

# Infra-Estrutura de Hardware

---



## Lógica Booleana

Universidade Federal Rural de Pernambuco  
Professor: Abner Corrêa Barros  
[abnerbarros@gmail.com](mailto:abnerbarros@gmail.com)

# Introdução

---

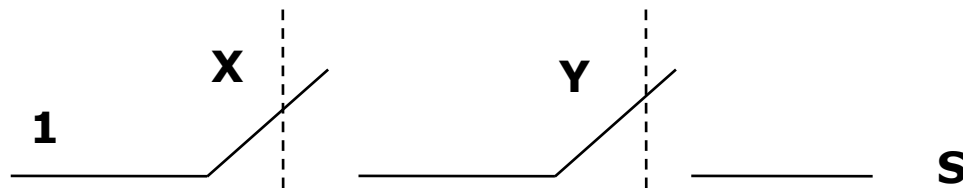
- Um circuito digital é aquele em que estão presentes somente dois valores lógicos **0** e **1**.
- Dispositivos eletrônicos denominados **portas lógicas** implementam funções desses sinais de dois valores.
- Essas portas formam a base de hardware sobre a qual todos os computadores digitais são construídos.
- As principais portas lógicas são: AND, OR, NOT, NAND, NOR e XOR

# Portas lógicas

- *And (e)*



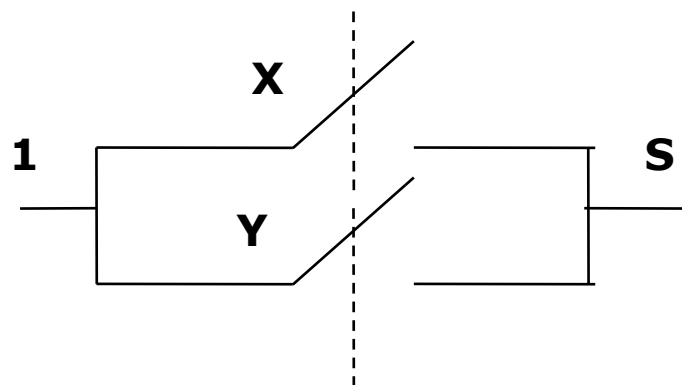
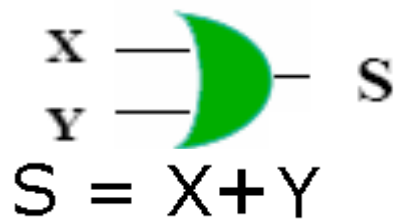
$$S = X \cdot Y$$



X	Y	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Portas lógicas

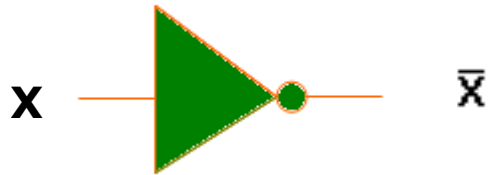
- *Or (ou)*



X	Y	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# Portas lógicas

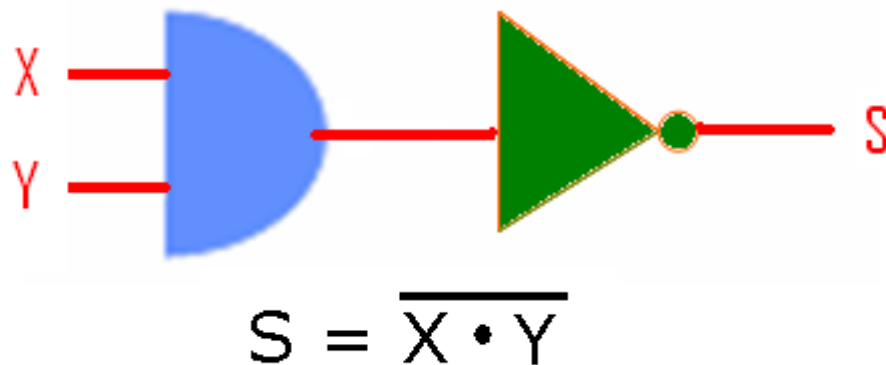
- *Inversor*



<b>x</b>	<b><math>\bar{x}</math></b>
<b>0</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>0</b>

# Portas lógicas

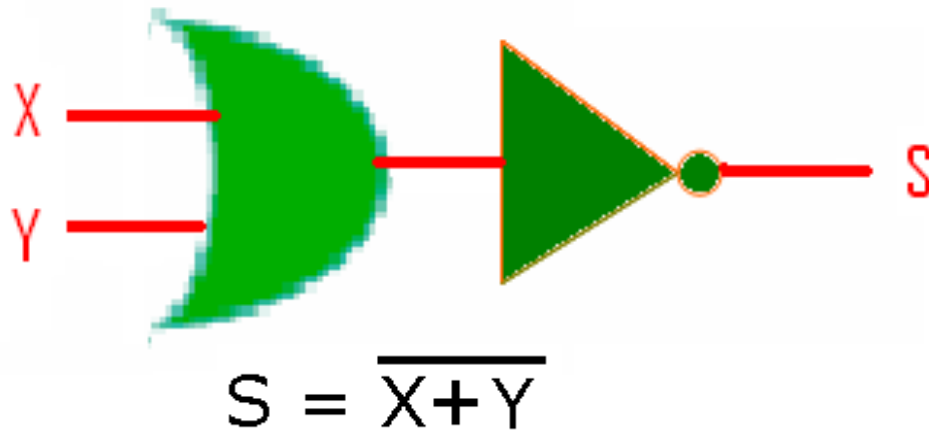
- Podemos fazer associações das portas lógicas e formar as portas:
- Nand ( não-e)



X	Y	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# Portas lógicas

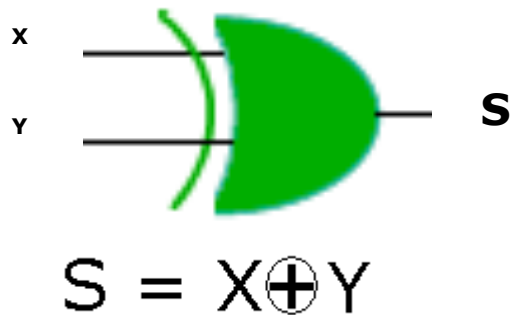
- Nor (Não- ou)



X	Y	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

# Portas lógicas

- XOR (Ou-exclusivo)



X	Y	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



# Funções booleanas



- O que é uma função booleana?
  - **Função booleana** é uma função que tem uma ou mais variáveis de entrada e produz um resultado que depende somente dos valores dessas variáveis.
  - Exemplo: A função  $f(A)$  é 1 se  $A = 0$  e  $f(A) = 0$  se  $A = 1$ . Logo  $f(A)$  é a função NOT (*inversora*)
  - Uma função booleana de  $n$  variáveis, tem combinações possíveis de valores de entrada.

# Funções booleanas

---



- O que é uma função booleana?
  - A função booleana pode ser completamente descrita por uma tabela com      linhas
  - Cada linha da tabela é uma combinação diferente de valores de entrada
  - Esta tabela é denominada **tabela-verdade**

# Funções booleanas

- Uma função booleana de 3 variáveis  $M = f(A, B, C)$  é representada pela tabela verdade mostrada abaixo:

A	B	C	M
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- Essa é a função de lógica majoritária, ela é 0 se a maioria das entradas é 0 e é 1 quando a maioria das entradas é 1.

*Abner Corrêa Barros*

# Funções booleanas

---

- Além da tabela verdade, há uma outra notação para representar as funções booleanas => **a equação booleana**
- Qualquer função booleana pode ser especificada ao se dizer qual conjunto de variáveis de entrada dão um valor de saída igual a 1.
- Exemplo:  $A \cdot B \cdot C$  assume o valor 1 quando  $A = 1$  e  $B = 0$  e  $C = 1$

# Funções booleanas

- Para a função do exemplo anterior, há 4 combinações de variáveis de entrada que fazem com que M seja 1.
- Portanto M será um se:
- $A = 0$  e  $B = 1$  e  $C = 1$  ou
- $A = 1$  e  $B = 0$  e  $C = 1$  ou
- $A = 1$  e  $B = 1$  e  $C = 0$  ou
- $A = 1$  e  $B = 1$  e  $C = 1$
- Assim podemos escrever a equação booleana de M:

$$M = A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot C$$

# Funções booleanas

- Exemplo: Expresse a equação booleana para a seguinte tabela verdade:

A	B	C	M
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$$\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

$$\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$$

$$A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

$$A \cdot B \cdot \overline{C}$$

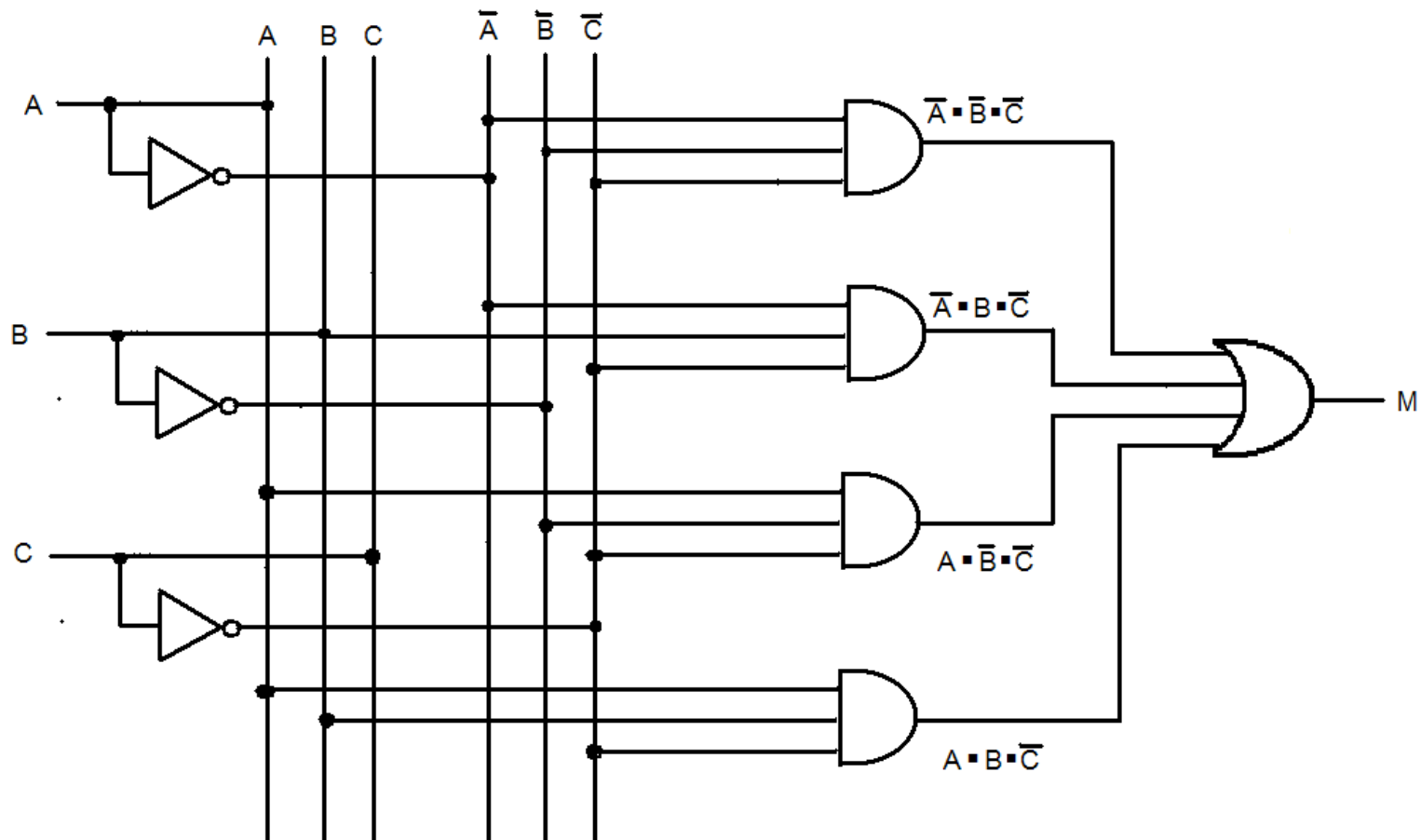
$$M = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot \overline{C}$$

# Implementação de funções booleanas



- Uma vez que sabemos expressar equações booleanas, podemos implementar essas funções com as portas lógicas conhecidas.
- Para a equação:  $M = A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C$  precisaremos de 4 portas lógicas AND de 3 entradas, uma porta lógica OU de 4 entradas e portas inversoras.

# Implementação de funções booleanas





# Implementação de funções booleanas

---



- Regra para implementar um circuito:
  1. Escreva a tabela verdade para a função;
  2. Providencie inversores para gerar o complemento das entradas;
  3. Desenhe uma porta AND para cada termo que tenha 1 na coluna de resultado;
  4. Ligue as portas AND às entradas adequadas;
  5. Alimente a saída de todas as portas AND a uma porta OR;

# Exercício de fixação

---

1. Desenhe a tabela verdade, escreva a equação booleana e implemente o circuito lógico para as seguintes funções:
  - a.  $f(A, B, C)$  assume valor 1 quando apenas uma das variáveis de entrada é 0 e as demais são 1.
  - b.  $f(A, B, C)$  assume valor 1 quando o número de variáveis de entrada iguais a 1 é maior que o número de variáveis iguais a zero.
  - c.  $f(A, B, C)$  assume valor 1 o número de 1's das variáveis de entrada é ímpar.