AM1 - Zestaw 13

Wojciech Szlosek

May 2020

1 Zadanie 1, (d)

Z definicji wartość średnia funkcji f na przedziale $[a,b]$ wyraża się wzorem:

$$f_{sr} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$$

Zatem w naszym przykładzie:

$$P_{sr} = \frac{1}{\frac{1}{2}}\int_0^{\frac{1}{2}} x\sqrt{1-x^2}dx = [\frac{x^2\sqrt{1-x^2}-\sqrt{1-x^2}}{3}]_0^{\frac{1}{2}} = \frac{-1}{4}\sqrt{\frac{3}{4}}+\frac{1}{3}$$

2 Zadanie 2, (a)

Wystarczy uzasadnić, że funkcja podcałkowa $f(x) = e^{x^2}\sin(-x)$ jest nieparzysta. Dla rzeczywistego x i $-x$ mamy:

$$f(-x) = e^{x^2}\sin(-x) = -e^{x^2}\sin(x) = -f(x)$$

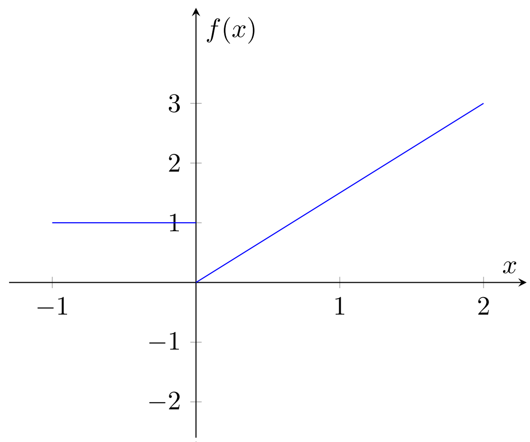
Zatem rzeczywiście, całka z treści zadania jest równa 0.

3 Zadanie 3, (a)

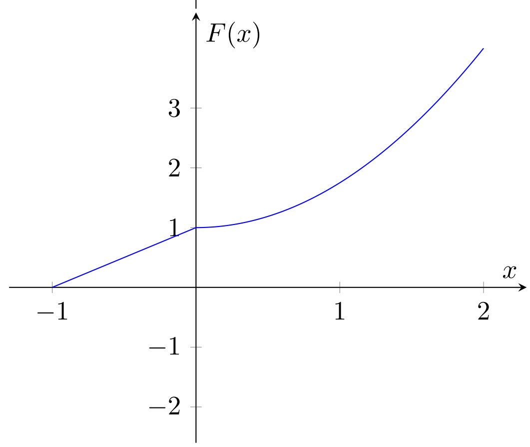
Mamy:

$$F(x) = \int_{-1}^{x} f(t)dt = \begin{cases} \int_{-1}^{x}(1)dt & \text{dla } -1 \leqslant x \leqslant 0 \\ \int_{-1}^{x}(\frac{3x}{2})dt & \text{dla } 0 < x \leqslant 2 \end{cases} = \begin{cases} x+1 & \text{dla } -1 \leqslant x \leqslant 0 \\ \frac{3x^2}{4}+1 & \text{dla } 0 < x \leqslant 2 \end{cases}$$

Poniżej znajdują się wykresy funkcji f i F.



f(x)
3
2
1
x
−1
1
2
−1
−2



F(x)
3
2
1
x
−1
1
2
−1
−2