立创教育关于与同等学力申硕经济学相关的高等数学专题

课程讲义

课程特点：

1、与大纲紧密相关，尤其是基础入门知识点；

微分、积分、函数（常函数、幂函数、指数函数）

2、与历年真题相关，尤其是近 3-5 年真题相关的知识点

微观部分：需求论、供给论、生产论、成本论、市场论；

宏观部分：产品市场、货币市场。

考试分值： 20 分左右，占考试总分 25%。

考试题目： 经济学计算题+相关客观题目。

主要知识点

一、高等数学基本情况

1、微分学的主要内容包括：极限理论、导数、微分等。

微积分的英语 "Calculus" 源自拉丁语，意思是 "小石头"，因为它是从分析小的部分来了解大的整体。

微分是把整体分拆为小部分来求它怎样改变。

三国时期刘徽微积分思想：割圆术——圆周率

Eg：一条直线与一条弧线有两个公共点，我们就说这条直线是这条曲线的割线。

与割线有关的定理有:割线定理、切割线定理。常运用于有关于圆的题中。

核心问题：切线问题（几何上，切线指的是一条刚好触碰到曲线上某一点的直线）

莱布尼茨（被誉为"十七世纪的亚里士多德"）：点 dx 和球 x

“dy/dx”的记法：莱布尼兹记法

Eg：

dR/dq 即边际收益 MR

dC/dq 即边际成本 MC

2、积分学的主要内容包括：定积分、不定积分等。

积分是把小部分连接（积）在一起来求整体有多大。

经济学其实不是数字的科学，而是人性的科学。

核心问题：求积问题

积分符号：∫

3.小结：微分和积分是互逆运算

牛顿：先有导数，后有积分

莱布尼茨：先有积分，后有导数

二、导数

（一）函数 Y=f（x）　　　x 是自变量，y 是因变量

1、函数：简单来讲，对于两个变量 x 和 y，如果每给定 x 的一个值，y 都有唯一一个确定的值与其对应，那么我们就说 y 是 x 的函数。其中，x 叫做自变量，y 叫做因变量。

3、函数三要素：自变量、因变量、对应法则

因变量(函数)，随着自变量的变化而变化，且自变量取唯一值时，因变量(函数)有且只有唯一值与其相对应。

在一个变化过程中，发生变化的量叫变量，有些数值是不随变量而改变的，我们称它们为**常量**。

自变量，函数一个与它量有关联的变量，这一量中的任何一值都能在它量中找到对应的**固定值**。

3、函数表示法：列表法、图像法、解析法

4、一次函数

I、定义与定义式：自变量 x 和因变量 y 有如下关系：

y=kx+b（k，b 为常数，k≠0）则称 y 是 x 的一次函数。

特别地，当 b=0 时，即 y=kx 时，y 是 x 的正比例函数。

（斜截式较常用。仅当斜率 k 存在时才能使用斜截式和点斜式）

一般式：ax+by+c=0

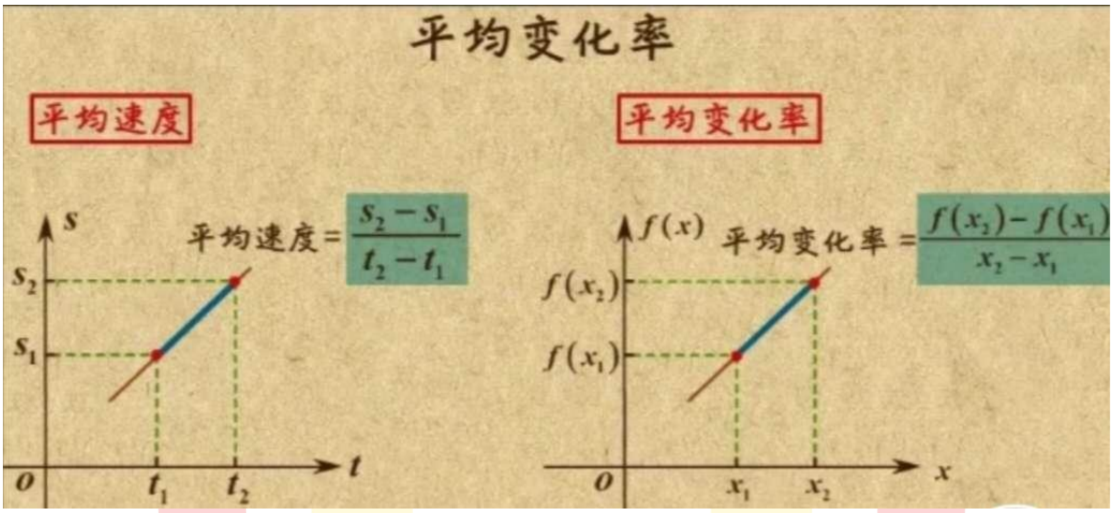
斜截式：y=kx+b

点斜式：y-y0=k(x-x0)

截距式：x/a+y/b=1（a，b 分别为 x，y 轴上的截距）

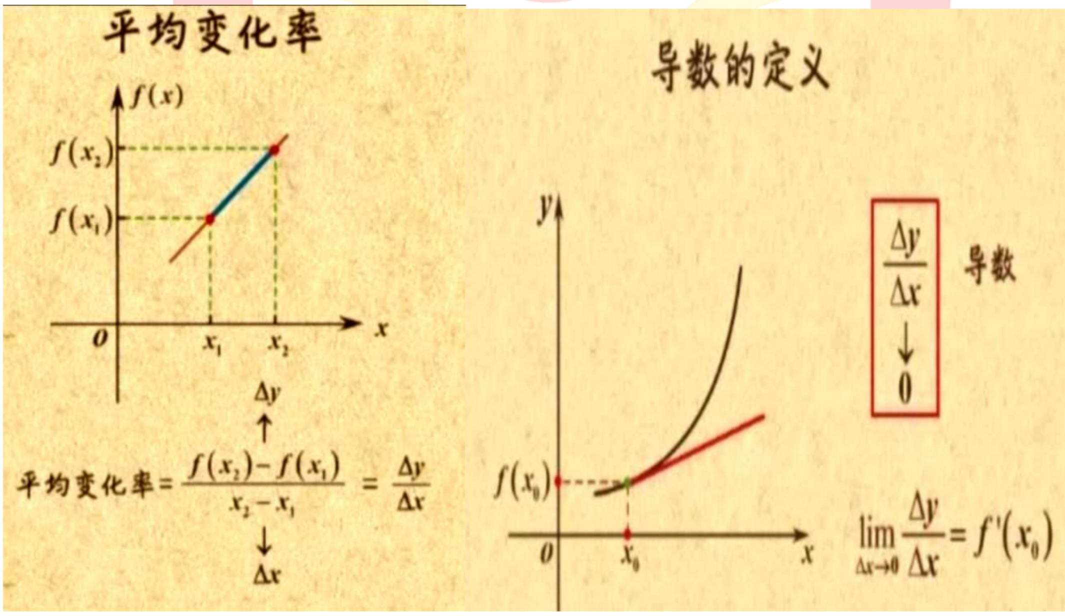
两点式：(y-y1)/(x-x1)=(y2-y1)/(x2-x1)

（二）概念：



平均速度是一个描述物体运动平均快慢程度和运动方向的矢量，它粗略地表示物体在一个段时间内的运动情况。

v=s/t



导数是函数的"变化率"，就是函数的坡度。

函数 y=f（x），当自变量 x 在一点 x0 上产生一个增量Δx 时，

函数输出值的增量Δy=f（x0+△x）-f（x0）与自变量增量Δx 的比值

△y/△x=【f（x0+△x）-f（x0）】÷△x

f（x）在 x0 到 x0+△x 之间的平均变化率

在Δx 趋于 0 时，极限△y/△x 如果存在，即为在 x0 处的导数，记作 f'（x0）或 df（x0）/dx。

$$f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

y'、f'（x）、dy/dx 或 df（x）/dx，简称导数。

具体求解方法：

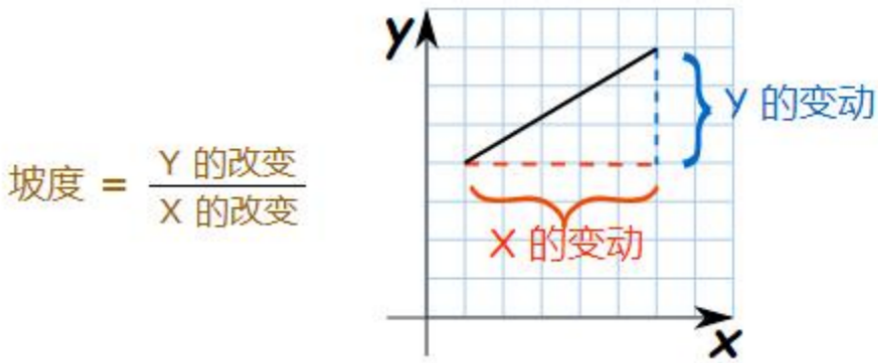
第一步：作差：求出Δy=f（x0+△x）-f（x0）

第二步：作商：对所求的的差作商

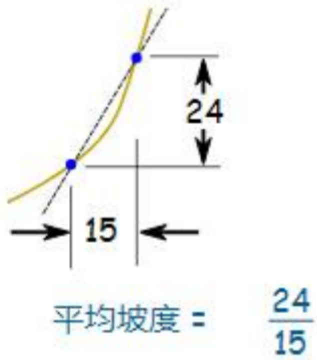
△y/△x=【f（x0+△x）-f（x0）】÷△x

第三步：使得△x=0

全是与坡度有关！

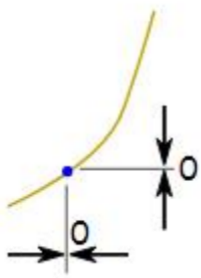


我们可以求两点之间的 **平均** 坡度.



但我们怎样求在一**点**的坡度？

没有什么可以测量的！



$$坡度 = \frac{0}{0} = ???$$

但是，在导数里，我们可以用一个很小的差…… 坡度 delta y / delta x

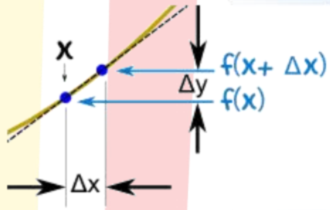
……然后把它**缩小到零。**

求个导数！

求函数 $y = f(x)$ 的导数，我们用坡度的公式：

$$坡度 = \frac{Y\ 的改变}{X\ 的改变} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

我们看到（如图）：



x 从 x 变到 $x+\Delta x$

y 从 $f(x)$ 变到 $f(x+\Delta x)$

按照这步骤去做：

- 代入这个坡度公式：$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$
- 尽量简化

* 把 Δx 缩小到零。

像这样：

例子：函数 $f(x) = x^2$

我们知道 $f(x) = x^2$，也可以计算 $f(x+\Delta x)$：

开始：$f(x+\Delta x) = (x+\Delta x)^2$

展开 $(x + \Delta x)^2$：$f(x+\Delta x) = x^2 + 2x\,\Delta x + (\Delta x)^2$

坡度公式是：$\dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

代入 $f(x+\Delta x)$ 和 $f(x)$：$\dfrac{x^2 + 2x\,\Delta x + (\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x}$

简化（x^2 and $-x^2$ 约去）：$\dfrac{2x\,\Delta x + (\Delta x)^2}{\Delta x}$

再简化（除以 Δx）：$= 2x + \Delta x$

当 Δx 趋近 0时，我们得到：$= 2x$

结果：x^2 的导数是 $2x$

二次函数的图象是一条抛物线，是轴对称图形

在这里我们用 "dy/dx" 的记法（也称为莱布尼兹记法）

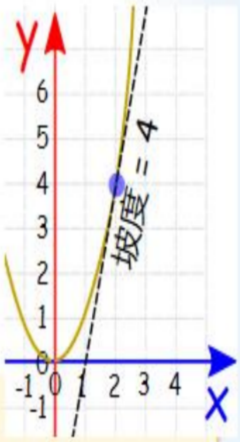
我们写 **dx**，而不写 **"Δx 趋近 0"**，所以 "的导数" 通常是写成 $\frac{d}{dx}$

$$\frac{d}{dx}x^2 = 2x$$

"x^2 的导数等于 $2x$"

或 *"x^2 的 d dx 等于 $2x$"*

$\frac{d}{dx}x^2 = 2x$ 的意思是什么？



意思是，对于函数 x^2，在任何一点的坡度或 "变化率" 是 **2x**。

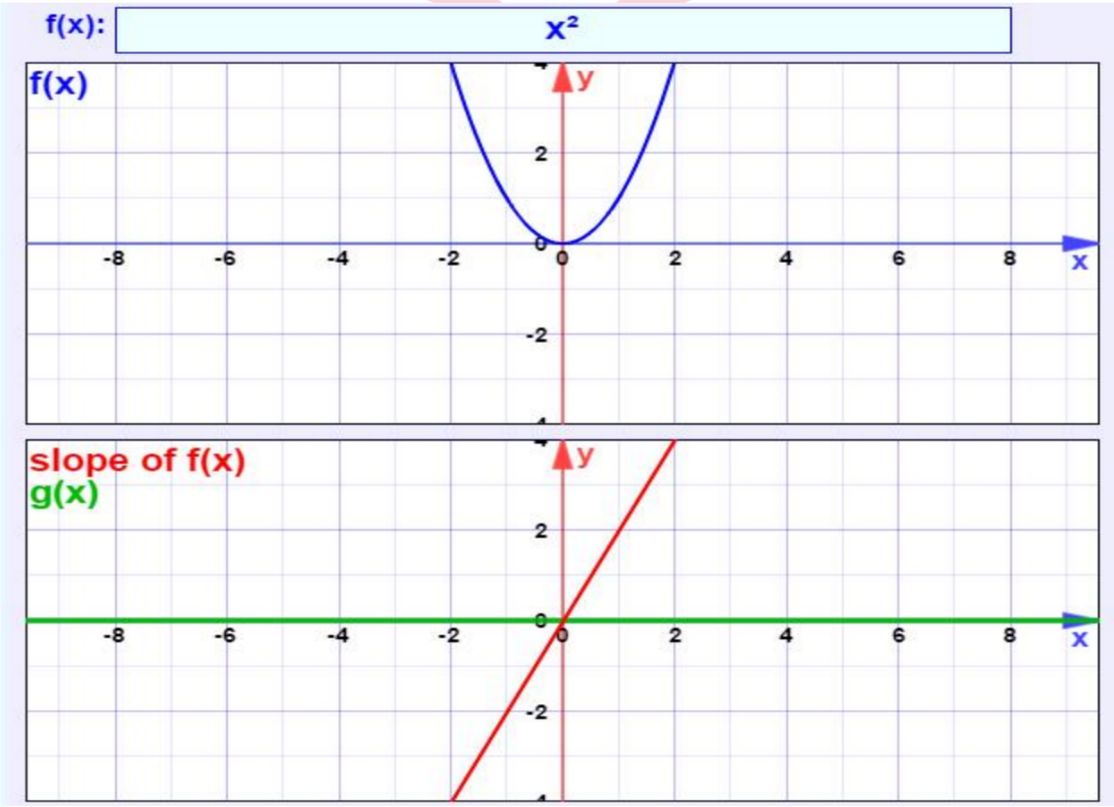
所以当 **x=2**，坡度是 **2x = 4**，如图所示：

或当 **x=5**，坡度是 **2x = 10**，以此类推。

注意：$f'(x)$ 也是 "的导数" 的另一个写法：

$$f'(x) = 2x$$

"f(x) 的导数等于 2x"



再来看一个例子。

例子：$\frac{d}{dx}x^3$是什么？

我们知道 $\mathbf{f(x) = x^3}$，也可以计算 $\mathbf{f(x+\Delta x)}$ ：

开始： $\mathbf{f(x+\Delta x) = (x+\Delta x)^3}$

展开 $(x + \Delta x)^3$: $\mathbf{f(x+\Delta x) = x^3 + 3x^2\,\Delta x + 3x\,(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3}$

坡度公式： $\dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

代入 $\mathbf{f(x+\Delta x)}$ 和d $\mathbf{f(x)}$ ： $\dfrac{x^3 + 3x^2\,\Delta x + 3x\,(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3 - x^3}{\Delta x}$

简化（x^3 and $-x^3$ 约去）： $\dfrac{3x^2\,\Delta x + 3x\,(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3}{\Delta x}$

再简化（除以 Δx）： $= 3x^2 + 3x\,\Delta x + (\Delta x)^2$

当 **Δx 趋近 0** 时，我们得到： $\frac{d}{dx}x^3 = 3x^2$

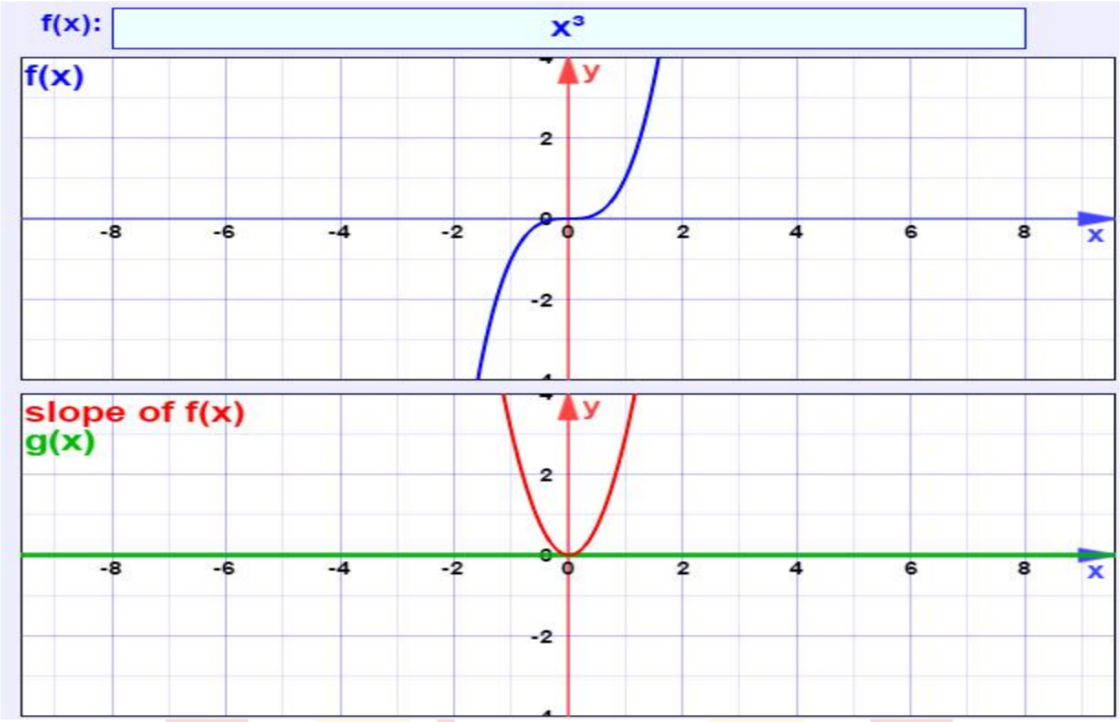
$(a+b)^3$

$=(a+b)^2(a+b)$

$=(a^2+b^2+2ab)(a+b)$

$=a^3+ab^2+2a^2b+a^2b+b^3+2ab^2$

$=a^3+b^3+3ab^2+3a^2b$



记法

"缩小到零" 可以写一个 极限，像这样：

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

"**f** 的导数等于 当 **Δx** 趋近零时，f(x+Δx) - f(x) 除以 Δx的极限

有时导数是写成这样的（见 以 dy/dx 来看导数）:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(x+dx) - f(x)}{dx}$$

求导数的过程称为 "微分法"。

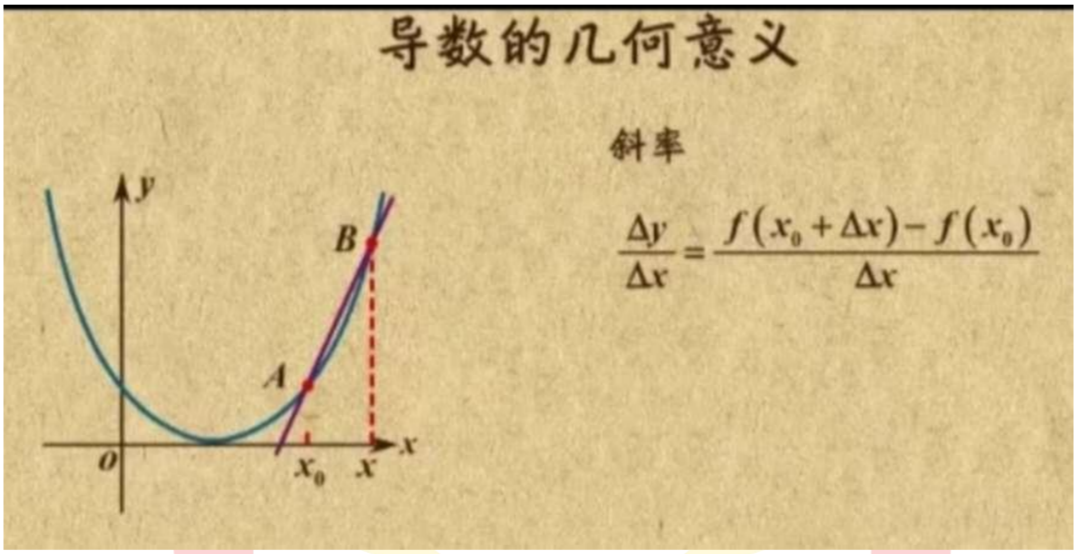
你用微分法......来求导数。

（三）几何意义

函数 y=f（x）在 x0 点的导数 f（x0）的几何意义：

表示函数曲线在点 P0（x0，f（x0））处的切线的斜率（导数的几何意义是该函数曲线在这一点上的切线斜率）。

割线——切线



（四）经济学意义

可以表示经济学中的边际和弹性

（五）求导方法（定义法）

计算已知函数的导函数可以按照导数的定义运用变化比值的极限来计算。

①求函数的增量：

作差：求出Δy=f（x0+△x）-f（x0）

②求平均变化率：

作商：对所求的的差作商

△y/△x=【f（x0+△x）-f（x0）】÷△x

③取极限，得导数。

使得△x=0

（六）公式

在实际计算中，大部分常见的解析函数都可以看作是一些简单的函数的四则运算（和、差、积、商）或相互复合的结果。只要知道了这些简单函数的导函数，那么根据导数的求导法则，就可以推算出较为复杂的函数的导函数。

$$y=u\pm v, y'=u'\pm v'$$

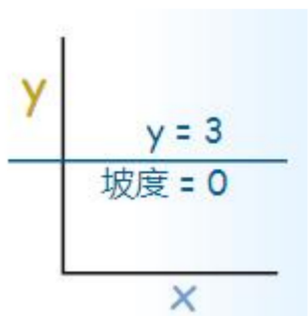
$$y=uv, y'=u'v+uv'$$

①和或差的导数=导数的和或差

②乘积的导数=你的导数*我+你*我的导数

函数	原函数	导函数
常函数（即常数）	$y=C$ （C为常数）	$y'=0$

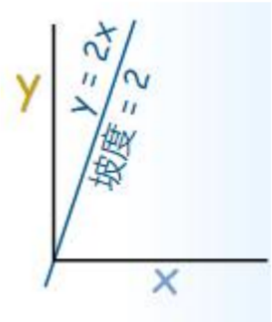
当函数为常值函数，没有增减性，即没有极值点。但导数为零。



短期成本函数：TFC=Co 常数

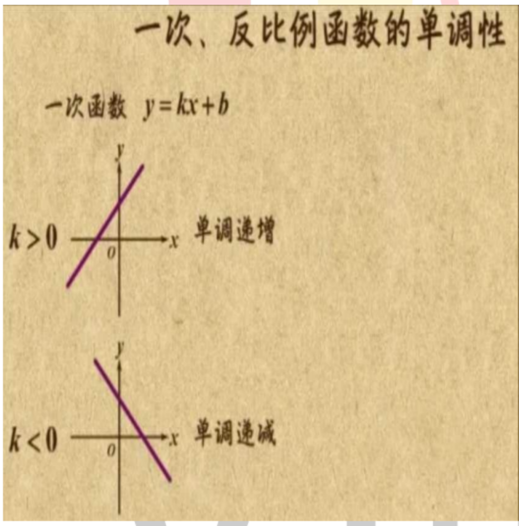
幂函数	$y=x^n$	$y'=nx^{n-1}$

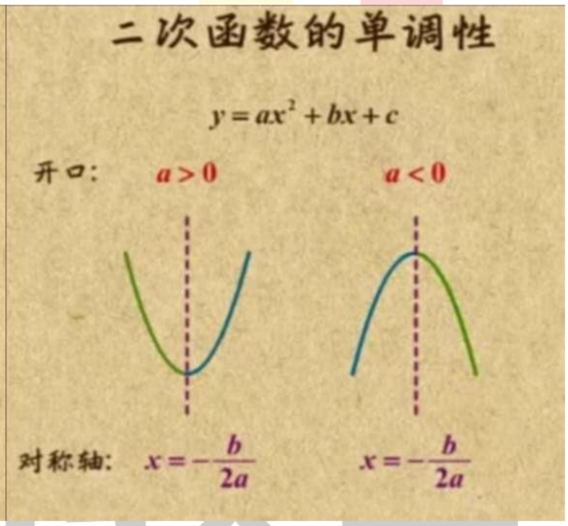
指数作为系数*x*指数-1 作为系数

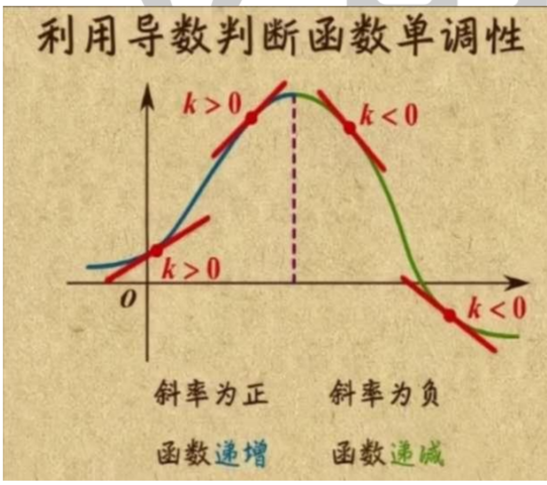


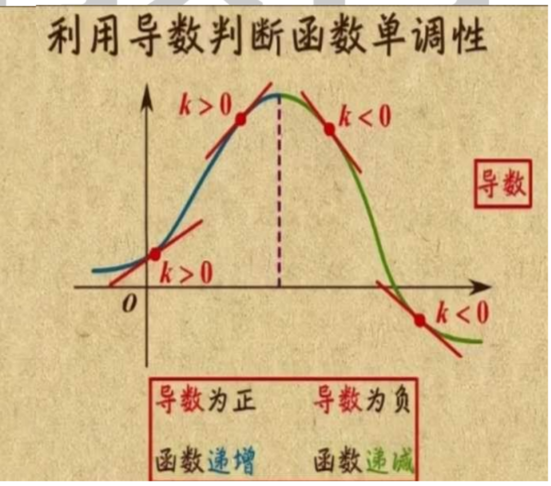
求导口诀：常为零，幂降次

三、单调性









1、概念

（1）若导数大于零，则单调递增，f（x）为增函数；

（2）若导数小于零，则单调递减，f（x）为减函数；

（3）导数等于零为函数驻点，不一定为极值点。需代入驻点左右两边的数值求导数正负判断单调性。

2、凹凸性

可导函数的凹凸性与其导数的单调性有关。如果函数的导函数在某个区间上单调递增，那么这个区间上函数是向下凹的，反之则是向上凸的。如果二阶导函数存在，也可以用它的正负性判断，如果在某个区间上恒大于零，则这个区间上函数是向下凹的，反之这个区间上函数是向上凸的。曲线的凹凸分界点称为曲线的拐点。

基本上，导数是函数上任何一点的坡度。

3、**“二次导数”**是函数的导数的**导数**。所以：

先求函数的导数

再求结果的导数

我们时常用撇号来代表导数：$f'(x)$

二次导数是以两个撇号来代表：$f''(x)$

例子：三次函数 $f(x) = x^3$

导数是 $f'(x) = 3x^2$

$3x^2$ 的导数是 6x，所以 f(x) 的二次导数是：

$$f''(x) = 6x$$

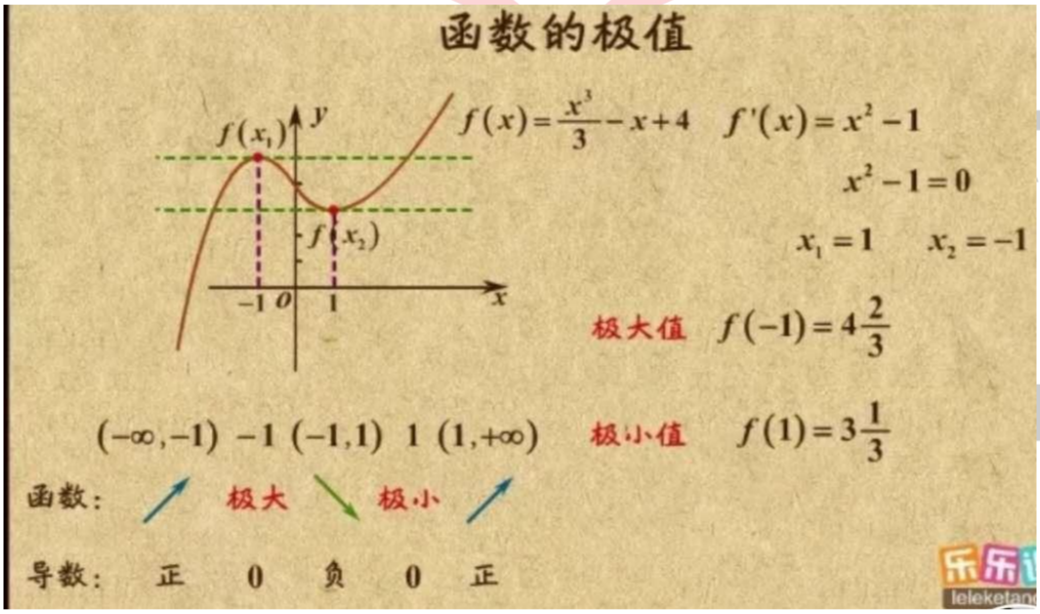
导数也可以用这样的 $\frac{dy}{dx}$ 标志：，二次导数是这样 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 的：

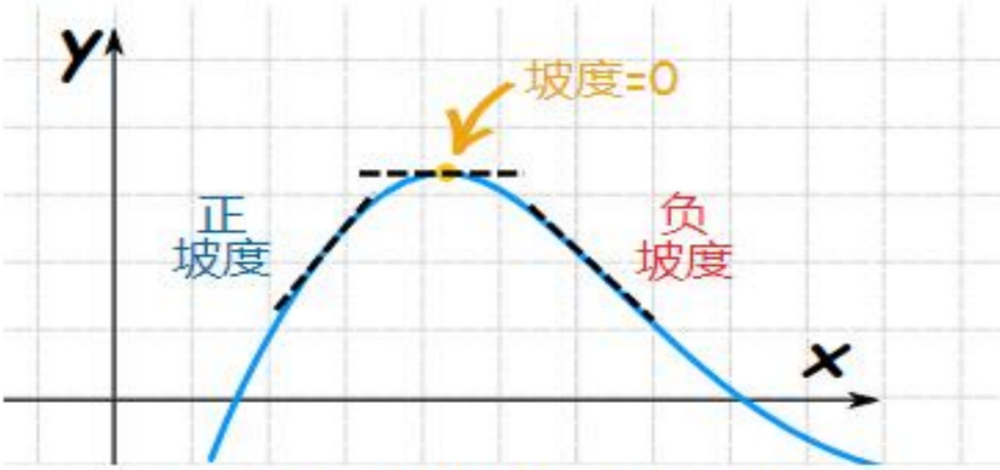
阶 2　　次数 3

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = 4x^3 - 24$$

4、阶数是最高的导数

四、极值问题



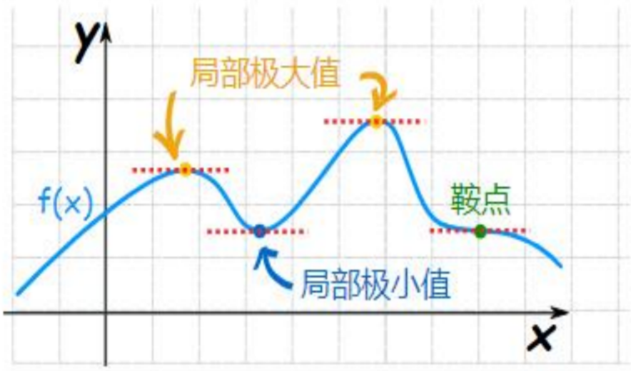


减小（也经过 0）的坡度代表极大值。

用导数来求极大值和极小值

函数在哪里最高或最低？微积分可以帮助你！

一个顺滑改变的函数的低点（*级小值*）或高点（*极大值*）是在其变成平坦的地方：



（但不是所有平坦的地方都是极大值或极小值，也可以有个**鞍点**)

在哪里变成平坦？ 在**坡度等于零的地方。**

坡度在哪里等于零？ 导数可以告诉我们！

极值：极大值、极限值

极值点：极大值点、极小值点

高点 叫 **极大值。**

低点 叫 **极小值。**

两者 都叫 **极值。**

若函数可能在别的地方有更高（或更低）的值，但在这点附近没有，我们便叫这点为**局部**极大值（或极小值）。

打个不太恰当的比方：一个人做垂直起跳运动，到达最高点的一刻，速度是多少？0。不然的话，那个人下一刻肯定还在往上飞

函数的导数是它的坡度。

二阶导数 告诉我们那坡度是在增大还是减小。

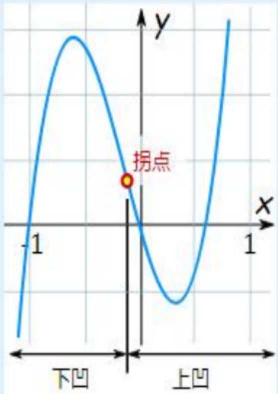
- 若二阶导数是**正数**，函数是**上凹。**
- 若二阶导数是**负数**，函数是**下凹。**

拐点是函数由**上凹**转为**下凹**的地方（反之亦然）。

例子：$y = 5x^3 + 2x^2 - 3x$

求二阶导数：

- 导数是 $y' = 15x^2 + 4x - 3$
- 二阶导数是 $y'' = 30x + 4$



30x + 4 在 $x = -4/30 = -2/15$ 以下是负数，以上是正数。所以：

在 $x = -2/15$ 以下，f(x) 是 **下凹**

在 $x = -2/15$ 以上，f(x) 是 **上凹**

拐点在 $x = -2/15$

五、微观部分

（一）边际函数：边际成本、边际收入

1、边际：Marginal 英文原意：页与页之间的边际，边际是“新增”带来的“新增”。

Eg：

边际成本：多生产一个产品需要新投入的成本。

边际收入：多投入一个单位的成本带来的新增收入。

MR=△TR÷△y

①举例：

每多生产一个单位产品所新增的成本，叫做边际成本 MC；

每多卖出一个单位产品所新增的收入，叫做边际收入 MR；

每多投入一个单位原料所新增的产量，叫做边际产量 MP；

每多消耗一个单位商品所新增的享受，叫做边际效用 MU；

每多听一节课新增了 30 分钟的时间成本，“听课的边际成本 MC“是 5 分钟；

每多听一节课新增了 5 个经济学知识的记忆，“听课的边际效用“MU 是 5 个知识点；

以此类推。。。每单位的“新增”带来的“新增“叫做边际。

2、高频考点：边际效用 MU 递减。

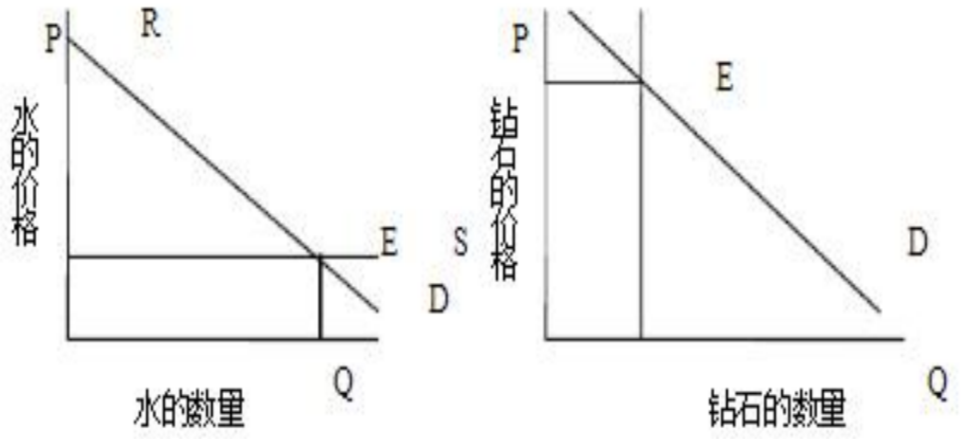
大纲：MU=△TU÷△Q

其实就是一个求导数的过程,把效用 TU 看成是商品数量 Q 的函数，在此求 TU 的一阶导数。

基数效用论的基本假定：边际效用 MU 随着消费数量 Q 的增加而减少，即边际效用服从递减规律。——消费者需求曲线 D 向右下方倾斜。

从分析消费者行为的方法来看，**基数效用论者采用边际效**

用分析方法，序数效用论者采用无差异曲线分析方法。

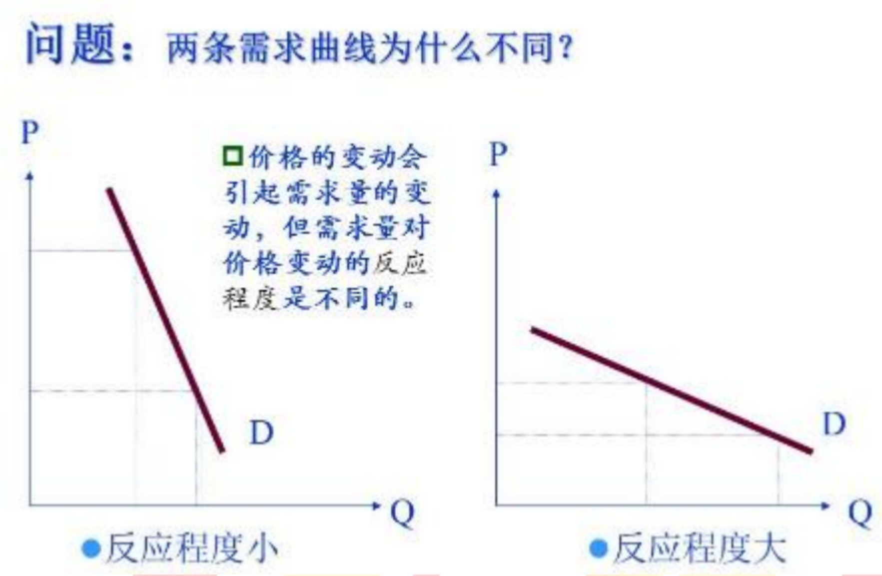


举例：这个的意思通俗来讲，你吃第一口馒头，这口馒头给你带来的效用很高，第二口馒头它给你带来的新增的效用就会少一点，第三口又再少一点，一步一步的减下去，这就叫边际效用递减。

不同情况下的边际成本、边际产量及边际收入会存在或递增或递减的现象，惟独可以明确的是，边际效用是递减的。

边际效用递减定律其实很好理解：在单位时间内，随着人们消耗的某种商品的数量 Q 不断增加，消耗这种商品所能带来的新增享受 MU 迟早都会下降。换言之，每多消耗一个单位的商品，边际效用 MU 在递减。

（二）弹性函数



1、效应

所引起的反应和效果.

所谓反应就是弹性,我们可以用弹性系数来描述及衡量大小.

而效果指标,我们可以用效果指数来衡量.

2、弹性 elastic——物理学名词

一个变量相对于另一个变量发生的一定比例的改变的属性。

弹性的概念可以应用在所有具有因果关系的变量之间。

作为原因的变量通常称作自变量，受其作用发生改变的量称作因变量。

例如 P162、P163　点弹性点 ex，p=dx/dp・p/x

Eq，p=dq/dp・p/q=1÷f'(p)・p/q

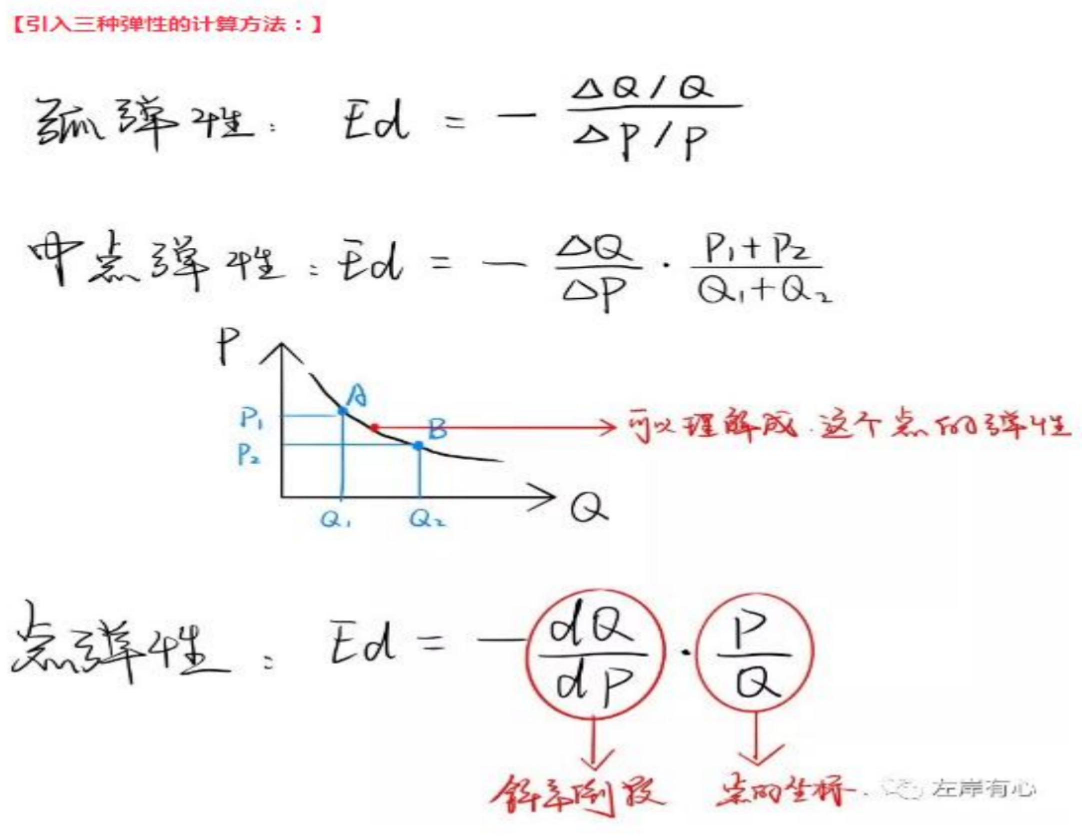
自变量 p 和因变量 q 之间存在关系 q = f(p)，

则 q 的 p 弹性：Eq/Ep=(△q/q)/(△p/p)=1÷f'(p)•p/q。

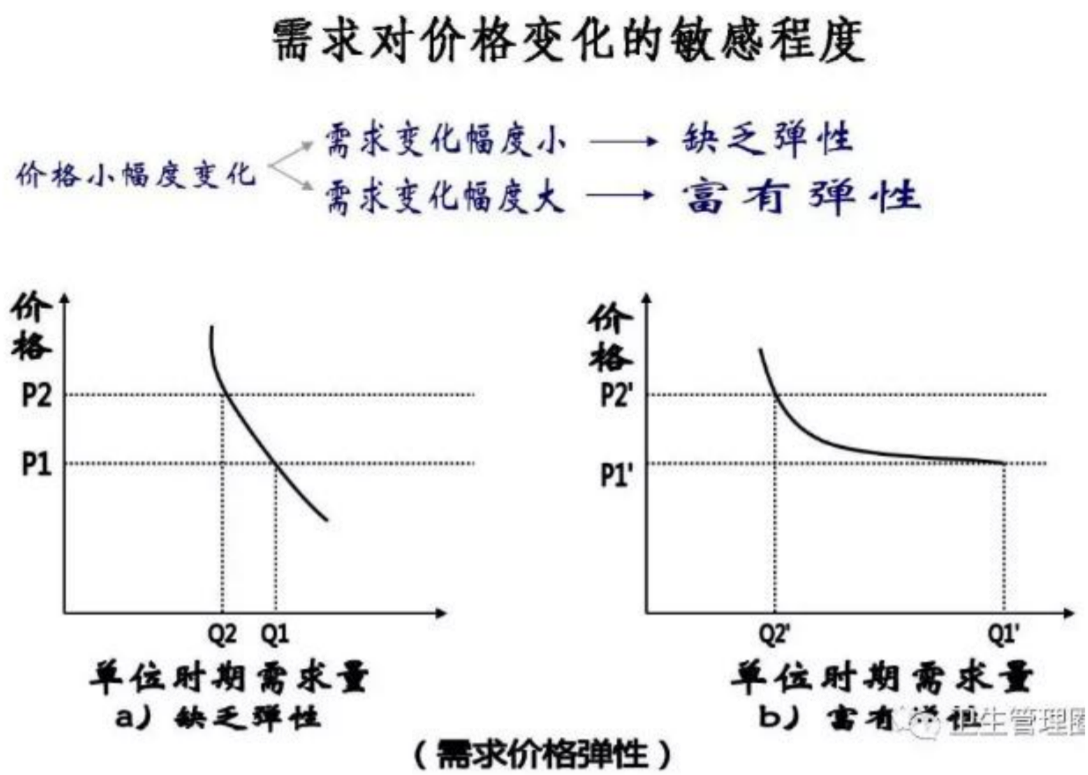
在西方经济学中，**弹性指的是消费者和生产者对价格变化的反应程度。**

在经济学中，弹性的一般公式为：**弹性系数=因变量的变动比例/自变量变动比例.**

相应于价格的变动△P，需求量变动△Q 的敏感程度，用弹性系数加以衡量，被定义为需求量变动的百分比除以价格变动的百分比。



3、图像反映



需求的价格弹性、需求的其他弹性、供给弹性

（三）需求函数、供给函数

1、需求量：X=x（pr，p，m，p1，。。。）

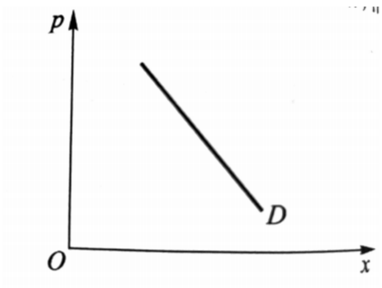


图 1.1　需求曲线

经济学中的“需求”和日常生活中的“需要”有本质上的不同。

需要是一种主观意愿，它和价格及消费者的收入无关。

需求是经济学研究消费者的选择问题，是指收入和商品价格已定的条件下**影响需求的因素：价格（第一主力）**/消费者的偏好/消费者的收入水平/其他相关商品的价格/人口/消费者预期/消费政策

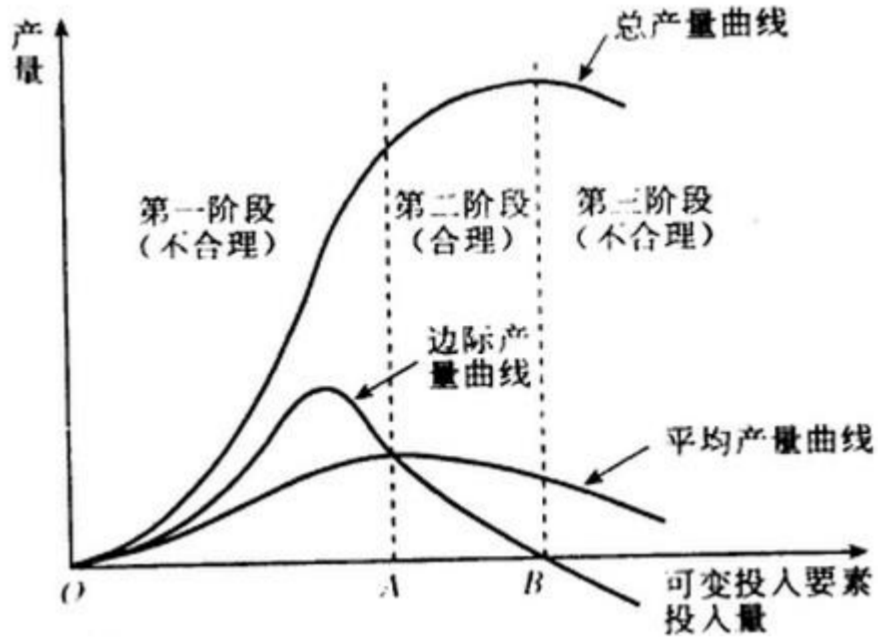
2、供给量：Y=y（T，p，r1，r2，。。P1，p2，。。。）

影响供给的因素：价格（第一主力）/生产者的目标/生产技术水平/生产成本/其他相关商品的价格/生产者预期政府政策，购入多少的问题。

（四）生产函数、成本函数、收益函数、利润函数

1、生产函数

①短期生产函数



MP、TP、AP 三条线的图是考试重点。

1、边际报酬递减规律起作用的点是在哪里？MP 的最高点

2、短期生产的三个阶段：

原点到 AP 和 MP 的交点，是第一区间；由于不变要素资本的投入量相对过多，生产者**增加**可变要素劳动的投入量是有利的。

TP 的顶点往右，是第三区间；可变要素劳动的投入量相对过多，生产者**减少**可变要素劳动的投入量是有利的。

中间为第二区域，是合理区间。生产者进行短期生产的决策区间。

3、如何求合理区间的起点？令 MP(L)=AP(L)

如何求合理合理区间的终点？令 MP(L)=0

P190 第三章生产论和成本论

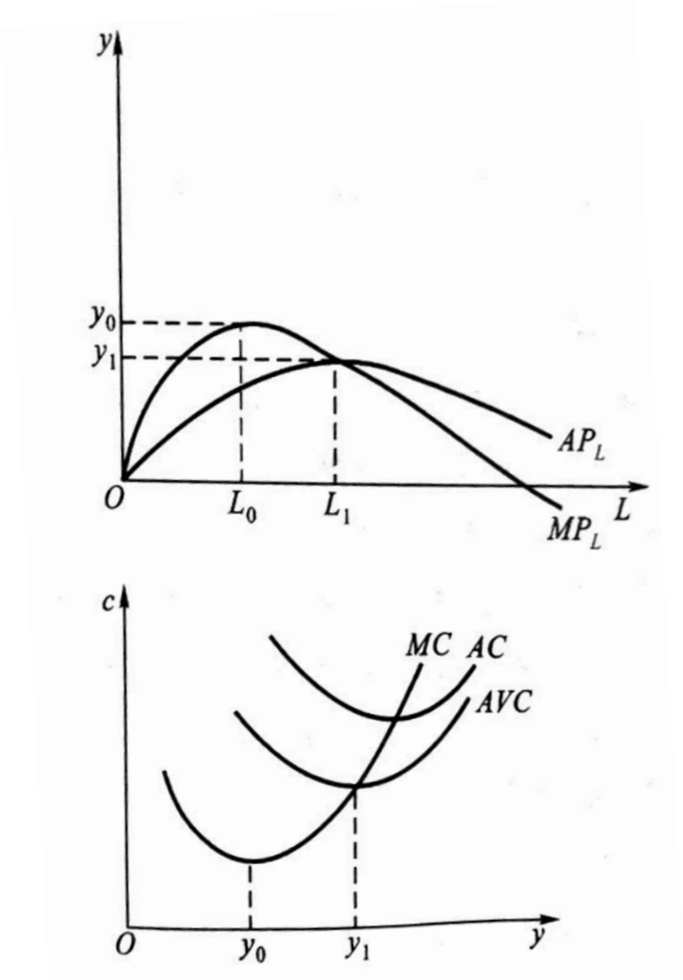
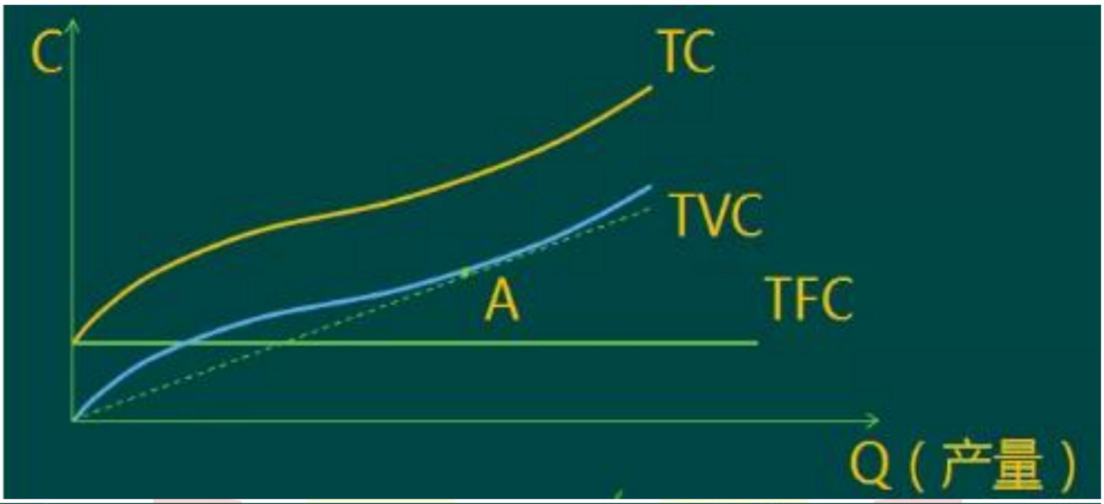


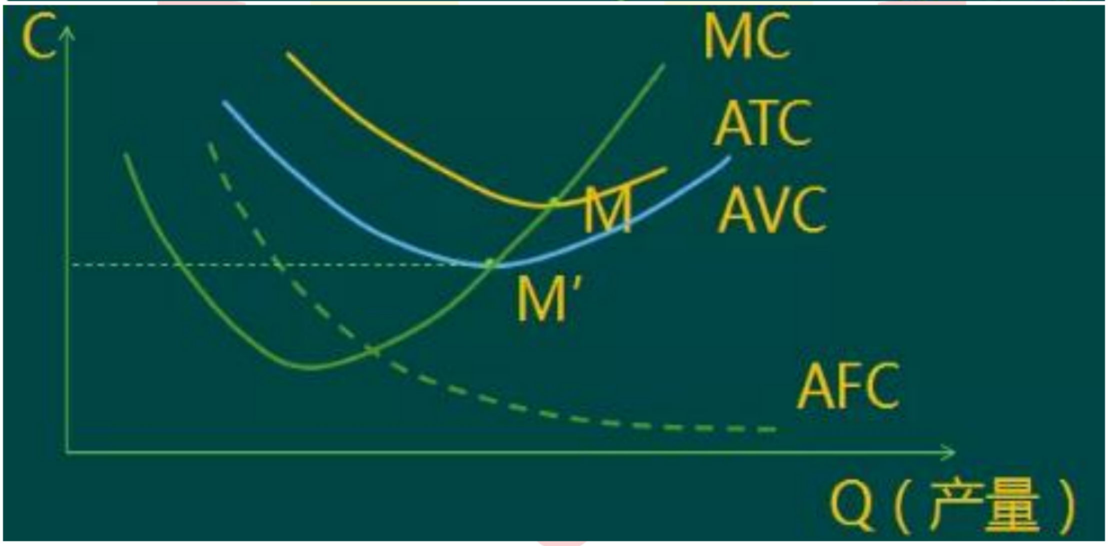
图 3.6 短期产量曲线与短期成本曲线的关系

②长期：两个要素

2、成本函数：成本论

短期成本：TC=VC+FC





长期成本：Y=f（L,K） C=rl*L+rk*K

MPL÷rL=MPK÷rK

3、收益函数

TR=P(y)y——市场理论

4、利润函数

π=TR-TC=PQ-TC=P(Y)Y-TC——市场理论

另外还可以和函数求最大值结合起来求最大利润。

（五）高频考点 MR=MC

微观经济学：厂商行为是利己的,他们为了追求利润最大化而进行生产.为了达到这一目的,厂商遵循的基本原则就是边际收入等于边际成本,即**MR=MC**——即边际利润为 0

这一条件不仅适用于**厂商的短期均衡**,也适用于**长期均衡**

不仅适用于**完全竞争市场**,也适用于**其他类型的市场**. 所以 MR=MC 是市场均衡的一般条件.

证明如下:

1、收益是厂商出售产品的收入,收益函数 R= R(q)表示收益与产量之间的关系.

2、成本是用于生产的生产要素价格,其中包括所谓的正常利润,成本函数 C=C(q)表示成本与产量之间的关系.

3、以π代表利润,则按照定义有 $\pi=R(q)-C(q)$

要使利润达到最大化的必要条件是 $d\pi/dq=0$

即 $d\pi/dq=dR/dq-dC/dq=0$ 所以 $dR/dq=dC/dq$

dR/dq 即边际收益 MR,随着产量 Q↑，商品价格 P↓（基于供给↑从而价格↓的基本原理）。因而在达到一定的产量规模后，边际收入(MR)是递减的。

dC/dq 即边际成本 MC. 随着产量 Q↑，边际成本 MC 会先↓（可以理解为等值的固定成本 FC 被摊薄了），再↑（产量 Q 到了一定水平后再若要增加会到来额外的新增固定成本ΔFC）。因而在达到一定的产量规模后，边际成本(M C)是递增的。

Eg：立创教育王总开公司，一条教育生产线，月最多产课程产品 100 件。一开始试生产 20 件/月，然后小规模量产 50 件/月，进而大规模量产把产能用足到 100 件/月。这一过程中，购置厂房和这一条生产线的固定成本 FC 肯定是被摊薄的，这个应该没什么问题。那再增产怎么办，比如要 120 件/月？只能新开生产线，就有了新增固定成本ΔFC。而此时因为产量并没有达到两条生产线的总产能极限(即 200 件/月)， 即产量并没有 double，而固定成本 FC 却 double 了。结合这样两个阶段，才出现了上文所述的“边际成本 MC 会先↓后↑”的现象。

所以利润最大化的必要条件是 MR=MC. 临界时刻

厂商每多生产一件商品的Δ利润（边际利润）= MR（↓）- MC（↑） 可以看到，边际利润的空间即 MR 与 MC 的差值，而 MR 的递减和 MC 的递增在挤压边际利润的空间，直到降为 0

4、如果 MR>MC,表明每多生产一单位产品所增加的收益大于生产这一单位产品所消耗的成本,这时还有潜在的利润没有得到,厂商增加生产是有利的.所以,厂商必然增加生产,其结果是 供给增加,价格下降,边际收益减少,边际成本增加,直到 MR 和 MC 二者相等时,厂商才不再增加生产.

类似行驶中踩刹车的情况：速度（速率）在降低，但是一定阶段内里程依然会增加（车辆还在往前挪），直到最后静止。当边际利润递减直至为 0 的时候，达到临界值，此时厂商显然不可能继续开展不形成收益的生产活动。边际利润只要保持>0，即使在递减，并不影响新生产的商品带来新增利润，进而使总利润增加（尽管这个增加幅度会越来越有限）。用文字来表达就是厂商“榨干了通过扩大产量这一手段，对总利润所能带来的每一滴积极效应”。

5、如果 MR<MC,表明每多生产一单位产品所增加的收益小于生产这一单位产品所消耗的成本,这时有亏损.厂商减少生产,直到 MR=MC.

6、只有在 MR=MC 时,厂商把该赚到的利润都赚到了,这对厂商最有利.此时厂商就实现了利润最大化,即不增加生产也不减少生产.

（六）微观计算题：拉格朗日乘数法

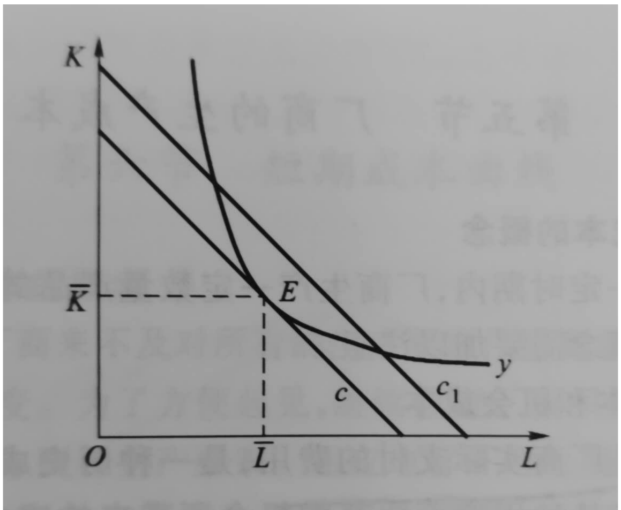


图 3.4　既定产量下的成本最小化

P187 第三章生产论和成本论

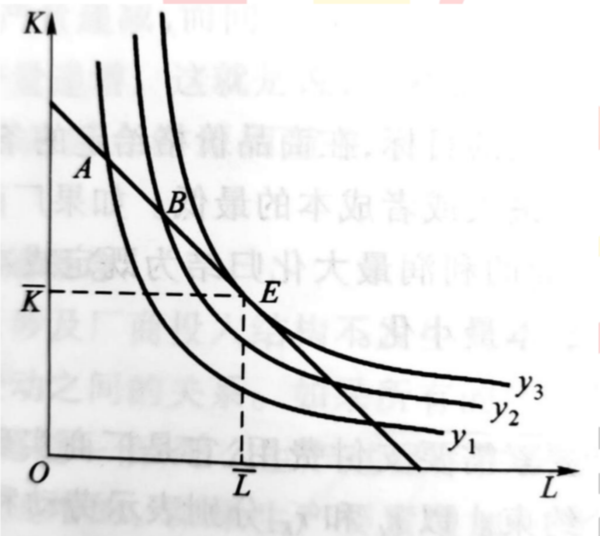


图 3.3　既定成本下的产量最大化

P186 第三章生产论和成本论

生产函数 Q=F(L,K)

既定商品价格为 p

既定的劳动和资本价格为 w 和 r，购买量为 L 和 K

π 表示利润

厂商成本函数（约束条件）：C=w・L+L・W=Co

Max Q=F(L,K)

厂商的利润函数（目标函数）：π（L,K）=P•F(L,K)-(wL+rK)

通过利润最大化一阶函数求偏导，

令其为 0

w/r=MP_L（劳动边际产量）/MP_K（资本边际产量）

即得到追求利润最大化的厂商是可以得到最优的生产要素组合的。

已知某企业的生产函数为 $Q=L^{2/3}K^{1/3}$，劳动的价格 w=2，资本的价格 r=1。求：

（1）当成本 C=3000 时，企业实现最大产量时的 L，K 和 Q 的均衡值。

（2）当产量 Q=800 时，企业实现最小成本时的 L，K 和 C 的均衡值。

解：

（1）由已知生产函数 $Q=L^{2/3}K^{1/3}$

所以 MPL=dQ/dL=2/3L^(-1/3)K^1/3

MPK=dQ/dK=L^2/3*1/3K^(-2/3)

劳动的价格 w=2，资本的价格 r=1

根据企业实现给定成本条件产量最大化的均衡条件：MPL/W=MPK/r

于是

2/3L^(-1/3)K^1/3÷L^2/3*1/3K^(-2/3)=2

所以 K=L

又由成本方程得：C=KR+LW

C=3000

劳动的价格 w=2，资本的价格 r=1

2L+1K=3000 所以 L=K=Q=1000

2.解：因为 MPL/W=MPK/r

所以 K=L

当产量 Q=800 时

800=L^2/3K^1/3

L=K=800

又由成本方程得：C=KR+LW 所以 C=2400

（七）微观计算题

垄断厂商的需求函数:P=10-2Q,长期成本函数:LTC=Q^3-5Q^2+10Q 试求:

(1)边际收益函数;

(2)利润最大化时,产量和价格;

(3)对垄断厂商征收一定量的固定税额,征收多少税时,使其没有超额利润;

(4)对单位产品征收 3 单位比例税,新的产量和价格;

(5)上述两种征税方式对消费者的影响。

解:(1)总收益函数:TR=PQ=(10-2Q)Q=10Q-2Q^2

边际收益函数:$MR=10-4Q$,

(2)垄断厂商的利润最大化的条件是 $MR=MC$。$MC=3Q^2-10Q+10$,$MR=10-4Q$

则有:

$10-4Q=3Q^2-10Q+10$

解得:$Q=2$。将其代需求函数可得:$P=6$。

(3)对垄断厂商征收一定量的税后,成本函数变为:$LTC=Q^3-5Q^2+10Q+T$

利润$=PQ-LTC=10Q-2Q^2-(Q^3-5Q^2+10Q+T)$

没有超额利润,即 $\pi=0$。将 $Q=2$ 带入公式,解得 $T=4$。

(4)当对单位产品征收 3 单位的比例税,新的成本函数为

$LTC=Q^3-5Q^2+13Q$,

$MC=3Q^2-10Q+13$。

再根据利润最大化的条件:$MR=MC$,有:

$10-4Q=3Q^2-10Q+13$

解得 $Q=1$,$P=8$。

(5)不征税时:$Q=2$,$P=6$,$CS=4$。

征收固定税时:$Q=2$,$P=6$,$CS=4$。

征收 3 单位比例税时:$Q=1$,$P=8$,$CS=1$

因此,征收固定税对消费者没有影响,征收比例税使得消费者剩余减少,消费者的福利水平下降。

六、宏观部分

（一）图形说明：菲利普斯曲线

宏观经济学：通货膨胀理论：菲利普斯曲线

首先，菲利普斯说，失业和通货膨胀却是存在交替关系，其次，在此所表明的规律，普斯曲线揭示出来是要求追求的，是那种低失业率和低通货膨胀率，二者不可兼得。

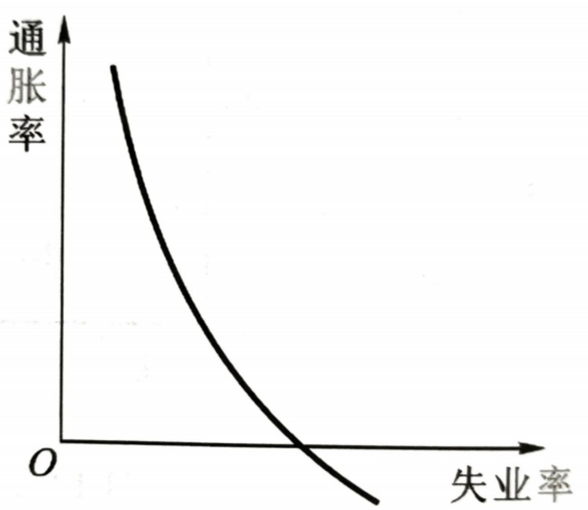


图 14.3　菲利普斯曲线

（二）宏观计算题

考虑某封闭经济满足以下条件，消费 $C=40+0.8(Y-T)$，投资 $I=140-10r$，r 表示利率，政府税收 $T=50$，政府支出 $G=50$，实际货币需求 $L=0.2Y-5r$，名义货币供给 $M=100$，价格水平为 P。

(1)求 IS 曲线。

(2)求 LM 曲线。

(3)求价格水平 $P=1$ 时的总产出。

(4)在第三问的条件下，如果政府支出 G 从 50 增加到 80，那么政府支出的增加挤占了多少私人投资？

(5)解释什么叫做挤出效应,并说明产生这一效应的原因。

解:(1)由 $Y=C+I+G$,可知 IS 曲线为:

$Y=40+0.8(Y-50)+140-10r+50$

即:$Y=950-50r$

(2)实际货币供给为 $m=M/P$,由实际货币供给和实际货币需求相等,可得 LM 曲线为:

由 $0.2Y-5r=100/P$

即:$Y=500/P+25r$

(3)联立 IS-LM 曲线消去 r,得到总需求曲线:

$Y=950/3+1000/(3P)$

当 $P=1$ 时,解得:$r=6$,$Y=650$。

即价格水平 $P=1$ 时的总产出为 650。

(4)当政府支出 G 从 50 增加到 80 时,私人投资 I 的变化如下:

①当 $G=50$ 时,均衡利率 $r=6$,均衡收入 $Y=650$。

将 $r=6$ 代入 $I=140-10r$ 得:投资 $I=80$

②当 $G=80$ 时,IS 曲线为 $Y=1100-50r$,LM 曲线为 $Y=500/P+25r$,联立 IS 曲线和 LM 曲线,解得:均衡利率 $r=8$,均衡收入 $Y=700$

将 $r=8$ 代入投资函数得 $I'=60$

则 $\triangle I=20$,即当政府支出 G 从 50 增加到 80 时,政府支出的增加挤出了 20 单位的私人投资。

(5)挤出效应是指政府支出的增加导致利率上升,进而使私人投资减少,从而使国内生产总值减少的效果。

挤出效应产生的具体机制如下:

①在封闭经济条件下的挤出效应分析

大封闭经济条件下,整个经济体的可贷资金的数量取决于国民储蓄,它包括政府储蓄和私人储蓄。政府储蓄等于政府收入减去支出,如果财政盈余,政府支出不会发生挤出效应。因为此时政府不需要占用私人的资金,从而私人投资不会减少。反之,如果财政赤字,政府支出意味着政府要占用私人储蓄的资金,那么私人投资的资金减少,利率就会上升,私人投资减少,从而产生挤出效应。

②在开放条件下的挤出效应分析

小型开放经济体中,利率始终等于世界利率,因此政府支出增加不会减少投资。但是,政府支出增加会导致商品价格水平上升,出口价格上升;净出口减少;另一方面,国内资金需求增加,利率有上升压力,国外资金涌入导致本国货币汇率升高,净出口减少。最终抵消政府支出的增加,总支出不变。需出示大型开放经济体的条件下则同时包括了封闭经济体和小型开放经济体的特点,政府支出增加会通过抬高利率导致投资减少和抬高汇率抬高价格导致净出口减少,但最终总支出增加。