電磁気学 期末試験

２０１８年２月１３日（火）

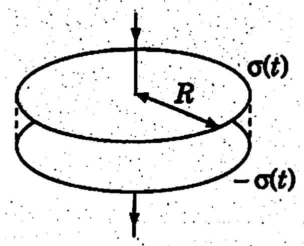
１０時４０分–１２時１０分

[注意] 真空の誘電率を ε_0, 真空の透磁率を μ_0 とする．また, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ はそれぞれ x, y, z 方向の単位ベクトルである．結果のみではなく，結論に至る過程も記述すること．

1

半径 R の円形の平行板コンデンサーに電流を流して帯電させる．時刻 t における平行板の面電荷密度をそれぞれ $\sigma(t)$, $-\sigma(t)$ として，時刻 t における下記の量を求めよ．ただし，コンデンサー（円柱形）の側面を A とする．

1) コンデンサー内の電場の強さ $E(t)$.
2) コンデンサー内の電束 $\Phi_E(t)$ と変位電流 $I_d(t)$.
3) 側面 A における磁場の強さ $B(t)$.
4) 側面 A におけるポインティング・ベクトルの大きさ $S(t)$.



2

真空中を z 方向に伝わる電磁波の電場と磁場が,

$$\vec{E} = E(z,t)\vec{i}, \qquad E(z,t) = E_0 \sin(kz - \omega t)$$

$$\vec{B} = B(z,t)\vec{j}, \qquad B(z,t) = B_0 \sin(kz - \omega t)$$

で表されるとき，以下の問いに答えよ．ここで, E_0, B_0, k, ω は定数とする．また，光速 c は $c = \dfrac{\omega}{k} = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ と書ける．

1) アンペール・マクスウェルの法則 $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ から, $\dfrac{E_0}{B_0}$ と c の間の関係式を導け．
2) この電磁波のエネルギー密度 u_{em} を求めよ．また，ポインティング・ベクトル $\vec{S}$ を u_{em} を用いて表せ．

3

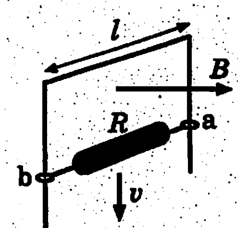
以下の問いに答えよ．2), 3) には計算の過程を詳しく記述すること．

1) 磁場 $\vec{B}$ をベクトルポテンシャル $\vec{A}$ の成分 A_x, A_y, A_z で表せ．
2) k を定数として $\vec{A} = k(0,\ 0,\ xy)$ のとき，磁場 $\vec{B}$ を求めよ．
3) 2) の $\vec{B}$ について，発散 $\vec{\nabla} \cdot \vec{B}$ の値を求めよ．

4

図のように，幅 l で抵抗を無視できるような導線に，質量 m, 抵抗 R の導線 ab を水平にかけて，鉛直面内に閉回路をつくる．この閉回路に垂直で一様な静磁場 B をかけ，導線 ab を自由落下させる．重力加速度の大きさを g として，以下の問いに答えよ．

1) 導線 ab の落下速度が v のときに回路内に発生する起電力 ϕ_{em} を求めよ．
2) 1) のとき，回路を流れる電流 I の大きさと流れる向きを求めよ．
3) 1) のとき，導線 ab に働くアンペールの力の大きさと向きを求めよ．
4) 1) のとき，導線 ab の運動方程式を書け．
5) 十分時間がたったときの，導線 ab の落下速度 v_∞ を求めよ．



5

図のように，抵抗 R と自己インダクタンス L のコイルが起電力 ϕ の電池につながれた RL 回路を考える．以下の問いに答えよ．

1) 時刻 t における電流 I についての微分方程式を求めよ．
2) 1) を解いて電流を時間の関数として求めよ．ただし $t=0$ で $I=0$ とする．
3) 十分時間が経って電流が $I_0 = \dfrac{\phi}{R}$ になったとき，電池を取り除いた．電池を取り除いた後の電流についての微分方程式を求めよ．
4) 3) を解いて電流を時間の関数として求めよ．ただし $t=0$ で $I=I_0$ とする．
5) 3) で電池を取り除いたときにコイルが持っていたエネルギー $\dfrac{1}{2}L(I_0)^2$ と，その後に発生したジュール熱が等しいことを示せ．