Algebra 2 - Zestaw 8

Wojciech Szlosek

April 2020

1 Zadanie 6, (a)

$$(x, y) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + x_2y_2$$

Udowodnimy poprzez sprawdzenie pieciu wymaganych warunków.

$$1.(x, y) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + x_2y_2 = 2y_1x_1 - y_2x_1 - y_1x_2 + x_2y_2 = (y, x)$$

$2.(x + y, z) = 2(x_1 + y_1)z_1 - (x_1 + y_1)z_2 - (x_2 + y_2)z_1 + (x_2 + y_2)z_2 = (2x_1z_1 - x_1z_2 - x_2z_1 + x_2z_2) + (2y_1z_1 - y_1z_2 - y_2z_1 + y_2z_2) = (x, z) + (y, z)$

$3.(ax, y) = 2(ax_1)y_1 - (ax_1)y_2 - (ax_2)y_1 + (ax_2)y_2 = a(2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + x_2y_2) = a(x, y)$

$4.(x, x) = 2x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 \geq 0$, delta $= -8x_2^2 \leq 0$, zatem zaiste $(x, x) \geq 0$

$$5.(x, x) = 0 \Rightarrow x = 0$$

delta $= -4x_2^2 = 0 \Rightarrow x_2 = 0,\ x_1 = 0$

Dowiodłem tych pieciu warunków, zatem udowodniłem całości, cnd.

2 Zadanie 7, (a)

$$(x, y) = 2x_1y_1 + 3x_1y_2 - x_2y_1 + 5x_2y_2$$

Zauważmy, że $(x, y) \neq (y, x)$, np. dla $x = (1, 2)$ oraz $y = (1, 0)$. Tym kontrprzykładem udowodniłem, że nie jest ta funkcja iloczynem skalarnym w rozważanych przestrzeniach wektorowych.