

# 「小公式」平均数与级数

原创 夕小瑶 夕小瑶的卖萌屋 2018-06-12

喵喵喵，小夕最近准备复习一下数学和基础算法，所以可能会推送或者附带推送点数学和基础算法的小文章。说不定哪天就用（考）到了呢(¬\_¬)

注意哦，与头条位的文章推送不同，「小公式」和「小算法」中的标题之间可能并无逻辑关联，因此可以看作是罗列小知识点，说不定这些小知识点就能带来一些小灵感呢。

## 平均数

### 调和平均数

调和平均数（Harmonic Mean）是将数值个数除以数值倒数的总和，一组正数 $x_1, x_2 \dots x_n$ 的调和平均数 $H$ 其计算公式为：

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

调和平均数可以用在相同距离但速度不同时，平均速度的计算；如一段路程，前半段时速60公里，后半段时速30公里（两段距离相等），则其平均速度为两者的调和平均数40公里。

再比如，在机器学习的分类问题中，数据集不均衡时时常用到F1-measure作为评价指标，其中F1就是精确率P和召回率R的调和平均数，即

$$F1 = \frac{2 \cdot P \cdot R}{P + R}$$

“调和”名字的来源见下面的“调和级数”章节。

### 算术平均数

平时说的平均数的学名叫算术平均数(Arithmetic mean),是表征数据集中趋势的一个统计指标。它是一组数据之和除以这组数据个数/项数。一组正数 $x_1, x_2 \dots x_n$ 的算术平均数 $A$ 的计算公式为：

$$A = \frac{x_1 + x_2 \dots + x_n}{n}$$

算术平均数在统计学上的优点是它较中位数、众数更少受到随机因素影响，缺点是它更容易受到极端值影响。

### 几何平均数

几何平均数（Geometric mean）主要用于计算数据平均增长（变化）率，其计算公式为

$$G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdots x_n}$$

### 平方平均数

平方平均数（Quadratic mean），简称方均根（Root Mean Square，缩写为 RMS），计算公式为

$$Q = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n}}$$

## 级数

### 高中的等比数列

今天还看了会级数，来个最简单有趣的公式吧。想一想，给你一个数A，并且 $0 < A < 1$ ，那么级数 $S = \sum_{i=0}^{\infty} A^i$ （其实就是高中所谓的等比序列的和）等于（收敛到）多少呢？

我们把S展开，即

$$S = 1 + A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5 + A^6 + \dots \quad (1)$$

那么当然有

$$AS = A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5 + A^6 + \dots \quad (2)$$

然后(2)-(1)即得

$$S - AS = 1$$

当然，这一步操作可以进行的前提是级数S是收敛的，否则AS比S多出来的那个 $A^{N+1}$ 就不能被忽略了。

所以

$$S = \frac{1}{1 - A}$$

### 调和数列

调和级数（英语：Harmonic series）是一个发散的无穷级数，表达式为：

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$$

“调和数列”的名字来源于泛音及泛音列（泛音列与调和级数英文同为harmonic series）。一条振动的弦的泛音的波长依次是基本波长的1/2、1/3、1/4……等等。调和序列中，第一项之后的每一项都是相邻两项的调和平均数。

### 欧拉常数

欧拉常数即

$$H_N = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \approx \log_e N$$

这个近似式趋向于 0.57721566。

参考文献：wiki百科

哈？结束啦？ 嗯，就是这么短 (ノ ◡ ッ) っ

(Ps: 微信什么时候支持LaTeX公式哇，每次都要转图片麻烦的想爆炸QAQ)

蟹蟹你o(≧v≦)o



微信支付



Transfer to 夕小瑶

声明：pdf仅供学习使用，一切版权归原创公众号所有；建议持续关注原创公众号获取最新文章，学习愉快！