AM - Zestaw 5

Wojciech Szlosek

March 2020

1 Zadanie 1

1.1 a)

$f(x) = |x-1|, x_0 = 1$

$$f^{'}(1) = \lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{|x-1|-0}{x-1}$$

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{|x-1|}{x-1} = 1$$

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{|x-1|}{x-1} = -1$$

$$1 \neq -1$$

(Odp.) Nie istnieje pochodna tej funkcji w x_0.

2 Zadanie 3

2.1 c)

$h(x) = |\sin x|, x_0 = \pi$

$h^{'}_{-}(\pi) = \lim_{x\to \pi^-} \frac{h(x)-h(\pi)}{x-\pi} = \lim_{x\to \pi^-} \frac{|\sin x| - |\sin \pi|}{x-\pi} = \lim_{x\to \pi^-} \frac{\sin x}{x-\pi} = \lim_{x\to \pi^-} \cos x = -1$

$h^{'}_{+}(\pi) = \lim_{x\to \pi^+} \frac{h(x)-h(\pi)}{x-\pi} = \lim_{x\to \pi^+} \frac{|\sin x| - 0}{x-\pi} = \lim_{x\to \pi^+} \frac{-\sin x}{x-\pi} = -\lim_{x\to \pi^+} \cos x = -(-1) = 1$

$$-1 \neq 1$$

(Odp.) Nie istnieje $h^{'}(\pi)$.

2.2 Zadanie 7

2.3 b)

$$(f^{-1})(e+1); f(x) = x + \ln x$$

Funkcja jest ciagła i rosnaca w zbiorze liczb rzeczywistych. Ponadto $f(e) = 1+e$. Zatem argument $x = e$ tejże funkcji jest jedynym rozwiazaniem równania $x + \ln x = 1 + e$. Funkcja spełnia założenia twierdzenia o pochodnej funkcji odwrotnej, zatem:

$$(f^{-1})'(e+1) = \frac{1}{f'(e)} = \frac{1}{(x+\ln x)'}_{x=e} = \frac{1}{1+\frac{1}{e}} = \frac{e}{e+1}$$