\documentclass{article}

\usepackage[space,fancyhdr,fntef]{ctexcap}

\usepackage[namelimits,sumlimits,nointlimits]{amsmath}

\usepackage[bottom=25mm,top=25mm,left=25mm,right=15mm,centering]{geometry}

\usepackage{xcolor}

\usepackage{arydshln}%234页，虚线表格宏包

\pagestyle{fancy} \fancyhf{}

\fancyhead[OL]{~~~班序号：\hfill 学院：\hfill 学号：\hfill 姓名：王松年~~~ \thepage}

%\usepackage{parskip}

%\usepackage{indentfirst}

\usepackage{graphicx}%插图宏包，参见手册318页

\usepackage{mathdots}%反对角省略号

\begin{document}

\newcounter{num} \renewcommand{\thenum}{\arabic{num}.} \newcommand{\num}{\refstepcounter{num}\text{\thenum}}

\hphantom{~~}\hfill {\zihao{3}\heiti 期中2015-2016} \hfill\hphantom{~~}

%期中2015-2016

%期中2015-2016 一1.

\num 已知$A=

\begin{bmatrix}

3 & 0 & 4 & 0 \\

2 & 2 & 2 & 2 \\

0 & -7 & 0 & 0 \\

5 & 3 & -2 & 2 \\

\end{bmatrix}

$,则代数余子式之和$A\_{41}+A\_{42}+A\_{43}+A\_{44}=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期中2015-2016 一2.

\num 设$f(x)=

\begin{vmatrix}

2x & x & 1 & 2\\

1 & x & 1 & -1\\

3 & 2 & x & 1\\

1 & 1 & 1 & x\\

\end{vmatrix}

$，则$x^{3}$的系数为\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期中2015-2016 一3.

\num 设$a,b,c$满足方程

$

\begin{vmatrix}

1 & a & b & c\\

a & 1 & 0 & 0\\

b & 0 & 1 & 0\\

c & 0 & 0 & 1\\

\end{vmatrix}=1

$，则$abc=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期中2015-2016 一4.

\num 设$A=

\begin{bmatrix}

2 & 0 \\

1 & 4

\end{bmatrix}

$,若$B=2BA-3I$，其中$I$为单位矩阵，则$|B|=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期中2015-2016 一5.

\num 若$A$为4阶方阵，$A^{\*}$为$A$的伴随矩阵，$|A|=\dfrac{1}{2}$,则$\left|\left(\dfrac{1}{4}A\right)^{-1}-A^{\*}\right|=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期中2015-2016 一6.

\num 设$A=

\begin{bmatrix}

1 & 0 & 0\\

1 & 1 & 0\\

1 & 2 & 3

\end{bmatrix}

$,则$(A\*)^{-1}=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期中2015-2016 一7.

\num 设$A=

\begin{bmatrix}

1 & 0 & 0 & 0\\

0 & 1 & 0 & 0\\

2 & 0 & 1 & 0\\

0 & 0 & 0 & 1

\end{bmatrix},B=

\begin{bmatrix}

1 & 1 & 2 & 3\\

0 & 1 & 1 & -4\\

1 & 2 & 3 & -1\\

2 & 3 & -1 & -1

\end{bmatrix}

$,则$ABA^{-1}=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期中2015-2016 一8.

\num 设$A,B$均为$n$阶方阵，$|A|=2$,且$AB$可逆，则$r(B)=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期中2015-2016 二1.

\num 计算行列式$

\begin{vmatrix}

5 & 0 & 4 & 2\\

1 & -1 & 2 & 1\\

4 & 1 & 2 & 0\\

1 & 1 & 1 & 1\\

\end{vmatrix}

$。\\

%期中2015-2016 二2.

\num 计算行列式$

\begin{vmatrix}

a^{2} & ab & b^{2}\\

2a & a+b & 2b \\

1 & 1 & 1

\end{vmatrix}

$。\\

%期中2015-2016 二3.

\num 若$(2I-C^{-1}B)A^{T}=C^{-1}$,

$B=

\begin{bmatrix}

1 & 2 & -3 & -2\\

0 & 1 & 2 & -3\\

0 & 0 & 1 & 2\\

0 & 0 & 0 & 1\\

\end{bmatrix},C=

\begin{bmatrix}

1 & 2 & 0 & 1\\

0 & 1 & 2 & 0\\

0 & 0 & 1 & 2\\

0 & 0 & 0 & 1\\

\end{bmatrix}

$,求$A$。\\

%期中2015-2016 二4.

\num 设$

A=

\begin{bmatrix}

1 & -1 & 0 \\

0 & 1 & -1\\

0 & 0 & 1

\end{bmatrix},B=

\begin{bmatrix}

2 & 1 & 3 \\

0 & 2 & 1\\

0 & 0 & 2

\end{bmatrix}

$,$A^{T}(BA^{-1}-I)^{T}X=B^{T}$，求$X$。\\

%期中2015-2016 二5.

\num

\\

%期中2015-2016 三1.

\num 设$A$可逆，且$A^{\*}B=A^{-1}+B$，证明$B$可逆，当$A=

\begin{bmatrix}

2 & 6 & 0 \\

0 & 2 & 6\\

0 & 0 & 2

\end{bmatrix}

$时，求$B$。\\

%期中2015-2016 三2.

\num 设$A$为$n$阶方阵，$AA^{T}=I$，$|A|<0$，证明:$|A+I|=0$。\\

\hphantom{~~}\hfill {\zihao{3}\heiti 期中2016-2017} \hfill\hphantom{~~}

%期中2016-2017 一1.

\num 设$M\_{ij}$是$

\begin{vmatrix}

0 & 4 & 0 \\

2 & 2 & 2\\

2 & 0 & 0

\end{vmatrix}

$的第$i$行第$j$列元素的余子式，则$M\_{11}+M\_{22}=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期中2016-2017 一2.

\num 计算行列式$

\begin{vmatrix}

1 & 1 & 1 & 1 \\

1 & 2 & 4& 8 \\

1 & 3 & 9& 27\\

1 & 4 &16 &64

\end{vmatrix}

=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期中2016-2017 一3.

\num 设方程组$

\begin{cases}

2x\_{1}-x\_{2}+x\_{3}=0\\

x\_{1}+kx\_{2}-x\_{3}=0\\

kx\_{1}+x\_{2}+x\_{3}=0

\end{cases}

$有非零解，则$k=$

\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期中2016-2017 一4.

\num 设$f(x)=ax^{2}+bx+c$,$A$为$n$阶方阵，定义$f(A)=aA^{2}+bA+cI$，如果$

A=

\begin{bmatrix}

1 & 0 & 0 & 0 \\

0 & 1& 0& 0 \\

2 & 0 & 1& 0\\

0 & 0 &0 &1

\end{bmatrix},f(x)=x^{2}-x-1,

$则$f(A)=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期中2016-2017 一5.

\num 若$A$为3阶方阵，$A^{\*}$为$A$的伴随矩阵，$|A|=\dfrac{1}{2}$，则$\left|(3A)^{-1}-2A^{\*}\right|=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期中2016-2017 一6.

\num

\\

%期中2016-2017 二1.

\num 计算行列式$

\begin{vmatrix}

1 & 2 & 3 & 4 \\

2 & 3 & 4& 1 \\

3 & 4 & 1& 2\\

4 & 1 &2 &3

\end{vmatrix}

$。\\

%期中2016-2017 二2.

\num 设$f(x)=

\begin{vmatrix}

x-1 & 1 & -1 & 1 \\

-1 & x+1 & -1& 1 \\

-1 & 1 & x-1& 1\\

-1 & 1 &-1 &x+1

\end{vmatrix}

$,求$f(x)=0$的根。\\

%期中2016-2017 二3.

\num

\\

%期中2016-2017 二4.

\num

\\

%期中2016-2017 二5.

\num 若$\left(\dfrac{1}{4}A^{\*}\right)^{-1}BA^{-1}=2AB+I$，且

$A=

\begin{bmatrix}

2 & 0& 0 & 0 \\

1 & 1 & 0& 0 \\

0 & 0 & 2& 1\\

0& 0 &0 &1

\end{bmatrix}

$，求$B$。\\

%期中2016-2017 三1.

\num 设$A$满足$A^{2}-2A+4I=0$，证明$A+I$可逆，并求$(A+I)^{-1}$.\\

%期中2016-2017 三2.

\num 已知$A=(a\_{ij})$是三阶的非零矩阵，设$A\_{ij}$是$a\_{ij}$的代数余子式，且对任意的$i,j$有$A\_{ij}+a\_{ij}=0$，求$A$ 的行列式。\\

\hphantom{~~}\hfill {\zihao{3}\heiti 期中2017-2018} \hfill\hphantom{~~}

%期中2017-2018 一1.

\num 计算行列式$

\begin{vmatrix}

1 & 1 & 1 & 1 \\

1 & 1 & 1& 2 \\

1 & 1 & 3& 1\\

1 & 4 &1 &1

\end{vmatrix}

.$\\

%期中2017-2018 一2.

\num 求方程$

\begin{vmatrix}

1 & 2 & 1 & 1 \\

1 & x & 2& 3 \\

1 & 2 & x& 2\\

0 & 0 &2 &x

\end{vmatrix}=0

$的根。\\

%期中2017-2018 一3.

\num 设$\gamma\_{1},\gamma\_{2},\gamma\_{3},\gamma\_{4}$及$\beta$均为4维列向量。4阶矩阵$A=[\gamma\_ {1}~\gamma\_{2}~\gamma\_{3}~\gamma\_{4}],A=[\beta~\gamma\_{2}~\gamma\_{3}~\gamma\_{4}]$,若$\left|A\right|=2,\left|B\right|=3$，求

(1)$\left|A+B\right|$;

(2)$\left|A^{2}+AB\right|$;\\

%期中2017-2018 一4.

\num \\

%期中2017-2018 一5.

\num \\

%期中2017-2018 二1.

\num 设$A,B$为同阶对称方阵，则$AB$一定是对称矩阵；\\

%期中2017-2018 二2.

\num 设$A,B$为$n$阶可逆方阵，则$(AB)^{\*}=B^{\*}A^{\*}$.\\

%期中2017-2018 二3.

\num 若$A^{2}=B^{2}$，则$A=B$或$A=-B$。\\

%期中2017-2018 二4.

\num 设2阶矩阵$A=

\begin{bmatrix}

a & b \\

c & d

\end{bmatrix}

$,若$A$与所有的2阶矩阵均可以交换，则$a=d,b=c=0$。\\

%期中2017-2018 二5.

\num 若$AB=I$且$BC=I$，其中$I$为单位矩阵，则$A=C$。\\

%期中2017-2018 二6.

\num 若$n$阶矩阵$A$满足$A^{3}=3A(A-I)$，则$I-A$可逆。\\

\hphantom{~~}\hfill {\zihao{3}\heiti 期中2018-2019} \hfill\hphantom{~~}

%期中2018-2019 一1.

\num 计算行列式$

\begin{vmatrix}

b^{2}+c^{2} & c^{2}+a^{2} & a^{2}+b^{2} \\

a & b & c \\

a^{2} & b^{2} & c^{2}

\end{vmatrix}

.$\\

%期中2018-2019 一2.

\num 设$A,B$为3阶矩阵，且$|A|=3,|B|=2$,$A^{\*}$为$A$的伴随矩阵。

(1)若交换$A$的第一行与第二行得矩阵$C$,求$|CA^{\*}|$;

(2)若$|A^{-1}+B|=2$，求$|A+B^{-1}|$.\\

%期中2018-2019 一3.

\num 已知3阶矩阵$A$的逆矩阵$

A^{-1}=

\begin{bmatrix}

1 & 1 & 1 \\

1 & 2 & 1 \\

2 & 1 & 3

\end{bmatrix}

$，试求伴随矩阵$A^{\*}$的逆矩阵。\\

%期中2018-2019 一4.

\num 设$n$阶行列式$D\_{n}(n=1,2,\cdots):D\_{1}=1,D\_{2}=

\begin{vmatrix}

1 & 1 \\

1 & 1

\end{vmatrix},D\_{3}=

\begin{vmatrix}

1 & 1 & 0\\

1 & 1 & 1\\

0 & 1 & 1

\end{vmatrix},D\_{4}=

\begin{vmatrix}

1 & 1 & 0 & 0\\

1 & 1 & 1 & 0\\

0 & 1 & 1 & 1\\

0 & 0 & 1 & 1

\end{vmatrix},\ldots\ldots,D\_{n}=

\begin{vmatrix}

1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0\\

1 & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0\\

0 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 0\\

\vdots & \vdots &\ddots & \ddots &\ddots &\vdots\\

0 &\cdots & 0 & 1 & 1& 1\\

0 &\cdots & 0 & 0 & 1& 1

\end{vmatrix}.

$

(1)给出$D\_{n},D\_{n-1},D\_{n-2}$的关系；

(2)利用找到的递推关系及$D\_{1}=1,D\_{2}=0$,计算$D\_{3},D\_{4},\cdots,D\_{8}$;

(3)求$D\_{2018}$\\

%期中2018-2019 一5.

\num 已知矩阵$A=

\begin{bmatrix}

1 & 0 & 0\\

1 & 1 & 0\\

1 & 1 & 1

\end{bmatrix},B=

\begin{vmatrix}

0 & 1 & 1\\

1 & 0 & 1 \\

0 & 1 & 0

\end{vmatrix}

$,且矩阵$X$满足

\begin{equation\*}

AXA+BXB=AXB+BXA+I

\end{equation\*}

其中$I$为3阶单位阵，求$X$。\\

%期中2018-2019 一6.

\num 设$A=

\begin{bmatrix}

1 & 0 & 1\\

-1 & -1 & 1\\

0 & 2 & a

\end{bmatrix},

B=

\begin{bmatrix}

1 & 0 & 1\\

0 & -1 & 2\\

0 & 0 & 0

\end{bmatrix}

$。

(1)问$a$为何值时，矩阵$A$和$B$等价。

(2)当$A$和$B$等价时，求可逆矩阵$P$，使得$PA=B$。\\

%期中2018-2019 二1.

\num 若$n$阶实矩阵$Q$满足$QQ^{T}=I$，则称$Q$为正交矩阵。设$Q$为正交矩阵，则

(1)$Q$的行列式为1或-1.

(2)当$|Q|=1$且$n$为奇数时，证明$|I-Q|=0$，其中$I$是$n$阶单位矩阵；

(3)$Q$的逆矩阵$Q^{-1}$和伴随矩阵$Q^{\*}$都是正交矩阵。\\

%期中2018-2019 二2.

\num 设$A$是$n$阶实对称矩阵，如果$A^{2}=0$。证明$A=0$.并举例说明，如果$A$不是实对称矩阵，上述命题不正确。\\

\hphantom{~~}\hfill {\zihao{3}\heiti 期末2014-2015} \hfill\hphantom{~~}

%期末2014-2015 一1.

\num 若已知行列式

$

\begin{vmatrix}

1 & 3 & a \\

5 & -1 &1\\

3 & 2&1

\end{vmatrix}

$的代数余子式$A\_{21}=1$，则$a=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2014-2015 一2.

\num 设

$

A=

\begin{bmatrix}

1 & 2 & -2 \\

2 & 5 &0\\

3 & t&4

\end{bmatrix}

$，$B$为3阶非零矩阵且$AB=0$,则$t=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2014-2015 一3.

\num 设3阶方阵$A=(\alpha\_{1},\alpha\_{2},\alpha\_{3})$的行列式$|A|=3$,矩阵$B=(\alpha\_{2},2\alpha\_{3},-\alpha\_{1})$，则行列式$|A-B|=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2014-2015 一4.

\num 已知3阶矩阵$A$的特征值为$-1,3,2$，$A^{\*}$是$A$的伴随矩阵，则矩阵$A^{3}+2A^{\*}$主对角线元素之和为\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2014-2015 一5.

\num 已知实二次型$f(x\_{1},x\_{2},x\_{3})=a(x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}+x\_{3}^{2})+4x\_{1}x\_{2}+4x\_{1}x\_{3}+4x\_{2}x\_{2}$经正交变换$x=py$可化为标准形：$f=6y^{2}$,则$a=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2014-2015 一6.

\num 设$(1,1,1)^{T}$是矩阵$

\begin{bmatrix}

1 & 2 & 3 \\

0 & a & 2\\

2 & 2 & b

\end{bmatrix}

$的一个特征值，则$a-b=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2014-2015 二.

\num 设多项式$

f(x)=

\begin{vmatrix}

2x & 3 & 1 & 2\\

x & x & -2 & 1\\

2 & 1 & x & 4\\

x & 2 & 1 & 4x

\end{vmatrix}

$，分别求该多项式的三次项、常数项。\\

%期末2014-2015 三.

\num 设$A$的伴随矩阵

$

A^{\*}=

\begin{bmatrix}

2 & 0 & 0 & 0\\

0 & 2 & 0 & 0\\

1 & 0 & 2 & 0\\

0 & -3 & 0 & 8

\end{bmatrix}

$,且$ABA^{-1}=BA^{-1}+3I$，求$B$。\\

%期末2014-2015 四.

\num $\lambda$为何值时，方程组$

\begin{cases}

2x\_{1}+\lambda x\_{2}-x\_{3}=1\\

\lambda x\_{1}-x\_{2}+x\_{3}=2\\

4x\_{1}+5 x\_{2}-5x\_{3}=-1

\end{cases}

$有无穷多组解？并在有无穷多解时，写出方程组的通解。\\

%期末2014-2015 五.

\num 设$

\alpha\_{1}=

\begin{bmatrix}

1\\ 1 \\ 2\\ 3

\end{bmatrix},

\alpha\_{2}=

\begin{bmatrix}

1\\ -1 \\ 1\\ 1

\end{bmatrix},

\alpha\_{3}=

\begin{bmatrix}

1\\ 3 \\ 3\\ 5

\end{bmatrix},

\alpha\_{4}=

\begin{bmatrix}

4\\ -2 \\ 5\\ 6

\end{bmatrix}

$.

(1)求向量组$\alpha\_{1},\alpha\_{2},\alpha\_{3},\alpha\_{4}$的秩与一个最大线性无关组；

(2)将其余向量用极大线性无关组线性表示。\\

%期末2014-2015 六.

\num 设实二次型

\begin{equation\*}

f(x\_{1},x\_{2},x\_{3})=X^{T}AX=ax\_{1}^{2}+2x\_{2}^{2}-2x\_{3}^{2}+2bx\_{1}x\_{3}~~(b>0)

\end{equation\*}

的矩阵$A$的特征值之和为$1$，特征值之积为-12。

(1)求$a,b$的值；

(2)利用正交变换将二次型$f$化为标准型，并写出所用正交变换。

\\

%期末2014-2015 七1.

\num

(2)证明：矩阵$A+2I$可逆，并求$(A+2I)^{-1}$。\\

%期末2014-2015 七2.

\num 设$X\_{0}$是线性方程组$Ax=b~(b\neq0)$的一个解，$X\_{1},X\_{2}$是导出组$Ax=0$的一个基础解系。令$\xi\_{0}=X\_{0},\xi\_{1}=X\_{0}+X\_{1},\xi\_{2}=X\_{0}+X\_{2}$，证明：$\xi\_{0},\xi\_{1},\xi\_{2}$线性无关。\\

%期末2014-2015 八.

\num 设3阶方阵$A$的特征值-1,1对应的特征向量分别为$\alpha\_{1},\alpha\_{2}$，向量$\alpha\_{3}$满足$A\alpha\_{3}=\alpha\_{2}+\alpha\_{3}$.

(1)证明：$\alpha\_{1},\alpha\_{2},\alpha\_{3}$线性无关；

(2)设$P=[\alpha\_{1},\alpha\_{2},\alpha\_{3}]$,求$P^{-1}AP$。\\

\hphantom{~~}\hfill {\zihao{3}\heiti 期末2015-2016} \hfill\hphantom{~~}

%期末2015-2016 一1.

\num 行列式$

D=

\begin{vmatrix}

1 & a & 0 & 0\\

-1 & 2-a & a & 0\\

0 & -2 & 3-a & a\\

0 & 0 & -3 & 4-a

\end{vmatrix}=

$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2015-2016 一2.

\num

\\

%期末2015-2016 一3.

\num 设$\alpha\_{1},\alpha\_{2},\alpha\_{3}$是非齐次线性方程组$Ax=b$得到解，若$\sum\limits\_{i=1}^{3}c\_{i}\alpha\_{i}$也是$Ax=b$得到解，则$\sum\limits\_{i=1}^{3}c\_{i}=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2015-2016 一4.

\num 已知矩阵$

A=

\begin{bmatrix}

3 & 2 & -1 \\

a & -2 & 2\\

3 & b & -1

\end{bmatrix}

$，若$\alpha=(1,-2,3)^{T}$是其特征向量，则$a+b=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2015-2016 一5.

\num 任意3维实列向量都可以由向量组$\alpha\_{1}=(1,0,1)^{T},\alpha\_{2}=(1,-2,3)^{T}\alpha\_{3}=(t,1,2)^{T}$线性表示，则$t$应满足条件\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2015-2016 一6.

\num 若矩阵$

A=

\begin{bmatrix}

1 & 1 & 2 \\

1 & 2 & 3\\

2 & 3 & \lambda

\end{bmatrix}

$正定，则$\lambda$满足的条件为\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2015-2016 二1.

\num 若行列式$D=

\begin{vmatrix}

1 & 2 & 3 & 4 \\

0 & 3 & 4 & 6 \\

3 & 4 & 1 & 2 \\

2 & 2 & 2 & 2

\end{vmatrix}

$，求$A\_{11}+2A\_{21}+A\_{31}+2A\_{41}$,其中$A\_{ij}$为元素$a\_{ij}$的代数余子式。\\

%期末2015-2016 二2.

\num 已知矩阵$X$满足方程$X

\begin{bmatrix}

1 & 0 & -2 \\

0 & 1 & 2 \\

-1 & 0 & 3

\end{bmatrix}

=

\begin{bmatrix}

-1 & 2 & 0 \\

3 & 0 & 5

\end{bmatrix}$，求矩阵$X$。\\

%期末2015-2016 二3.

\num 设向量组$\alpha\_{1}=(1,-1,2,4),\alpha\_{2}=(0,3,1,2),\alpha\_{3}=(3,0,7,14),\alpha\_{4}=(1,-1,2,0),\alpha\_{5}=(2,1,5,6)$,求向量组的秩、极大线性无关组，并将其余向量由极大无关组线性表示出。\\

%期末2015-2016 三1.

\num

\\

%期末2015-2016 三2.

\num 设3阶实对称矩阵$A$的特征值为$\lambda\_{1}=-1,\lambda\_{2}=\lambda\_{3}=1$,对应于$\lambda\_{1}$的特征向量$\alpha\_{1}=(0,1,1)^{T}$。

(1)求$A$对应于特征值1的特征向量；

(2)求$A$;

(3)求$A^{2016}$。\\

%期末2015-2016 三3.

\num 设$

A=

\begin{bmatrix}

1 & 0 & 1 \\

0 & 1 & 1 \\

-1 & 0 & a \\

0 & a & -1

\end{bmatrix},A^{T}

$为矩阵$A$的转置，已知$r(A)=2$,且二次型$f(x)=x^{T}A^{T}Ax$.

(1)求$a$;

(2)写出二次型$f(x)$的矩阵$B=A^{T}A$;

(3)求正交变换$x=Qy$将二次型$f(x)$化为标准型，并写出所用的正交变换。\\

%期末2015-2016 四1.

\num 设$A$为$n$阶实对称矩阵，且满足$A^{2}-3A+2E=0$,其中$E$为单位矩阵，试证：

(1)$A+2E$可逆；

(2)$A$为正定矩阵。\\

%期末2015-2016 四2.

\num 设向量组$\alpha\_{1},\alpha\_{2},\alpha\_{3}$线性无关，向量$\beta$可由$\alpha\_{1},\alpha\_{2},\alpha\_{3}$线性表示，向量$\gamma$不能由$\alpha\_{1},\alpha\_{2},\alpha\_{3}$线性表示，证明向量组$\alpha\_{1},\alpha\_{2},\alpha\_{3},\beta+\alpha$线性无关。\\

\hphantom{~~}\hfill {\zihao{3}\heiti 期末2016-2017} \hfill\hphantom{~~}

%期末2016-2017 一1.

\num 行列式$

D=

\begin{vmatrix}

1 & x & y & z\\

x & 1 & 0 & 0\\

y & 0 & 1 & 0\\

z & 0 & 0 & 1

\end{vmatrix}=

$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2016-2017 一2.

\num 设$A$的伴随矩阵$

A^{\*}=

\begin{bmatrix}

1 & 2 & 3 & 4\\

0 & 2 & 3 & 4\\

0 & 0 & 2 & 3\\

0 & 0 & 0 & 2

\end{bmatrix}

$,则$r(A^{2}-2A)=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2016-2017 一3.

\num 已知线性方程组

$

\begin{cases}

x\_{1}+2x\_{2}+x\_{3}=2\\

ax\_{1}-x\_{2}-2x\_{3}=-3

\end{cases}

$与线性方程$ax\_{2}+x\_{3}=1$有公共的解，则$a$的取值范围为\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2016-2017 一4.

\num 设$\alpha\_{1}=(a,1,1)^{T},\alpha\_{2}=(1,b,-1)^{T},\alpha\_{3}=(1,-2,c)^{T}$是正交向量组，则$a+b+c=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2016-2017 一5.

\num 设3阶实对称矩阵$A$的特征值分别为$1,2,3$对应的特征向量分别为$\alpha\_ {1}=(1,1,1)^{T},\alpha\_{2}=(2,-1,-1)^{T},\alpha\_{3}$，则$A$的对应于特征值3的一个特征向量$\alpha\_{3}=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2016-2017 一6.

\num 设

$

B=

\begin{bmatrix}

1 & 2 & 4 \\

0 & 2 & 6\\

0 & 0 & \lambda

\end{bmatrix}

$,已知二次型$f(x)=x^{T}Bx$是正定的，则$\lambda$的取值范围为\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2016-2017 二1.

\num 若行列式$D=

\begin{vmatrix}

1 & 2 & 3 & 4 \\

0 & 3 & 4 & 6 \\

0 & 4 & 1 & 2 \\

0 & 2 & 2 & 2

\end{vmatrix}

$，求$A\_{11}-2A\_{21}+A\_{31}-2A\_{41}$,其中$A\_{ij}$为元素$a\_{ij}$的代数余子式。\\

%期末2016-2017 二2.

\num 设$

A=

\begin{bmatrix}

1 & 2 & 3 \\

0 & 1 & 3\\

0 & 0 & 1

\end{bmatrix}

$,$B$为三阶矩阵，且满足方程$A^{\*}BA=I+2A^{-1}B$，求矩阵$B$。\\

%期末2016-2017 二3.

\num 设向量组$\alpha\_{1}=(3,1,4,3)^{T},\alpha\_{2}=(1,1,2,1)^{T},\alpha\_{3}=(0,1,1,0)^{T},\alpha\_{4}=(2,2,4,2)^{T}$,求向量组的所有的极大线性无关组。\\

%期末2016-2017 三1.

\num 令$\alpha=(1,1,0)^{T}$,实对称矩阵$A=\alpha\alpha\_{T}$.

(1)把矩阵$A$相似对角化；

(2)求$|6I-A^{2017}|$.\\

%期末2016-2017 三2.

\num 已知实对称矩阵$A

\begin{bmatrix}

a & -1 & 4 \\

-1 & 3 & b\\

4 & b & 0

\end{bmatrix}

$与

$A

\begin{bmatrix}

2 & ~ & ~ \\

~ & -4 & ~\\

~ & ~ & 5

\end{bmatrix}

$相似。

(1)求矩阵$A$化；

(2)求正交线性变换$x=Qy$，把二次型$f(x)=x^{T}Ax$化为标准型.\\

%期末2016-2017 三3.

\num 在对观测数据拟合的时候经常遇到线性方程组$Ax=b$是矛盾方程的情形，是没有解的。此时我们转而解$A^{T}Ax=A^{T}b$，我们称$A^{T}Ax=A^{T}b$是原线性方程组的正规方程组。称正规方程组的解为原方程组的最小二乘解。设

$

A=

\begin{bmatrix}

1 & 1 & 0\\

1 & 1 & 0\\

1 & 0 & 1\\

1 & 1 & 1

\end{bmatrix},b=

\begin{bmatrix}

1 \\ 3 \\ 8 \\ 2

\end{bmatrix}

$.

(1)证明$Ax=b$无解；

(2)求$Ax=b$的最小二乘解。\\

%期末2016-2017 四1.

\num 已知$\alpha\_{1},\alpha\_{2},\alpha\_{3}$是线性无关的向量组，若$\alpha\_{1},\alpha\_{2},\alpha\_{3},\beta$线性相关，证明$\beta$可以由$\alpha\_{1},\alpha\_{2},\alpha\_{3}$线性表示并且表示方法唯一。\\

%期末2016-2017 四2.

\num 已知$A,B$是同阶实对称矩阵。

(1)证明如果$A\~{}B$，则$A\simeq B$,也就是相似一定合同；

(2)举例说明反过来不成立。\\

\hphantom{~~}\hfill {\zihao{3}\heiti 期末2017-2018} \hfill\hphantom{~~}

%期末2017-2018 一1.

\num 设$A\_{ij}$是三阶行列式$

D=

\begin{vmatrix}

2 & 2 & 2\\

1 & 2 & 3\\

4 & 5 & 6

\end{vmatrix}

$第$i$行第$j$列元素的代数余子式，则$A\_{31}+A\_{32}+A\_{33}=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2017-2018 一2.

\num 设

\\

%期末2017-2018 一3.

\num 设$

A=

\begin{bmatrix}

2 & 0 & 0 \\

1 & 2 & 0 \\

1 & 2 & 2

\end{bmatrix}

$,记$A\*$是$A$的伴随矩阵，则$(A^{\*})^{-1}=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2017-2018 一4.

\num 已知3阶方阵$A$的秩为2，设$\alpha\_ {1}=(2,2,0)^{T},\alpha\_{2}=(3,3,1)^{T}$是非齐次线性方程组$Ax=b$的解，则导出$Ax=0$的基础解系为\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2017-2018 一5.

\num 若3阶矩阵$A$相似于$B$，矩阵$A$的特征值是1,2,3那么行列式$|2B+I|=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。(其中$I$是3阶单位矩阵)\\

%期末2017-2018 一6.

\num 设二次型$f(x\_{1},x\_{2},x\_{3})=2x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}+x\_{3}^{2}+2x\_{1}x\_{2}+2tx\_{2}x\_{3}$的秩为2，则$t=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2017-2018 二1.

\num 计算行列式$D=

\begin{vmatrix}

3 & 1 & -1 & 2 \\

-5 & 1 & 3 & -4 \\

2 & 0 & 1 & -1\\

1 & -5 & 3 & -3

\end{vmatrix}

.$\\

%期末2017-2018 二2.

\num 解矩阵方程$(2I-B^{-1}A)X^{T}=B^{-1}$,其中$I$是3阶单位矩阵，$X^{T}$是3阶矩阵$X$的转置矩阵，$A=

\begin{bmatrix}

1 & 2 & -3 \\

0 & 1 & 2 \\

0 & 0 & 1

\end{bmatrix},B=

\begin{bmatrix}

1 & 2 & 0 \\

0 & 1 & 2 \\

0 & 0 & 1

\end{bmatrix}

$.\\

%期末2017-2018 二3.

\num

\\

%期末2017-2018 三1.

\num 设1为矩阵$A

\begin{bmatrix}

1 & 2 & 3 \\

x & 1 & -1 \\

1 & 1 & x

\end{bmatrix}

$的特征值，其中$x>1$.

(1)求$x$及$A$的其他特征值。

(2)判断$A$能否对角化，若能对角化，写出相应的对角矩阵$A$。\\

%期末2017-2018 三2.

\num 设$f(x\_ {1},x\_{2},x\_{3})=2x\_{1}^{2}+2x\_{2}^{2}+3x\_{3}^{2}+2x\_{1}x\_{2}$。

(1)写出该二次型的矩阵$A$;

(2)求正交矩阵$Q$使得$Q^{T}AQ=Q^{-1}AQ$为对角型矩阵；

(3)给出正交变换，化该二次型为标准型。\\

%期末2017-2018 三2.

\num 已知$\alpha\_ {1}=(1,4,0,2)^{T},\alpha\_{2}=(2,7,1,3)^{T},\alpha\_{3}=(0,1,-1,a)^{T}$及$\beta\_{4}=(3,10,b,4)^{T}$.

(1)$a,b$为何值时，$\beta$不能表示成$\alpha\_{1},\alpha\_{2},\alpha\_{3}$的线性组合？

(2)$a,b$为何值时，$\beta$可由$\alpha\_{1},\alpha\_{2},\alpha\_{3}$线性表示？并写出该表达式。\\

%期末2017-2018 四1.

\num 设$A,B$均为$n$阶方阵，证明：若$A,B$相似则$|A|=|B|$，举例说明反过来不成立。\\

%期末2017-2018 四2.

\num 设$A$为$m\times n$实矩阵，证明$Ax=0$与$(A^{T}A)x=0$是同解方程，进一步得出$r(A)=r(A^{t}A)$。\\

\hphantom{~~}\hfill {\zihao{3}\heiti 期末2018-2019} \hfill\hphantom{~~}

%期末2018-2019 一1.

\num 设$A$为5阶方阵满足$|A|=2$,$A^{\*}$是$A$的伴随矩阵，则$|2A^{-1}A^{\*}A^{T}|=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2018-2019 一2.

\num 已知向量组$\alpha\_{1}=(1,3,1),\alpha\_{2}=(0,1,1),\alpha\_{3}=(1,4,k)$线性无关，则实数$k$满足的条件是\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2018-2019 一3.

\num

\\

%期末2018-2019 一4.

\num 设$A=(a\_{ij})\_{3\times 3}$，其特征值为$1,-1,2$，$A\_{ij}$是元素$a\_{ij}$的代数余子式，$A^{\*}$是$A$的伴随矩阵，则$A^{\*}$的主对角线元素之和即$A\_{11}+A\_{22}+A\_{33}=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2018-2019 一5.

\num 若二次型$f(x\_ {1},x\_{2},x\_{3})=x\_{1}^{2}+4x\_{2}^{2}+4x\_{3}^{2}+2tx\_{1}x\_{2}-2x\_{1}x\_{3}+4x\_{2}x\_{3}$正定，则$t$应满足\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2018-2019 一6.

\num 设3维列向量组$\alpha\_{1},\alpha\_{2},\alpha\_{3}$线性无关，3阶方阵$A$满足$A\alpha\_{1}=-\alpha\_{1},A\alpha\_{2}=\alpha\_{2},A\alpha\_{3}=\alpha\_{2}+\alpha\_{3}$。则行列式$|A|=$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2018-2019 二1.

\num 已知$D=

\begin{vmatrix}

1 & 1 & 1 & 1 \\

-1 & 2 & 2 & 3 \\

1 & 4 & 3 & 9 \\

-1 & 8 & 5 & 27

\end{vmatrix}

$，求$A\_{13}+A\_{23}+A\_{33}+A\_{43}$,其中$A\_{ij}$为元素$a\_{ij}$的代数余子式。\\

%期末2018-2019 二2.

\num 已知

$

A=

\begin{bmatrix}

1 & 3 & 1 \\

1 & 1 & 0\\

0 & 1 & 1

\end{bmatrix}

$,且$X$满足$AX=X+A$，求$X$。\\

%期末2018-2019 二3.

\num 设矩阵

$

A=

\begin{bmatrix}

1 & 1 & 1 & 1\\

0 & 1 & -1& b\\

2 & 3 & a & 3\\

3 & 5 &1 &5

\end{bmatrix}

$,$A^{\*}$是$A$的伴随矩阵，求$r(A),r(A^{\*})$和$A$的列向量组的极大线性无关组。\\

%期末2018-2019 三1.

\num

\\

%期末2018-2019 三2.

\num 设实二次型$f(x\_{1},x\_{2},x\_{3})=4x\_{1}x\_{2}-4x\_{1}x\_{3}+4x\_{2}^{2}+8x\_{2}x\_{3}-3x\_{3}^{2}$。

(1)写出该二次型的矩阵$A$;

(2)求正交矩阵$P$，使得$P^{-1}AP$为对角型矩阵；

(3)给出正交变换，将该二次型化为标准型；

(4)写出二次型的秩，正惯性指标和负惯性指标。\\

%期末2018-2019 四1.

\num 设$n$阶矩阵$A$满足$A^{2}+3A-4I=0$,其中$I$为$n$阶单位矩阵。

(1)证明：$A,A+3I$可逆，并求他们的逆；

(2)当$A\neq I$时，判断$A+4I$是否可逆并说明理由。\\

%期末2018-2019 四2.

\num 若同阶矩阵$A$与$B$相似，即$A\~{}B$，证明$A^{2}\~{}B^{2}$。反过来结论是否成立并说明理由。\\

%期末2018-2019 四3.

\num 设$\lambda\_{1},\lambda\_{2}$是对应于$\lambda\_{2}$的线性无关的特征向量，证明：向量组$\alpha\_{11},\cdots,\alpha\_{1s},\alpha\_{21},\cdots,\alpha\_{2t}$线性无关。\\

\hphantom{~~}\hfill {\zihao{3}\heiti 期末2019-2020} \hfill\hphantom{~~}

%期末2019-2020 一1.

\num 设$A$是3阶方阵，$E$是3阶单位矩阵，已知$A$的特征值为$1,1,2$,则$\left|\left(\left(\dfrac{1}{2}A\right)^{\*}\right)^{-1}-2A^{-1}+E\right|= $\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2019-2020 一2.

\num

\\

%期末2019-2020 一3.

\num 记$A=

\begin{bmatrix}

0 & 0 & 1 & 2 \\

0 & 0 & 2 & 3 \\

1 & 1 & 0 & 0 \\

2& 3 & 0 & 0

\end{bmatrix}

$,则$A^{-1}$\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2019-2020 一4.

\num

\\

%期末2019-2020 一5.

\num 已知$n$阶方阵$A$对应于特征值$\lambda$的全部的特征向量为$c\alpha$,其中$c$为非零常数，设$n$阶方阵$P$可逆，则$P^{-1}AP$对应于对应于特征值$\lambda$的全部的特征向量为\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2019-2020 一6.

\num 已知实对称矩阵$A=

\begin{bmatrix}

2 & 0 & 1 \\

0 & 3 & 3\\

1 & 3 & x

\end{bmatrix}

$的正惯性指数为3，则$x$的取值范围为\underline{\hphantom{~~~~~~~~~~}}。\\

%期末2019-2020 二1.

\num 设$

A=

\begin{bmatrix}

0 & 1 & 0 \\

0 & 0 & 1\\

0 & 0 & 0

\end{bmatrix}

$.求满足$AX=XA$的全部的矩阵$X$。\\

%期末2019-2020 二2.

\num 求线性方程组$

\begin{cases}

x\_{1}+3x\_{2}+2x\_{3}+3x\_{4}=0\\

2x\_{1}+4x\_{2}+x\_{3}+3x\_{4}=0\\

2x\_{1}+4x\_{2}+4x\_{4}=0\\

\end{cases}

$的一个基础解系。\\

%期末2019-2020 二3.

\num 记$2n$阶方阵$

A\_{n}=

\begin{bmatrix}

a\_{n} & ~ & ~ & ~ & ~ & ~ & ~ & b\_{n}\\

~ & a\_{n-1} & ~ & ~ & ~ & ~ & b\_{n-1} & ~\\

~ & ~ & \ddots & ~ & ~ & \iddots & ~ & ~\\

~ & ~ & ~ & a\_{1}&b\_{1} & ~ & ~ & ~\\

~ & ~ & ~ & c\_{1}&d\_{1} & ~ & ~ & ~\\

~ & ~ & \iddots & ~ & ~ & \ddots & ~ & ~\\

~ & c\_{n-1} & ~ & ~ & ~ & ~ & d\_{n-1} & ~\\

c\_{n} & ~ & ~ & ~ & ~ & ~ & ~ & d\_{n}

\end{bmatrix}

$.

(1)求$|A\_{1}|,|A\_{2}|$

(2)求$|A\_{n}|$。\\

%期末2019-2020 三1.

\num 设向量组$\alpha\_{1}=(1,-4,-3)^{T},\alpha\_{2}=(-3,6,7)^{T},\alpha\_{3}=(-4,-2,6)^{T},\alpha\_{4}=(3,3，-4)^{T}$,求向量组的秩,并写出一个极大线性无关组，并将其余向量由极大无关组线性表示出。\\

%期末2019-2020 三2.

\num 已知3阶方阵$

A=

\begin{bmatrix}

-1 & a+2 & 0\\

a-2 & 3 & 0\\

8 & -8 & -1

\end{bmatrix}

$可以相似对角化且$A$得到特征方程有一个二重根，求$a$的值。其中$a\leq 0$.\\

%期末2019-2020 三3.

\num 设三元二次型$f(x\_{1},x\_{2},x\_{3})=4x\_{2}^{2}+4x\_{3}^{2}-2x\_{1}x\_{2}+4x\_{1}x\_{3}$.

(1)写出该二次型的矩阵$A$；

(2)用正交变换$x=Qy$把该二次型化为标准型。\\

%期末2019-2020 四1.

\num 设$A$为$m$阶正定矩阵，$B$为$\times n$实矩阵，$B^{T}$为$B$的转置矩阵，试证：$B^{T}AB$为正定矩阵的充分必要条件是$B$的秩$r(B)=n$。\\

%期末2019-2020 四2.

\num 设$\alpha,\beta$是$n$维列向量，证明$r(\alpha\alpha^{T}+\beta\beta^{T})\leq 2$。

\end{document}