焼きなまし法と遺伝的アルゴリズムによる組み合わせ最適化

仮定

- 個々人の能力値はベクトルで表現されているとする。
- チームはA,Bの2つに分割する。
- 強さを同じに
- 男女比を同じに
- 人数を同じに
- (仲が悪い人を同じにしない)

評価関数

個人iの能力値はベクトル$\mathbf{p}_i = (p_1, p_2, \dots, p_n)$で表されるものとすれば、たとえばAチーム全体の能力値$\mathbf{p}_A$は

$$\mathbf{p}_A = \sum_{i \in A} \mathbf{p}_i$$

で表すことができる。チームの強さがなるべく同じになるようにするには$\mathbf{p}_A$と$\mathbf{p}_B$の差が最小となる組み合わせを探索すればよい。したがって使用する評価関数はたとえばL2ノルムなどを用いて

$$\|\mathbf{p}_A - \mathbf{p}_B\|_2 \tag{1}$$

と表せて、この関数の最小化問題に帰着することができる。焼きなまし法を用いる場合は一般にどのような距離を用いてもよいので、L1ノルムやJSダイバージェンスで代用してもよい。チームごとに人数が異なる場合は単純にチームの構成員について総和した場合$\mathbf{p}_A$と$\mathbf{p}_B$は明らかに人数の影響を受ける。チームの人数差の影響を排除したい場合はたとえば平均

$$\mathbf{m}_A = \frac{1}{n_A} \sum_{i \in A} \mathbf{p}_i = \frac{\mathbf{p}_A}{n_A}$$

などを$\mathbf{p}_A$などの代わりに用いる。ここでn_AはチームAの人数である。このとき(1)の評価関数は

$$\|\mathbf{m}_A - \mathbf{m}_B\|_2 \tag{2}$$

などと書き直せる。

男女比を同じにしたい場合は2種類のアプローチがある。チーム分け操作の段階で男女比を調整してしまう方法と、男女比をうまく均等にしてくれるよう評価関数を設計する方法である。今回は後者に関してのみ説明する。両チームで男女比を同じくらいにするには性別の情報を能力値ベクトルに含めてしまえばよい。たとえば男に0、女に1の数字を割り当てれば、ある男性の能力値ベクトルは

$$\mathbf{p}_i = (p_1, p_2, \dots, p_n, 0)$$

と表せるだろう。簡単のために$p_1, p_2, \dots, p_n$は無視して性別のみを能力値に持つ状況を考えてみれば、個々人の能力値は

$$p_i = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

であるから、Aチーム全体の能力値

$$p_A = \sum_{i \in A} p_i$$

はAチームに含まれる女性の人数に一致する。したがって(1)の評価関数は各チームで女性の人数が同じくらいになるほど小さい値を取ることがわかる。

人数を同じくらいにするにはチーム分け操作の段階で調整するのがよいと思われるため評価関数に含める方法は解説しない。

仲の悪い人を同じチームにしたくない場合も基本的に考え方は同じであり、仲の悪い人が同じチームにいた場合に評価関数が大きい値を取るように評価関数を設計すればよい。たとえば(2)の評価関数に仲の悪さの項Dに適当な正の実数λをかけて付け加えて

$$\|\mathbf{m}_A - \mathbf{m}_B\|_2 + \lambda D \tag{3}$$

などと定義する。λに大きい値を設定するほど仲の悪さは評価関数に強く影響することになる。$\lambda = 0$のとき(3)の評価関数は(2)に一致する。具体的にDの値を求めるには隣接行列などを用いる。たとえば$k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$の番号で区別される6人を3人ずつ2チームに分けることを考える。このとき予め隣接行列Gに仲の悪さを格納しておく。隣接行列とはi行j列目にi番目の人とj番目の人の関係性が格納されている行列である。たとえば

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

とした場合は1行4列目に1が格納されているので、1番の人と4番の人の仲の悪さの度合いが1であることを表現している。同様に3行5列目に3が格納されているので、3番の人と5番の人の仲の悪さの度合いは3である。この場合は仲が悪い人ほど大きい正の数を取る。隣接行列は必ず対称行列になる。
評価関数中に出現するDはスカラーであるからこのGに対して集計操作を行ってDを求めることになる。
$Comb(A)$をAチームに属する人から任意に二人選んで二人組を作った集合とする。たとえば$A = \{1, 2, 3\}$である場合、

$$Comb(A) = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$$

である。これを用いれば

$$D = \sum_{\{i,j\} \in Comb(A)} G_{ij}$$

と書ける。ただしG_{ij}はGのi行j列目の成分を表す。

焼きなまし法でのチーム分けのアルゴリズム

1. チームA,Bの構成員の初期値はランダムとする。
2. チームA,Bからそれぞれ1名ずつランダムに選んで交換し、新しいチームを作る。
3. 評価関数を適用して結果が改善している、または温度に依存した確率で新しいチームを採用する。
4. 2と3の操作を繰り返す。

遺伝的アルゴリズムでのチーム分けのアルゴリズム

チーム分けを遺伝子で表現しなければならず、少し工夫が必要である。具体的に$k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$の番号で区別される6人を2チームに分けることを考える。A, Bチームをそれぞれ$0, 1$で表せば、遺伝子は6次元配列でたとえば

$$(0, 0, 1, 0, 1, 0)$$

などのように表せる。この遺伝子は$A = \{1, 2, 4, 6\}, B = \left\{2, 5\right\}$の状態に対応している。この遺伝子を持つ個体をいくつか用意して

1. 評価選抜
2. 交叉
3. 突然変異

の3つのフェーズを繰り返す。たとえば評価選抜では、評価関数の値を小さくするものほど残る確率が高くなるように設計する。交差には様々な方法があるが、選抜された2つの個体の遺伝子について、各要素を50%の確率で選択して新しい遺伝子を作る方法などがある。突然変異では一定の確率でランダムに選んだ要素のチームを書き換えればよい。