第四次习题课

群文件《期中 & 期末试题》

期中试题

1.2015-2016 一 7.

设 $A=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\2&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1&1&2&3\\0&1&1&-4\\1&2&3&-1\\2&3&-1&-1\end{bmatrix}$, 则 $ABA^{-1}=$______。

2.期中 2015-2016 一 8.

设 A,B 均为 n 阶方阵，$|A|=2$, 且 AB 可逆，则 $r(B)=$______。

3.2015-2016 二 3.

若 $(2I-C^{-1}B)A^T=C^{-1}$, $B=\begin{bmatrix}1&2&-3&-2\\0&1&2&-3\\0&0&1&2\\0&0&0&1\end{bmatrix}$, $C=\begin{bmatrix}1&2&0&1\\0&1&2&0\\0&0&1&2\\0&0&0&1\end{bmatrix}$, 求 A。

4.2015-2016 二 4.

设 $A=\begin{bmatrix}1&-1&0\\0&1&-1\\0&0&1\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}2&1&3\\0&2&1\\0&0&2\end{bmatrix}$, $A^T(BA^{-1}-I)^TX=B^T$，求 X。

5.2016-2017 二 3.（第二次习题课讲过，自己翻看，不讲）

6.2016-2017 三 1.

设 A 满足 $A^2-2A+4I=0$，证明 $A+I$ 可逆，并求 $(A+I)^{-1}$.

7.2017-2018 一 4.第二次习题课讲过，自己翻看，不讲）

8.2017-2018 二 5.

若 $AB=I$ 且 $BC=I$，其中 I 为单位矩阵，则 $A=C$。

9.2017-2018 二 6.

若 n 阶矩阵 A 满足 $A^3=3A(A-I)$，则 $I-A$ 可逆。

10.2018-2019 一 5.

已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}1&0&0\\1&1&0\\1&1&1\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}0&1&1\\1&0&1\\0&1&0\end{bmatrix}$, 且矩阵 X 满足

$$AXA+BXB=AXB+BXA+I$$

其中 I 为 3 阶单位阵，求 X。

期末试题

11.2014-2015 七 1. 设 A 为 n 阶矩阵，且 $A^2-A-2I=0$。

(2) 证明：矩阵 $A+2I$ 可逆，并求 $(A+2I)^{-1}$。

12.2015-2016 二 2.

已知矩阵 X 满足方程 $X\begin{bmatrix}1&0&-2\\0&1&2\\-1&0&3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1&2&0\\3&0&5\end{bmatrix}$，求矩阵 X。

13.2015-2016 四 1.(1)

设 A 为 n 阶实对称矩阵，且满足 $A^2-3A+2E=0$, 其中 E 为单位矩阵，试证：

(1)$A+2E$ 可逆；

14.2017-2018 二 2.

解矩阵方程 $(2I-B^{-1}A)X^T=B^{-1}$, 其中 I 是 3 阶单位矩阵，X^T 是 3 阶矩阵 X 的转置矩阵，$A=\begin{bmatrix}1&2&-3\\0&1&2\\0&0&1\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1&2&0\\0&1&2\\0&0&1\end{bmatrix}$.

15.2018-2019 二 2.

已知 $A=\begin{bmatrix}1&3&1\\1&1&0\\0&1&1\end{bmatrix}$, 且 X 满足 $AX=X+A$，求 X。

16.2018-2019 四 1.

设 n 阶矩阵 A 满足 $A^2+3A-4I=0$, 其中 I 为 n 阶单位矩阵。

(1) 证明：$A, A+3I$ 可逆，并求他们的逆；

(2) 当 $A\neq I$ 时，判断 $A+4I$ 是否可逆并说明理由。

17.2019-2020 一 3.

记 $A=\begin{bmatrix}0&0&1&2\\0&0&2&3\\1&1&0&0\\2&3&0&0\end{bmatrix}$, 则 A^{-1}______。