

第十次习题课 群文件《期中 & 期末试题》

考研例题—特征值

1. 求矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \\ 6 & 3 & 9 \end{bmatrix}$ 的特征值与特征向量。

2. 已知 $a \neq 0$, 求矩阵

$$\begin{bmatrix} 1 & a & a & a \\ a & 1 & a & a \\ a & a & 1 & a \\ a & a & a & 1 \end{bmatrix}$$

的特征值、特征向量。

3. 抽象矩阵 1

设 A 是三阶矩阵, 且矩阵 A 的各行元素之和均为 5, 则矩阵 A 必有特征向量_____。

4. 抽象矩阵 2

已知 A 是 3 阶矩阵, 如果非齐次线性方程组 $Ax = b$ 有通解 $5b + k_1\eta_1 + k_2\eta_2$, 其中 η_1, η_2 是 $Ax = 0$ 的基础解系, 求 A 的特征值和特征向量。

5. 抽象矩阵 3

设 A 为 3 阶方阵, 且 $|A - 2E| = |A + 2E| = |A - E| = 0$, 则 $|3A^* - 2A^{-1}| =$ _____。

考研例题—实对称矩阵

6. 设 A 是 3 阶实对称矩阵, 秩 $r(A) = 2$, 若 $A^2 = A$, 则 A 的特征值是_____。

7. n 阶矩阵

$$A = \begin{bmatrix} a & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & a & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & a & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & a \end{bmatrix}$$

则 $r(A) =$ _____。

8. 设 α 为 n 维单位列向量, E 为 n 阶单位矩阵, 则

A. $E - \alpha\alpha^T$ 不可逆

B. $E + \alpha\alpha^T$ 不可逆

C. $E + 2\alpha\alpha^T$ 不可逆

D. $E - 2\alpha\alpha^T$ 不可逆

期末试题

9. 期末 2015-2016 三 2.

设 3 阶实对称矩阵 A 的特征值为 $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = \lambda_3 = 1$, 对应于 λ_1 的特征向量 $\alpha_1 = (0, 1, 1)^T$ 。

(1) 求 A 对应于特征值 1 的特征向量;

(2) 求 A ;

(3) 求 A^{2016} 。

10. 期末 2016-2017 — 4.

设 $\alpha_1 = (a, 1, 1)^T, \alpha_2 = (1, b, -1)^T, \alpha_3 = (1, -2, c)^T$ 是正交向量组, 则 $a + b + c =$ _____。

11. 期末 2016-2017 — 5.

设 3 阶实对称矩阵 A 的特征值分别为 1, 2, 3 对应的特征向量分别为 $\alpha_1 = (1, 1, 1)^T, \alpha_2 = (2, -1, -1)^T, \alpha_3$, 则 A 的对应于特征值 3 的一个特征向量 $\alpha_3 =$ _____。