第五次习题课
群文件《期中 & 期末试题》

期中试题

1.2015-2016 一 1.

已知 $A=\begin{bmatrix}3&0&4&0\\2&2&2&2\\0&-7&0&0\\5&3&-2&2\end{bmatrix}$, 则代数余子式之和 $A_{41}+A_{42}+A_{43}+A_{44}=$______。

2.2015-2016 一 3.

设 a,b,c 满足方程 $\begin{vmatrix}1&a&b&c\\a&1&0&0\\b&0&1&0\\c&0&0&1\end{vmatrix}=1$，则 $abc=$______。

3.2015-2016 一 4.

设 $A=\begin{bmatrix}2&0\\1&4\end{bmatrix}$, 若 $B=2BA-3I$，其中 I 为单位矩阵，则 $|B|=$______。

4.2015-2016 二 1.

计算行列式 $\begin{vmatrix}5&0&4&2\\1&-1&2&1\\4&1&2&0\\1&1&1&1\end{vmatrix}$。

5.2015-2016 二 2.

计算行列式 $\begin{vmatrix}a^2&ab&b^2\\2a&a+b&2b\\1&1&1\end{vmatrix}$。

6.2015-2016 三 2.

设 A 为 n 阶方阵，$AA^T=I$，$|A|<0$，证明:$|A+I|=0$。

7.2016-2017 一 1.

设 M_{ij} 是 $\begin{vmatrix}0&4&0\\2&2&2\\2&0&0\end{vmatrix}$ 的第 i 行第 j 列元素的余子式，则 $M_{11}+M_{12}=$______。

8.2016-2017 一 2.

计算行列式 $\begin{vmatrix}1&1&1&1\\1&2&4&8\\1&3&9&27\\1&4&16&64\end{vmatrix}=$______。

9.2016-2017 二 1.

计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$。

10.2016-2017 二 2.

设 $f(x)=\begin{vmatrix} x-1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & x+1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & x-1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & x+1 \end{vmatrix}$, 求 $f(x)=0$ 的根。

11.2017-2018 一 1.

计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.

12.期中 2017-2018 一 2.

求方程 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & x & 2 & 3 \\ 1 & 2 & x & 2 \\ 0 & 0 & 2 & x \end{vmatrix}=0$ 的根。

13.期中 2017-2018 一 3.

设 $\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4$ 及 β 均为 4 维列向量。4 阶矩阵 $A=[\gamma_1\ \gamma_2\ \gamma_3\ \gamma_4], B=[\beta\ \gamma_2\ \gamma_3\ \gamma_4]$, 若 $|A|=2, |B|=3$，求

(1)$|A+B|$;

(2)$|A^2+AB|$;

14.期中 2018-2019 一 1.

计算行列式 $\begin{vmatrix} b^2+c^2 & c^2+a^2 & a^2+b^2 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$.

15.期中 2018-2019 一 2.

设 A, B 为 3 阶矩阵，且 $|A|=3, |B|=2, A^*$ 为 A 的伴随矩阵。

(2) 若 $|A^{-1}+B|=2$，求 $|A+B^{-1}|$.

16.期中 2018-2019 一 4.

设 n 阶行列式 $D_n(n=1,2,\cdots): D_1=1, D_2=\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}, D_3=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}, D_4=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}, \ldots\ldots, D_n=$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

(1) 给出 D_n, D_{n-1}, D_{n-2} 的关系；

(2) 利用找到的递推关系及 $D_1 = 1, D_2 = 0$, 计算 $D_3, D_4, \cdots, D_8$;

(3) 求 D_{2018}

期末试题

17.期末 2014-2015 一 1.

若已知行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 3 & a \\ 5 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ 的代数余子式 $A_{21} = 1$，则 $a =$______。

18.期末 2014-2015 一 3.

设 3 阶方阵 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 的行列式 $|A| = 3$, 矩阵 $B = (\alpha_2, 2\alpha_3, -\alpha_1)$，则行列式 $|A - B| =$______。

19.期末 2015-2016 一 1.

行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ -1 & 2-a & a & 0 \\ 0 & -2 & 3-a & a \\ 0 & 0 & -3 & 4-a \end{vmatrix} =$______。

20.期末 2015-2016 二 1.

若行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 4 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$，求 $A_{11} + 2A_{21} + A_{31} + 2A_{41}$, 其中 A_{ij} 为元素 a_{ij} 的代数余子式。

21.期末 2016-2017 一 1.

行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & x & y & z \\ x & 1 & 0 & 0 \\ y & 0 & 1 & 0 \\ z & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$______。

22.期末 2016-2017 二 1.

若行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 4 & 6 \\ 0 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$，求 $A_{11} - 2A_{21} + A_{31} - 2A_{41}$, 其中 A_{ij} 为元素 a_{ij} 的代数余子式。

23.期末 2017-2018 一 1.

设 A_{ij} 是三阶行列式 $D=\begin{vmatrix}2&2&2\\1&2&3\\4&5&6\end{vmatrix}$ 第 i 行第 j 列元素的代数余子式，则 $A_{31}+A_{32}+A_{33}=$_______。

24.期末 2017-2018 二 1.

计算行列式 $D=\begin{vmatrix}3&1&-1&2\\-5&1&3&-4\\2&0&1&-1\\1&-5&3&-3\end{vmatrix}$.

25.期末 2018-2019 二 1.

已知 $D=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\-1&2&2&3\\1&4&3&9\\-1&8&5&27\end{vmatrix}$，求 $A_{13}+A_{23}+A_{33}+A_{43}$, 其中 A_{ij} 为元素 a_{ij} 的代数余子式。

26.期末 2019-2020 二 3.

记 $2n$ 阶方阵 $A_n=\begin{bmatrix}a_n&&&&&&&b_n\\&a_{n-1}&&&&&b_{n-1}&\\&&\ddots&&&\iddots&&\\&&&a_1&b_1&&&\\&&&c_1&d_1&&&\\&&\iddots&&&\ddots&&\\&c_{n-1}&&&&&d_{n-1}&\\c_n&&&&&&&d_n\end{bmatrix}$.

(1) 求 $|A_1|,|A_2|$

(2) 求 $|A_n|$。