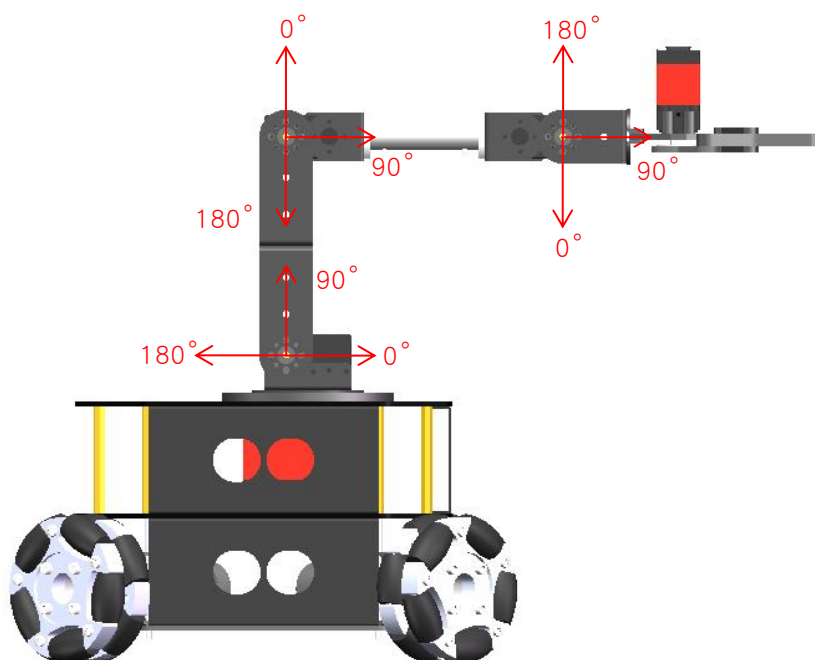


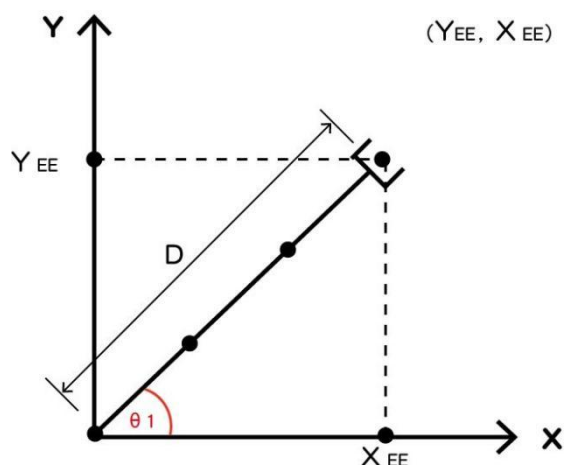
4WD 全向轮小车手册



逆运动学解算按照上图安装方式计算得出，每个舵机均设置为 90 度后安装即舵机脉冲 1500us，手爪部位安装时为张开状态。

给定角度值，然后计算一组物体或机械系统的每个关节以给出系统尖端预期位置坐标的输出，称为“正向运动学”。正向运动学不适合操作机器人系统，我们想要相反的东西，确定机器人末端手爪移动到哪里的路径或轨迹，然后计算每个关节应该旋转多少角度。因为在对机器人进行编程时，我们需要从控制板向手爪发送“信号”，该信号包含驱动机器人关节的伺服电机旋转多少角度的信息值，因此我们需要反向运动学。

逆运动学方程将使用几何法来确定机器人手臂的关节角度，以达到所需的末端手爪位置。为了降低复杂性，我们将问题从 3D 角度降低到 2D 角度。假设我们从上方看机器人手臂，它代表平面 (X, Y)。为了使夹具（末端手爪）到达所需的坐标位置，第一个关节应为“ θ_1 ”变量旋转，除第一个关节旋转外，手臂需要张开以使末端手爪到达所需的坐标位置。让我们将手臂需要跨越多远的变量符号化为“D”。 θ_1 和 D 的计算如下图所示。



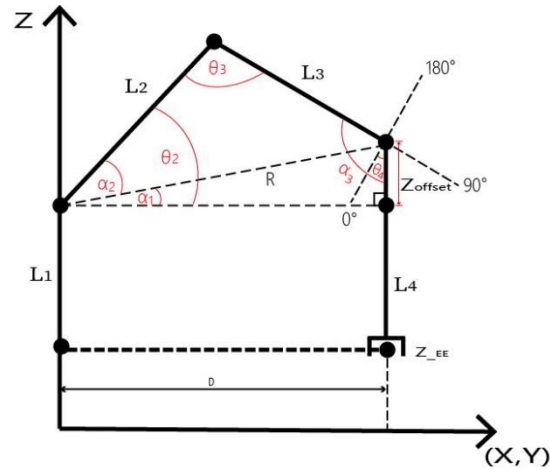
$$D = \sqrt{x_{EE}^2 + y_{EE}^2}$$

$$\frac{y_{EE}}{x_{EE}} = \tan \theta_1$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{y_{EE}}{x_{EE}} \right)$$

根据几何原理实现了公式，可以用来计算关节 1 的旋转角度（ θ_1 ），现在我们正在分析另一个 2D 视点以确定方程来找到其他三个关节角度（ θ_2 、 θ_3 、 θ_4 ）。简而言之，关节 2、3 和 4 需要旋转多少角度才能使手臂形状达到之前计算的长度(D)。

垂直抓取



$$Z_{offset} = Z_{EE} + L_4 - L_1$$

$$R = \sqrt{D^2 + Z_{offset}^2}$$

$$\frac{D}{R} = \cos \alpha_1 \quad \alpha_1 = \cos^{-1} \frac{D}{R}$$

$$L_3^2 = L_2^2 + R^2 - 2 * L_2 * R * \cos \alpha_2$$

$$\alpha_2 = \cos^{-1} \frac{L_2^2 + R^2 - L_3^2}{2 * L_2 * R}$$

$$\theta_2 = \alpha_1 + \alpha_2$$

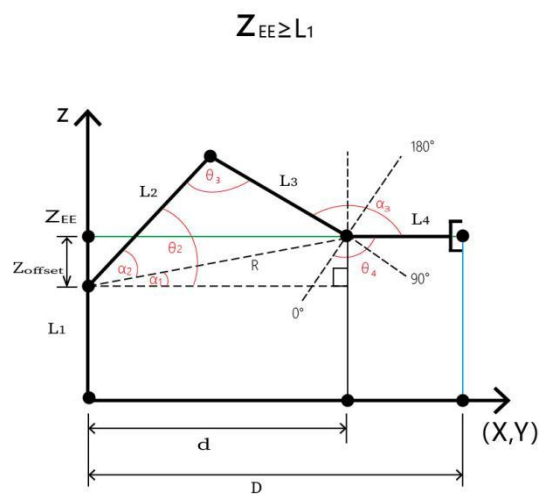
$$\theta_3 = \cos^{-1} \frac{L_2^2 + L_3^2 - R^2}{2 * L_2 * L_3}$$

$$\alpha_3 = 360 - 90 - \theta_2 - \theta_3$$

$$\theta_4 = \alpha_3 - 90$$

因 $L_1 > L_4$ 所以 Z_{offset} 会有在 L_1 下方的可能，所以分 α_1 ， α_2 ，实际运行手爪伸展最大时基本与 L_1 保持同长度，所以不考虑在底部的情况，计算如上面公式， θ_3 角度因舵机安装问题需要取 θ_3 的补角，即 $180 - \theta_3$ ，当水平抓取时则需要考虑在 L_1 上方还是下方（见下文）。因舵机角度下方是 0 度，上方是 180 度，安装水平状态下是 90 度（如图延长虚线），所以 θ_4 是实际舵机运行的角度范围，因 0 度和 L_3 垂直，所以 $\theta_4 = \alpha_3 - 90^\circ$ 。

水平抓取



$$d = D - L_4$$

$$Z_{offset} = Z_{EE} - L_1$$

$$R = \sqrt{d^2 + Z_{offset}^2}$$

$$\frac{d}{R} = \cos \alpha_1 \quad \alpha_1 = \cos^{-1} \frac{d}{R}$$

$$L_3^2 = L_2^2 + R^2 - 2 * L_2 * R * \cos \alpha_2$$

$$\alpha_2 = \cos^{-1} \frac{L_2^2 + R^2 - L_3^2}{2 * L_2 * R}$$

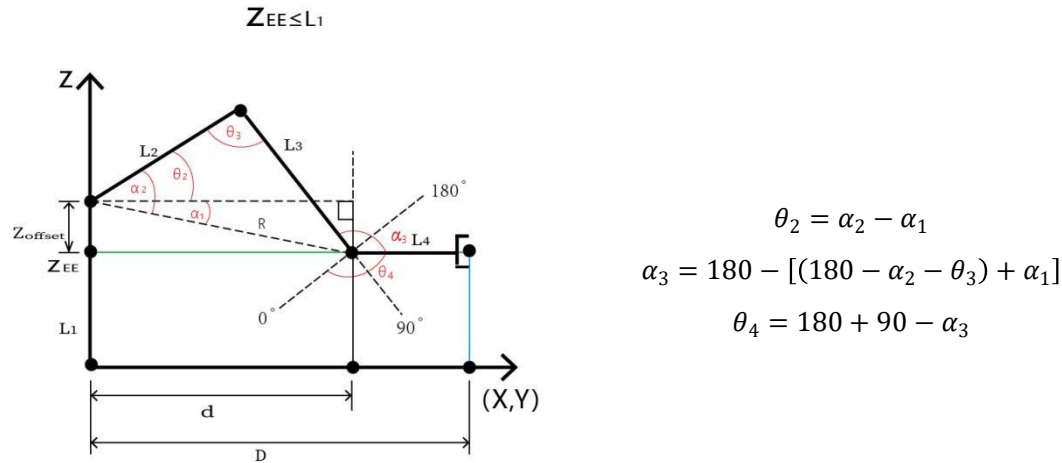
$$\theta_2 = \alpha_1 + \alpha_2$$

$$\theta_3 = \cos^{-1} \frac{L_2^2 + L_3^2 - R^2}{2 * L_2 * L_3}$$

$$\alpha_3 = 180 - [(180 - \alpha_2 - \theta_3) - \alpha_1]$$

$$\theta_4 = 180 + 90 - \alpha_3$$

当手爪的高度在底部抬臂舵机的上方，即手爪 L4 力臂的高度大于 L1，公式如上图计算，计算出每个舵机运行的角度。 θ_2 ， θ_3 ， θ_4 为 3 个舵机对应的角度，实际因安装问题导致角度会有差异， θ_3 的角度并不是我们实际运行角度，舵机 3 安装时角度上方为 0 度，下方为 180 度，实际角度为 $180 - \theta_3$ ，当上方为 180 度，下方为 0 度是角度即为 θ_3 。



当手爪的高度小于抬臂舵机，即手爪 L4 力臂的高度小于 L1，公式如上图计算，计算出每个舵机运行的角度。 θ_3 角度和上面计算角度一致。

无论如何，在三维空间中有 6 个自由度的刚体运动“法则”，有沿 x、y、z 轴（3 自由度）的平移运动，以及沿 x、y、z 轴（3 自由度）的旋转运动，因此总数为 6。该机器人末端手爪具有所有三个轴方向的平移运动自由度和一个旋转自由度，因此它是 4DoF 机器人。