定量的マクロ経済学 a　後半最終課題

経済学部 3 年 13 組
学籍番号 22118012
浜田　渉

1. 異質的な個人を含むモデルと、その均衡の定義を記述する

1.1. モデルに含まれるもの

このモデルには、多くの家計、多くの企業、政府が存在し、時間の概念がある。さらに、いま格差是正のために資本所得税を増加させると考える。資本所得税は資本の利子所得raに比例し、税率はτ_kである。そして全員に、同じだけ再分配すると考える。

1.2. 異質性の導入

このモデルでは家計のみが異質であるとし、労働所得のショックhに直面することで貯蓄aに異質性が現れるとする。したがって家計の分布はaとhを所与として$\mu_t(a, h)$と表される。

家計は、一定の分布の中で移動をするという定常均衡をとる。

1.3. 家計

家計は働き、C_{it}を消費し、a_{it+1}を資産として貯蓄する。また、無限に生き、次の効用を最大化する。家計の大きさは 1 である。

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_{it}),\quad u' > 0,\ u'' < 0,\ \beta \in (0,1)$$

1.4. 労働所得のショック

所得のショックh_{it}は、確率的に選ばれる（$h_{it} \in H = \{h_1, \cdots, h_{N_H}\}$）。また、Markov process（$\pi(h_{it+1}|h_{it})$）を用いて、$\pi$の不変分布$\pi^*$を導く。技術の総量は、以下のようになる。

$$H = \sum_{j=1}^{N_H} h_j \pi^*(h_j)$$

1.5. 家計の制約

家計は、資本の金利rと賃金w、資本所得税τ_k、税の再分配T_kを所与として、以下の予算制約と借入制約を持つ。ここで、資本所得税の総額T_kは家計（大きさ 1）に同じだけ再分配される。なお、資産水準は、$A = \{a_1, \cdots, a_{N_A}\}$から選択する。

予算制約：$c_{it} + a_{it+1} = (1 - \tau_k)(1 + r)a_{it} + wh_{it} + T_k$

借入制約：$a_{it+1} \geq -\underline{B}$

1.6. 家計の最大化問題

家計は、1.5 の制約のもとで 1.3 の効用を最大化するように行動する。

$$\max_{c_{it}, a_{it}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_{it}) \qquad \text{s.t.}$$

$$c_{it} + a_{it+1} = (1 - \tau_k)(1 + r)a_{it} + wh_{it} + T_k$$

$a_{it+1} \geq -\underline{B},\ c_{it} \geq 0,\ a_{i0}$ given

これらの式は、c_{it}を消去して以下のように書き直せる。

$$\max_{c_{it}, a_{it}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u\{(1-\tau_k)(1+r)a_{it} + wh_{it} + T_k - a_{it+1}\}$$

$$a_{it+1} \geq -\underline{B},\ (1-\tau_k)(1+r)a_{it} + wh_{it} + T_k - a_{it+1} \geq 0,\ a_{i0} \text{ given}$$

さらに、$-\underline{B} \leq a_{it+1} \leq (1-\tau_k)(1+r)a_{it} + wh_{it} + T_k$

1.7. Value function と家計最大化問題の解

家計はr、w、τ_k、T_kを所与として価値を最大化するような時期資産額a'を決める。この解は、政策関数$g_a(a,h)$である。

$$V(a,h) = \max_{a'} u\{(1-\tau_k)(1+r)a + wh_{it} + T_k - a'\} + \beta \sum_{h'} V(a',h')\pi(h'|h) \quad \text{s.t.}$$

$$-\underline{B} \leq a' \leq (1-\tau_k)(1+r)a + wh + T_k$$

1.8. 企業

企業は生産関数$Y = F(K,H)$を持ち、rとwを所与として利潤を最大化するKとHを決める。δは資本減耗率である。

$$\max_{K,H} F(K,H) - (r+\delta)K - wH$$

1.9. 市場

労働市場、資産市場、財の市場（定常状態で 1）の 3 つについて均衡する価格で、wとrが決まる。

1.10. 家計の分布

家計の分布$\mu(a,h)$は、

$$\mu(a',h') = \sum_a \sum_h 1\{a: g_a(a,h) \in a'\}\pi(h'|h)\mu(a,h)$$

1.11. 定常的競争均衡の定義

定常状態均衡は、$V(a,h)$, $g_a(a,h)$, K, H, r, w, $\mu(a,h)$, T_kのリストとなる。

(i) 家計の最適化――1.7.

(ii) 企業の最適化――1.8.

(iii) 政府の予算制約――$\tau_k(1+r)K = T_k$

(iv) 市場の均衡

(1) 労働：$H = \sum_h h\pi^*(h)$

(2) 資産：$K = \sum_a \sum_h g_a(a,h)\mu(a,h)$

(3) 財　：$F(K,H) = \sum_a \sum_h \{(1-\tau_k)(1+r)a + wh_{it} + T_k - g_a(a,h)\}\mu(a,h) + \delta K$

(v) 家計の分布μは定常的である――1.2., 1.10.

2. 資本所得税$\tau_k = 0$のときの定常状態均衡を計算し、分布図を描く

表 1：$\tau_k = 0$のときの定常状態均衡

総資本K	8.04
賃金w	1.30
利子率r	0.02

注：全て少数第三位で四捨五入。

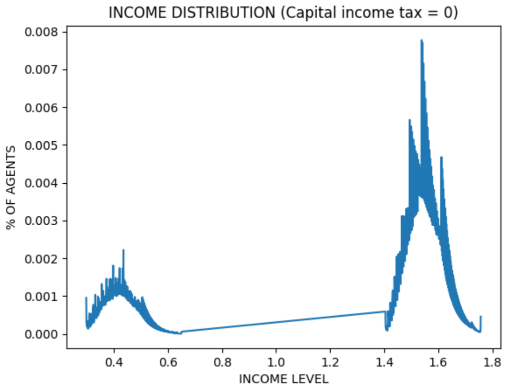

図 1　$\tau_k = 0$のときの所得分布

資本所得税が 0%のときの所得の分布である。

横軸は所得、縦軸は各所得の割合。

所得は$wh + ra$で計算した。

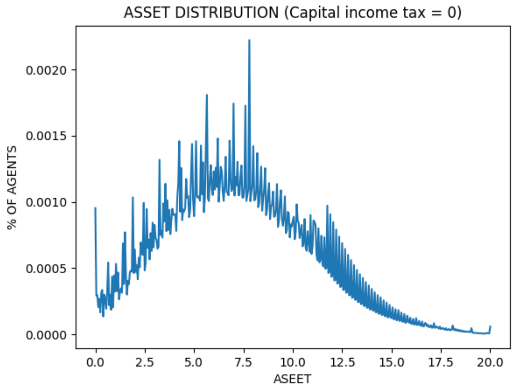

図 2　$\tau_k = 0$のときの資産分布

資本所得税が 0%のときの資産の分布である。

横軸は資産、縦軸は各資産の割合。

3. 資本所得税率を 5%（$\tau_k = 0.05$）に増加させる実験

3.1. このときの定常状態均衡を計算し、分布図を描く

表 2：$\tau_k = 0.05$のときの定常状態均衡

総資本K	3.00
賃金w	1.03
利子率r	0.07

注：全て少数第三位で四捨五入。

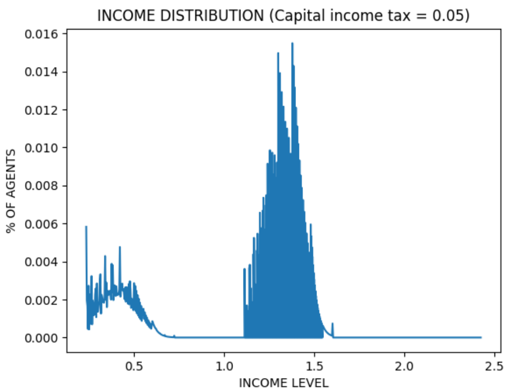

図 3　$\tau_k = 0.05$のときの所得分布

資本所得税が 5%のときの所得の分布である。
横軸は所得、縦軸は各所得の割合。
所得は$wh + ra$で計算した。

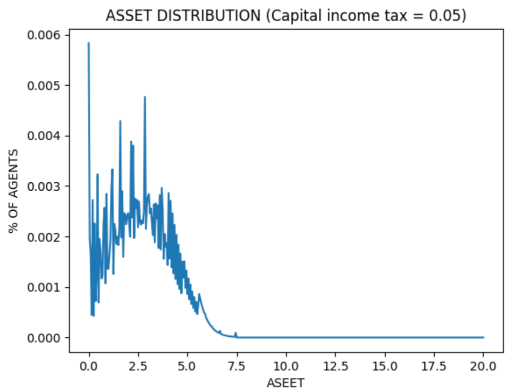

図 4　$\tau_k = 0.05$のときの資産分布

資本所得税が 5%のときの資産の分布である。
横軸は資産、縦軸は各資産の割合。

3.2. 資本所得税を増加させると日本経済の所得格差と GDP はどう変化するか？

表 3 より、資本所得税を 0%から 5%に変化させると、ジニ係数は 0.298 から 0.250 に変化した。ジニ係数は完全不平等のとき 1、完全平等で 0 を表すから、資本所得税を増加させたことで所得格差は小さくなったと言えるだろう。GDP は総所得である。資本所得税を 0%から 5%に変化させると、29.40%増加した。資本所得税を増加させたことで GDP は大きくなったと言える。

表 3：資本所得税を変化させたときのジニ係数と GDP

資本所得税率（%）	ジニ係数	GDP（総所得）
0	0.298	824.176
5	0.250	1066.462 (+29.40)

注：すべて全て少数第三位で四捨五入。カッコ内は資本所得税 0%時からの GDP 変化量（%）。

3.3. 資本所得税は増加させるべきか？

私は、資本所得税は増加させるべきであると考える。なぜなら一人ひとりの資産は小さくなるものの（**図 2**、**図 4**）、GDP が増加するからである。また、所得格差が解消されることも、大きな利点である。ただし、税率の上げ過ぎは逆に消費のインセンティブを下げる可能性があるため、どの程度増加させるかは慎重に考えなければならない。