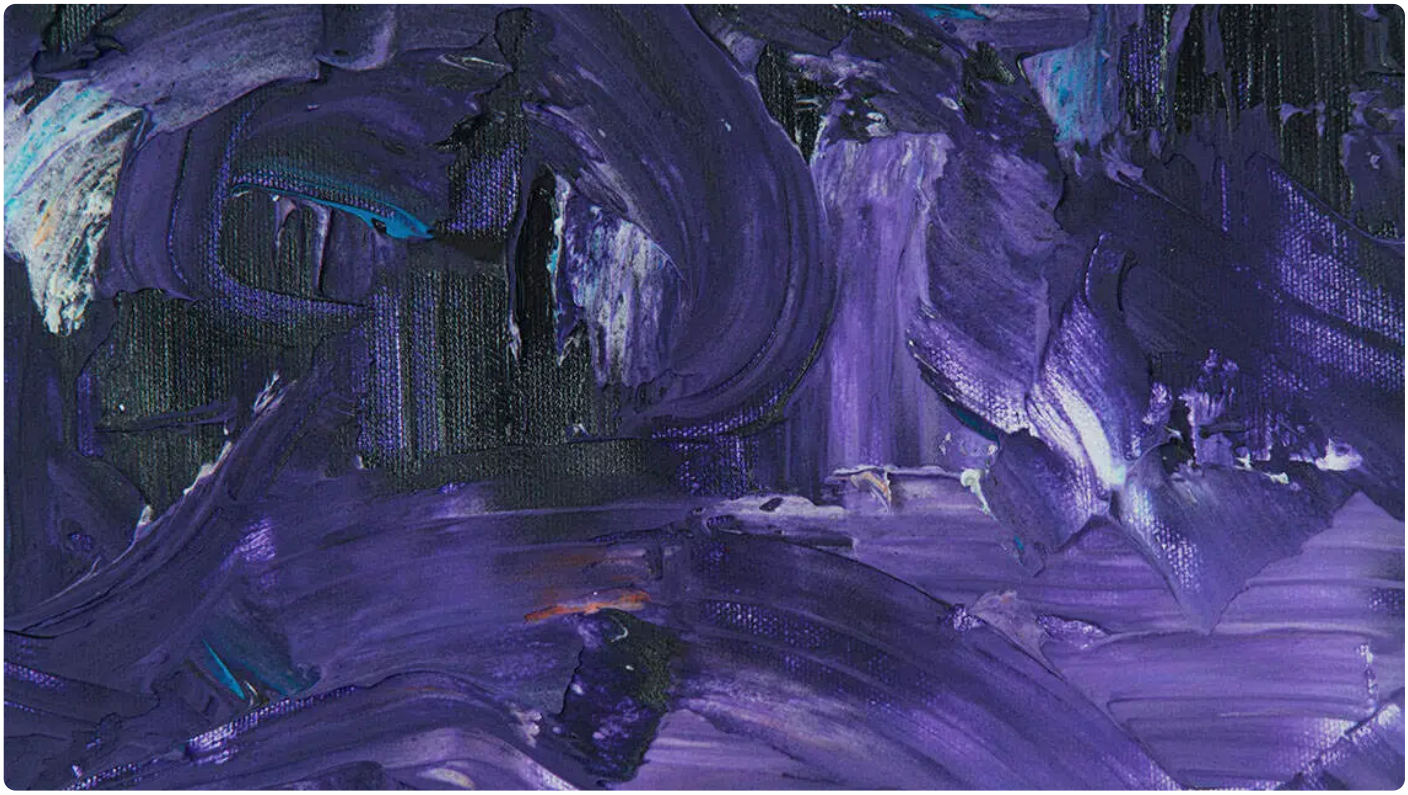
25 | 图的存储（下）：为什么我们还需要邻接多重表和边集数组?

2023-04-10 王健伟 来自北京

《快速上手C++数据结构与算法》



你好，我是王健伟。

上节课我们讲解了用邻接矩阵、邻接表、十字链表进行图的存储，他们都有各自的优点、局限性和所适用的场景。这节课，我就带你学习另外两种图的存储结构，分别是邻接多重表和边集数组。

邻接多重表

邻接多重表是存储**无向图**的另一种**链式**存储结构。换句话说，邻接多重表只适合存储无向图。

使用邻接表存储无向图时，因为对于无向图从顶点 A 到顶点 B 有边，则必然意味着顶点 B 到顶点 A 有边，所以每一条边的存储会用到两个边节点，而且这两个边节点会位于两个不同的链表中（参考上节课的图 3）。

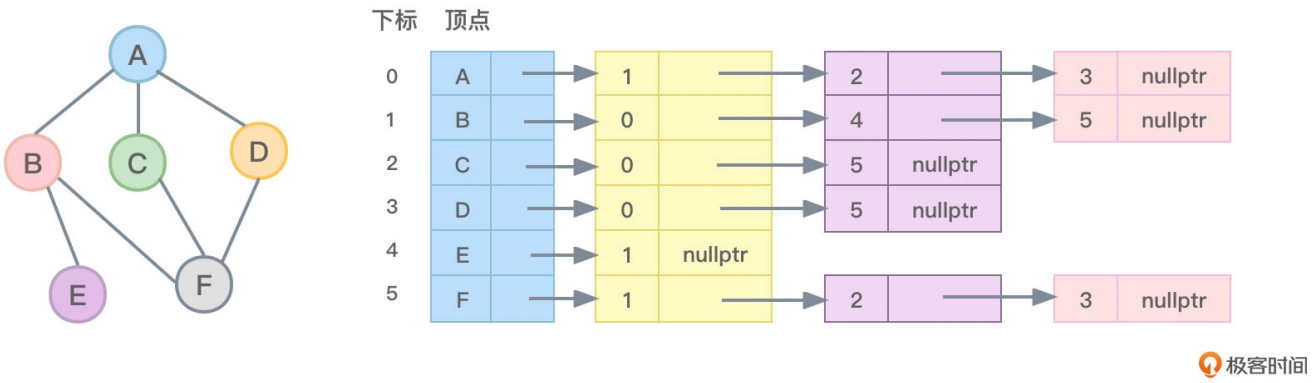


图0 图的存储（上）-图3

这不但造成了存储空间的浪费，也让边的操作更麻烦，比如删除边时必须考虑在两个单链表中都进行删除操作。

所以，在一些场合下，采用邻接多重表来存储就会更加适合，尤其是对于边操作，比如对已经访问过的边做标记，删除边等等，就很合适。

邻接多重表的结构类似十字链表，也分表示边的节点结构和表示顶点的节点结构。表示边的节点结构一般如下定义：

复制代码

```
//表示边的节点结构
struct EdgeNode_adjmt
{
  int iidx; //边的第一个顶点下标
  EdgeNode_adjmt* ilink;//指向下一个依附于iidx所代表的顶点的边

  int jidx; //边的第二个顶点下标
  EdgeNode_adjmt* jlink; //指向下一个依附于jidx所代表的顶点的边
  //int weight; //权值，可以根据需要决定是否需要此字段
};
```


上述结构请注意，**前两个**成员（iidx 和 ilink）是一组，**后两个**成员（jidx 和 jlink）是一组。iidx 和 jidx 表示的是一个顶点，而 ilink 和 jlink 会指向某个边节点，ilink 指向的边节点所代表的边所包括的两个顶点中必定有一个是顶点 iidx。同理，jlink 指向的边节点所代表的边，它包括的两个顶点中也必定有一个是顶点 jidx，后面我会画图进一步描述。

表示顶点的节点结构一般会像下面的代码一样定义。

```
//表示顶点的节点结构
template<typename T>
struct VertexNode_adjmt
{
  T data;     //顶点中的数据
  EdgeNode_adjmt* firstedge; //与该顶点相连的第一条边
};
```

如 11 所示，看一看一个无向图如何用邻接多重表来表示。

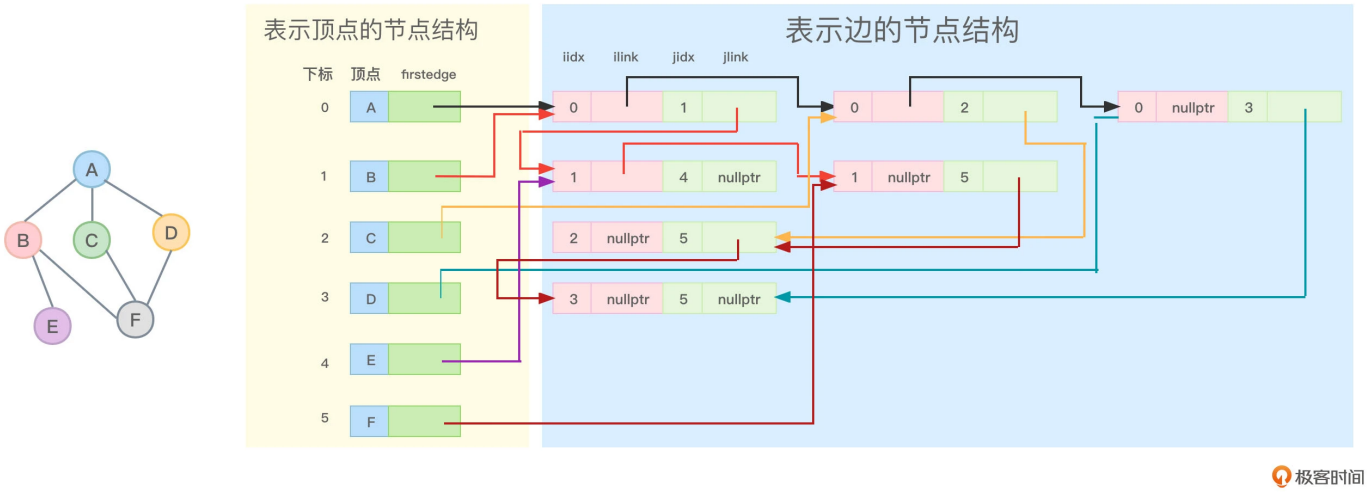


图1 一个无向图对应的邻接多重表

图 1 所示的邻接多重表中有 A、B、C、D、E、F 共 6 个顶点，这 6 个顶点分别存储在一个数组中，数组下标分别为 0、1、2、3、4、5。观察每个顶点，我们尝试找到与每个顶点关联的边。

1. **对于顶点 A，有三条边（“0、1”，“0、2”，“0、3”）与该顶点连接。**因此，让顶点 A 的 firstedge 指针指向这三条边中的任意一条——这里指向“0、1”边节点，然后进行下面的操作。

   对于“0、1”边节点，因为其所对应的结构（EdgeNode_adjmt）的 iidx 成员等于 0，因此，和 iidx 一组的 ilink 指针指向下一个依附于 iidx（下标 0）所代表的顶点的边就可以指

向“0、2”边节点，因为该边节点也有一个顶点下标是 0。

“0、2”边节点的 ilink 指针就可以指向“0、3”边节点，顶点 A 没有其他相关边了，所以“0、3”边节点的 ilink 指针就应该指向 nullptr。

这样看起来，下标 0 所代表的顶点 A 相关的所有边（“0、1”，“0、2”，“0、3”）就链在一起了，把上面的图 1 拆开细分一下，与顶点 A 相关的部分如图 2 所示：

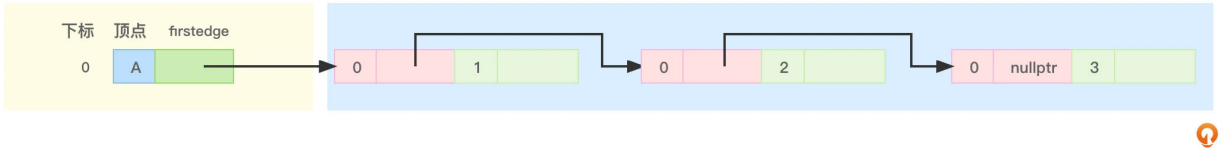


图2 顶点A相关的边节点链在了一起

2. **对于顶点 B，有三条边（“1、0”，“1、4”，“1、5”）与该顶点连接。**但是因为对于无向图来讲，边“1、0”与边“0、1”是同一条边，而边“0、1”刚刚已经绘制过了，因此让顶点 B 的 firstedge 指针指向“0、1”边节点，然后进行下面的操作。

   对于“0、1”边节点，因为其所对应的结构（EdgeNode_adjmt）的 jidx 成员等于 1，因此，和 jidx 一组的 jlink 指针指向下一个依附于 jidx（下标 1）所代表的顶点的边就可以指向“1、4”边节点，因为该边节点也有一个顶点下标是 1。

   “1、4”边节点的 ilink 指针就可以指向“1、5”边节点，顶点 B 没有其他相关边了，所以“1、5”边节点的 ilink 指针就应该指向 nullptr。

这样看起来，下标 1 所代表的顶点 B 相关的所有边（“1、0”，“1、4”，“1、5”）就链在一起了，把上面的图 1 拆开细分一下，与顶点 B 相关的部分如图 3 所示：

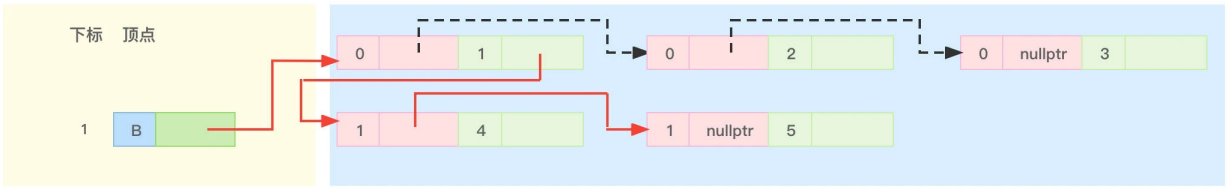


图3 顶点B相关的边节点链在了一起（虚线箭头表示与顶点B无关的一些指针指向）

3. **对于顶点 C，有两条边（“2、0”，“2、5”）与该顶点连接。**但因为对于无向图来讲，边“2、0”与边“0、2”是同一条边，而边“0、2”刚刚已经绘制过了，因此让顶点 C 的 firstedge 指针指向“0、2”边节点，然后进行下面的操作。

   对于“0、2”边节点，因为其所对应的结构（EdgeNode_adjmt）的 jidx 成员等于 2，因此，和 jidx 一组的 jlink 指针指向下一个依附于 jidx（下标 2）所代表的顶点的边就可以指向“2、5”边节点，因为该边节点也有一个顶点下标是 2。

   顶点 C 没有其他相关边了，所以“2、5”边节点的 ilink 指针就应该指向 nullptr。
   这样看起来，下标 2 所代表的顶点 C 相关的所有边（“2、0”，“2、5”）就链在一起了，把上面的图 1 拆开细分一下，与顶点 C 相关的部分如图 4 所示：

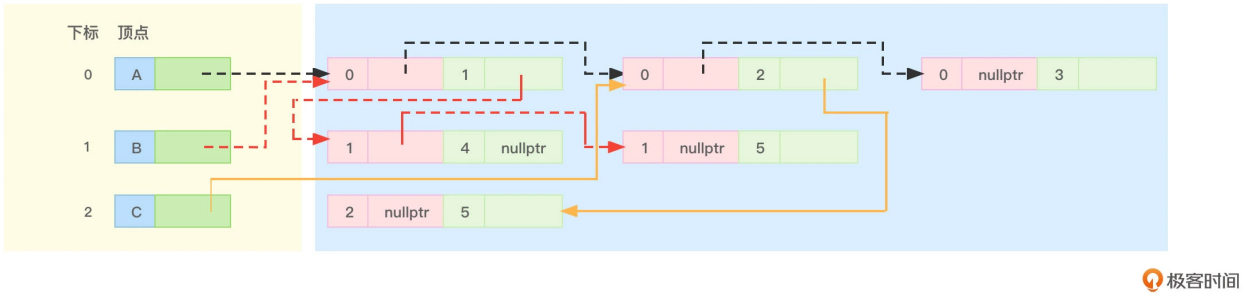


图4 顶点C相关的边节点链在了一起（虚线箭头表示与顶点C无关的一些指针指向）

4. **顶点 D 同 C 类似，有两条边（“3、0”，“3、5”）与该顶点连接。**但因为对于无向图来讲，边“3、0”与边“0、3”是同一条边，而边“0、3”刚刚已经绘制过了，因此让顶点 D 的 firstedge 指针指向“0、3”边节点，然后进行下面的步骤。

   对于“0、3”边节点，因为其所对应的结构（EdgeNode_adjmt）的 jidx 成员等于 3，因此，和 jidx 一组的 jlink 指针指向下一个依附于 jidx（下标 3）所代表的顶点的边就可以指向“3、5”边节点，因为该边节点也有一个顶点下标是 3。

   顶点 D 没有其他相关边了，所以“3、5”边节点的 ilink 指针就应该指向 nullptr。
   这样看起来，下标 3 所代表的顶点 D 相关的所有边（“3、0”，“3、5”）就链在一起了，把上面的图 1 拆开细分一下，与顶点 D 相关的部分如图 5 所示：

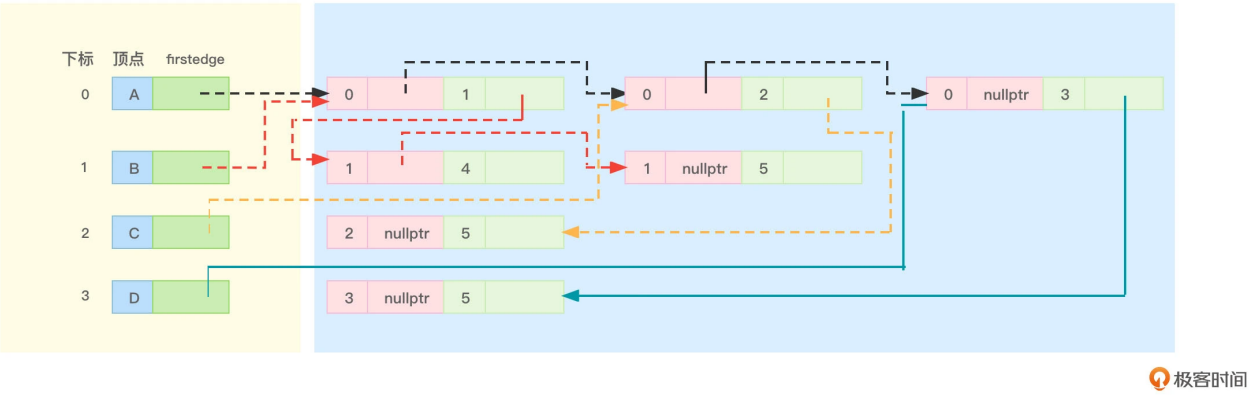


图5 顶点D相关的边节点链在了一起（虚线箭头表示与顶点D无关的一些指针指向）

5. **对于顶点 E，只有一条边（“4、1”）与该顶点连接。**但因为对于无向图来讲，边“4、1”与边“1、4”是同一条边，而边“1、4”前面已经绘制过了，因此让顶点 E 的 firstedge 指针指向“1、4”边节点，然后，对于“1、4”边节点，因为其所对应的结构（EdgeNode_adjmt）的 jidx 成员等于 4，而且，顶点 E 没有其他相关边了，所以和 jidx 一组的 jlink 指针指向下一个依附于 jidx（下标 4）所代表的顶点的边就应该指向 nullptr。

这样看起来，下标 4 所代表的顶点 E 相关的所有边其实只有一条边（“4、1”）就链在一起了，把上面的图 1 拆开细分一下，与顶点 E 相关的部分如图 6 所示：

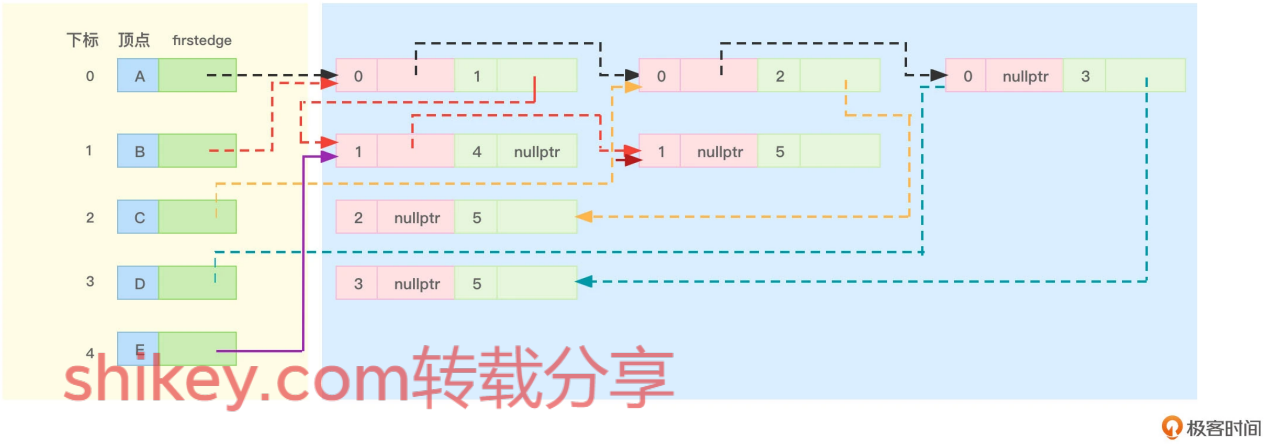


图6 顶点E相关的边节点链在了一起（虚线箭头表示与顶点E无关的一些指针指向）

6. **对于顶点 F，有三条边（“5、1”，“5、2”，“5、3”）与该顶点连接。**但是这三条边（对于无向图其实就是“1、5”，“2、5”，“3、5”三条边）前面都已经绘制过，因此让顶点 F 的 firstedge 指针指向这三条边中的任意一条——这里指向“1、5”边节点，然后进行下面的操作。

对于“1、5”边节点，因为其所对应的结构（EdgeNode_adjmt）的 jidx 成员等于 5，因此，和 jidx 一组的 jlink 指针指向下一个依附于 jidx（下标 5）所代表的顶点的边就可以指向“2、5”边节点，因为该边节点也有一个顶点下标是 5。

“2、5”边节点的 jlink 指针就可以指向“3、5”边节点，顶点 F 没有其他相关边了，所以“3、5”边节点的 jlink 指针就应该指向 nullptr。

这样看起来，下标 5 所代表的顶点 F 相关的所有边（“5、1”，“5、2”，“5、3”）就链在一起了，把上面的图 1 拆开细分一下，与顶点 F 相关的部分如图 7 所示：

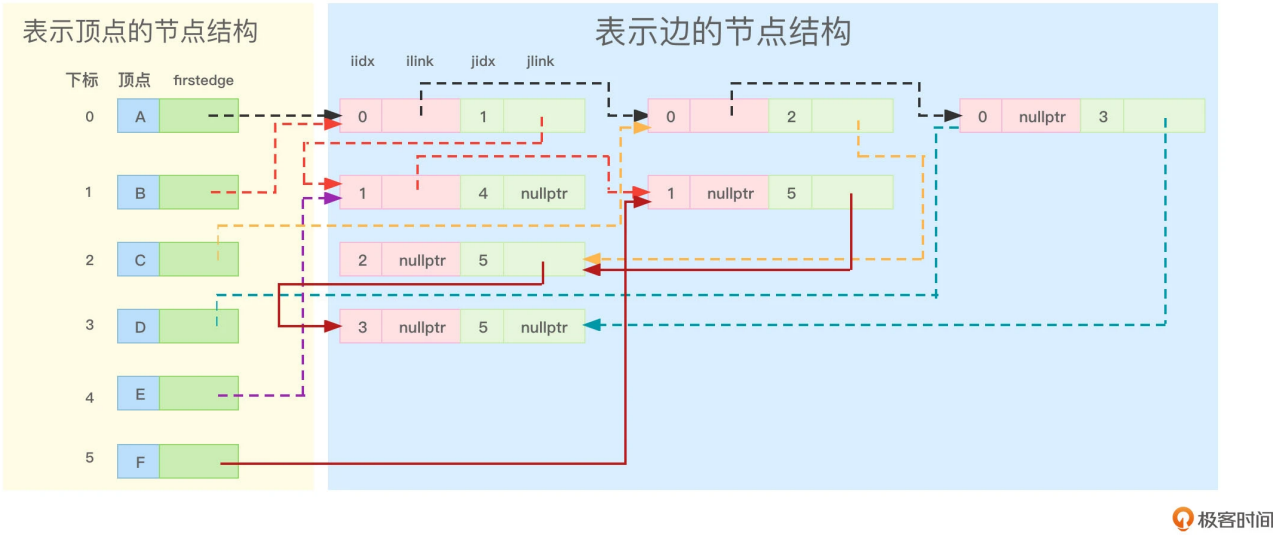


图7 顶点F相关的边节点链在了一起（虚线箭头表示与顶点F无关的一些指针指向）

在邻接多重表中，找到和某个顶点相关联的边是很容易的。同时，每条边的存储只会用到一个边节点，不但节省了存储空间，同时在删除顶点或删除边时，也减少了操作上的复杂性。对于删除边的操作，实现上是比较简单的，而对于删除顶点的操作，也不要忘记删除和对应顶点相关的所有边。

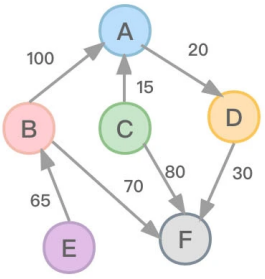
使用邻接多重表存储无向图所需要的空间复杂度是 O(|V|+|E|)。相关代码在这里就不进行实现了，你可以尝试一下是否能够自行实现。

边集数组

边集数组由两个一维数组构成，一个存储顶点信息，另一个存储边信息。边数组的每个元素是一个结构，结构成员包括边的起始顶点下标、边的终止顶点下标、权值。

复制代码

```
//表示边的结构
struct Edge_esa
{
  int beginidx; //边的起始顶点下标
  int endidx; //边的终止顶点下标
  //int weight; //权值，可以根据需要决定是否需要此字段
};
```



下标	0	1	2	3	4	5
顶点数组：	A	B	C	D	E	F

边数组	beginidx	endidx	weight
edges[0]	1	0	100
edges[1]	2	0	15
edges[2]	0	3	20
edges[3]	4	1	65
edges[4]	1	5	70
edges[5]	2	5	80
edges[6]	3	5	30

极客时间

图8一个有向图对应的边集数组

在边集数组中，要计算一个顶点的度需要扫描整个边数组，效率不高。所以边集数组适合需要对边进行依次处理的场合，不太适合对顶点进行操作的场合。

使用边集数组存储图所需要的空间复杂度是 O(|V|+|E|)。相关代码并不复杂，有兴趣的话，你可以自行实现。

小结

这节课，我们继续上节课的内容学习了存储图的 2 个数据结构，分别是邻接多重表、边集数组来存储图。

邻接多重表是用于存储**无向图**的一种**链式**存储结构。比较适合于对边做频繁操作的场合，找到和某个顶点相关联的边是很容易。从编写代码角度来讲有一定的复杂性。

边集数组由两个一维数组构成，一个存储顶点信息，另一个存储边信息。边集数组适合需要对边进行依次处理的场合，不太适合对顶点进行操作的场合。

到这里，我们 5 种存储图的数据结构就讲完了，我把各种图所用到的存储结构的比较信息进行了整理，方便你的查阅和适当的记忆：

1．**邻接矩阵**

空间复杂度：O($|V|^2$)，空间浪费较多。

适用性：稠密图，顶点多，边也多。

找邻边（有公共顶点的两条边）：需要对行或者列进行遍历，具有 O(|V|) 的时间复杂度。

操作便利性：删除边比较容易，删除顶点需要移动许多数据。

2．**邻接表**

空间复杂度：无向图 O(|V|+2|E|)；有向图 O(|V|+|E|)。

适用性：稀疏图（顶点多边较少）。

找邻边：寻找有向图某个顶点的入边（入度）不方便，需要遍历整个邻接表。

操作便利性：删除无向图的边和顶点并不方便。

3．**十字链表**

空间复杂度：O(|V|+|E|)。

适用性：有向图。

找邻边：很容易。

操作便利性：操作比较便利，编程较复杂。

4．**邻接多重表**

空间复杂度：O(|V|+|E|)。

适用性：无向图。

找邻边：很容易。

操作便利性：操作比较便利，编程较复杂。

5．**边集数组**

空间复杂度：O(|V|+|E|)。

适用性：有向图、无向图。

找邻边：需要遍历整个边数组。

操作便利性：不太适合对顶点进行操作的场合。操作比较便利，编程较简单。

相信通过两节课的拆解，你一定对它们有了更全面、更扎实的了解。下节课，我们就看一看图的遍历问题。

课后思考

你能参照邻接表存储图的实现代码，完成邻接多重表和边集数组存储图的实现代码吗？

欢迎你在留言区分享自己的思考，如果觉得有所收获，也可以把课程分享给更多的朋友一起学习。我们下节课见！

精选留言

> 由作者筛选后的优质留言将会公开显示，欢迎踊跃留言。