

Polytechnique Montréal
Département de Mathématiques et de Génie
Industriel

MTH1102 - Calcul II
Été 2019 - Trimestre court

Devoir 2

Nom : Trépanier

Prénom : William

Matricule : 1952594

Section : 1

Question corrigée	Autres questions	Bonus \LaTeX	Total
			/10

Question 1

Le paraboloïde $z_1 = x^2 + y^2 + 2$ se retrouve au dessus du paraboloïde $z_2 = 2x^2 + 2y^2$. En passant aux coordonnées cylindriques, on obtient : $z_1 = r^2 + 2$ et $z_2 = 2r^2$. Pour trouver les bornes de r sur sa projection dans le plan xy , il faut trouver l'intersection des deux paraboloïdes :

$$2r^2 = r^2 + 2 \Leftrightarrow r^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow (r + \sqrt{2})(r - \sqrt{2}) = 0 \Rightarrow r = \sqrt{2}, r \geq 0$$

Ainsi, nous obtenons :

$$E = \{(r, \theta, z) \mid 0 \leq r \leq \sqrt{2}, 0 \leq \theta \leq 2\pi, 2r^2 \leq z \leq r^2 + 2\}$$

Quant à l'intégrale :

$$\begin{aligned} J_1 &= \iiint_E (x^2 + y^2)^{3/2} dV = \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} \int_{2r^2}^{r^2+2} (r^2)^{3/2} \cdot r \, dz dr d\theta = \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} \int_{2r^2}^{r^2+2} r^4 \, dz dr d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} (2r^4 - r^6) \, dr d\theta = \int_0^{2\pi} \left(2^{5/2} \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{7} \right) \right) d\theta = \\ &= 2\pi \cdot \frac{16\sqrt{2}}{35} = \frac{32\sqrt{2}\pi}{35} \end{aligned}$$

Question 2

Question 3

a)

b)

Question 4

a) (i)

(ii)

b)

Question 5

a)

b)