第七次习题课

知识点

1.向量：只有一行或一列的矩阵，一般用 α,β,γ 表示。

2.向量空间：由所有的 n 维 (行) 列向量组成的集合称为 n 维向量空间。

3.两个 n 维向量相等，当且仅当他们各个对应分量相等。

4. 零向量：每个分量都为 0。

5.子空间：H 是 R^n 的一个非空子集，如果满足以下条件：

(1). 零向量属于 H。

(2).H 对加法封闭。即 $\alpha,\beta\in H \quad\rightarrow\quad \alpha+\beta\in H$。

(3).H 对数乘封闭。即 $\alpha\in H\ k\in R \quad\rightarrow\quad k\alpha\in H$。

称 H 是 R^n 的一个子空间。

6.线性组合。

7.β 可以由 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 线性表出当且仅当 $r(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)=r(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n,\beta)$。

8.向量组的等价：$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 和 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_t$ 可以相互线性表示，则称 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 和 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_t$ 等价。$r(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s)=r(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s,\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_t)=r(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_t)$

性质：

(1) 自反性：向量组与自身等价。

(2) 对称性。

(3) 传递性。

9.线性相关：对于向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$，如果 $x_1\alpha_1+x_2\alpha_2+\cdots+x_n\alpha_n=0$ 有不全为 0 的解，则称向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 线性相关（$r(A)<n$），否则称 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 线性无关（$r(A)=n$）。

(1)n 个 n 维列向量组线性无关当且仅当 $|A|\neq 0$。

(2)m 个 $n(m>n)$ 维列向量组一定线性相关。

(3) 两个向量线性相关，当且仅当两个向量成比例