

Algebra 2 - Zestaw 10

Wojciech Szlosek

April 2020

1 Zadanie 1, (a)

Niech N będzie zbiorem liczb naturalnych.

$(3N, +)$, gdzie $3N = \{0, 3, 6, \dots\} = G$

Podana struktura jest półgrupą, ponieważ działanie $+$ jest łączne.

Jest monoidem, ponieważ w zbiorze G istnieje element neutralny $e = 0$, gdzie $x + e = e + x = x$, dla każdego x należącego do G .

Nie jest grupą (a co za tym idzie również grupą abelową, ponieważ nie istnieje dla każdego x należącego do G , takie x' , że $x + x' = 0 = x' + x$).

2 Zadanie 1, (b)

Niech N będzie zbiorem liczb naturalnych.

$(3N, +)$, $G = \{3, 6, 9, \dots\}$

Struktura jest półgrupą, ponieważ dodawanie jest łączne.

Nie jest jednak monoidem (a co za tym idzie nie jest również grupą i grupą abelową), ponieważ nie istnieje element neutralny e , który należy do G , taki że: $x + e = e + x = x$.

3 Zadanie 3

$x * y = x + y - xy$, x, y - liczby całkowite

Mamy udowodnić, że podana struktura jest monoidem, czyli, że jest łączna oraz istnieje dla niej element neutralny.

Widzimy od razu, że jest łączna, bo dodawanie i odejmowanie jest generalnie łączne.

Ponadto istnieje taki element całkowity $e = 0$, taki że: $x + e - xe = e + x - ex = x$.

CND.