AM1 - Zestaw 3

Wojciech Szlosek

March 2020

1 Zadanie 1, b)

$$\lim_{x\to\infty}(3^{-x}+1)=1$$

Mamy pokazać, że:

$$\bigwedge_{x_n}\left[(\lim_{n\to\infty} x_n=\infty)\Rightarrow(\lim_{n\to\infty}(3^{-x_n}+1)=1)\right]$$

Niech x_n bedzie dowolnym ciagiem spełniajacym warunek: $\lim_{x\to\infty}=\infty$. Wówczas:

$$\lim_{n\to\infty}(3^{-x_n}+1)=\lim_{n\to\infty}((\frac{1}{3})^{x_n}+1)=\lim_{n\to\infty}((\frac{1}{3}^{\infty}+1)=0+1=1$$

2 Zadanie 6, c)

$$\lim_{x\to\infty}2^x(2+\cos x)=\infty$$

Zauważmy, że skoro $\cos x\in[-1,1]$, to:

$$2^x(2+\cos x)\geq 2^x$$

Widzimy, że prawa strona (ograniczenie dolne) tejże nierówności daży do ∞. Zatem z twierdzenia o dwóch funkcjach, $2^x(2+\cos x)$ również daży do ∞. Wiec rzeczywiście

$$\lim_{x\to\infty}2^x(2+\cos x)=\infty$$

.
Co nakazano dowieść.

3 Zadanie 7, k)

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+\sqrt[3]{x})}{x} = \lim_{x\to 0}(\frac{\ln(1+\sqrt[3]{x})}{\sqrt[3]{x}}\cdot\frac{\sqrt[3]{x}}{x}) = \lim_{x\to 0}(\frac{\ln(1+\sqrt[3]{x})}{\sqrt[3]{x}}\cdot\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}) = 1\cdot\infty = \infty$$

W trakcie rozwiazania wykorzystałem własność:

$\lim_{u\to 0}\frac{\ln(1+u)}{u} = 1$