AM 1 - Zestaw 14

Wojciech Szlosek

May 2020

1 Zadanie 1, (e)

$$x = y^3 - y; x = 0$$

Szukamy punktów wspólnych krzywych, $y^3 - 3 = 0$, stąd: $y_1 = -1$, $y_2 = 0$, $y_3 = 1$. Podzielmy pole D na dwie części (gdy $0 \leqslant y \leqslant 1$ oraz $-1 \leqslant y \leqslant 0$).

$$|D_1| = \int_a^b (g(y) - f(y))dy = \int_0^1 (-y^3 + y)dy = [\frac{-y^4 + 2y^2}{4}]_0^1 = \frac{1}{4}$$

Analogicznie:

$$|D_2| = \int_0^{-1} (-y^3 + y)dy = \frac{1}{4}$$

Szukane $|D| = |D_1| + |D_2| = \frac{1}{2}$

2 Zadanie 2, (b)

$f(x) = chx$; $f^{'}(x) = sh(x)$ $a = 0 \leqslant x \leqslant 1 = b$; s - szukana długość krzywej f ciągła na $[0, 1]$. Ponadto po drodze skorzystam z faktu, że $ch^2x - sh^2x = 1$ oraz $chx \geqslant 0$.

$$|s| = \int_a^b \sqrt{1 + (f^{'}(x))^2}dx = \int_0^1 \sqrt{1 + sh^2(x)}dx = \int_0^1 chxdx = shx|_0^1$$

$$= sh1 - sh0 = \frac{e - e^{-1}}{2}(> 0)$$

3 Zadanie 3, (b)

$$T : a = 1 \leqslant x \leqslant 3; 0 \leqslant y = f(x) \leqslant \frac{1}{x}; OY$$

f nieujemna i ciągła na $[1, 3]$.

$$|V| = 2\pi \int_a^b xf(x)dx = 2\pi \int_1^3 x \cdot \frac{1}{x}dx = 2\pi \int_1^3 1dx = 2\pi \cdot 2 = 4\pi$$