第九次习题课
群文件《期中 & 期末试题》

期末试题

1.期末 2014-2015 一 4.

已知 3 阶矩阵 A 的特征值为 $-1, 3, 2$，A^* 是 A 的伴随矩阵，则矩阵 A^3+2A^* 主对角线元素之和为______。

2.期末 2014-2015 一 6.

设 $(1,1,1)^T$ 是矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & a & 2 \\ 2 & 2 & b \end{bmatrix}$ 的一个特征值，则 $a-b=$______。

3.期末 2014-2015 八.

设 3 阶方阵 A 的特征值-1,1 对应的特征向量分别为 α_1, α_2，向量 α_3 满足 $A\alpha_3 = \alpha_2 + \alpha_3$.

(1) 证明：$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关；

(2) 设 $P = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3]$, 求 $P^{-1}AP$。

4.期末 2015-2016 一 4.

已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ a & -2 & 2 \\ 3 & b & -1 \end{bmatrix}$，若 $\alpha = (1,-2,3)^T$ 是其特征向量，则 $a+b=$______。

5.期末 2016-2017 三 1.

令 $\alpha = (1,1,0)^T$, 实对称矩阵 $A = \alpha\alpha_T$.

(1) 把矩阵 A 相似对角化；

(2) 求 $|6I - A^{2017}|$.

6.期末 2017-2018 一 5.

若 3 阶矩阵 A 相似于 B,矩阵 A 的特征值是 1,2,3 那么行列式 $|2B+I| =$______。(其中 I 是 3 阶单位矩阵)

7.期末 2017-2018 三 1.

设 1 为矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & 1 & -1 \\ 1 & 1 & x \end{bmatrix}$ 的特征值，其中 $x > 1$.

(1) 求 x 及 A 的其他特征值。

(2) 判断 A 能否对角化，若能对角化，写出相应的对角矩阵 Λ。

8.期末 2017-2018 四 1.

设 A, B 均为 n 阶方阵，证明：若 A, B 相似则 $|A| = |B|$，举例说明反过来不成立。

9.期末 2018-2019 一 4.

设 $A = (a_{ij})_{3\times3}$，其特征值为 $1, -1, 2$，A_{ij} 是元素 a_{ij} 的代数余子式，A^* 是 A 的伴随矩阵，则 A^* 的主

对角线元素之和即 $A_{11}+A_{22}+A_{33}=$______。

10.期末 2018-2019 四 2.

若同阶矩阵 A 与 B 相似，即 $A \sim B$，证明 $A^2 \sim B^2$。反过来结论是否成立并说明理由。

11.期末 2018-2019 四 3.

设 λ_1,λ_2 是 A 的两个互异的特征值，$\alpha_{11},\cdots,\alpha_{1s}$ 是对应于 λ_1 的线性无关的特征向量，$\alpha_{21},\cdots,\alpha_{2t}$ 是对应于 λ_2 的线性无关的特征向量，证明：向量组 $\alpha_{11},\cdots,\alpha_{1s},\alpha_{21},\cdots,\alpha_{2t}$ 线性无关。

12.期末 2019-2020 一 1.

设 A 是 3 阶方阵，E 是 3 阶单位矩阵，已知 A 的特征值为 $1,1,2$，则 $\left|\left(\left(\frac{1}{2}A\right)^*\right)^{-1}-2A^{-1}+E\right|=$______。

13.期末 2019-2020 一 5.

已知 n 阶方阵 A 对应于特征值 λ 的全部的特征向量为 $c\alpha$, 其中 c 为非零常数，设 n 阶方阵 P 可逆，则 $P^{-1}AP$ 对应于特征值 λ 的全部的特征向量为______。

14.期末 2019-2020 三 2.

已知 3 阶方阵 $A=\begin{bmatrix}-1 & a+2 & 0\\ a-2 & 3 & 0\\ 8 & -8 & -1\end{bmatrix}$ 可以相似对角化且 A 得到特征方程有一个二重根，求 a 的值。其中 $a \le 0$.