《第2次线性代数》- 答案

1. $\begin{pmatrix} -2a+3 & -2+3a & -2a \\ -2+3b & -2b+3 & 2 \end{pmatrix}$

2. 令 $A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$，则原式 $=A\cdot B\cdot C$

$B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

$A\cdot B=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$

$(A\cdot B)\cdot C=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$

$C=\begin{pmatrix} +1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

3. 课本 P108 3.(3)、(4)、(5)

注：(5) × 例 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\beta=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $A\cdot\beta=0$，但 $A\neq 0$

4. α为三维列向量，可设 $\alpha=[x_1\ x_2\ x_3]^T$

由题：$\alpha\cdot\alpha^T=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}[x_1\ x_2\ x_3]=\begin{bmatrix} x_1^2 & x_1x_2 & x_1x_3 \\ x_2x_1 & x_2^2 & x_2x_3 \\ x_3x_1 & x_3x_2 & x_3^2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

$\alpha^T\cdot\alpha=[x_1\ x_2\ x_3]\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}=x_1^2+x_2^2+x_3^2=1+1+1=3$

注：看一下群文件下第2次习题课考研例题中的第一题.

5. 课本 P198. 5

6. $A^2=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$，$A^2-2A+3I_3=\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ -1 & -2 & 7 \end{bmatrix}$

7. 设 B与A可交换，则：$AB=BA$

设 $B=\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$

$A\cdot B=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} d & e & f \\ g & h & i \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$B\cdot A=\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ 0 & d & e \\ 0 & g & h \end{bmatrix}$

$AB=BA$ 即：$\begin{bmatrix} d & e & f \\ g & h & i \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ 0 & d & e \\ 0 & g & h \end{bmatrix}$ $\therefore$ $d=0$ $a=e$ $b=f$；$g=0$ $h=d=0$ $i=e=a$；$0=0$ $g=0$ $h=0$

$\therefore B=\begin{bmatrix} a & b & c \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$，其中 $a\in R, b\in R, c\in R$.

8. 略 8.

9. $2A-3B=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 1 & 5\\ -6 & -7 & 0 & -2\\ -4 & -1 & 5 & -6\end{bmatrix}$

10. 都有....

$A\cdot B=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 3 & 4\end{bmatrix}$ $B\cdot A=\begin{bmatrix}-2 & 0 & -2\\ 0 & 4 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{bmatrix}$

11. AC：无

BC：有 2×3

ABC：先判断AB：有，再判断ABC：有，3×3

AB-BC：AB：3×3，BC：2×3，∴AB-BC无意义

12. (1) √ (2) × (3) × 矩阵大小不一 (4) ×，列≠行

13. $A^2=\begin{bmatrix}0 & 0 & 2\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$，$A^3=0$ (3阶0矩阵)

看一下群文件第2次习题课考研例题第2题

14. 步骤同第4题 $\alpha^T\beta=1+4+9=14$

$(\alpha^T\beta)^2=14^2=196$