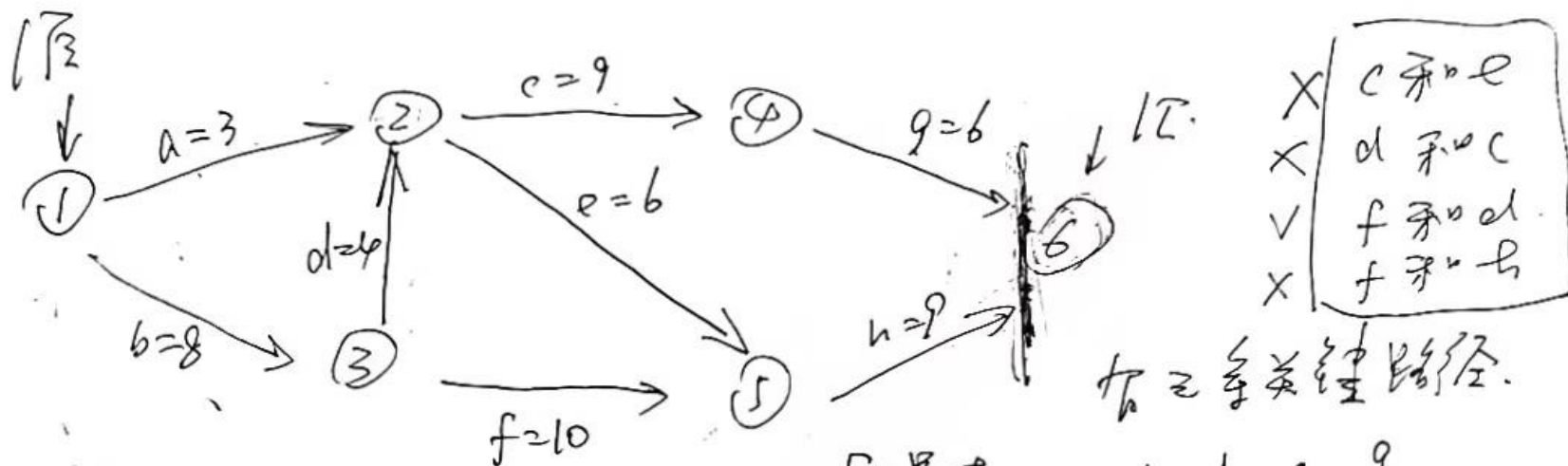
- 顶点表示 事件
- 弧 — 活动
- 权 — 活动的 持续时间



① 关键路径 (7, 4, 2) —

② 权值大的弧是要取的弧





h 是关键路径.

↓ 和值最大.

b d c g  
b d e h  
b f h.

<del>1</del>	<del>a</del>	<del>c</del>	<del>g</del>	<del>18</del>
<del>1</del>	<del>a</del>	<del>e</del>	<del>h</del>	<del>18</del>
b	d	c	g	27
b	d	e	h	27
b	f	h		27

★ 从1/原点到汇点的最长路径长度  
—— 路径上各活动持续时间  
= 和  
—— 一条路和值最大

缩短工期问题:

① 一定是缩短关键路径上的活动工期。

★ 关键路径上的活动缩短工期不必保证  
(一条关键路径) 缩短后是关键路径  $\text{非关键} \leq \text{缩短范围}$   
最长

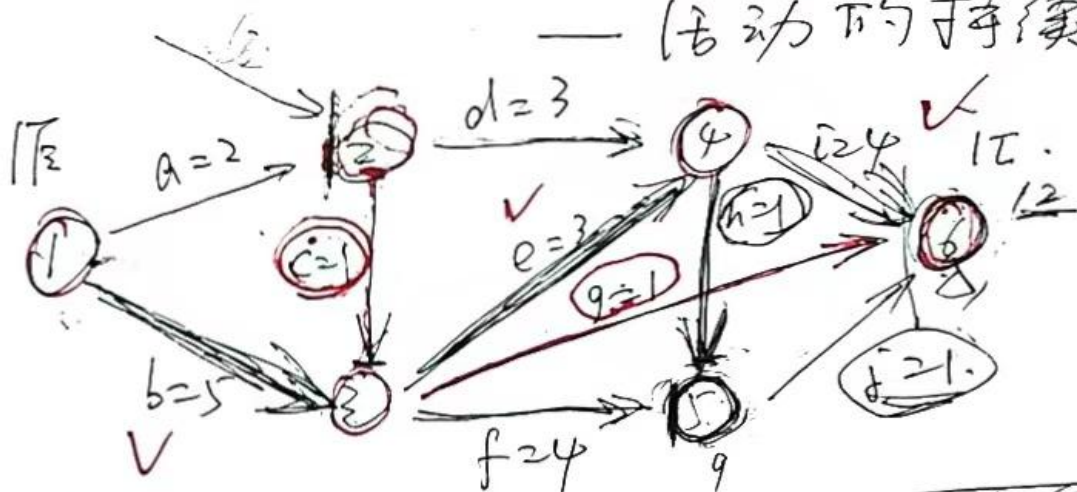
★ 若有多条关键路径，要保证所有关键路径  
(多条关键路径) 上的和值和都变化 ~~不变~~ 并且和值  
和相同



活动时间系数 =  $\frac{\text{结束顶点的最早开始时间}}{\text{开始顶点的最早开始时间}}$

—— 活动的持续时间

—— 活动的持续时间



★ 关键线路的最早开始时间相同

⑥

编号	1	2	3	4	5	6
最早开始	0	2	5	8	9	12
最早结束	0	4	5	8	11	12

开始 c 时系 =  $5 - 2 - 1 = 2$   
 $h = 11 - 8 - 1 = 2$

$g = 12 - 5 - 1 = 6$   
 $j = 12 - 9 - 1 = 2$

a d i — 9  
 a d h j — 7  
 a c e i — 10  
 a c + h j — 8  
 a c g — 4  
 a c f i — 8  
 b f d — 10  
 b g — 6  
 b e i — 12  
 b e h j — 10