

Polytechnique Montréal
Département de Mathématiques et de Génie
Industriel

MTH1102 - Calcul II
Été 2019 - Trimestre court

Devoir 3

Nom : Trépanier

Prénom : William

Matricule : 1952594

Section : 1

Question corrigée	Autres questions	Bonus L ^A T _E X	Total
			/10

Question 1

Question 2

Il faut déterminer la courbe d'intersection :

$$x = 2 \Rightarrow z = 4 + y^2$$

En posant $t = y$:

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = t & t \in \mathbb{R} \\ z = 4 + t^2 \end{cases}$$

Pour les deux points :

$$\begin{aligned} (2, -1, 5) &\Leftrightarrow t = -1 \\ (2, 1, 5) &\Leftrightarrow t = 1 \end{aligned}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} L &= \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} dt = \int_{-1}^1 \sqrt{(0)^2 + (1)^2 + (2t)^2} dt \\ &= \int_{-1}^1 \sqrt{(1)^2 + (2t)^2} dt \end{aligned}$$

En posant $u = 2t$ et en calculant $du = \frac{1}{2}dt$:

$$L = \frac{1}{2} \int_{-2}^2 \sqrt{1^2 + u^2} du$$

En utilisant la formule de réduction #21 :

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{1}{2} \left[\frac{u}{2} \sqrt{1^2 + u^2} + \frac{1}{2} \ln(u + \sqrt{1^2 + u^2}) \right]_{u=-2}^{u=2} \\
 &= \frac{1}{2} \left(\sqrt{5} + \frac{1}{2} \left(\ln(2 + \sqrt{5}) \right) - \left(-\sqrt{5} + \frac{1}{2} \left(\ln(\sqrt{5} - 2) \right) \right) \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left(2\sqrt{5} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2 + \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 2} \right) \right) = \sqrt{5} + \frac{1}{4} \ln \left(\frac{2 + \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 2} \right) \\
 &\approx 2.9579
 \end{aligned}$$

Question 3

a)

b)

Question 4

a)

b)

Question 5

a)

b)

c)

Question 6

Question 7

- a)
- b)
- c) (i)
(ii)