

Polytechnique Montréal  
Département de Mathématiques et de Génie  
Industriel

**MTH1102 - Calcul II**  
**Été 2019 - Trimestre court**

**Devoir 3**

**Nom :** Trépanier

**Prénom :** William

**Matricule :** 1952594

**Section :** 1

Question corrigée	Autres questions	Bonus $\text{\LaTeX}$	Total
			/10

## Question 1

## Question 2

Il faut déterminer la courbe d'intersection :

$$x = 2 \Rightarrow z = 4 + y^2$$

En posant  $t = y$  :

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = 4 + t^2 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

Pour les deux points :

$$(2, -1, 5) \Leftrightarrow t = -1$$

$$(2, 1, 5) \Leftrightarrow t = 1$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} L &= \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} dt = \int_{-1}^1 \sqrt{(0)^2 + (1)^2 + (2t)^2} dt \\ &= \int_{-1}^1 \sqrt{(1)^2 + (2t)^2} dt \end{aligned}$$

En posant  $u = 2t$  et en calculant  $du = \frac{1}{2}dt$  :

$$L = \frac{1}{2} \int_{-2}^2 \sqrt{1^2 + u^2} du$$

En utilisant la formule de réduction #21 :

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{1}{2} \left[ \frac{u}{2} \sqrt{1^2 + u^2} + \frac{1}{2} \ln(u + \sqrt{1^2 + u^2}) \right]_{u=-2}^{u=2} \\
 &= \frac{1}{2} \left( \sqrt{5} + \frac{1}{2} \left( \ln(2 + \sqrt{5}) \right) - \left( -\sqrt{5} + \frac{1}{2} \left( \ln(\sqrt{5} - 2) \right) \right) \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left( 2\sqrt{5} + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{2 + \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 2} \right) \right) = \sqrt{5} + \frac{1}{4} \ln \left( \frac{2 + \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 2} \right) \\
 &\approx 2.9579
 \end{aligned}$$

### Question 3

a)

b)

## Question 4

a)

b)

## Question 5

a)

b)

c)

## Question 6



## Question 7

a)

b)

c) (i)

(ii)