

## 第六次习题课 群文件《期中 & 期末试题》

### 期中试题

1.期中 2015-2016 一 2.

设  $f(x) = \begin{vmatrix} 2x & x & 1 & 2 \\ 1 & x & 1 & -1 \\ 3 & 2 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix}$ , 则  $x^3$  的系数为\_\_\_\_\_。

2.期中 2015-2016 一 5.

若  $A$  为 4 阶方阵,  $A^*$  为  $A$  的伴随矩阵,  $|A| = \frac{1}{2}$ , 则  $\left| \left( \frac{1}{4}A \right)^{-1} - A^* \right| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3.期中 2015-2016 一 6. 设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ , 则  $(A^*)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4.期中 2015-2016 三 1.

设  $A$  可逆, 且  $A^*B = A^{-1} + B$ , 证明  $B$  可逆, 当  $A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  时, 求  $B$ 。

5.期中 2016-2017 一 5.

若  $A$  为 3 阶方阵,  $A^*$  为  $A$  的伴随矩阵,  $|A| = \frac{1}{2}$ , 则  $|(3A)^{-1} - 2A^*| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6.期中 2016-2017 二 5.

若  $\left( \frac{1}{4}A^* \right)^{-1} BA^{-1} = 2AB + I$ , 且  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , 求  $B$ 。

7.期中 2016-2017 三 2.

已知  $A = (a_{ij})$  是三阶的非零矩阵, 设  $A_{ij}$  是  $a_{ij}$  的代数余子式, 且对任意的  $i, j$  有  $A_{ij} + a_{ij} = 0$ , 求  $A$  的行列式。

8.期中 2017-2018 二 2.

设  $A, B$  为  $n$  阶可逆方阵, 则  $(AB)^* = B^*A^*$ 。

9.期中 2018-2019 一 2.

设  $A, B$  为 3 阶矩阵, 且  $|A| = 3, |B| = 2, A^*$  为  $A$  的伴随矩阵。

(1) 若交换  $A$  的第一行与第二行得矩阵  $C$ , 求  $|CA^*|$ ;

10.期中 2018-2019 一 3.

已知 3 阶矩阵  $A$  的逆矩阵  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ , 试求伴随矩阵  $A^*$  的逆矩阵。

11.期中 2018-2019 二 1.

若  $n$  阶实矩阵  $Q$  满足  $QQ^T = I$ , 则称  $Q$  为正交矩阵。设  $Q$  为正交矩阵, 则

(1) $Q$  的行列式为 1 或 -1.

(2) 当  $|Q| = 1$  且  $n$  为奇数时, 证明  $|I - Q| = 0$ , 其中  $I$  是  $n$  阶单位矩阵;

(3) $Q$  的逆矩阵  $Q^{-1}$  和伴随矩阵  $Q^*$  都是正交矩阵。

## 期末试题

12.期末 2014-2015 一 2.

设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & t & 4 \end{bmatrix}$ ,  $B$  为 3 阶非零矩阵且  $AB = 0$ , 则  $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13.期末 2014-2015 二.

设多项式  $f(x) = \begin{vmatrix} 2x & 3 & 1 & 2 \\ x & x & -2 & 1 \\ 2 & 1 & x & 4 \\ x & 2 & 1 & 4x \end{vmatrix}$ , 分别求该多项式的三次项、常数项。

14.期末 2014-2015 三.

设  $A$  的伴随矩阵  $A^* = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 8 \end{bmatrix}$ , 且  $ABA^{-1} = BA^{-1} + 3I$ , 求  $B$ 。

15.期末 2014-2015 四.

$\lambda$  为何值时, 方程组  $\begin{cases} 2x_1 + \lambda x_2 - x_3 = 1 \\ \lambda x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 = -1 \end{cases}$  有无穷多组解? 并在有无穷多解时, 写出方程组的通解。

16.期末 2016-2017 一 2.

设  $A$  的伴随矩阵  $A^* = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ , 则  $r(A^2 - 2A) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

17.期末 2016-2017 二 2.

设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B$  为三阶矩阵, 且满足方程  $A^*BA = I + 2A^{-1}B$ , 求矩阵  $B$ 。

18.期末 2017-2018 一 3.

设  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ , 记  $A^*$  是  $A$  的伴随矩阵, 则  $(A^*)^{-1} =$ \_\_\_\_\_。

19.期末 2018-2019 一 1.

设  $A$  为 5 阶方阵满足  $|A| = 2$ ,  $A^*$  是  $A$  的伴随矩阵, 则  $|2A^{-1}A^*A^T| =$ \_\_\_\_\_。

20.期末 2018-2019 一 3.

设  $A$  为  $m$  阶阵, 存在非零的  $m$  维列向量  $B$ , 使  $AB = 0$  的充分必要条件是\_\_\_\_\_。