

## 第五次习题课 知识点

1. 余子式、代数余子式、行列式的定义以及求法。

2. 特殊行列式:

下(上)三角矩阵是主对角线上元素的乘积。

对角阵的行列式是主对角线上元素的乘积。

反三角行列式是反对角线上元素的乘积乘  $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$

3. 行列式的存在唯一性质。

(1) 线性性质。

(2) 交错性: 如果有两行(列)相同(或成比例), 则行列式为 0。

(3) 单位阵的行列式为 1。

(4) 若行列式其中一行(列)为 0, 则行列式为 0。

4. 行列式的性质:

(1) 方阵  $A$  的第  $i$  行乘以常数  $k$ , 得到的矩阵为  $E(i(k))A$ , 则  $\det E(i(k))A = k \det A$ 。

(2) 交换方阵  $A$  的第  $i$  行与第  $j$  行, 得到的矩阵为  $E(ij)A$ , 则  $\det E(ij)A = \det E(ij) \det A = -\det A$ 。

(3) 方阵  $A$  的第  $j$  行的  $l$  倍加到第  $i$  行, 得到的矩阵为  $E(ij(l))A$ , 则  $\det E(ij(l))A = \det E(ij(l)) \det A = \det A$

5. 设  $A = (a_{ij})$  是  $n$  阶方阵,  $A_{ij}$  是  $a_{ij}$  的代数余子式, 则

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} A_{sj} = \begin{cases} \det A & i = s \\ 0 & i \neq s \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} A_{is} = \begin{cases} \det A & j = s \\ 0 & i \neq s \end{cases}$$

6. 范德蒙行列式

7. 假设  $A, B$  都是  $n$  阶方阵, 则  $|AB| = |A||B| = |B||A| = |BA|$

8. 设  $A$  是分块的上三角矩阵, 其中对角线上都是方阵, 则  $A$  的行列式等于对角线行列式的乘积。