第六次习题课

知识点

1.逆序数的定义。奇排列，偶排列。

2.行列式的定义：$\det A=\sum(-1)^{\tau(j_1j_2\cdots j_n)}a_{1j_1}a_{2j_2}\cdots a_{nj_n}$。

3.n 阶行列式 $D=|a_{ij}|$ 的一般项可以记为 $(-1)^{\tau(i_1i_2\cdots i_n)+\tau(j_1j_2\cdots j_n)}a_{i_1j_1}a_{i_2j_2}\cdots a_{i_nj_n}$

4.设 $A=(a_{ij})$ 是 n 阶方阵，则 $\det A=\sum(-1)^{\tau(i_1i_2\cdots i_n)+\tau(j_1j_2\cdots j_n)}a_{i_1j_1}a_{i_2j_2}\cdots a_{i_nj_n}$，其中 $i_1i_2\cdots i_n$ 是一个取定的 n 级排列，$j_1j_2\cdots j_n)$ 取遍 n 级排列。（或者 $j_1j_2\cdots j_n$ 是一个取定的 n 级排列，$i_1i_2\cdots i_n)$ 取遍 n 级排列）

5.伴随矩阵。性质：

(1) 对任意 n 阶方阵：$AA^*=|A|E=A^*A.|AA^*|=||A|E|=|A|^n|E|=|A|^n$.

6.设 A 是 n 阶方阵，若 $|A|\neq 0$, 则称 A 非奇异。若 $|A|=0$, 则称 A 为奇异矩阵。

7.n 阶矩阵 A 可逆的充要条件是 A 为非奇异矩阵。$A^{-1}=\frac{1}{|A|}A^*$。对于二阶可逆矩阵 $A=\begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix},|A|\neq 0$，则 $A^{-1}=\frac{1}{|A|}\begin{bmatrix}d&-b\\-c&a\end{bmatrix}$.

8.克莱姆法则：$A_{n\times n}X=\beta$ 系数行列式 $\det A\neq 0$ 时，方程组 $AX=\beta$ 恰有唯一解

$$x_j=\frac{\det A_j}{\det A},j=1,2,\cdots,n$$

其中 A_j 是把系数矩阵 A 的第 j 列 α_j 换为常数项 β 后得到的方阵。