**关于幻方的认识**

**一、什么叫幻方**

　过去，幻方仅作为一种游戏，在现代，幻方在计算机程序设计、图论、人工智能、组合分析等方面有广泛的应用。把一些有规律的数填在纵横格数都相等的正方形图内，使每一行、每一列和每一条对角线上各个数之和都相等。这样的方阵图叫做幻方。幻方也就是数据结构中的魔方。幻方又分为奇数阶幻方和偶数阶幻方。奇数阶幻方是指横行、竖列都是奇数的方阵图。偶数阶幻方是指横行、竖列都是偶数的方阵图。

**二、奇数阶幻方**

**奇数阶幻方最经典的填法是罗伯特法(也有人称之为楼梯法)。填写方法是这样：在第一行居中的方格内放1，依次向右上方填入2、3、4…，如果右上方已有数字，则向下移一格继续填写。**

(1) 将1放在第一行中间一列；

(2) 从2开始直到n×n止各数依次按下列规则存放：按 45°方向向右上方行走，每一个数存放的行比前一个数的行数减1，列数加1。

(3) 如果行列范围超出矩阵范围，则回绕。例如：1在第1行，则2应放在最下一行，列数同样加1；

(4) 如果按上面规则确定的位置上已有数，或上一个数是第1行第n列时，则把下一个数放在上一个数的下面。

**例：3阶幻方**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 8 | 1 | 6 |
| 3 | 5 | 7 |
| 4 | 9 | 2 |

**例：5阶幻方**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 17 | 24 | 1 | 8 | 15 |
| 23 | 5 | 7 | 14 | 16 |
| 4 | 6 | 13 | 20 | 22 |
| 10 | 12 | 19 | 21 | 3 |
| 11 | 18 | 25 | 2 | 9 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 15 | 6 | 25 | 16 | 3 |
| 4 | 12 | 19 | 8 | 22 |
| 21 | 9 | 13 | 17 | 5 |
| 2 | 18 | 7 | 14 | 24 |
| 23 | 20 | 1 | 10 | 11 |

**罗伯特法总结：**

1居上行正中央，依次斜填右上方，上出框往下填，

右出框左边放，排重便在下格填，右上排重一个样。

**三、偶阶幻方**

**1、双偶阶幻方**

四阶幻方，八阶幻方,....,4m阶幻方。  
**采用对称元素交换法：**将幻方等分成m×m个4阶幻方，将各4阶幻方中对角线上的方格内数字与n阶(n=4×m)幻方内以中心点为对称点的对角数字进行交换。

首先，把数1到n×n按从上至下，从左到右顺序填入矩阵，然后将方阵的所有4×4子方阵中的两对角线上位置的数关于方阵中心作对称交换，即a(i,j)与a(n-1-i,n-1-j)交换，所有其它位置上的数不变。或者将对角线不变，其它位置对称交换也可。

1) 把自然数依次排成方阵,  
2) 把幻方划成4\*4的小区,每个小区划对角线,  
3) 把这些对角线所划到的数,保持不动,  
4) 把没划到的数,按幻方的中心,以中心对称的方式,进行对调。

**例：4阶幻方**

第一步，先把1放在4阶幻方4个角的任意一个角格，按同一个方向按顺序依次填写其余数。如下所示：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 | 16 |

第二步，进行对称交换（有两种对称交换的方法）。

方法一：以中心点对称交换对角线上的数（即1-16、4-13、6-11、7-10互换），完成幻方，幻和值34。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 | 16 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 16 | 2 | 3 | 13 |
| 5 | 11 | 10 | 8 |
| 9 | 7 | 6 | 12 |
| 4 | 14 | 15 | 1 |

方法二：以中心点对称交换非对角线上的数（即2-15、3-14、5-12、8-9互换），完成幻方，幻和值34。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 | 16 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 15 | 14 | 4 |
| 12 | 6 | 7 | 9 |
| 8 | 10 | 11 | 5 |
| 13 | 3 | 2 | 16 |

## 2、单偶阶幻方

六阶幻方，十阶幻方,....,4K+2阶幻方。将n阶单偶幻方表示为4m+2阶幻方。将其等分为四分，成为如下图所示A、B、C、D四个 2m+1阶奇数幻方，相当于分成A、B、C、D四个象限。

A C  
D B

Ａ用1至(2m+1)2填写成(2m+1)2阶幻方；

B用(2m+1)2+1至2\*(2m+1)2填写成2m+1阶幻方；

C用2\*(2m+1)2+1至3\*(2m+1)2填写成2m+1阶幻方；

D用3\*(2m+1)2+1至4\*(2m+1)2填写成 2m+1阶幻方；

**例：6阶幻方**

将n阶单偶幻方表示为4m+2阶幻方。将其等分为四分，成为如下图所示A、B、C、D四个2m+1阶奇数幻方。

A C

D B

A用1至2m+1填写成(2m+1)2阶幻方；

B用(2m+1)2+1至2\*(2m+1)2填写成2m+1阶幻方；

C用2\*(2m+1)2+1至3\*(2m+1)2填写成2m+1阶幻方；

D用3\*(2m+1)2+1至4\*(2m+1)2填写成2m+1阶幻方；

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 19 | 20 | 21 |
| 4 | 5 | 6 | 22 | 23 | 24 |
| 7 | 8 | 9 | 25 | 26 | 27 |
| 28 | 29 | 30 | 10 | 11 | 12 |
| 31 | 32 | 33 | 13 | 14 | 15 |
| 34 | 35 | 36 | 16 | 17 | 18 |

在A每行取m个小格（中心格及一侧对角线格为必换格，其余m-1格只要不是另一侧对角线格即可），也就是说在A中间一行取包括中心格在内的m个小格，其他行左侧边缘取m个小格，将其与D相应方格内交换；B与C任取m-1列相互交换。

6阶幻方就是4\*1+2，那么m就是1。在A中间一行取中心格1个小格，其他行左侧边缘取1个小格，将其与D相应方格内交换；B与C接近右侧m-1列相互交换（6阶幻方m-1=0，则不用互换）。

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 8 | 1 | 6 | 26 | 19 | 24 |
| 3 | 5 | 7 | 21 | 23 | 25 |
| 4 | 9 | 2 | 22 | 27 | 20 |
| 35 | 28 | 33 | 17 | 10 | 15 |
| 30 | 32 | 34 | 12 | 14 | 16 |
| 31 | 36 | 29 | 13 | 18 | 11 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 35 | 1 | 6 | 26 | 19 | 24 |
| 3 | 32 | 7 | 21 | 23 | 25 |
| 31 | 9 | 2 | 22 | 27 | 20 |
| 8 | 28 | 33 | 17 | 10 | 15 |
| 30 | 5 | 34 | 12 | 14 | 16 |
| 4 | 36 | 29 | 13 | 18 | 11 |