老师们好，我是中山大学数学与应用数学专业的吴茼。 我的毕业论文题目是层叠成像中的相位恢复问题。

在成像实验中，光束通过未知物体散射后被探测器捕捉，我们需要根据观测值重建图像。大多探测器只对光的强度敏感，相位信息丢失，给重建带来困难。层叠成像是一种流行的成像技术，一个局部mxm的探针omega 会按实验设定的顺序 在nxn的图像u上移动，这也等价于将位置j处的mxm的局部图像割下来。光束通过探针omega并穿过u的效果，通过两者相乘后傅里叶变换表示，最后探测器收集到强度数据fj。探针omega常设定为沿规则网格顺序移动（像这样，每次割出一小格），最后我们拿到一叠无相位的观测数据

以上模型需要光源纯相干的理想条件，实际上光源常常是偏相干的，这会对观测数据造成污染，产生如从b到a的模糊效应。 有多种模型可以刻画偏相干效应，本文选择物理学家提出的探针抖动模型作为目标求解模型，（相比纯相干的情形）对探针omega加了一层以kappa为模糊核的移动卷积。 经过推导，偏向干效应被一个二元函数 rho(x1,x2) 决定，rho在时间域的表达式如(4)，离散情形下相当于将移动的omega 构造出若干rank-1矩阵并以kappa 加权求和. 对rho傅里叶变换得到频率域下的密度矩阵，并且形式非常简洁，是一个主模态omega 构成的rank-1 matrix 与一个 kappa决定的 toepliz矩阵逐点相乘的结果。时间域和频率域的的密度矩阵都是半正定hermitian，所以可以考虑用谱分解找到r个主要模态成分，对rho进行低秩逼近。 经过以上推导，我们将目标求解的特殊模型放入偏向干效应的一个通用模型中，在那里偏向干效应用一个更一般的低秩密度矩阵刻画，并转化为求解构成rho的r个混合模态成分omega\_k。

问题的求解是一个优化问题，寻找图像u和r个模态omega\_i，最小化模型输出(z)与观测数据(f)的距离（g(z)）。过去物理学家常用交替投影算法求解通用模型, 我们将其自然地放入交替乘子法ADMM的框架中，并对不同模态omega\_i添加正交约束(beta2=0不带正交约束作用)，得到改进后的算法。对应的增广拉格朗日乘子如下， 这里更新每个变量的子问题都具有闭形式解。

接下来介绍数值实验的结果。数据由目标探针振动模型仿真产生，设置抖动模糊核kappa。 我们采用的两个指标衡量算法的效果， 衡量重建图像的质量的snr， 衡量模型输出(zz)与观测数据(f)的相对误差的R-factor. 第一个实验探究多模态逼近偏向干效应的效果。我们首先比较使用不同数量模态的重建图像的 snr 和 R。当模态数量增加时，重建图像的质量提高了。 使用 ADMM 算法的 3、 6、 9、 12 个模态逼近算法时， R 在 500 次迭代后稳定在越来越低的水平，snr稳定在越来越高的水平，而 AP 的 R 在 2000 次迭代后不收敛。

标准模态分解”是通过对根据模型生成的标准密度矩阵执行 SVD 并提取前 12 个

模态获得的。如图所示，第一行是标准答案，后面几行是r=3 6 9 12我们求解的结果。我们的算法通常可以捕获主要模态并获得密度矩阵的最佳近似。

实验二加入正交约束，蓝线代表 β2/β = 1000，在这种情况下结果随着迭代步数改善的速度最快。绿线表示没有正交化的结果。

本文验证了将目标模型放入通用模型求解合理且有效，深入分析了目标模型密度矩阵的结构，改进了求解通用模型的算法，并通过实验验证的算法的有效性。 未来希望能利用目标模型密度矩阵的特殊结构，开发更有针对性的算法。

我对展示到此结束，谢谢！