第一章习题

简析以下议论是否违反形式逻辑基本规律，如果违反，指出违反什么规律，犯什么逻辑错误。

1、所有科技人员是懂计算机的，有些不懂计算机的是科技人员。

解答：懂与不懂同时成立，是否两可，违反无矛盾律。

2、被告伤人，既非故意，又非过失。可给予训诫处分。

解答：是否两不可，违反排中律。

3、这次试验一定成功，当然也有失败的可能。

解答：成功与失败同时存在，违反无矛盾律。

4、说物质永恒不灭不符合事实，因为世界上的植物、动物、甚至恒星等物质都是有生有灭的。

解答：物质不灭与植物、动物等的生命消亡是不同概念。违反同一律，混淆概念。

5、这次考试我一定能通过，因为我这次有信心，家里人也都鼓励支持我。

解答：理由不支持结论，违反充分理由律。

6、有人说:“经验主义不能一概反对，例如工作经验、生产经验等就不能一概反对。”

解答：混淆概念，违反同一律。

7、小李和小王下了两局棋。小张问小李：“你赢了吗？”小李说：“没有赢”。小张又问：“那你输了吗？”小李答：“没有”。

解答：不违反逻辑学规律。存在平局第三种可能。在问第一句话时，赢与不赢（包括输与平）是两种反对的状态。如果小张又问：“那你没赢吗？”小李答：“没有”。则违反排中律（是否两不可）。

8、我不认为一切金属都是固体，也不认为一切金属都不是固体。

解答：不违反逻辑规律。“一切金属都是固体”与“一切金属都不是固体”是反对命题，不是矛盾命题，存在液态金属，可以同时不成立。

9、外婆健在，可是身体不好。

解答：健康与不好自相矛盾。

10、班级里所有学生都能遵守纪律，只有一人天天迟到。

解答：自相矛盾，违反无矛盾律。

11、四海之内皆兄弟，所有兄弟皆男性，所以四海之内皆男性。

解答：前者兄弟是广泛朋友的含义，后者兄弟是狭义的含义，混淆概念，违反同一律。

12、甲、乙、丙、丁、戊和己六人在一起讨论党风和社会风气的关系问题。

甲说：只有党风好了，社会风气才能好。（不违反逻辑学规律，部分好，整体才能好。）

乙说：即使党风不好，社会风气也可能好。（党风是社会风气的一部分，自相矛盾。）

丙说：只要党风好了，社会风气一定会好。（理由不充分，违反充分理由率）

丁说：即使党风好了，社会风气也不一定好。（不违反逻辑学规律）

戊说：甲、乙、丙、丁四人的意见我都同意。(丙和丁意见是反对命题，自相矛盾，违反矛盾律)

己说：甲、乙、丙、丁四人的意见我都不同意。（甲和丙的意见：党风好与社会风气好有必然联系。

乙和丁的意见：党风好与社会风气好没有必然联系。

己“有”和“无”皆不选，违反排中律。）

13、在我看来，北大、清华将被香港的大学扫成二流的局面几乎肯定会出现。

解答：几乎与肯定自相矛盾，违反无矛盾律。

14、顾客：这件上装是当前最时髦的吗？

店员：这是现在最流行的时装。

顾客：太阳晒了不褪色吗？

店员：瞧您说的，这件衣服在橱窗里挂了二个月了还是像新的一样。

解答：长期卖不掉意味着不流行，自相矛盾。

15、甲问乙：你认识你的父亲吗？

乙答：认识。

甲又问：那我指给你一个帷幕后面的人你认识吗？

乙答：不认识。

甲说：可是幕后的人是你的父亲，所以你是不认识你的父亲的。

解答：违反同一律，偷换概念。

16、说实在的，发不发超额奖，我都不同意。

解答：是否皆不选，违反排中律。

17、一男青年见到“植树造林，造福后代”的标语说：我连老婆都没有，哪来后代。

解答：前者“后代”是整体概念，后者“后代”是个体概念，混淆概念，违反同一律。

18、它成为中国企业在非洲扎根当地的一个标志，象征着中非合作无私互利的真诚。

解答：无私与互利自相矛盾，违反无矛盾律。

19、某人入选吉尼斯世界纪录，他自称拥有 53 厘米高的莫西干发型，是世界上头发最高的人。

解答：前者高是指发根到发顶的高度，后者高的标准不明确，混淆概念，违反同一律。

20、甲：“你完成了任务没有？”

乙：“谁说我没有完成任务？”

甲：“那么，你是说你完成了任务？”

乙：“我并不是说我完成了任务。”

乙的回答有什么错误？

解答："完成"和"不完成"皆不选，违反排中律。

21、老师："从甲村到乙村是 6 公里, 从乙村到甲村有多少公里?"

老师："怎么, 这样的题不会做, 不也是 6 公里吗?"

学生："老师这样不对, 你能够因为说从建军节到元旦是 5 个月, 就得出从元旦到建军节是 5 个月吗?"

解答：时间有有序性，距离无有序性，学生的举例不等价，没有同一性。违反同一律。

22、（1）鸡蛋是鸡产的，所以先有鸡，后有蛋。

（2）鸡是由鸡蛋孵化出来的，所以先有蛋，后有鸡。

（3）"先有鸡，后有蛋"和"先有蛋，后有鸡"都对。

（4）"先有鸡，后有蛋"和"先有蛋，后有鸡"都不对。

你认为哪个正确？

解答：（1）不正确。第一句鸡蛋和鸡是特指的（某个蛋是某个鸡产的），后者的鸡与蛋是任意的，不一定具有先后关系，违反同一律。同时违反充分理由律，某些鸡产了某些蛋，即先有某些鸡，后有某些蛋，不能推出先有任意一个鸡，后有任意一个蛋。

（2）不正确。违反同一律或充分理由律，理由类似于（1）。

（3）不正确。违反无矛盾律。仅从语言形式上，先后两句是互相反对的。

（4）正确。前后两句互相反对可以同时不成立。

第二章习题

一、判断下列陈述的正误：

1、对象所具有的性质统称为对象的属性。

解答：F。性质还包括关系。

2、对象类的本质属性是该类对象共同具有的属性。

解答：F。定义过宽。3、对于一个概念，如果一个对象不具有其内涵，则不属于其外延。

解答：T。4、空概念只有内涵没有外延。

解答：F。空概念外延是空类。

5、每一概念的正确定义是唯一的。

解答：F。定义的外延唯一，表述方式可以不唯一。

6、定义不能使用否定句。

解答：F。一定条件下可使用。

7、任意两个概念都存在内涵与外延的反变关系，即内涵越少的概念其外延越大，内涵越多的概念其外延越小。

解答：F。反变关系是指在一个概念基础上，内涵的变化（如限制或概括）与相应外延的关系。一般地，任意两个概念的内涵的多少与外延的大小是无法比较的。

二、回答下列问题（说明逻辑理由）：

1、"平反就是对处理错误的案件进行纠正"。作为定义，这一陈述是否正确？

解答：F。定义过宽，对处理错误的案件进行纠正不只平反，包括减刑甚至加刑等等。

2、"科学理论就是符合实际的认识"。作为一个定义是否正确？

解答：F。定义过宽。符合实际的认识不一定是一种理论。例如：太阳发光是符合实际的认识，但它不是某种理论。

3、"勇敢"限制为"勇敢的战士"，是否正确？

解答：F。二者无属种关系。

4、"喜马拉雅山"概括为"珠穆朗玛峰"，是否正确？

解答：F。珠穆朗玛峰是喜马拉雅山的主峰，不是珠穆朗玛峰的属。

三、填写正确答案

1、概念是反映对象（C ）的思维形式。

A. 偶有属性；B. 固有属性；C. 本质属性；D. 特有属性

2、对象类的本质属性是（C ）。

A、该类对象共同具有并且仅为该类对象共同具有的属性。

B、仅为该类对象具有的固有属性。

C、能够将该类对象与其它类对象区分开来的属性。

3、非集合体概念是将对象作为一个（A ）来反映的。

A、类；B、集合体。

4、空概念是（B ）。

A、只有内涵没有外延的概念；B、外延为空类的概念。

5、如果对同一个概念，甲和乙作出两个不同的定义，则这两个定义（A ）。

A、必然有一个是错误的：B、可能都是正确的；C、可能都是错误的。

(注：定义相同是指外延相同)

6、循环定义是指（B ）。

A、定义项中直接包含被定义项；B、定义项中间接包含被定义项。

7、当定义过宽时，可运用（B ）的逻辑方法加以纠正。

A、概括；B、限制

8、如果对同一个概念，甲和乙作出两个不同的划分，则这两个划分（A ）。

A、必然有一个是错误的：B、可能都是正确的；C、可能都是错误的。

9、社会关系的内涵是（B ），外延是（A ）。

A、包括经济、政治、思想、文化以及家庭等各方面的关系。

B、人们在社会活动过程中结成的各种关系的总称。

10、“交流思想的工具”是语言的（A ），“记录语言的符号”是文字的（B ）。

A、内涵；B、外延。

四、指出下列语句中标有横线的概念的种类。

A、集合体概念；B、非集合体概念；C、单独概念；D、普遍概念。

1、我们的干部来自于人民。干部服务于人民。（D ）（D ）（D ）（D ）

2、在人民的国家中，人民享有广泛的民主和自由。（D ）（D ）

3、人贵有自知之明。（D ）

4、鲁迅的作品充满批判精神。“孔乙己”是鲁迅的作品。（A ）（C ）（D ）

5、昆虫是世界上种类最多的动物，昆虫分布在地球各处。（D）（D ）

6、中国女子排球队拼搏奋战，最终中国女子排球队夺得世界冠军。（D ）（D ）

五、识别下列每一个定义的缺陷

A、晦涩、歧义或比喻性；B、循环；C、不必要的否定；D、太宽泛；E、太狭窄

1、“企鹅”是不会飞的鸟。（C ）

2、一个“八角形”是一个形似停止标志的图形。(A)

3、一个“三角形”是一个有三条相等的边的封闭平面图形。(E)

4、“椭圆”是圆和矩形的过渡。(D)

5、“富人”指跟比尔. 盖茨一样有钱的人。（E ）

6、“罪恶”被定义为隐藏在人类心灵深处的黑暗。（A ）

7、“蓝色”表示有蓝的颜色。（B ）

8、“时间”是我们倾注生命的巨大容器。（A ）

9、“爬行动物”指蛇。（E ）

10、“球形的”指形似地球的。（A ）

11、正方形就是四角相等的四边形。（D ）

12、“大国”就是比小国领土大、人口多的国家；“小国”则是比大国领土小、人口少的国家。（B ）

六、下列概念的限制和概括是否正确？为什么？

1、将“学生”限制为“中学生”，概括为“知识分子”。（F ）

2、将“勇敢”限制为“勇敢的人”，概括为“品德”。

解答：F。“勇敢”与“勇敢的人”没有属种关系。

3、将“违法行为”限制为“贪污行为”，概括为“犯罪行为”。

解答：F。贪污行为是违法行为的一种，前者限制是正确的。犯罪行为必然违法行为，违法行为不是犯罪行为的属。

4、将“喜马拉雅山脉”限制为“山脉”，概括为“喜马拉雅山的最高峰”。

解答：F. 喜马拉雅山脉”概括为“山脉”才正确。

5、将“非金属元素”限制为“碳”，概括为“元素”。

解答：F. 碳元素是非金属元素的种，但碳不是非金属元素的种。

6、将“军队”限制为“战士”，概括为“专政工具”。

解答：F. 军队、战士和专政工具没有属种关系。军队的职能还包括抵御外敌。

七、下列表述作为连续限制或连续概括是否正确？为什么？

1、全国人民代表大会 → 省人民代表大会 → 县人民代表大会 → 乡人民代表大会。

解答：F. 上述概念的共有属性是人民代表大会，分别是人民代表大会的子类，不具有属种关系。

2、中国北方的最大的城市 → 中国最大的城市 → 中国的城市 → 城市。

解答：F. 中国最大的城市已是单独概念，没有种了，不能再作限制。即“中国最大的城市”不能是“中国北方的最大的城市”的概括。

3、亚洲 → 中国 → 河北省 → 石家庄。

解答：F. 分解而不是划分。没有给出划分的种属依据。

八、对下列概念各作一次限制和概括

1、脑力劳动者（限制为教师，概括为劳动者）

2、诗歌（限制为民谣，概括为文艺作品）

3、牛（限制为母牛，概括为动物）

4、资本主义国家（限制为发达资本主义国家，概括为国家）

5、机电产品（限制为家电产品，概括为工业产品）

6、历史科学（限制为中国通史，概括为社会科学）

第三章习题

1、判断下列断定的真假。

（1）有真假的句子就是命题。（F）

（2）如果 p 是 q 充分条件，那么 q 就是 p 的必要条件。（T）

（3）如果 p 不是 q 的充分条件，那么 q 就不是 p 的必要条件。（T）

（4）否定一个选言命题，等于肯定一个联言命题；否定一个联言命题，等于肯定一个选言命题。（F）

（5）否定 p 是 q 的充分条件，就等于肯定 p 是 q 的必要条件。（F）

2、选择正确答案（可多选）。

（1）命题的真值是指（B ）。

A、真命题的值。B、命题的真假二值。

（2）可兼选言命题和不可兼选言命题的共同之处是（B ）。

A、都断定至少有一个选言支是真的。

B、如果其选言支都是假的，则自身是假的。

C、如果至少有一个选言支是真的，则自身是真的。

（3）如果 p 是 q 的充分条件，则（A、C ）。

A、q 一定是 p 的必要条件。

B、p 一定不是 q 的必要条件。

C、q 可能是 p 的充分条件。

（4）以下的等值式中，正确的是（A、B、C、D）。

A、（要么 p，要么 q） $= (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$.

B、$\neg(p \to q) = p \wedge \neg q$.

C、(只有 p 才 q) $= \neg p \wedge q$.

D、$p \leftrightarrow q = \neg$(要么 p，要么 q)。

3、指出下列各题中，A 是 B 的什么条件（充分条件、必要条件、充要条件或不构成条件关系）

（1）A、认识错误；B、改正错误。（必要条件）

（2）A、有作案行为；B、有作案动机。（充分条件）

（3）A、吸烟成瘾；B、患肺癌。（不构成条件关系）

（4）A、同位角相等；B、两直线平行。（充要条件）

（5）A、x 不等于 y；B、y 小于 x。（必要条件）

4、写出下列命题的否命题（不要用“并非 A”的简单形式）。

（1）这个商店的商品不但价廉，而且物美。答案：这个商店的某些商品或价不廉，或物不美。

（2）昨晚是小张或小李值班。答案：昨晚小张或小李都未值班。

（3）人有多大胆，地有多高产。答案：有些人胆大但地不高产。

（4）只有经济发达地区，才有环境治理问题。答案：有些经济欠发达地区也有环境治理问题。

（5）要么老张当选代表，要么老李当选代表。答案：老张和老李或是同时当选或是同时落选。

（6）当且仅当衣食足，才能知荣辱。

答案：(a) 要么衣食足，要么知荣辱。(b) 或者衣食足但不知荣辱，或者知荣辱但不衣食足。

（7）只要认识字母，就能学好外语。答案：有些人认识字母，但外语很差。

（8）孩子每天吃巧克力，身体才能长好。答案：有些孩子不每天吃巧克力，身体依然长得好。

5. 判断下面结论是否成立，给出 T 或 F 并说明理由。如果是 F，给出正确答案。

（1）与“或者你出局，或者我出局”等值的负命题是并非你我都不出局。答案：（T）

（2）与“你不行，我也不行”等值的负命题是并非或者你行，或者我行。答案：（T）

（3）与“并非明天后天都不去”等价的析取命题是或者明天去，或者后天去。答案：（T）

（4）与“并非你去或者我不去”等价的合取命题是虽然你不去但我去。答案：（T）

6. 设 p、q 和 r 是命题，用文字和真值表法两种方法证明:

（1）$\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$.

（2）$p \oplus q = (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$.

（3）蕴含命题与其逆反命题等价。

（4）蕴含命题的反命题与逆命题等价。

证明：（1）的证明。证明两端同真同假。

设 $\neg(p \vee q)$ 为真，当且仅当 $p \vee q$ 为假。由析取命题定义：当且仅当全假才假，于是当且仅当 p 和 q 全假，即当且仅当 $\neg p$ 和 $\neg q$ 全真。再由合取运算定义：当且仅当全真才真，于是当且仅当 $\neg p \wedge \neg q$ 为真。这就证明了两端同真同假。所以 $\neg(p \vee q)$ 与 $\neg p \wedge \neg q$ 等值。证毕。

（2）的证明。设 $p \oplus q$ 为真。由不可兼析取命题定义：p 和 q 中有且只有一个为真，不妨设 p 为真 q 假。于是 $\neg q$ 为真。由合取命题定义：全真为真，于是 $p \wedge \neg q$ 为真。再由析取命题定义：一真则真。于是 $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$ 为真。

设 $p \oplus q$ 为假。由不可兼析取命题定义：p 和 q 同真或同假。无论 p 和 q 同真或同假，总有 $p \wedge \neq q$ 和 $\neg p \wedge q$ 同假。再由析取命题定义：全假为假。于是 $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$ 为假。

这就证明了两端同真同假。因此，两端等值。证毕。

（3）的证明。设蕴含命题为：$p \rightarrow q$，则相应逆反命题为：$\neg q \rightarrow \neg p$。

设 $p \rightarrow q$ 为假，则由蕴含命题定义得：p 真和 q 假。于是 $\neg q$ 真和 $\neg p$ 假，从而 $\neg q \rightarrow \neg p$ 取假值。

设 $\neg q \rightarrow \neg p$ 为假，$\neg q$ 真和 $\neg p$ 假。于是 p 真和 q 假，从而 $p \rightarrow q$ 取假值。

这就证明了两端同真同假。因此，两端等值。证毕。

（4）的证明。设蕴含命题为：$p \to q$，则相应反命题为：$\neg p \to \neg q$ 和相应逆命题为：$q \to p$。注意到双否律：$\neg\neg p = p$。于是：$q \to p$ 与 $\neg(\neg q) \to \neg(\neg p)$ 等值。由（3）得：$\neg(\neg q) \to \neg(\neg p)$ 与 $\neg p \to \neg q$ 等值，进而 $q \to p$ 与 $\neg p \to \neg q$ 等值。证毕。

7. 设 A、B 和 C 是三个集合。

（1）用蕴含和逆反命题两种方方式证明：$x \in A \cup (B \cap C)$ 是 $x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$ 的充分条件。

证法一：（直接证明（蕴含命题方式））设 $x \in A \cup (B \cap C)$。则有两种情况：（1）$x \in A$；（2）$x \in B \cap C$，此时 $x \in B$ 且 $x \in C$。无论何种情况，总有 $x \in A \cup B$ 和 $x \in A \cup C$。于是得到：$x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$。证毕。

证法二：（间接证明（逆反命题方式））假设 $x \notin (A \cup B) \cap (A \cup C)$。则出 $x \notin (A \cup B)$ 或 $x \notin A \cup C$。两种情况：（1）$x \notin A$ 且 $x \notin B$；（2）$x \notin A$ 且 $x \notin C$ 。无论何种情况总有：$x \notin A$ 且 $x \notin B \cap C$。于是：$x \notin A \cup (B \cap C)$ 。与条件 $x \in A \cup (B \cap C)$ 矛盾。于是假设不成立，必有 $x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$ 。证毕。

（2）用反命题和逆命题两种方法证明：$x \in A \cup (B \cap C)$ 是 $x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$ 的必要条件。

证法一：（反命题方式）证明如果并非 $x \in A \cup (B \cap C)$ 则并非 $x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$。此即为反命题方式。

设 $x \notin A \cup (B \cap C)$。则 $x \notin A$ 且 $x \notin B \cap C$。$x \notin B \cap C$ 分二种情况：（1）$x \notin B$；（2）$x \notin C$。无论何种情况，$x \notin A \cup B$ 和 $x \notin A \cup C$ 至少一个成立。于是：$x \notin (A \cup B) \cap (A \cup C)$。即没有条件 $x \in A \cup (B \cap C)$ 则没有结论 $x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$。$x \in A \cup (B \cap C)$ 是 $x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$ 的必要条件。证毕

证法二：（逆命题方式）证明如果 $x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$ 则 $x \in A \cup (B \cap C)$。此即为反命题方式。

设 $x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$。则 $x \in A \cup B)$ 且 $x \in A \cup C$。出现两种情形：（1）$x \in A$。（2）$x \notin A$，此时 $x \in B$ 且 $x \in C$，使得 $x \in B \cap C$。无论何种情形，总有，$x \in A \cup (B \cap C)$。证毕

9. 总经理：“我主张小王和小李两人中最多提拔一人。”董事长：“我不同意”。

以下哪项最能准确地表述了董事长的实际意思？（A）

A 小王和小李两人都得提拔。

B 小王和小李两人都不提拔。

C 如果提拔小王，那么不提拔小李。

D 如果提拔小李，那么不提拔小王。

解答：设 p: 小王提拔；q: 小李提拔。总经理的意见是：$\neg(p \wedge q)$。董事长的意见是：$\neg(\neg(p \wedge q)) = p \wedge q$. 选项为 A。

10. 逻辑学家说：如果 2+2=5，则地球是方的。以下哪项和逻辑学家所说的同真？说明理由。（3）

（1）如果地球是方的，则 $2 + 2 = 5$。

（2）如果地球是圆的，则 $2 + 2 \neq 5$。

（3）$2 + 2 \neq 5$ 或者地球是方的。

（4）$2+2=5$ 或者地球是方的。

解答：$p: 2+2=5$，q : 地球是方的。则 $p \to q = \neg p \vee q$。（3）成立。

11. 设 x 是实数。考虑下述命题：如果 $x \neq 1$，则 $x^2+1 \neq 0$。写出该问题的逆反命题。

解答：p:(x 是实数)$\wedge(x \neq 1)$，$q: x^2+1 \neq 0$。$p \to q$ 的逆反命题为：$\neg q \to \neg p$。$\neg q$ 是 $x^2+1=0$，$\neg p$ 是“$\neg$ (x 是实数) $\vee \neg(x \neq 1)$”，即“x 不是实数或者 $x=1$”。于是逆反命题为：

如果 $x^2+1=0$，则 x 不是实数或 $x=1$。

常见的错误是忽视了限定条件“x 是实数”，从而的得到“如果 $x^2+1=0$，则 $x=1$”。这个命题为假，与“如果 $x \neq 1$，则 $x^2+1 \neq 0$”为真不等值。

12. 某高校外语系排课，5 位教师每人只授一门外语课，并且满足以下条件：

（1）如果钱教德语，则孙不教俄语；　（2）或李教德语，或钱教德语；

（3）如果孙不教俄语，则赵不教法语；　（4）或赵教法语，或周不教英语。

下面四项仅一项为真。请问：哪项为真时，可得出“李教德语”的结论。

A. 孙不教俄语；B. 钱教德语；C. 周教英语；D. 赵不教法语。

解答：A 真则由（3）得 D 真。不合题意，故 A 假，孙教俄语。若 B 真则由（1）得 A 真。也不合题意，故 B 假，钱不教德语。钱不教德语由（2）则必须李教德语。若 C 真则由（4）得赵教法语，从而 D 假。若 D 真则由（4）得周不教英语，从而 C 假。

答：C 真或 D 真可导出“李教德语”的结论。

13. 某商场被盗，甲、乙、丙三人涉嫌被拘审，警方经调查得到以下事实：

（1）罪犯是带赃物坐车逃走的；　（2）不伙同甲，丙不会作案；

（3）乙不会开车；　（4）罪犯就是三人中的一人或一伙。

试问：甲是否作案？

解法一：（真值表法）设 p：甲作案。q：乙作案。r：丙作案。（2）得：$r \to p$。由（1）和（3）得：$\neg(q \wedge \neg(p \vee r))$。（4）得：$p \vee p \vee r$。由题意得：$r \to p$、$\neg(q \wedge \neg(p \vee r))$ 和 $p \vee p \vee r$ 同时为真。注意到 $\neg(q \wedge \neg(p \vee r)) = \neg q \wedge p \vee r)$ 。作真值表：

p	q	r	$p \vee q \vee r$	$r \to p$	$p \vee \neg q \vee r$
0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

由真值表中全真得行可见，可能的情形为：(a) p 和 r; (b) p 和 q; (c) p、q 和 r。所有情形都有 p，即甲一定作案。显然，真值表给出了可能的嫌犯的更多信息。

解法二：设甲不作案，则（2）得出丙不作案。只有乙作案。但乙不会开车，由（1）得乙不可能单独作案。三人都不作案，与 (4) 矛盾。于是假设不成立。结论：甲作案。

14. A、B、C、D 四位同学在某课程考试后预测成绩：

A：这次考试我们都及格。 B：有人不及格。 C：D 及格。 D：如果我及格，那么我们都及格。

成绩公布后，证明只有一个人预测错误。

试问谁预测错误？是否都及格？为什么？

解：如果 A 预测错误，则 B、C 和 D 预测正确。C 正确意味着 D 及格。进而由的预测正确的都及格，与假设 A 预测错误矛盾。于是假设 A 预测错误是不成立的。A 预测正确。A 预测正确则得 B 预测错误，C 和 D 均预测正确。

结论：B 预测错误，四人全部及格。

15、甲、乙、丙、丁四位实习医生，对 A、B、C、D 四位病人作出如下诊断：

A、甲诊断为细菌性痢疾，乙诊断为霍乱。 B、乙诊断为肺炎，丙诊断为气管炎。

C、丙诊断为疟疾，丁诊断为脑炎。 D、丁诊断为胃癌，甲诊断为胃溃疡。

经主治医生复诊：判明实习医生对每一位病人，只有一种诊断正确；有一位实习医生的诊断全对；有一位实习医生的诊断全错；丙不全对。经化验，确诊 A 患细菌性痢疾，C 患疟疾。

试问：B、D 患何病？全对者为谁？全错者为谁？

解答：已知：A 患细菌性痢疾和 C 患疟疾，A 和 C 表明，甲和丙至少诊断正确一次。丙不全对，B 表明乙诊断正确至少一次。有一位诊断全错表明只有丁全错。D 表明甲全对。答：B 患肺炎，D 患胃溃疡。全对者为甲，全错者为丁。

16、A、B、C、D、E、F、G、H 八位猎人打猎。经一番追逐，其中某一猎人的一支箭射中一只鹿。大家决定先不看箭上姓氏，猜测谁射中的。

A：鹿死于 H 或 F 手。

B：若箭射中鹿首，则是鹿死我手。

C: 鹿死于 G 手。

D：即使箭射中鹿首，也并非鹿死 B 手。

E：A 猜错。

F：并非鹿死于 H 或我手。

G：并非鹿死于 C 手。

H：并非 A 猜错。

猜毕，大家拔箭检查，发现五人猜中，试推断鹿死谁手？谁猜中？另设三人猜中，则鹿死谁手？谁猜中？

解答：鹿中箭的可能情况比较多，共有 I 中鹿首或鹿身（I=A,B,$\cdots$,H）等 16 种情况。我们将各种情况

下，每个猎手猜测的情况作成下表。注意：A 和 H 的猜测一致，E 和 F 的猜测一致与 A 和 H 的猜测相反。

	A	*A*	*B*	*B*	*C*	*C*	*D*	*D*	*E*	*E*	*F*	*F*	*G*	*G*	*H*	*H*
	首	身	首	身	首	身	首	身	首	身	首	身	首	身	首	身
A											✓	✓			✓	✓
B			✓													
C													✓	✓		
D	✓				✓		✓		✓		✓		✓		✓	
E	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓			✓	✓		
F	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓			✓	✓		
G	✓	✓	✓	✓			✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
H											✓	✓			✓	✓

如果五人猜中，则鹿死 G 手，C、D、E、F 和 G 猜中。如果三人猜中，则有多种可能的结果：（1）E、F 和 G 猜中，鹿死于 A 或 B 或 D 或 E 手。（2）D、E 和 F 猜中，鹿死于 C 手。（3）A、G 和 H 猜中，鹿死于 F 或 H 手。

17、古代有一人家嫁女，父母订规据猜匣选婿。设金银铜三个匣子，分别刻有三句话，其中只有一个匣子内放有女儿肖像。求婚者通过这三句话，猜测肖像放在哪个匣子内。三个匣子上刻的三句话是：

金匣：肖像不在此匣内。

银匣：肖像在金匣内。

铜匣：肖像不在此匣内。

以上三句话只有一项为真。问肖像在哪个匣子中？为什么？

解答一；（排除法）

若肖像在金匣内，则银匣和铜匣上刻的话都真。不合题意。

若肖像在银匣内，则金匣和铜上刻的话都真。不合题意。

若肖像在铜匣内，则银匣和铜匣上刻的话都假，仅金匣上刻的话真。符合题意。

答案：肖像在铜匣。

解答二：做表，写出猜测情况。

	金	银	铜
金		✓	✓
银	✓		
铜	✓	✓	

答案：只有一项为真。肖像在铜匣。

18、在侦破某金库被盗案件时，调查人员发该金库 5 名工作人员进金库的情况是：

（1）当 A 进去时，B 也进去；

（2）D 或 E 至少有一个进去；

（3）B 或 C 有且只有一个能进去；

（4）当且仅当 D 进去时 C 进去；

（5）如果 E 进去，则 A 和 D 也进去。

请问：5 人到底谁可能进去过？谁没进去过？

解答：假设 E 进去，由 (5) 得 A 和 D 进去。A 进去则由（1）得 B 进去，再由（3）得 C 不能进去。另一方面，D 进去则由（4）得 C 也进去。二者矛盾。于是，E 不可能进去。假设 B 进去，由（3）C 不能进去。由（4）得 D 未进去。与（2）矛盾。所以，B 未进去。假设 A 进去。由（1）得 B 也进去。矛盾。于是 A 不能进去。答：A、B 和 E 未进去。D 和 C 进去过。

19、根据下面真语句，判断是谁谋害了张先生。（C ）

（1）A、B、C 三人中至少有一人。

（2）如果张先生生前未服过麻醉剂，则不是 C。

（3）如果张先生生前服过麻醉剂，则不是 A。

（4）如果 A 参与谋杀，那么 B 也参与。

（5）如果作案在落雨前，则是 A 谋害的。

（6）如果作案不在落雨前，张先生临死前搏斗过。

（7）张先生临死前搏斗过，就不是 B 谋害的。

（8）经过法医解剖化验，张先生死前服过麻醉剂。

解答：（8）成立，由（3）得不是 A。再由（5）的作案在落雨后；进而（6）的张搏斗过；（7）得到不是 B。只能是 C。

20、某排球队有 A、B、C、D、E、F、G、P、Q、R、S、T 等 12 名队员。在某场比赛中，上场队员的挑选有以下的原则：

（1）如果 P 不上场，则 S 不上场；

（2）只有 D 不上场，G 才上场；

（3）A 和 C 要么都上场，要么都不上场；

（4）当且仅当 D 上场，R 才不上场；

（5）只有 R 不上场，C 才不上场；

（6）A 和 P 两人中，只能上场一人；

（7）如果 S 不上场，则 T 和 Q 也不上场；

（8）R 和 F 两人中也只能上场一个。

（9）G 上场。

从上述条件可推出谁上场，谁不上场？

解答：（9）得 G 上场；（2）得 D 不上场；（4）得 R 上场；（8）得 F 不上场；（5）得 C 上场；（3）得 A 上场；（6）得 P 不上场。（1）得 S 不上场；（7）得 T 和 Q 也不上场。

答：A、B、C、E、G、R 上场，D、F、P、Q、S 和 T 不上场。

第四章习题

一、将下列命题符号化

1、庄稼将会枯死，除非天下雨。（C：庄稼将会枯死，R：天下雨）

答案：$R \vee C$ 或 $\neg R \to C$。

2、蛇是哺乳动物，仅当蛇用奶喂养它们的后代，但蛇并不用奶来喂养它们的后代。

（M：蛇是哺乳动物；N：蛇用奶喂养它们的后代）

答案：$M \to N) \wedge \neg N$ 或 $\neg N \to \neg M) \wedge \neg N$.

3、假设弗雷德既是有理性的又是动物，那么弗雷德是人；但弗雷德不是有理性的。(R：弗雷德是有理性的，A: 弗雷德是动物；H：弗雷德是人)

答案：$((R \wedge A) \to H) \wedge \neg R$.

4、尽管驯鹿存在，圣诞老人不存在；但如果圣诞老人不存在，那么成年人不诚实。（R：驯鹿存在；S：圣诞老人存在；H：成年人诚实）

答案：$(R \wedge \neg S) \wedge (\neg S \to \neg H)$.

5、如果特鲁德不写诗那么霍勒斯写歌；但其实并非如果特鲁德写诗那么霍勒斯不写歌。（H：特鲁德写诗；F：霍勒斯写歌）

答案：$(\neg H \to F) \wedge (\neg(H \to \neg F))$.

6. 这个三角形是锐角三角形，因此它不是直角三角形，也不是钝角三角形。（A：它是钝角三角形；B：这个三角形是锐角三角形；C：它是直角三角形）

答案：$B \to (\neg A \wedge \neg C)$.

7、他或者买空调，或者买电视机，就是不买电脑。（L: 买电脑；M：买电视机；N：买空调）

答案：$(M \vee N) \wedge \neg L$.

8、这学期，刘晓月只能选学英语或日语中的一门外语课。（A：选学英语；B：选学日语）

答案：$A \oplus B$ 或 $(A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$.

二、将下列命题符号化，并指出真值。（$p: 2 < 1$ 和 $q: 3 < 2$ ）.

（1）只要 $2 < 1$，就有 $3 < 2$ 。答案：$p \to q$.　真

（2）如果 $2 < 1$ ，则 $3 \geq 2$。答案：$p \to q$　真.

（3）只有 $2 < 1$，才有 $3 \geq 2$。答案：$\neg q \to p$.　假

（4）除非 $2 < 1$，才有 $3 \geq 2$。答案：$\neg q \to p$.　假

（5）除非 $2 < 1$，否则 $3 \geq 2$。答案：$\neg p \to \neg q$.　真

（6）$2 < 1$，仅当 $3 \geq 2$。答案：$p \to \neg q$.　真

三、回答下面问题并说明理由：

（1）判断下面一段论述是否为真：“π 是无理数。并且，如果 3 是无理数，则 $\sqrt{2}$ 也是无理数。另外，只有 6 能被 2 整除，6 才能被 4 整除。”

答案：上述论述是联言命题，全真才真。“π 是无理数”为真；“如果 3 是无理数，则 $\sqrt{2}$ 也是无理数”为真（前提假）；“只有 6 能被 2 整除，6 才能被 4 整除”也为真。上述论述为真。

（2）在什么情况下，下面一段论述是真的：“说小王不会唱歌或小李不会跳舞是正确的，而如果说小王会唱歌，小李就会跳舞是不正确的。”

答案：上述是联言命题，全真才真。“如果小王会唱歌，小李就会跳舞”不正确，则小王会唱歌但小李不会跳舞。进一步“小王不会唱歌或小李不会跳舞是正确的”是正确的。于是：在小王会唱歌且小李不会跳舞的情形，该论述是真的。

四、设 p：俄罗斯位于南半球，q：亚洲人口最多。将下面命题用自然语言表述，并指出真值。

(1)	$p \to q.$	如果俄罗斯位于南半球则亚洲人口最多。	真
(2)	$q \to p.$	只有俄罗斯位于南半球才亚洲人口最多。	假
(3)	$\neg p \to q.$	除非俄罗斯位于南半球，否则亚洲人口最多。	真
(4)	$p \to \neg q.$	如果俄罗斯位于南半球则亚洲人口不最多。	真
(5)	$\neg q \to p.$	除非亚洲人口最多最多，否则俄罗斯位于南半球	真
(6)	$\neg p \to \neg q.$	如果亚洲人口最多则俄罗斯位于南半球。	假
(7)	$\neg q \to \neg p.$	如果俄罗斯位于南半球则亚洲人口最多。	真

五、在某班班委会的选举中，已知王小红、李强和丁金生三位同学被选进了班委会。该班的甲、乙、丙三位同学预言：

甲说：王小红为班长，李强为生活委员；

乙说：丁金生为班长，王小红为生活委员；

丙说：李强为班长，王小红为学习委员；

班委会分工名单公布后发现：甲、乙、丙三位都恰好猜对了一半。问：王小红、李强

和丁金生各任何职？（等值演算法求解）

解：设 a：王小红为班长；b：王小红为生活委员；c：李强为班长；d：李强为生活委员；e：丁金生为班长。f：王小红为学习委员；

按题意：

甲对一半：$(a \wedge \neg d) \vee (\neg a \wedge d) = (\neg a \vee \neg d) \wedge (a \vee d) = 1.$

乙对一半：$(e \wedge \neg b) \vee (\neg e \wedge b) = (\neg b \vee \neg e) \wedge (b \vee e) = 1.$

丙对一半：$(c \wedge \neg f) \vee (\neg c \wedge f) = (\neg c \vee \neg f) \wedge (c \vee f) = 1.$

此外每个职责只有一人担任，得附加条件：

$$a \wedge b = a \wedge c = a \wedge e = a \wedge f = b \wedge d = 0.$$

由 $(\neg a \vee \neg d) \wedge (a \vee d) = 1$ 得 $a \vee d = 1$ 和 $a \wedge d = 0.$

由 $(\neg b \vee \neg e) \wedge (b \vee e) = 1$ 得 $b \vee e = 1$ 和 $b \wedge e = 0$.

由 $(\neg c \vee \neg f) \wedge (c \vee f) = 1$ 得 $c \vee f = 1$ 和 $c \wedge f = 0$.

我们有 $1 = (a \vee d) \wedge (b \vee e) = (a \wedge e) \vee (d \wedge e) \vee (a \wedge b) \vee (d \wedge b) = d \wedge e$，使得 $d = e = 1$。又 $a \wedge d = 0$ 和 $d = 1$ 得 $a = 0$，$b \wedge e = 0$ 和 $e = 1$ 得 $b = 0$。$a = b = 0$ 则 $f = 1$。最后，$c \wedge f = 0$ 得 $c = 0$。我们得到 $d = e = f = 1$。

答案：王小红为学习委员，李强为生活委员，丁金生为班长。

六、某公司要从赵、钱、孙、李、周五位选派一些人出国学习，选派必须满足以下条件：

（1）若赵去，钱也去；

（2）李、周二人中必有一人去；

（3）钱、孙二人中去且仅去一人；

（4）孙、李二人同去或同不去；

（5）若周去，则李、钱也同去。

用等值演算法分析该公司如何选派他们出国？

解法一：设 a：赵去；b：钱去；c：孙去；d：李去；e：周去。按题意：

$$a \to b = 1,\ \ d \vee e = 1,\ \ (b \vee c) \wedge \neg(b \wedge c = 1,\ \ c \leftrightarrow d = 1,\ \ e \to (b \wedge d) = 1.$$

注意到：$a \to b = \neg a \vee b$，$c \leftrightarrow d = (\neg c \vee d) \wedge (e \vee \neg d)$ 和 $e \to (b \wedge d) = (\neg e \vee b) \wedge (\neg e \vee d)$，于是

$$\neg a \vee b = 1,\ \ d \vee e = 1,\ \ b \vee c = 1,\ \ b \wedge c = 0, \neg c \vee d = 1,\ \ c \vee \neg d = 1,\ \ \neg e \vee b = 1,\ \ \neg e \vee d = 1.$$

由 $d \vee e = 1$ 和 $\neg e \vee d = 1$ 得：$d = 1$；进而由 $c \vee \neg d = 1$ 得：$c = 1$；再由 $b \wedge c = 0$ 得：$b = 0$。$\neg a \vee b = 1$ 和 $\neg e \vee b = 1$ 推得：$a = 0$ 和 $e = 0$。

答案：$a = b = e = 0$，$c = d = 1$。即派孙和李去，赵、钱和周不去。

解法二：设 a：赵去；b：钱去；c：孙去；d：李去；e：周去。按题意：

$$a \to b = 1,\ \ d \vee e = 1,\ \ (b \vee c) \wedge \neg(b \wedge c = 1,\ \ c \leftrightarrow d = 1,\ \ e \to (b \wedge d) = 1.$$

注意到：$a \to b = \neg a \vee b$，$c \leftrightarrow d = (\neg c \vee d) \wedge (e \vee \neg d)$ 和 $e \to (b \wedge d) = (\neg e \vee b) \wedge (\neg e \vee d)$，于是联言得：

$$\begin{aligned}
&(\neg a \vee b) \wedge (d \vee e) \wedge (b \vee c) \wedge \neg(b \wedge c) \wedge (\neg c \vee d) \wedge (c \vee \neg d) \wedge (\neg e \vee b) \wedge (\neg e \vee d) \\
&\quad = d \wedge (\neg a \vee b) \wedge (b \vee c) \wedge \neg(b \wedge c) \wedge (\neg c \vee d) \wedge (c \vee \neg d) \wedge (\neg e \vee b) \\
&\quad = d \wedge c \wedge (\neg a \vee b) \wedge (b \vee c) \wedge \neg(b \wedge c) \wedge (\neg c \vee d) \wedge (\neg e \vee b) \\
&\quad = d \wedge c \wedge (\neg a \vee b) \wedge (b \vee c) \wedge (\neg b \vee \neg c) \wedge (\neg e \vee b) \\
&\quad = d \wedge c \wedge \neg b \wedge (\neg a \vee b) \wedge (b \vee c) \wedge (\neg e \vee b) \\
&\quad = d \wedge c \wedge \neg b \wedge \neg a \wedge \neg e = 1.
\end{aligned}$$

全真才真，于是 $a = b = e = 0$ 和 $c = d = 1$。

答案：派孙和李去，赵、钱和周不去。

七、某工程局有六个工程队，实力分布如下表：

工程队	土木建筑	修建房屋	电器安装	修建隧道	机械安装	货物运输	管道安装
a					√		√
b	√			√			
c				√	√		
d		√				√	
e			√				√
f	√	√	√				

现该工程局承接一项工程，上述能力全部需要，问：至少派哪些队去才能胜任？有多少种派遣方案？

解：根据实力分布，写出复合命题的命题公式。由于最终目标是得到所有可能的选项，因此，最终应将命题公式写成析取范式的形式。由于七种能力全部需要，用合取命题形式写出所有可能：

$$
\begin{aligned}
&(b\vee f)\wedge(d\vee f)\wedge(e\vee f)\wedge(b\vee c)\wedge(a\vee c)\wedge d\wedge(a\vee e)\\
&\quad=((b\wedge d)\vee f)\wedge d\wedge((b\wedge a)\vee c)\wedge(e\vee(f\wedge a))\\
&\quad=((b\wedge d)\vee(f\wedge d))\wedge((b\wedge a)\vee c)\wedge(e\vee(f\wedge a))\\
&\quad=(((b\wedge d)\wedge((b\wedge a)\vee c))\vee((f\wedge d)\wedge((b\wedge a)\vee c))\wedge(e\vee(f\wedge a))\\
&\quad=((b\wedge d\wedge a)\vee(b\wedge d\wedge c)\vee(f\wedge d\wedge b\wedge a)\vee(f\wedge d\wedge c))\wedge(e\vee(f\wedge a))\\
&\quad=(b\wedge d\wedge a\wedge e)\vee(b\wedge d\wedge c\wedge e)\vee(f\wedge d\wedge b\wedge a\wedge e)\vee(f\wedge d\wedge c\wedge e)\\
&\qquad\vee(b\wedge d\wedge a\wedge f)\vee(b\wedge d\wedge c\wedge f\wedge a)\vee(f\wedge d\wedge c\wedge a)
\end{aligned}
$$

共有七种选择方案。按照派遣工程队数目最少的原则，从可供选择的七种方案中去掉 $f\wedge d\wedge b\wedge a\wedge e$ 和 $b\wedge d\wedge c\wedge f\wedge a$ ，则有以下五种派队方案：

$$\{a,b,d,e\},\quad\{b,c,d,e\},\quad\{c,d,e,f\},\quad\{a,b,d,f\},\quad\{a,c,d,f\}.$$

八、中央作出新一轮支援新疆的战略部署后，某单位很快组成由党办、人事处、业务处参加的推荐小组，确定了援疆干部人选，这三部门的推荐意见分别是：

党办：从甲乙丙三人中选派出一至两人;

人事处：如果不选派甲，就不选派乙和丙;

业务处室：只有不选派乙和丙，才选派甲。

在下列选项中，能够同时满足党办、人事处和业务处室意见的方案是（　　）

A. 选派乙和丙，不选派甲。　B. 不选派乙和丙，选派甲。

C. 选派乙，不选派甲和丙。　D. 选派丙，不选派甲和乙。

解法一：设 p：选派甲；q：选派乙；r：选派丙。则党办的意见是：$(p\vee q\vee r)\wedge\neg(p\wedge q\wedge r)$。人事处的意见是：$\neg p\to\neg q\wedge\neg r$。业务处室的意见是：$p\to\neg q\wedge\neg r$。如果同时满足党办、人事处和业务处室意见，则

$$(p\vee q\vee r)\wedge(\neg(p\wedge q\wedge r))\wedge(\neg p\to\neg q\wedge\neg r)\wedge(p\to\neg q\wedge\neg r)=1.$$

求公式的主析取式：

$$\begin{aligned}
&(p \vee q \vee r) \wedge (\neg(p \wedge \neg q \wedge \neg r)) \wedge (\neg p \to \neg q \wedge \neg r) \wedge (p \to \neg q \wedge \neg r) \\
&= (p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r)) \wedge (\neg p \vee (\neg q \wedge \neg r)) \\
&= (p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge ((p \wedge \neg p) \vee (\neg q \wedge \neg r)) \\
&= (p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge \neg q \wedge \neg r \\
&= p \wedge (\neg q \vee \neg r) \wedge \neg q \wedge \neg r \\
&= ((p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r)) \wedge \neg q \wedge \neg r \\
&= p \wedge \neg q \wedge \neg r.
\end{aligned}$$

答案：只有选派甲不选派乙和丙这一种方案同时满足同时满足党办、人事处和业务处室的意见。

解法二：不选派甲，则由人事处的意见，不能选派乙和丙。于是三人都不选派，不满足党办的意见。

选派甲。由业务处室的意见，不能选派乙和丙。于是，选派甲且不能选派乙和丙的方案同时满足党办、人事处和业务处室的意见。

解法三：

九、求下列命题公式的主析取范式和主合取范式：

（1）$(p \to q) \wedge (\neg q \to p)$.

解答：主合取范式：$(p \to q) \wedge (\neg q \to p) = (\neg p \vee q) \wedge (p \vee q)$.

主析取范式：$(p \to q) \wedge (\neg q \to p) = (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge q)$.

（2）$p \wedge (p \to q) \to q$.

解答：主合取范式：$p \wedge (p \to q) \to q = 1$ 无主合取式。

主析取范式：$p \wedge (p \to q) \to q = (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$.

（3）$(p \vee q \to r) \to p$.

解答：主合取范式：$(p \vee q \to r) \to p = (p \vee q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r)$.

主析取范式：$(p \vee q \to r) \to p = (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r)$.

十、写出下面命题公式的真值表，然后用真值表求出主析取范式和主合取范式：

（1）$(p \vee q) \wedge r$.

解答：作真值表

p	q	r	$(p \vee q) \wedge r$	α
0	0	0	0	$p \vee q \vee r$
0	0	1	0	$p \vee q \vee \neg r$
0	1	0	0	$p \vee \neg q \vee r$
0	1	1	1	$\neg p \wedge q \wedge r$
1	0	0	0	$\neg p \vee q \vee r$
1	0	1	1	$p \wedge \neg q \wedge r$
1	1	0	0	$\neg p \vee \neg q \vee r$
1	1	1	1	$p \wedge q \wedge r$

合取范式：$(p \vee q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$.

主析取范式：$(\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r)$.

（2）$p \to (p \vee q \vee r)$.

解答：作真值表

p	q	r	$p \vee q \vee r$	$p \to p \vee q \vee r$	α
0	0	0	0	1	$\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r$
0	0	1	1	1	$p \wedge q \wedge \neg r$
0	1	0	1	1	$\neg p \wedge q \wedge \neg r$
0	1	1	1	1	$\neg p \wedge q \wedge r$
1	0	0	1	1	$p \wedge \neg q \wedge \neg r$
1	0	1	1	1	$p \wedge \neg q \wedge r$
1	1	0	1	1	$p \wedge q \wedge \neg r$
1	1	1	1	1	$p \wedge q \wedge r$

主合取范式：$\alpha = 1$ 无主合取式。

主析取范式：$(p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$.

十一、已知命题公式 A 含 3 个命题变量 p、q 和 r，并且它的成真赋值为 000, 011 和 110。求 A 的主合取式和主析取式。

解：由于公式的成真赋值为 000, 011 和 110，对应有三个极小项：

$$m_0 = \neg p \wedge \neg q \wedge \neg r, \quad m_3 = \neg p \wedge q \wedge r, \quad m_7 = p \wedge q \wedge \neg r.$$

成假赋值为：001，010，100，101，111，对应五个极大项：

$$M_1 = p \vee q \vee \neg r, \quad M_2 = p \vee \neg q \vee r, \quad M_5 = \neg p \vee q \vee r, \quad M_6 = \neg p \vee q \vee \neg r, \quad M_7 = \neg p \vee \neg q \vee \neg r.$$

主析取式为：。$(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r)$.

主合取式为：$(p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$.

十二、新学期开始，给某年级安排课表时，各任课老师分别有如下要求：

外语老师：要求在每周星期一或三上课；

数学老师：要求在每周星期一或二上课；

法学老师：要求在每周星期二或四上课；

美学老师：要求在每周星期三或五上课；

体育老师：要求在每周星期四或五上课；

怎样安排才能满足全部教师的要求，并且一天只有一个教师上课（每个教师每星期只上一次课）？

解答：设 a_1：星期一上外语；a_2：星期三上外语；

b_1：星期一上数学；b_2：星期二上数学；

c_1：星期二上法学；c_2：星期四上法学；

d_1：星期三上美学；d_2：星期五上美学；

e_1：星期四上体育；e_2：星期五上体育。

由题意：$a_1 \wedge a_2 = 0$, $b_1 \wedge b_2 = 0$, $c_1 \wedge c_2 = 0$, $d_1 \wedge d_2 = 0$, $e_1 \wedge e_2 = 0$;

$a_1 \wedge b_1 = 0$, $a_2 \wedge d_1 = 0$, $b_2 \wedge c_1 = 0$, $c_2 \wedge e_1 = 0$, $d_2 \wedge e_2 = 0$;

$a_1 \vee a_2 = 1$, $b_1 \vee b_2 = 1$, $c_1 \vee c_2 = 1$, $d_1 \vee d_2 = 1$, $e_1 \vee e_2 = 1$.

联言上述命题求主析取式：

$$
\begin{aligned}
&(a_1 \vee a_2) \wedge (b_1 \vee b_2) \wedge (c_1 \vee c_2) \wedge (d_1 \vee d_2) \wedge (e_1 \vee e_2) \\
&= ((a_1 \wedge b_1) \vee (a_2 \wedge b_1) \vee (a_2 \wedge b_2)) \wedge (c_1 \vee c_2) \wedge (d_1 \vee d_2) \wedge (e_1 \vee e_2) \\
&= ((a_1 \wedge b_2 \wedge c_2) \vee (a_2 \wedge b_1 \wedge c_1) \vee (a_2 \wedge b_1 \wedge c_2) \vee (a_2 \wedge b_2 \wedge c_2)) \wedge (d_1 \vee d_2) \wedge (e_1 \vee e_2) \\
&= ((a_1 \wedge b_2 \wedge c_2 \wedge d_1) \vee (a_1 \wedge b_2 \wedge c_2 \wedge d_2) \vee (a_2 \wedge b_1 \wedge c_1 \wedge d_2) \vee (a_2 \wedge b_1 \wedge c_2 \wedge d_2) \\
&\quad \vee (a_2 \wedge b_2 \wedge c_2 \wedge d_2)) \wedge (e_1 \vee e_2) \\
&= ((a_1 \wedge b_2 \wedge c_2 \wedge d_1 \wedge e_2) \vee (a_2 \wedge b_1 \wedge c_1 \wedge d_2 \wedge e_1).
\end{aligned}
$$

答案：有两种安排方式：

星期一	星期二	星期三	星期四	星期五
外语	数学	美学	法学	体育
数学	法学	外语	体育	美学

十三、用真值表判断下列公式的类型：

（1）$((p \to q) \wedge (q \to r)) \to (p \to r)$.

解：作真值表：

p	q	r	$((p \to q) \wedge (q \to r)) \to (p \to r)$
0	0	0	1 1 1 **1** 1
0	0	1	1 1 1 **1** 1
0	1	0	1 0 0 **1** 1
0	1	1	1 1 1 **1** 1
1	0	0	0 0 1 **1** 0
1	0	1	0 0 1 **1** 1
1	1	0	1 0 0 **1** 0
1	1	1	1 1 1 **1** 1

答案：永真式。

（2）$(\neg p \to q) \to (q \to p)$。

解：作真值表：

p	q	$(\neg p \to q) \to (q \to p)$
0	0	1 0 **1** 1
0	1	1 1 **0** 0
1	0	0 1 **1** 1
1	1	0 1 **1** 1

答案：不是永真式，是可满足式。

十四、用简化真值表法判断下列公式是否永真式：

（1）$((p \to q) \to q) \to (p \vee q)$.

解：设公式为假。则 $((p \to q) \to q)$ 为真。而 $p \vee q$ 为假，从而

p	q	$((p \to q) \to q) \to (p \vee q)$
0	0	1 F 0 T 0 F 0 F 0

必需置 $p = 0$ 和 $p = 1$，产生矛盾。

答案：公式是永真式。

（2）$((p \to q) \wedge r) \to (p \vee q) \wedge r$。

解：设公式为假。则 $((p \to q) \wedge r)$ 为真。而 $(p \vee q) \wedge r$ 为假。$((p \to q) \wedge r)$ 为真得：$p \to q$ 和 r 同时为 1。在 $r = 1$ 时，$(p \vee q) \wedge r$ 为假的情形为 $p \vee q$ 为 0，即 $p = q = 0$。

p	q	r	$((p \to q) \wedge r) \to (p \vee q) \wedge r$
0	0	1	0 T 0 T 1 F 0 F 0 F 1

答案：存在成假赋值 001。公式不是永真式。

第五章习题

一、确定下列论证的前提和结论：

1、我的粥都没有了（p），一定有人吃了它（q）。（前提：p 结论：q ）解答：由事实（前提）p 推断（结论）q。

2、这不可能是堪萨斯（p），所有的事物都是有颜色的（q）。（前提：q 结论：p）解答：由事实（前提）q 推断（结论）p。

3、雪是白的，该物是黄的（p），所以该物一定不是雪（q）。（前提：p 结论：q）

4、周一、周三和周五我们都有课（p），今天是周一（q），所以我们一定有课（r）。（前提：p 和 q 结论：r ）

5、你的车从不换油（p），也从不检查冷却剂（q），这样，你的发动机不久就会出毛病（r）。（前提：p 和 q 结论：r ）

二、确定下列语段是论证还是说明。如果是论证，哪些是前提？哪些是结论？1、他今天没有来上课（p）。一定是因为病了 (q)。(论证说明前提：p 结论：q)

解答：由事实（前提）p 推断（结论）q。是否病，不确知。论证。“一定”是一种推断的含义。

2、许多人最近迷恋超自然的神秘异教（p）。这一定是因为他们对传统宗教的失望（q）。(论证说明前提：p 结论：q)

解答：由事实（结果作为前提）p 推断原因（结论）q。原因“他们对传统宗教的失望”的是否不确知。论证。类似于医生由症状论证病因。

3、家用计算机的价格近年来不可思议地大幅下降（p）。我相信这是因为微晶片的生产成本已经直线下降（q）。(论证说明前提：结论：)

解答：“家用计算机的价格近年来不可思议地大幅下降”和“微晶片的生产成本已经直线下降”都是已知的事实。说话人是在说明二者有因果关系。

4、我不带眼镜阅读就头疼（p）。眼睛疲劳一定是我头疼的原因（q）。

解答：头疼的原因是未知的。透过现象推断其原因。(论证说明前提：p 结论：q)

三、判断下面论证有效还是无效。

1、如果林肯在一起汽车事故中被杀害，则林肯死了。林肯在一起汽车事故中被杀害。因此，林肯死了。（有效，充分条件命题，肯定前件，则肯定后件）

2、如果林肯在一起汽车事故中被杀害，则林肯死了。林肯没有死。因此，林肯没有在一起汽车事故中被杀害。（有效，充分条件命题，否定后件，则否定前件）

3、所有鸟都是动物。所有树都不是鸟。所以，所有树都不是动物。（无效）

证明：反例法。所有犬都是动物。所有猫都不是犬。所以，所有猫不是动物。前提正确，但结论错误。论证无效。

4、阿尔文喜欢简，简喜欢克里斯。因此，阿尔文喜欢克里斯。（无效）

证明：反例法。设定情景：甲爱恋女生乙，女生乙爱恋丙，甲和丙是情敌。在此情景下，具有相同论证形式的一个论证为：甲喜欢乙，乙喜欢丙。因此，甲喜欢丙。前提正确，但结论错误。论证无效。

5、可能麦格罗将赢得下届总统选举。可能兰伯特将赢得下届总统选举。所以，可能麦格罗和兰伯特都将赢得下届总统选举。（无效）

四、下面论证那些是可靠的？那些不可靠？为什么？

1、所有猫是哺乳动物。所有哺乳动物都是动物。因此，所有猫是动物。

解答：论证可靠。论证有效，前提正确。

2、“宴会开始！”或者是一个语句或者一个陈述。“宴会开始！”是一个语句。因此，“宴会开始！”不是一个陈述。

解答：论证不可靠。论证无效（析取命题，肯定其中一个不一定能否定另一个）。

3、如果泰姬陵在肯塔基，那么泰姬陵在美国。但泰姬陵不在美国。因此泰姬陵不在肯塔基。

解答：论证可靠。论证有效（充分条件命题，否定后件可以肯定前件）。前提正确。

4、所有哺乳动物都是猫。所有猫都是动物。因此，所有哺乳动物都是动物。

解答：不可靠。论证有效，但前提“所有哺乳动物都是猫”不正确。

5、莎士比亚写了“哈姆雷特”。托尔斯泰就是莎士比亚。由此可以推出，托尔斯泰写了“哈姆雷特”。

解答：不可靠。论证有效，但前提“托尔斯泰就是莎士比亚”不正确。

五、用反例证明下列论证是无效的。

1、所有真正的美国人都不是间谍。有些俄勒冈人不是间谍。所以，有些俄勒冈人是真正的美国人。（A：真正的美国人；B：俄勒冈人；C：间谍）

解答：论证形式为：

所有 A 都不是 C。

有些 B 不是 C。

所以，有些 B 是 A。

反例：设 A 是犬，B 是猫，C 是波斯猫。对应论证为：

所有犬都不是波斯猫。

有些猫不是波斯猫。

所以，有些猫是犬。

前提正确，结论错误，论证必无效。

2、所有石头都是没有感觉的。有些哺乳动物是有感觉的。因此，所有哺乳动物都不是石头。（A: 石头；B：哺乳动物；C: 感觉）

解答：论证形式为：

所有 A 都是没有 C 的。

有些 B 是有 C 的。

因此，所有 B 都不是 A。

反例：设 A 是犬，B 是动物，C 是翅膀。对应论证为：

所有犬都是没有翅膀的。

有些动物是有翅膀的。

因此，所有动物都不是犬。

前提正确，结论错误，论证必无效。

3、有些聪明人是极端不道德的人。所有极端不道德的人都是不幸福的。所以，有些不幸福的人不是聪明人。（A：聪明人；B：极端不道德的人；C：不幸福的人）

解答：论证形式为：

有些 A 是 B。

所有 B 是 C。

因此，有些 C 不是 A。

反例：设 A 是动物，B 是宠物犬，C 是犬。对应论证为：

有些动物是宠物犬。

所有宠物犬是犬。

因此，有些犬不是动物。

前提正确，结论错误，论证必无效。

4、每一曲摇滚乐都是酷的。所有愚人乐都不是摇滚乐。因此，所有愚人乐都不是酷的。（A：摇滚乐；B：愚人乐；C: 酷的）

解答：论证形式为：

所有 A 都是 C。

所有 B 都不是 A。

因此，所有 B 都不是 C。

反例：设 A 是犬，B 是猫，C 是动物。对应论证为：

所有犬都是动物。

所有猫都不是犬。

因此，所有猫都不是动物。

前提正确，结论错误，论证必无效。

六、判断下列论证形式是否有效。

1、$p \to (q \vee (r \wedge s)),\ p \vee \neg s,\ q \vee \neg r \ \therefore\ \neg p \vee q.$

解答：运用等值演算法

$$
\begin{aligned}
&(p \to (q \vee (r \wedge s)) \wedge (p \vee \neg s) \wedge (q \vee \neg r)) \to (\neg p \vee q)\\
&\quad = \neg(((\neg p \vee q \vee (r \wedge s))) \wedge (p \vee \neg s) \wedge (q \vee \neg r)) \vee \neg p \vee q\\
&\quad = (p \wedge \neg q \wedge (\neg r \vee \neg s)) \vee (\neg p \wedge s) \vee (\neg q \wedge r) \vee \neg p \vee q\\
&\quad = (\neg q \wedge (\neg r \vee \neg s)) \vee \neg p \vee (\neg p \wedge s) \vee r \vee q\\
&\quad = \neg r \vee \neg s \vee \neg p \vee (\neg p \wedge s) \vee r \vee q\\
&\quad = \neg r \vee r \vee \neg s \vee \neg p \vee (\neg p \wedge s) \vee q\\
&\quad = 1 \vee \neg s \vee \neg p \vee (\neg p \wedge s) \vee q = 1.
\end{aligned}
$$

答：永真式。论证有效。

2、$p \vee (q \to (\neg r \leftrightarrow s))$，$\neg p \to \neg s$，$(p \wedge \neg s)$. $\quad \therefore \neg p \to q$.

解答：作不完全真值表。令 $(p \vee (q \to (\neg r \leftrightarrow s)) \wedge (\neg p \to \neg s) \wedge (p \wedge \neg s)) \to (\neg p \to q)$ 取假值，则 $\neg p \to q$ 取值 0 并且 $(p \vee (q \to (\neg r \leftrightarrow s)) \wedge (\neg p \to \neg s) \wedge (p \wedge \neg s))$ 取值为 1。由 $\neg p \to q$ 取值 0 得：$p = 0$ 和 $q = 0$。

p	q	r	s	$(p \vee (q \to (\neg r \leftrightarrow s)) \wedge (\neg p \to \neg s) \wedge (p \wedge \neg s)) \to (\neg p \to q)$
0	0	1	0	0 T 0 T 1 T 0 T 0 T 0 F 0 T 1 F 0 F 0

存在成假赋值 0010。不是永真式。从而，论证无效。

3、$p \leftrightarrow (r \to \neg q)$，$\neg p \to r$. $\quad \therefore \neg q \to p$.

解答：等值演算法

$$
\begin{aligned}
&(p \leftrightarrow (r \to \neg q)) \wedge (\neg p \to r) \to (\neg q \to p)\\
&\quad = \neg(p \leftrightarrow (\neg r \vee \neg q)) \vee \neg(p \vee r) \vee q \vee p\\
&\quad = (p \oplus (\neg r \vee \neg q)) \vee (\neg p \wedge \neg r) \vee q \vee p\\
&\quad = (p \wedge \neg(\neg r \vee \neg q)) \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee \neg q)) \vee \neg r \vee q \vee p\\
&\quad = (p \wedge \neg(\neg r \vee \neg q)) \vee (\neg q \vee q) \vee \neg r \vee p\\
&\quad = (p \wedge \neg(\neg r \vee \neg q)) \vee 1 \vee \neg r \vee p = 1.
\end{aligned}
$$

是永真式，论证有效。

七、将下列论证形式化并用真值表判定是否有效

1、如果丹麦拒绝加入欧洲共同体，那么若爱沙尼亚依然处于俄罗斯势力范围内，则芬兰将不接受自由贸易政策。爱沙尼亚依然处于俄罗斯势力范围。因此，如果丹麦拒绝加入欧洲共同体，则那么芬兰将不接受自由贸易政策。

解答：设简单命题

A：丹麦拒绝加入欧洲共同体；B：爱沙尼亚依然处于俄罗斯势力范围内；

C：芬兰将不接受自由贸易政策。

上述论证的推理形式为：

$$A \to (B \to C), B \;\therefore\; A \to C.$$

作真值表：

A	B	C	$(A \to (B \to C)) \wedge B$	$A \to C$	$(A \to (B \to C)) \wedge B \to (A \to C)$
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

$(A \to (B \to C)) \wedge B \to (A \to C)$ 是永真式，论证有效。

2、如果人是完全理性的，那么人所有的行为是可被提前预测的或者宇宙基本上是决定论的。并非人的所有行为都是可被提前预测的。因此，如果宇宙不是基本上决定论的，那么人不是完全理性的。

解答：设简单命题

A：人是完全理性的；B：人所有的行为是可被提前预测；C：宇宙基本上是决定论的。

上述论证的推理形式为：$A \to (B \vee C),\ \neg B\ \therefore \neg C \to \neg A.$

作真值表：

A	B	C	$(A \to (B \vee C)) \wedge \neg B$	$\neg C \to \neg A$	$(A \to (B \vee C)) \wedge \neg B \to (\neg C \to \neg A)$
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

公式 $(A \wedge (B \vee C)) \wedge B) \to (\neg C \to \neg A)$ 是永真式，论证有效。

第六章习题

一、试证明下述论证形式是有效的。

$$(a)\ \ p \to q, r \to s, p \vee r \ \ \therefore q \vee s.$$

$$(a)\ \ p \to q,\ r \to s,\ \neg q \vee \neg s \ \ \therefore \neg p \vee \neg r.$$

证法一：(a) 的证明。

$$\begin{aligned}&(p \to q) \wedge (r \to s) \wedge (p \vee r) \to (q \vee s)\\&\quad = \neg((\neg p \vee q) \wedge (\neg r \vee s) \wedge (p \vee r)) \vee q \vee s = (p \wedge \neg q) \vee (r \wedge \neg s) \vee (\neg p \wedge \neg r) \vee q \vee s\\&\quad = p \vee q \vee r \vee s \vee (\neg p \wedge \neg r) = q \vee r \vee s \vee p \vee \neg r = q \vee s \vee p \vee 1 = 1\end{aligned}$$

(a) 是永真式。论证形式有效。

(b) 的证明。

$$\begin{aligned}&(p \to q) \wedge (r \to s) \wedge (\neg q \vee \neg s) \to (\neg p \vee \neg r)\\&\quad = \neg((\neg p \vee q) \wedge (\neg r \vee s) \wedge (\neg q \vee \neg s)) \vee \neg p \vee \neg r = (p \wedge \neg q) \vee (r \wedge \neg s) \vee (q \wedge s) \vee \neg p \vee \neg r\\&\quad = \neg q \vee \neg p \vee \neg s \vee q \vee \neg r = 1 \vee \neg p \vee \neg s \vee \neg r = 1\end{aligned}$$

(b) 是永真式。论证形式有效。证毕

证法二：(a) 的证明。（反证法）假设结论 $q \vee s$ 假。则 q 和 s 全假。既然 $p \to q$ 和 $r \to s$ 真，于是由蕴含命题与相应逆反命题的等价性得 p 和 r 全假，进而 $p \vee r$ 假。此与前提条件 $p \vee r$ 真矛盾。假设不成立，必有 $q \vee s$ 真。论证形式有效。

(b) 的证明。（反证法）假设结论 $\neg p \vee \neg r$ 假。则 $\neg p$ 和 $\neg r$ 全假，于是 p 和 r 全真。既然 $p \to q$ 和 $r \to s$ 真，于是由蕴含命题的性质得 q 和 s 全真，进而 $\neg q$ 和 $\neg s$ 全假，意味着 $\neg q \vee \neg s$ 假。此与前提条件 $\neg q \vee \neg s$ 真矛盾。假设不成立，必有 $\neg p \vee \neg r$ 真。论证形式有效。证毕

证法三：(a) 的证明。前提条件 $p \vee r$ 真，意味着两种情况出现：(1) 或者 p 真，此时由另一前提条件 $p \to q$ 真得 q 真，进而 $q \vee s$ 真（一真则真）。(2) 或者 r 真，此时由另一前提条件 $r \to s$ 真得 s 真，进而 $q \vee s$ 真（一真则真）。无论何种情况，都有 $q \vee s$ 真。论证形式有效。

(b) 的证明。前提条件 $\neg q \vee \neg s$ 真，意味着两种情况出现：(1) 或者 $\neg q$ 真，此时由另一前提条件 $p \to q$ 取真值，又 $\neg q \to \neg p$ 与 $p \to q$ 等值，进而 $\neg q$ 真必有 $\neg p$ 真，使得 $\neg p \vee \neg r$ 真（一真则真）。(2) 或者 $\neg s$ 真，此时由另一前提条件 $r \to s$ 取真值，又 $\neg s \to \neg r$ 与 $r \to s$ 等值，进而 $\neg s$ 真必有 $\neg r$ 真，使得 $\neg p \vee \neg r$ 真（一真则真）。无论何种情况，都有 $\neg p \vee \neg r$ 真。论证形式有效。证毕

证法四：简化真值表法。判断是否存在结论假而前提全为真的行。

(a) 的证明。设 $p \to q$、$r \to s$ 和 $p \vee r$ 真，而 $q \vee s$ 假。$q \vee s$ 假只有一种可能：$q = s = 0$。

p	q	r	s	$p \to q$	$r \to s$	$p \vee r$	$q \vee s$
	0		0	⓪ T 0	0 T 0	①T 0	0 F 0
	0		0	0 T 0	⓪ T 0	0 T①	0 F 0
	0		0	⓪ T 0	⓪ T 0	①T①	0 F 0

不存在使得结论假而前提全真的行。

(b) 的证明。设 $p \to q$、$r \to s$ 和 $\neg q \vee \neg s$ 真，而 $\neg p \vee \neg r$ 假。$\neg p \vee \neg r$ 假只有一种可能：$p = r = 1$。

p	q	r	s	$p \to q$	$r \to s$	$\neg q \vee \neg s$	$\neg p \vee \neg r$
	1		1	1 T 1	1 T 1	0T 1	1 F 1
	1		1	1 T 1	1 T 1	1 T0	1 F 1
	1		1	1 T 1	1 T 1	0T0	1 F 1

不存在使得结论假而前提全真的行。

二、中央作出新一轮支援新疆的战略部署后，某单位很快组成由党办、人事处、业务处参加的推荐小组，确定了援疆干部人选，这三部门的推荐意见分别是：

党办：从甲乙丙三人中选派出一至两人

人事处：如果不选派甲，就不选派乙和丙

业务处室：只有不选派乙和丙，才选派甲

在下列选项中，能够同时满足党办、人事处和业务处室意见的方案是（）

A. 选派乙和丙，不选派甲 B. 不选派乙和丙，选派甲

C. 选派乙，不选派甲和丙 D. 选派丙，不选派甲和乙

解答：业务处室意见等价于：

如果选派甲，就不选派乙和丙。

于是三部门意见整理为二重推理：

如果不选派甲，就不选派乙和丙。

如果选派甲，就不选派乙和丙。

或者选派甲，或者不选派甲。(此项总为真)

总之，不选派乙和丙。

答案：B. 不选派乙和丙，选派甲

三、如果李生喜欢表演，那么他报考戏剧学院，如果他不喜欢表演，那么他可以成为戏剧理论家。如果他不报考戏剧学院，那么不能成为戏剧理论家。

由此可推出李生：

A. 不喜欢表演。B．成为戏剧理论家。C．不报考戏剧学院。D．报考戏剧学院。

解答：由“如果他不喜欢表演，那么他可以成为戏剧理论家”得：

如果李生不可以成为戏剧理论家，那么他喜欢表演。

再由“如果李生喜欢表演，那么他报考戏剧学院”连锁得：

如果李生不可以成为戏剧理论家，那么他报考戏剧学院。

由“如果他不报考戏剧学院，那么不能成为戏剧理论家”得：

如果他能成为戏剧理论家，那么他报考戏剧学院。

于是得二难推理：

如果李生能成为戏剧理论家，那么他报考戏剧学院。

如果李生不能成为戏剧理论家，那么他报考戏剧学院。

李生或者能成为戏剧理论家，或者不能成为戏剧理论家，（此项总为真）

总之，李生报考戏剧学院。

答案：选项 D 是正确的，李生报考戏剧学院。

四、相传古时候有两座怪城，一座叫“真城”，一座叫“假城”。真城的居民人都说真话，假城的居民人都说假话。两座城市的居民互相往来。一位知晓这一情况的旅行者第一次来到其中一座城市，他只要问遇到的第一个人一个答案“是”或者“否”的问题，就会明白自己所到的是真城还是假城。

以下问句哪个是最恰当的？（D ）

A. 你是真城的人吗？B. 你是假城的人吗？

C. 你是说假话的人吗？D. 你是这座城市的人么？

解答：（1）设问话为 A 。无论在哪，总有：

如果遇到真城居民，答案是“是”。

如果遇到假城居民，答案是“是”。

无法确定对方身份和所处城市。

（2）设问话为 B 。无论在哪，总有：

如果遇到真城居民，答案是“否”。

如果遇到假城居民，答案是“否”。

无法确定对方身份和所处城市。

（3）设问话为 C 。无论在哪，总有：

如果遇到真城居民，答案为“否”。

如果遇到假城居民，答案为“否”。

无法确定对方身份和所处城市。

（4）设问话为 D 。旅游者在真城：

如果遇到真城居民，答案为“是”。

如果遇到假城居民，答案为“是”。

或遇到真城居民，或遇到假城居民，（此项总为真）

所以，旅游者在真城得到的回答为“是”。

进一步，否定后件，必否定前件，于是得到的回答为“否”必有旅游者在假城。

旅游者在假城：

如果遇到真城居民，答案是“否”。

如果遇到假城居民，答案是“否”。

或遇到真城居民，或遇到假城居民，（此项总为真）

所以，旅游者在假城得到的回答总为“否”。

进一步，否定后件，必否定前件，于是

如果得到的回答为“是”，则旅游者在真城。

综上所述：

旅游者在真城，当且仅当得到的回答为“是”。

旅游者在假城，当且仅当得到的回答为“否”。

答案：选项为 D。

五、如果一个人自傲，就会盲目乐观；如果一个人自卑，就会缺乏信心。你或者是自傲，或者是自卑。总之，你或者是盲目乐观，或者是缺乏信心。

这个论证是不可靠的，其原因并非是 (D)。

A．选言判断没有穷尽支判断。B. 两个假言判断的前件构不成矛盾关系。

C. 两个假言判断的前件只是反对关系 D. 结论不符合实际。

解答：论证不可靠的依据是或者推理无效，或者前提不为真。与结论无关。这个论证的推理是有效的。其不可靠是由于选言判断没有穷尽支判断，存在既不自傲也不自卑的人，从而“你或者是自傲，或者是自卑”不总为真，即前提可能不真。

六、关于财务混乱的错误谣言损害了一家银行的声誉。如果管理人员不试图反驳这些谣言，它们就会传播开来并最终摧毁顾客的信心。但如果管理人员努力驳斥这种谣言，这种驳斥使怀疑增加的程度比使它减少的程度更大。

如果以上的陈述都是正确的，根据这些陈述，下列哪一项一定是正确的?

A. 银行的声誉不会受到猛烈的广告宣传活动的影响

B. 管理人员无法阻止已经出现的威胁银行声誉的谣言

C. 面对错误的谣言，银行经理的最佳对策是直接说出财务的真实情况

D. 关于财务混乱的正确的传言，对银行储户对该银行的信心的影响没有错误的流言大。

解答：上述推理构成二难推理

如果管理人员不试图反驳这些谣言，它们就会传播开来并最终摧毁顾客的信心。

如果管理人员努力驳斥这种谣言，会使怀疑增加的程度比使它减少的程度更大。

管理人员或者不试图反驳这些谣言，或者努力驳斥这种谣言。（此项总为真）

所以，或者谣言传播开来并最终摧毁顾客的信心，或者怀疑增加的程度比使它减少的程度更大。

答案：B 是正确的。

七、滨海市政府决定上马一项园林绿化工程，政府有关部门在调研论证的基础上，就特色树种的选择问题形成如下几项决定：

（1）樟树、柳树至少选择一样；

（2）如果不种桂树，那么就要种雪松；

（3）如果种柳树，那么就要种桃树；

（4）桃树、雪松至少要舍弃一样。

据此，可以推出该市应选择的特色树种是（BD ）。

A. 柳树或者桃树 B. 樟树或者桂树

C. 雪松或者柳树 D. 雪松或者樟树

解答：由（2）、（3）和（4）得：

如果不种桂树，那么就要种雪松；

如果种柳树，那么就要种桃树；

或者非桃树或者非雪松。

所以，或者种桂树或者不种柳树。

不种柳树，则由（1），必须种樟树。于是，或者种桂树或者种樟树。B 成立。如果种柳树，则必须种桂树。再由（3）必须种桃树。即为柳树、桂树和桃树。没有对应选项。

如果不种桂树，则必不种柳树，则由（2）和（1），必须种雪松和樟树。于是 D 成立。

第七章习题

一、前提：$\neg(p\to q)\wedge q$，$p\vee q$，$r\to s$。

1、证明从此前提出发，推出结论 $r\vee$ 的推理是有效的。

证明：考虑蕴含公式

$$(\neg(p\to q)\wedge q\wedge(p\vee q)\wedge(r\to s)\to(r\vee s).$$

运用等值演算:

$$\begin{aligned}&\neg(p\to q)\wedge q\wedge(p\vee q)\wedge(r\to s)\to(r\vee s)\\&\quad=\neg(\neg(\neg p\vee q)\wedge q\wedge(p\vee q)\wedge(\neg r\vee s))\vee r\vee s\\&\quad=(\neg p\vee q)\vee\neg q\vee\neg(p\vee q)\vee\neg(\neg r\vee s)\vee r\vee s\\&\quad=\neg p\vee q\vee\neg q\vee(\neg p\wedge\neg q)\vee(r\wedge\neg s)\vee r\vee s\\&\quad=\neg p\vee 1\vee(\neg p\wedge\neg q)\vee(r\wedge\neg s)\vee r\vee s=1\end{aligned}$$

为永真式。所以，推理有效。

2、证明从此前提出发，推出任何结论的推理是正确的。

证明一：既然 $\neg(p\to q)\wedge q=p\wedge\neg q\wedge q=0$，所以对任何结论 t，我们都有

$$\neg(p\to q)\wedge q\wedge(p\vee q)\wedge(r\to s)\to t=0\to t=1,$$

即 $\neg(p\to q)\wedge q\wedge(p\vee q)\wedge(r\to s)\to t$ 是永真式，推理有效。

证明二：归谬法。假定任何结论 t 为假。

(1) $\neg(p\to q)\wedge q,$ (引入前提)

(2) $q,$ ((1), 简化规则)

(3) $\neg(p\to q),$ ((1), 简化规则)

(4) $\neg(\neg p\vee q),$ ((3), 等值置换规则)

(5) $p\wedge\neg q,$ ((4), 等值置换规则)

(6) $\neg q,$ ((5), 简化规则))

(7) t(2) 和 (6) 矛盾,

由归谬律，假设不成立。必有 t 为真。

二、在自然推理系统 ND 中构造下面推理的证明。

1、前提：$p\to(q\to r)$，p，q。结论：$r\vee s$

证明一：

(1) $p,$ (引入前提)

(2) $p\to(q\to r),$ (引入前提)

(3) $q\to r,$ ((1),(2), 假言推理)

(4) $q,$ (引入前提)

(5) $r,$ ((3), (4), 假言推理)

(6) $r\vee s,$ ((5), 附加规则)

推理有效。证毕

证明二：采用归谬法。

(1) $\neg(r \vee s)$, (引入归谬前提)

(2) $\neg r \wedge \neg s$, ((1), 等值置换规则)

(3) $\neg r$, ((2), $\wedge-$ 规则)

(4) $p \to (q \to r)$, (引入前提)

(5) p, (引入前提)

(6) $q \to r$, ((4), (5), 假言推理规则)

(7) q, (引入前提)

(8) r, ((6), (7), 假言推理规则)

(9) (3) 和 (8) 矛盾,

产生矛盾。归谬前提 $\neg(r \vee s)$ 不成立。必有 $r \vee s$ 真。

2、前提：$p \to q$，$\neg(q \wedge r)$，r。结论：$\neg p$。

证明一：直接证法

(1) $\neg(q \wedge r)$, (引入前提)

(2) $\neg q \vee \neg r$, ((1), 等值置换规则)

(3) r, (引入前提)

(4) $\neg q$, ((2), (3), 析取三段论)

(5) $p \to q$, (引入前提)

(6) $\neg p$, ((4), (5), 拒取规则)

推理有效。证毕

证明二：采用归谬法

(1) p, (引入归谬前提)

(2) $p \to q$, (引入前提)

(3) q, ((1), (2), 假言推理)

(4) $\neg(q \wedge r)$, (引入前提)

(5) $\neg q \vee \neg r$, ((4), 等值置换规则)

(6) r, (引入前提)

(7) $\neg q$, ((5), (6), 析取三段论)

(8) (3) 和 (7) 矛盾

产生矛盾。归谬前提 p 不成立。必有 $\neg p$ 真。

3、前提：$\neg p \vee r$，$\neg q \vee s$，$p \wedge q$。结论：$t \to (r \wedge s)$.

证明：

(1) $p \wedge q$, (引入前提)

(2) p, ((1), $\wedge-$ 规则)

(3) q, ((1), $\wedge-$ 规则)

(4) $\neg p \vee r$, 引入前提))

(5) r, ((2), (4)，析取三段论)

(6) $\neg q \vee s$, (引入前提)

(7) s, ((3), (6)，析取三段论)

(8) $r \wedge s.$ ((5), (7), $\wedge+$ 规则)

(9) $\neg t \vee (r \wedge s)$, ((8), $\vee+$ 规则)

(10) $t \to (r \wedge s)$, ((9), 等值置换规则)

推理有效。证毕

三、在自然推理系统 ND 中用附加前提法或归谬法证明下面推理。

1、前提：$p \to (q \to r)$，$s \to p$，q。结论：$s \to r.$

证明一：采用附加前提法。前提：$p \to (q \to r)$，$s \to p$，q，s。结论：r

(1) s, (引入前提)

(2) $s \to p$, (引入前提)

(3) p, ((1), (2), 假言推理规则)

(4) $p \to (q \to r)$, (引入前提)

(5) $q \to r$, ((3), (4), 假言推理规则)

(6) q, (引入前提)

(7) $r.$ ((5), (6), 假言推理规则)

推理有效。证毕

证明二：(直接证法)

(1) $s \to p$, (引入前提)

(2) $p \to (q \to r)$, (引入前提)

(3) $s \to (q \to r)$, ((1), (2), 假言连锁规则)

(4) $\neg s \vee \neg q \vee r$, ((3), 等值置换规则)

(5) $\neg q \vee (\neg s \vee r)$, ((4), 等值置换规则)

(6) $q \to (\neg s \vee r)$, ((5), 等值置换规则)

(7) q, (引入前提)

(8) $\neg s \vee r$, ((6), (7), 假言推理规则)

(9) $s \to r.$ ((8), 等值规则)

推理有效。证毕

2、前提：$(p \vee q) \to (r \wedge s)$，$s \vee t \to u$。结论：$p \to u$。

证法一：(附加前提法) 前提：$(p \vee q) \to (r \wedge s)$，$s \vee t \to u$，$p$。结论：$u$。

(1)	p,	(引入附加前提)
(2)	$p \vee q$,	((1), $\vee +$ 规则)
(3)	$(p \vee q) \to (r \wedge s)$,	(引入前提)
(4)	$r \wedge s$,	((2), (3), 假言推理规则)
(5)	s,	((4), $\wedge -$ 规则)
(6)	$s \vee t$,	((5), $\vee +$ 规则)
(7)	$(s \vee t) \to u$,	(引入前提)
(8)	u.	((6), (7), 假言推理规则)

推理有效。证毕

证法二：(直接证法) 。

(1)	$(s \vee t) \to u$,	(引入前提)
(2)	$(\neg s \wedge \neg t) \vee u$,	((1), 等值置换规则)
(3)	$(\neg s \vee u) \wedge (\neg t \vee u)$,	((2), 等值置换规则)
(4)	$\neg s \vee u$,	((3), $\wedge -$ 规则)
(5)	$s \to u$,	((4), 等值置换规则)
(6)	$(p \vee q) \to (r \wedge s)$,	(引入前提)
(7)	$(\neg p \wedge \neg q) \vee (r \wedge s)$,	((6), 等值置换)
(8)	$(\neg p \vee (r \wedge s)) \wedge (\neg q \vee (r \wedge s))$,	((7), 等值置换)
(9)	$(\neg p \vee r) \wedge (\neg p \vee s) \wedge (\neg q \vee r) \wedge (\neg q \vee s)$,	((8), 等值置换)
(10)	$\neg p \vee s$,	((9), $\wedge -$ 规则)
(11)	$p \to s$,	((10), 等值置换规则)
(12)	$p \to u$,	((5), (10), 假言连锁规则)

推理有效。证毕

证法三：(反证法) 。

(1)	$\neg(p \to u)$,	(引入归谬前提)
(2)	$p \wedge \neg u$,	((1), 等值置换)
(3)	p,	((2), $\wedge -$ 规则)
(4)	$\neg u$,	((2), $\wedge -$ 规则)
(5)	$\neg(s \vee t) \to u$,	(引入前提)
(6)	$\neg(s \wedge t)$,	((4), (5), 拒取规则)
(7)	$\neg s \wedge \neg t$,	((6), 等值置换规则)

(8) $\neg s$, ((7), $\wedge-$ 规则)

(9) $\neg s \vee \neg r$, ((8), $\vee+$ 规则)

(10) $\neg(s \wedge r)$, ((9), 等值置换规则)

(11) $(p \vee q) \to (r \wedge s)$, (引入前提)

(12) $\neg(p \vee q)$, ((10), (11), 拒取规则)

(13) $\neg p \wedge \neg q$, ((12), 等值置换)

(14) $\neg p$, ((13), $\wedge-$ 规则)

(15) (3) 和 (14) 矛盾。

根据归谬法，归谬前提不成立，必有 $p \to u$ 真。推理有效。证毕

3、前提：$p \to \neg q$，$\neg r \vee q$，$r \wedge \neg s$。结论：$\neg p$.

证明一：(归谬法)

(1) p, (引入归谬前提)

(2) $p \to \neg q$, (引入前提)

(3) $\neg q$, ((1), (2), 假言推理规则)

(4) $\neg r \vee q$, (引入前提)

(5) $r \to q$, ((4), 等值置换规则)

(6) $\neg r$, ((3), (5), 拒取规则)

(7) $r \wedge \neg s$, (引入前提)

(8) r, ((7), $\wedge-$ 规则)

(9) (6) 和 (8) 矛盾。

根据归谬法，归谬前提不成立，必有 $\neg p$ 真。推理有效。证毕

证明二：(直接证法)

(1) $r \wedge \neg s$, (引入前提)

(2) r, ((1), $\wedge-$ 规则)

(3) $\neg r \vee q$, (引入前提)

(4) q, ((2), (3), 析取三段论)

(5) $p \to \neg q$, (引入前提)

(6) $\neg(\neg q)$, ((4), 等值置换规则)

(7) $\neg p$, ((5), (6), 假言推理规则)

推理有效。证毕

4、前提：$p \vee q$，$p \to r$，$q \to s$。结论：$r \vee s$.

证明一：(直接证法)

(1) $p \to r$, (引入前提)

(2) $q \to s$, (引入前提)

(3) $p \vee q$, (引入前提)

(4) $r \vee s$. ((1), (2)，(3), 构造式二难推理规则)

推理有效。证毕

证明二：(归谬法)

(1) $\neg(r \vee s)$, (引入归谬前提)

(2) $\neg r \wedge \neg s$, ((1), 等值置换规则)

(3) $\neg r$, ((2), $\wedge-$ 规则)

(4) $\neg s$, ((2), $\wedge-$ 规则)

(5) $q \to s$, (引入前提)

(6) $\neg q$, ((4), (5), 拒取规则)

(7) $p \to r$, (引入前提)

(8) $\neg p$, ((3), (7), 拒取规则)

(9) $p \vee q$, (引入前提)

(10) p, (6), (9), 析取三段论规则)

(11) (8) 和 (10) 矛盾。

由归谬法，归谬假设不成立，必有 $r \vee s$ 真。推理有效。证毕

证明三：注意到 $r \vee s = \neg(\neg r) \vee s = \neg r \to s$。所以，可以采用附加前提法证明。

(1) $\neg r$, (引入附加前提)

(2) $p \to r$, (引入前提)

(3) $\neg p$, ((1), (2), 拒取规则)

(4) $p \vee q$, (引入前提)

(5) q, (3), (4), 析取三段论规则)

(6) $q \to s$, (引入前提)

(7) s. ((5), (6), 假言推理规则)

推理有效。证毕

四、在自然推理系统 ND 中构造下面推理的证明。

1、只要 A 曾到过受害者房间并且在 11 点以前没离开，A 就是谋杀嫌犯。A 曾到过受害者房间。如果 A 在 11 点前离开，看门人会看见他。看门人没看见他。所以 A 是谋杀嫌犯。

证明：构造简单命题

P: A 曾到过受害者房间; Q: A 在 11 点以前离开；

R: A 就是谋杀嫌犯。S: 看门人会看见 A

上述推理的形式为：前提：$P \wedge \neg Q \to R$，$Q \to S$，P，$\neg S$。结论：R。

(1)	$\neg S$,	(引入前提)
(2)	$Q \to S$,	(引入前提)
(3)	$\neg Q$,	((1), (2), 拒取规则)
(4)	P,	(引入前提)
(5)	$P \wedge \neg Q$,	((3), (4), 合取规则)
(6)	$P \wedge \neg Q \to R$,	(引入前提)
(7)	R.	((5), (6), 假言推理规则)

2、如果是星期六，我们就要到颐和园或圆明园去玩。如果颐和园游人太多，我们就不去颐和园去玩。今天是星期六，颐和园游人太多。所以我们去圆明园去玩。

证明：构造简单命题：P: 时间是星期六；Q：我们到颐和园玩; R: 我们到圆明园；S: 颐和园游人太多。

上述推理的形式为：前提：$P \to (Q \vee R)$，$S \to Q$，P，S。结论：R。

(1)	S,	(引入前提)
(2)	$S \to \neg Q$,	(引入前提)
(3)	$\neg Q$,	((1), (2), 假言推理规则)
(4)	P,	(引入前提)
(5)	$P \to (Q \vee R)$,	(引入前提)
(6)	$Q \vee R$,	((4), (5), 假言推理规则)
(7)	R,	((3), (6), 析取三段论规则)

第八章习题

1、在高等数学中，函数 f 在区间 (a,b) 上一致连续的定义为：对任意实数 $\epsilon>0$，存在实数 $\delta>0$，对于区间 (a,b) 中的任意点 x 和 x'，只要 x' 和 x 的距离小于 δ，则函数值 $f(x')$ 与 $f(x)$ 距离小于 ϵ。

（1）用量化命题形式化写出上述定义。设 $R^+=(0,+\infty)$ 和 $I=(a,b)$。一致连续函数定义为：

$$\forall\epsilon\in R^+\exists\delta\in R^+(\forall x\in I\forall x'\in I(|x-x'|<\delta\to|f(x)-f(x')|<\epsilon)).$$

（2）用量化命题形式化写出函数 f 在区间 (a,b) 上不一致连续的定义。

$$\exists\epsilon\in R^+\forall\delta\in R^+(\exists x\in I\exists x'\in I((|x-x'|<\delta)\wedge(|f(x)-f(x')|\geq\epsilon))).$$

2、在自然推理系统 QND 中构造下面推理的证明。

前提：$\exists xF(x)\to\forall y((F(y)\vee G(y))\to R(y))$, $\exists xF(x)$，结论：$\exists xR(x)$。

证明：

(1)	$\exists xF(x)$,	(前提引入)
(2)	$\exists xF(x)\to\forall y((F(y)\vee G(y))\to R(y))$,	(前提引入)
(3)	$\forall y((F(y)\vee G(y))\to R(y))$.	$((1),(2),\to-$规则$)$
(4)	$F(c)$,	$((1),\exists-$ 规则$)$
(5)	$F(c)\vee G(c)$.	$((4),\vee+$ 规则$)$
(6)	$F(c)\vee G(c)\to R(c)$.	$((3),(4),\forall-$ 规则$)$
(7)	$R(c)$.	$((5),(6),\to-$规则$)$
(8)	$\exists xR(x)$.	$((7),\exists+$ 规则$)$

3. 有人给出下述推理的证明如下：

前提：$\forall x(F(x)\to\neg G(x))$, $\forall x(H(x)\to G(x))$；结论；$\forall x(H(x)\to\neg F(x))$。

证明：

(1)	$\forall xH(x)$,	(附加前提引入)
(2)	$H(x)$,	((1),$\forall-$ 规则)
(3)	$\forall x(H(x)\to G(x))$,	(前提引入)
(4)	$H(x)\to G(x)$,	((3), $\forall-$ 规则)
(5)	$G(x)$,	((2), (4), 假言推理)
(6)	$\forall x(F(x)\to\neg G(x))$,	(前提引入)
(7)	$F(x)\to\neg G(x)$,	((6), $\forall-$ 规则)
(8)	$\neg F(x)$,	((5), (7), 拒取规则)
(9)	$\forall x\neg F(x)$,	((8), $\forall+$ 规则)

（1）指出上面证明中的错误。

解答：$\forall x(H(x) \to \neg F(x)) \neq (\forall x H(x) \to \forall x \neg F(x))$。所以，附加前提法不能使用。

（2）给出上面推理的正确证明。

证明：

(1)	$\forall x(F(x) \to \neg G(x))$	(前提引入)
(2)	$F(x) \to \neg G(x)$	((1), $\forall -$ 规则)
(3)	$G(x) \to \neg F(x)$,	(等值置换)
(4)	$\forall x(H(x) \to G(x))$,	(前提引入)
(5)	$H(x) \to G(x)$.	($\forall -$ 规则)
(6)	$H(x) \to \neg F(x)$.	((3), (5)连锁规则)
(7)	$\forall x(H(x) \to \neg F(x))$.	((6), $\forall +$ 规则)

4、在自然推理系统 QND 中构造下面推理的证明。

每个喜欢步行的人都不喜欢骑自行车，每个人或者喜欢骑自行车或者喜欢乘汽车，有的人不喜欢乘汽车。所以，有的人不喜欢步行。（个体域为人类全体）

证明：设 $p(x)$；x 喜欢步行；$q(x)$：x 喜欢骑自行车；$r(x)$：x 喜欢乘汽车。形式化：前提：$\forall x(p(x) \to \neg q(x)$，$\forall x(q(x) \vee r(x))$，$\exists x \neg r(x)$。结论：$\exists x \neg p(x)$.

(1)	$\exists x \neg r(x)$	(前提引入)
(2)	$\neg r(c)$	((1), $\exists -$ 规则)
(3)	$\forall x(q(x) \vee r(x))$,	(前提引入)
(4)	$q(c) \vee r(c))$.	((3), $\forall -$ 规则)
(5)	$q(c)$.	((2), (4), $\vee -$ 规则)
(6)	$\forall x(p(x) \to \neg q(x)$,	(前提引入)
(7)	$p(c) \to \neg q(c)$.	($\forall -$ 规则)
(8)	$\neg(\neg q(c))$.	((5), 等值置换)
(8)	$\neg p(c))$.	((7), (8), 拒取规则)
(9)	$\exists x \neg p(x))$.	((8), $\exists +$ 规则)

5、在自然推理系统 QND 中构造下面推理的证明。

每个科学工作者都是刻苦钻研的，每个刻苦钻研又聪明的人在他的事业中都将获得成功。王大海是科学工作者，并且聪明。所以，王大海在他的事业中将获得成功。（个体域为人类全体）

证明：设 $p(x)$；x 是科学工作者；$q(x)$：x 是刻苦钻研的人；$r(x)$：x 是聪明的人；$s(x)$：x 获得成功；c：王大海。形式化：前提：$\forall x(p(x) \to q(x))$，$\forall x(q(x) \wedge r(x) \to s(x))$，$p(c) \wedge r(c)$。结论：$s(c)$.

(1)	$p(c) \wedge r(c),$	(前提引入)
(2)	$p(c),$	$((1), \wedge -$ 规则)
(3)	$r(c),$	$((1), \wedge -$ 规则)
(4)	$\forall x(p(x) \to q(x))$	(前提引入)
(5)	$p(c) \to q(c)$	$((1), \forall -$ 规则)
(6)	$q(c)$	$((2),(5) \to -$规则)
(7)	$q(c) \wedge r(c)).$	$((3),(6), \wedge +$ 规则)
(8)	$\forall x(q(x) \wedge r(x) \to s(x)),$	(前提引入)
(9)	$q(c) \wedge r(c) \to s(c).$	$(\forall -$ 规则)
(10)	$s(c).$	$((7),(9), \to -$规则)

第 9 章习题

一、解答下述问题：

1、某国际银行在中国分行全部职员国籍情况如下：

（1）所有职员都是外国国籍籍；（2）所有职员都不是外国国籍籍；（3）行长或助理是外国国籍籍。

上述论断只有一个是假的，则以下哪项一定是真的：

A. 有些职员是中国国籍；　B. 所有职员都不是外国国籍；

C. 有些职员不是外国国籍；　D. 有些职员是外国国籍。

解答：D 一定为真。(1) 和 (2) 是上反对关系，必有一假。由于仅有一假，(3) 必为真。(2) 和 (3) 是矛盾关系，(2) 必为假。仅有一假，所以 (1) 为真。(1) 和 D 是上从属关系，所以 D 必真。

2、某单位共有 20 名工作人员。学历情况如下：

（1）有人是本科学历；（2）单位负责人不是本科学历；（3）有人不是本科学历。

上述三个判断中只有一个是真的。以下哪项正确表达了该单位具有本科学历的工作人员的人数：

A. 20 个人都是本科学历；　B. 只有 1 人是本科学历；

C. 20 个人都不是本科学历；　D. 只有 1 人不是本科学历。

解答：A 正确。(1) 和 (3) 是下反对关系，必有一真。由于仅有一真，(2) 必为假。于是单位负责人是本科学历；进而 (1) 真。于是 (3) 假。(3) 和 A 是矛盾关系，所以 A 必真。

二、判断下面论证有效还是无效。

1、所有鸟都是动物。所有树都不是鸟。所以，所有树都不是动物。

证明：反例法。所有犬都是动物。所有猫都不是犬。所以，所有猫不是动物。前提正确，但结论错误。论证无效。

2、阿尔文喜欢简，简喜欢克里斯。因此，阿尔文喜欢克里斯。

证明：反例法。设定情景：甲爱恋女生乙，女生乙爱恋男生丙，甲和丙是情敌。在此情景下，具有相同论证形式的一个论证为：甲喜欢乙，乙喜欢丙。因此，甲喜欢丙。前提正确，但结论错误。论证无效。

3、马克思主义是不怕批评的，因为真理是不怕批评的。

证明：论证形式为：S 不是 P，所以 M 不是 P。反例法：因为树不是动物，所以犬不是动物。论证无效。

三、下面论证那些是可信的？那些不可信？为什么？

1、所有猫是哺乳动物。所有哺乳动物都是动物。因此，所有猫是动物。

解答：论证有效，前提正确。论证可信。

2、所有哺乳动物都是猫。所有猫都是动物。因此，所有哺乳动物都是动物。

解答：论证有效，但前提“所有哺乳动物都是猫”不正确。论证不可信。

3、莎士比亚写了“哈姆雷特”。托尔斯泰就是莎士比亚。由此可以推出，托尔斯泰写了“哈姆雷特”。

解答：论证有效，但前提“托尔斯泰就是莎士比亚”不正确。论证不可信。

四、用反例证明下列论证是无效的。

1、所有真正的美国人都不是间谍。有些俄勒冈人不是间谍。所以，有些俄勒冈人是真正的美国人。（A：真正的美国人；B：俄勒冈人；C：间谍）

2、所有石头都是没有感觉的。有些哺乳动物是有感觉的。因此，所有哺乳动物都不是石头。（A: 石头；B：哺乳动物；C: 感觉）

解答：论证形式为：

所有 A 都不是 C。

有些 B 不是 C。

所以，有些 B 是 A。

反例：设 A 是犬，B 是猫，C 是波斯猫。对应论证为：

所有犬都不是波斯猫。

有些猫不是波斯猫。

所以，有些猫是犬。

前提正确，结论错误，论证必无效。

3、有些聪明人是极端不道德的人。所有极端不道德的人都是不幸福的。所以，有些不幸福的人不是聪明人。（A：聪明人；B：极端不道德的人；C：不幸福的人）

解答：论证形式为：

有些 A 是 B。

所有 B 是 C。

因此，有些 C 不是 A。

反例：设 A 是动物，B 是宠物犬，C 是犬。对应论证为：

有些动物是宠物犬。

所有宠物犬是犬。

因此，有些犬不是动物。

前提正确，结论错误，论证必无效。

4、每一曲摇滚乐都是酷的。所有愚人乐都不是摇滚乐。因此，所有愚人乐都不是酷的。（A：摇滚乐；B：愚人乐；C: 酷的）

解答：论证形式为：

所有 A 都是 C。

所有 B 都不是 A。

因此，所有 B 都不是 C。

反例：设 A 是犬，B 是猫，C 是动物。对应论证为：

所有犬都是动物。

所有猫都不是犬。

因此，所有猫都不是动物。

前提正确，结论错误，论证必无效。

第 10 章习题

一、设 α 和 β 是任意两个命题。证明下列结论：

(1) α 和 β 是上从属关系，当且仅当 β 和 α 是下从属关系。

(2) α 和 β 是上从属关系，当且仅当 $\neg\alpha$ 和 $\neg\beta$ 是下从属关系。

(3) α 和 β 是上反对关系，当且仅当 $\neg\alpha$ 和 $\neg\beta$ 是下反对关系。

(4) α 和 β 是上反对关系，当且仅当：α 和 $\neg\beta$ 是上从属关系，或 β 和 $\neg\alpha$ 是上从属关系。

(5) α 和 β 是下反对关系，当且仅当：α 和 $\neg\beta$ 是下从属关系，或 β 和 $\neg\alpha$ 是下从属关系。

证明：(1) 的证明。设 α 和 β 是上从属关系。如果 β 假，假设 α 真，则由上从属关系，β 必真。产生矛盾。假设不成立，必有 α 假。所以 β 和 α 是下从属关系。

反之，设 β 和 α 是下从属关系。如果 α 真，假设 β 假，则由下从属关系，α 必假。产生矛盾。假设不成立，必有 β 真。所以 α 和 β 是上从属关系。(1) 获证。

(2) 的证明。由（1）得：α 和 β 是上从属关系，当且仅当 β 和 α 是下从属关系。

设 α 和 β 是上从属关系。如果 $\neg\alpha$ 假，假设 $\neg\beta$ 真，则 β 假，由于此时 β 和 α 是下从属关系，所以 α 假，进而 $\neg\alpha$ 真。产生矛盾。假设不成立，必有 $\neg\beta$ 假。于是 $\neg\alpha$ 和 $\neg\beta$ 是下从属关系。

设 $\neg\alpha$ 和 $\neg\beta$ 是下从属关系。如果 α 真，假设 β 假，由于此时 $\neg\beta$ 和 $\neg\alpha$ 是上从属关系。所以 $\neg\alpha$ 真，进而 α 假。产生矛盾。假设不成立，必有 β 真。于是 α 和 β 是上从属关系。(2) 获证。

(3) 的证明。设 α 和 β 是上反对关系。假设 $\neg\alpha$ 和 $\neg\beta$ 可以同假，意味着 α 和 β 可以同真。与 α 和 β 是上反对关系矛盾。假设不成立，必有 $\neg\alpha$ 和 $\neg\beta$ 是下反对关系。

设 $\neg\alpha$ 和 $\neg\beta$ 是下反对关系。假设 α 和 β 是可以同真，意味着 $\neg\alpha$ 和 $\neg\beta$ 可以同假。与 $\neg\alpha$ 和 $\neg\beta$ 是下反对关系矛盾。假设不成立，必有 α 和 β 是上反对关系。（3）获证。

(4) 的证明。设 α 和 β 是上反对关系。如果 α 真，则 β 必假使得 $\neg\beta$ 真。于是 α 和 $\neg\beta$ 是上从属关系。同理，β 和 $\neg\alpha$ 是上从属关系。

设 α 和 $\neg\beta$ 是上从属关系或 β 和 $\neg\alpha$ 是上从属关系。在 α 和 $\neg\beta$ 是上从属关系情形，如果 α 真，则 $\neg\beta$ 真，从而 β 假。即 α 和 β 不能同真。所以，α 和 β 是上反对关系。同理，β 和 $\neg\alpha$ 是上从属关系情形，α 和 β 也是上反对关系。

(5) 的证明。α 和 β 是下反对关系，当且仅当 α 和 β 不能同假，意味着 $\neg\alpha$ 和 $\neg\beta$ 不能同真，即当且仅当 $\neg\alpha$ 和 $\neg\beta$ 是上反对关系。由 (4) 得：当且仅当 $\neg\alpha$ 和 β 是上从属关系和 $\neg\beta$ 和 α 也是上从属关系。再由 (1) 得：当且仅当 β 和 $\neg\alpha$ 是下从属关系与 α 和 $\neg\beta$ 也是下从属关系。(5) 获证。证毕

二、试证明：

(a) $\exists x\exists y(x=y), \forall y\exists z(y=z) \models \exists x\exists z(x=z);$

(b) $\exists x\exists y(x=y), \forall y\forall z(y\neq z) \models \exists x\forall z(x\neq z).$

证明：(a) 的证明。

(1) $\exists x\exists y(x=y),$ (前提引入)

(2) $\bar{x}=\bar{y},\ \bar{x}\in X,\ \bar{y}\in Y,$ $((1), \exists\exists-\text{规则})$

(3) $\forall y\exists z(y=z)$, (前提引入)

(4) $\bar{y}=\bar{z},\ \bar{y}\in Y,\ \bar{z}\in Z$ ((3), $\forall\exists-$ 规则)

(5) $\bar{x}=\bar{z}$ ((2), (4), 递推性)

(6) $\exists x\exists z(x=z)$ ((5), $\exists\exists+$ 规则)

推理有效。

(b) 的证明。

(1) $\exists x\exists y(x=y)$, (前提引入)

(2) $\bar{x}=\bar{y},\ \bar{x}\in X,\ \bar{y}\in Y$, ((1), $\exists\exists-$ 规则)

(3) $\forall y\forall z(y\neq z)$, (前提引入)

(4) $\bar{y}\neq z,\ \forall z\in Z$ ((3), $\forall\forall-$ 规则)

(5) $\bar{x}\neq z,\ \forall z\in Z$ ((2), (4), 递推性)

(6) $\exists x\forall z(x\neq z)$ ((5), $\exists\forall+$ 规则)

推理有效。证毕

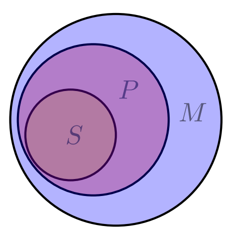
二、试证明命题 10.10: 除定理 10.7、定理 10.8 和定理 10.9 的情形外，下述论证形式都是无效的：

$$\text{SHP, PLM} \not\models \text{SKM};\quad \forall\ \text{H,K,L=A, E, I, O.}$$

命题 10.10 包含了许多情形。我们采用集合论和反例方法分别讨论。集合论方法容易从直观上看清问题的本质。

情形 1. H=A.

(a) L=A：K=A 和 K=I 是定理 10.7 的情形。因为 $S\subset P\subseteq M$ 使得 $S\cap M=S$，所以 $SEM(S\cap M=\varnothing)$ 和 $SOM(S\cap M\neq S)$ 都是不可能的。见下图：



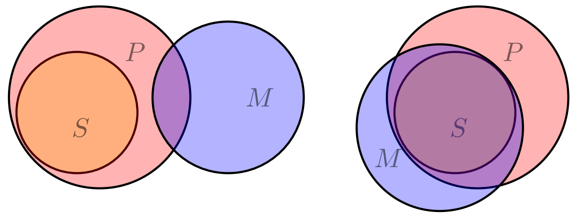
情形：H=A 和 L=A

结论：SAP, PAM $\not\models$ SEM; SAP, PAM $\not\models$ SOM。

SAP, PAM ∴ SEM	反例	SAP, PAM ∴ SOM	反例
所有 s 是 p，	所有虎是猫科动物，	所有 s 是 p，	所有梨是水果，
所有 p 是 m，	所有猫科动物是哺乳动物，	所有 p 是 m，	所有水果是植物，
所有 s 都不是 m，	所有虎都不是哺乳动物。	有 s 不是 m。	有梨不是植物。

论证形式“SAP, PAM ∴ SEM”和“SAP, PAM ∴ SOM”无效。

(b) L=I 或 O：SAM($S\subseteq M$) 和 SIM($S\cap M\neq\varnothing$) 可以不成立 (见下图左)，SEM($S\cap M=\varnothing$) 和 SOM($S\cap M\neq S$) 可以不成立 (见下图右).



情形：H=A 和 L=I 或 O

结论：SAP, PIM $\not\models$ SKM, SAP, POM $\not\models$ SKM, $\forall$ K=A,I,E,O.

SAP, PIM ∴ SAM	反例	SAP, PIM ∴ SIM	反例
所有 s 是 p，	所有虎是猫科动物，	所有 s 是 p，	所有苹果是植物，
有 p 是 m，	有猫科动物是狮子，	有 p 是 m，	有植物是葡萄，
所有 s 都是 m，	所有虎都是狮子。	有 s 是 m。	有苹果是葡萄。

SAP, PIM ∴ SOM	反例	SAP, PIM ∴ SEM	反例
所有 s 是 p，	所有虎是猫科动物，	所有 s 是 p，	所有苹果是食品，
有 p 是 m，	有猫科动物是哺乳动物，	有 p 是 m，	有食品是植物，
有 s 不是 m，	有虎不是哺乳动物。	所有 s 都不是 m。	所有苹果都不是植物。

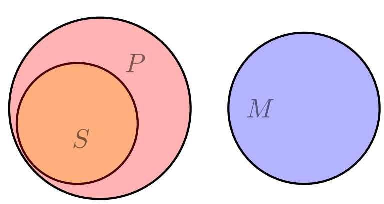
论证形式“SAP, PIM ∴ SKM (K=A,I,O,E)”都无效。

SAP, POM ∴ SAM	反例	SAP, POM ∴ SIM	反例
所有 s 是 p，	所有虎是猫科动物，	所有 s 是 p，	所有虎是猫科动物，
有 p 不是 m，	有猫科动物不是狮子，	有 p 不是 m，	有猫科动物不是狮子，
所有 s 都是 m，	所有虎都是狮子。	有 s 是 m。	有虎是狮子。

SAP, POM ∴ SOM	反例	SAP, POM ∴ SEM	反例
所有 s 是 p，	所有虎是哺乳动物，	所有 s 是 p，	所有虎是哺乳动物，
有 p 不是 m，	有哺乳动物不是猫科动物	有 p 不是 m，	有哺乳动物不是猫科动物，
有 s 不是 m，	有虎不是猫科动物。	所有 s 都不是 m。	所有虎都不是猫科动物。

论证形式“SAP, POM ∴ SKM (K=A,I,O,E)”都无效。

(c) L=E：K=E 或 O 是定理 10.9 的情形。$SAM(S \subseteq M)$ 和 $SIM(S \cap M \neq \varnothing)$ 不成立 (见下图)：



情形：H=A 和 L=E

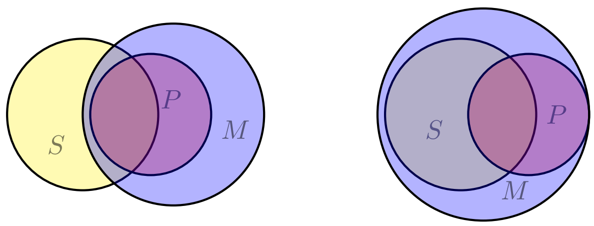
结论：SAP, PEM ⊭ SAM；　SAP, PEM ⊭ SIM。

SAP, PEM ∴ SAM	反例	SAP, PEM ∴ SIM	反例
所有 s 是 p，	所有虎是猫科动物，	所有 s 是 p，	所有花草是植物，
所有 p 不是 m，	所有猫科动物都不是食草动物，	所有 p 都不是 m，	所有植物都不是动物，
所有 s 都是 m，	所有虎都是食草动物。	有 s 是 m。	有花草是动物。

论证形式“SAP, PEM ∴ SAM”和“SAP, PEM ∴ SIM”无效。

情形 2. H=I

(a) L=A：K=I 是定理 10.7 的情形。其它情形：$SAM(S \subseteq M)$ 和 $SEP(S \cap M = \varnothing)$ 可以不成立（见下图左），$SOM(S \cap M \neq S)$ 可以不成立（见下图右）：



情形：H=I、L=A

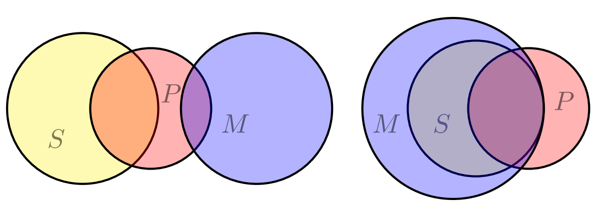
结论：SIP, PAM ⊭ SKM；　∀ K=A, E, O。

SIP, PAM ∴ SAM	反例	SIP, PAM ∴ SEM	反例
有 s 是 p，	有植物是谷类，	有 s 是 p，	有植物是有谷类，
所有 p 是 m，	所有谷类是可食用物种，	所有 p 是 m，	所有谷类是可食物种，
所有 s 都是 m。	所有植物是可食用。	所有 s 不是 m。	所有植物都不是可食用物种。

SIP, PAM ∴ SOM	反例
有 s 是 p，	有虎是猫科动物，
所有 p 是 m，	所有猫科动物是食肉动物，
有 s 不是 m。	有虎不是食肉动物。

论证形式“SIP, PAM ∴ SKM (K=A,E,O)”都无效。

(b) L=I 或 O。SAM($S \subseteq M$) 和 SEP($S \cap M = \varnothing$) 可以不成立（见下图左），SOM($S \cap M \neq S$) 和 SEM($S \cap M = \varnothing$) 可以不成立（见下图右）：



情形：H=I、L=I 或 O

结论：SIP, PIM $\not\models$ SKM;　SIP, POM $\not\models$ SKM;　$\forall$ K=A, E, I, O。

SIP, PIM $\therefore$ SAM	反例	SIP, PIM $\therefore$ SIM	反例
有 s 是 p，	有虎是猫科动物，	有 s 是 p，	有猫是宠物，
有 p 是 m，	有猫科动物是狮子，	有 p 是 m，	有宠物是犬，
所有 s 都是 m，	所有虎都是狮子。	有 s 是 m。	有猫是犬。

SIP, PIM $\therefore$ SOM	反例	SIP, PIM $\therefore$ SEM	反例
有 s 是 p，	有虎是食肉动物，	有 s 是 p，	有犬是宠物，
有 p 是 m，	有食肉动物是猫科动物，	有 p 是 m，	有宠物是黑色的，
有 s 不是 m，	有虎不是猫科动物。	所有 s 都不是 m。	所有犬都不是黑色的。

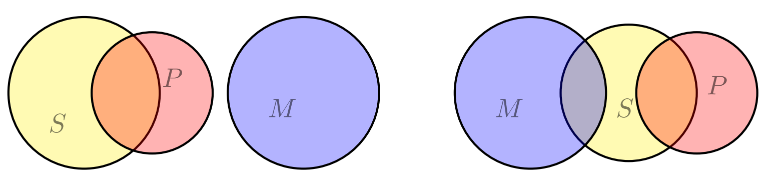
论证形式“SIP, PIM $\therefore$ SKM (K=A,I,O,E)”都无效。

SIP, POM $\therefore$ SAM	反例	SIP, POM $\therefore$ SIM	反例
有 s 是 p，	有动物是猫科动物，	有 s 是 p，	有猫是宠物，
有 p 不是 m，	有猫科动物不是狮子，	有 p 不是 m，	有宠物不是犬，
所有 s 都是 m。	所有动物都是狮子。	有 s 是 m。	有猫是犬。

SIP, POM $\therefore$ SOM	反例	SIP, POM $\therefore$ SEM	反例
有 s 是 p，	有虎是食肉动物，	有 s 是 p，	有宠物是犬，
有 p 不是 m，	有食肉动物不是猫科动物，	有 p 不是 m，	有犬不是哈巴犬，
有 s 不是 m。	有虎不是猫科动物。	所有 s 都不是 m。	所有宠物都不是哈巴犬。

论证形式“SIP, POM $\therefore$ SKM (K=A,I,O,E)”都无效。

(c) L=E。K=O 是定理 10.9 的情形。其它情形：SAM($S \subseteq M$) 和 $SIP(S \cap M \neq \varnothing)$ 可以不成立（见下图左），$SEM(S \cap M = \varnothing)$ 可以不成立（见下图右）：



情形：H=I、L=E

结论：SIP, PEM $\not\models$ SKM;　$\forall$ K=A, I, E。

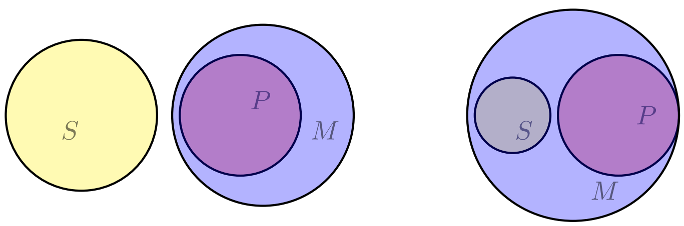
SIP, PEM ∴ SAM	反例	SIP, PEM ∴ SIM	反例
有 s 是 p，	有香蕉是植物，	有 s 是 p，	有虎是猫科动物，
所有 p 不是 m，	所有植物不是动物，	所有 p 不是 m，	所有猫科动物不是犬。
所有 s 都是 m，	所有香蕉是动物，	有 p 是 m，	有虎是犬。

SIP, PEM ∴ SEM	反例
有 s 是 p。	有植物是谷物。
所有 p 不是 m，	所有谷物不是有毒物种，
所有 s 不是 m，	所有植物不是有毒物种。

论证形式“SIP, PEM ∴ SKM (K=A,I,E)”都无效。

情形 3. H=E

(a) L=A：$SAM(S \subseteq M)$ 和 $SIM(S \cap M \neq \varnothing)$ 可以不成立（见下图左），$SOM(S \cap M \neq S)$ 和 $SEP(S \cap M = \varnothing)$ 可以不成立（见下图右）：



情形：H=E、L=A

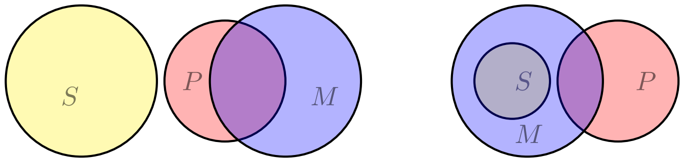
结论：SEP, PAM $\not\models$ SKM; ∀ K=A, E, I, O。

SEP, PAM ∴ SAM	反例	SEP, PAM ∴ SIM	反例
所有 s 不是 p，	所有犬不是猫，	所有 s 不是 p，	所有大米不是白菜，
所有 p 是 m，	所有猫是猫科动物，	所有 p 是 m，	所有白菜是蔬菜，
所有 s 都是 m，	所有犬是猫科动物。	有 p 是 m，	有大米是蔬菜。

SEP, PAM ∴ SOM	反例	SEP, PAM ∴ SEM	反例
所有 s 不是 p。	所有虎不是猫。	所有 s 不是 p。	所有苹果不是梨。
所有 p 是 m，	所有猫是猫科动物，	所有 p 是 m，	所有梨是可食用水果，
有 s 不是 m，	有虎不是猫科动物。	所有 s 都不是 m。	所有苹果不是可食用水果。

论证形式“SEP, PAM ∴ SKM (K=A,I,O,E)”都无效。

(b) L=I 或 O。SAM($S \subseteq M$) 和 SEM($S \cap M = \varnothing$) 可以不成立（见下图左），SOM($S \cap M \neq S$) 和 SEM($S \cap M = \varnothing$) 可以不成立（见下图右）：



情形：H=E、L=I 或 O

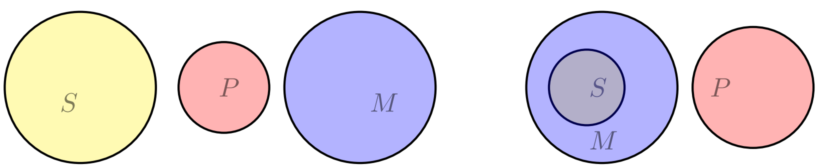
结论：SEP, PIM $\not\models$ SKM;　SEP, POM $\not\models$ SKM;　$\forall$ K=A, E, I, O。

SEP, PIM ∴ SAM	反例	SEP, PIM ∴ SIM	反例
所有 s 不是 p，	所有狮子不是猫，	所有 s 不是 p，	所有大米不是蘑菇，
有 p 是 m，	有猫是宠物，	有 p 是 m，	有蘑菇是有毒物种，
所有 s 都是 m，	所有狮子是宠物。	有 p 是 m，	有大米是有毒物种。

SEP, PIM ∴ SOM	反例	SEP, PIM ∴ SEM	反例
所有 s 不是 p。	所有虎不是猫。	所有 s 不是 p。	所有苹果不是梨。
有 p 是 m，	有猫是猫科动物，	有 p 是 m，	有梨是可食用水果，
有 s 不是 m，	有虎不是猫科动物。	所有 s 都不是 m。	所有苹果不是可食用水果。

论证形式“SEP, PIM ∴ SKM (K=A,I,O,E)”都无效。

(c) L=E。$SAM(S \subseteq M)$ 和 $SIP(S \cap M \neq \varnothing)$ 可以不成立（见下图左），$SOM(S \cap M \neq S)$ 和 $SEM(S \cap M = \varnothing)$ 可以不成立（见下图右）：



情形：H=E、L=E

结论：SEP, PEM $\not\models$ SKM;　$\forall$ K=A, E, I, O。

SEP, PEM ∴ SAM	反例	SEP, PEM ∴ SIM	反例
所有 s 不是 p，	所有狮子不是猫，	所有 s 不是 p，	所有苹果不是梨，
所有 p 不是 m，	所有猫不是犬，	所有 p 不是 m，	所有梨不是香蕉，
所有 s 都是 m，	所有狮子是犬。	有 p 是 m，	有苹果是香蕉。

SEP, PEM ∴ SOM	反例	SEP, PEM ∴ SEM	反例
所有 s 不是 p。	所有虎不是犬。	所有 s 不是 p。	所有苹果不是毒物。
所有 p 不是 m，	所有犬不是猫科动物，	所有 p 不是 m，	所有毒物都不是可食品，
有 s 不是 m，	有虎不是猫科动物。	所有 s 都不是 m。	所有苹果不是可食品。

论证形式“SEP, PEM ∴ SKM (K=A,I,O,E)”都无效。

情形 4. H=O. 在 SOP($S\cap P\neq S$) 情形，如果确知 $S\cap P=\varnothing$，则为 SEP 的情形。如果确知 $S\cap P\neq\varnothing$，则为 SIP 的情形。一般地，在不排除 SEP($S\cap P=\varnothing$) 的情况下。SOP, PLM $\not\models$ SKM; $\quad\forall$ L,K=A, E, I, O。

三、判定以下论证是否可信。

1、社会主义国家是重视福利的国家。重视福利的国家都不是没有税收的国家。因此，一些没有税收的国家不是社会主义国家。

解答：设 X 是社会主义国家全体，Y 是重视福利的国家全体，Z 是没有税收的国家全体。上述论证的形式化为：

$$\forall x\exists y(x=y),\ \forall y\forall z(y\neq z)\models\exists z\forall x(z\neq x).$$

有效性分析：（归谬法）假设"一些没有税收的国家不是社会主义国家"假，即 $\neg\exists z\forall x(z\neq x)$。

	实际证明	形式证明	
(1)	"一些没有税收的国家不是社会主义国家"假，	$\neg\exists z\forall x(z\neq x)$,	(归谬前提)
(2)	即所有没有税收的国家都是社会主义国家。	$\forall z\exists x(z=x)$,	((1)，$\forall\exists-$ 规则)
(3)	至少一个没有税收的国家是社会主义国家。	$\bar z=\bar x,\ \exists\bar z\exists\bar x$	(前提)
(4)	于是至少一个社会主义国家 $\bar x$ 是没有税收的。	$\bar x=\bar z,\ \exists\bar x\exists\bar z$	((3), 对称性)
(5)	所有社会主义国家是重视福利的国家。	$\forall x\exists y(x=y)$	(前提)
(6)	社会主义国家 $\bar x$ 是重视福利的国家。	$\bar x=\bar y,\exists\bar x\exists\bar y$	((5), $\forall\exists-$ 规则)
(7)	所有重视福利的国家都不是没有税收的国家，	$\forall y\forall z(y\neq z)$,	(前提)
(8)	重视福利的社会主义国家 $\bar x$ 不是没有税收的国家，	$\bar x=\bar y\neq z,\forall z$,	((7), $\forall\forall-$ 规则)
(9)	(4) 和 (8) 矛盾，假设不成立。		((4), (8), 归谬规则)

推理有效，前提正确，所以论证可信。□。

上述结论从集合论的角度看非常直观和简单。$\forall x\exists y(x=y)$ 意味着 $X\subseteq Y$，即集合 X 在集合 Y 内；$\forall y\forall z(y\neq z)$ 意味着 $Y\cap Z=\varnothing$，即集合 Z 在集合 Y 之外。自然有 Z 在 X 之外，即集合 Z 内的元素不会与集合 X 内的元素相同。

2、所有经营不善的企业都无法生存。有些老字号依然存在。因此，有些老字号不是经营不善。

解答：设 X 是经营不善的企业全体，Y 是无法生存的企业全体，Z 是老字号企业全体。上述论证的形式化为：

$$\forall x\exists y(x=y),\ \exists z\forall y(z\neq y)\models\exists z\forall x(z\neq x).$$

有效性分析：（归谬法）假设"有些老字号不是经营不善"假，即 $\neg\exists z\forall x(z\neq x)$。

	实际证明	形式证明	
(1)	有些老字号依然存在。	$\exists z\forall y(z\neq y)$	(前提)
(2)	至少一个老字号 $\bar z$ 依然存在。	$\bar z\neq y,\exists\bar z\forall y$	((1)，$\exists\forall-$ 规则)
(3)	"有些老字号不是经营不善"假，	$\neg\exists z\forall x(z\neq x)$	(归谬前提)
(4)	即所有老字号都是经营不善。	$\forall z\exists x(z=x)$,	((3)，等值置换规则)
(5)	特别，老字号 $\bar z$ 经营不善。	$\bar z=\bar x,\ \ \exists\bar z\exists\bar x$	((4)，$\forall\exists-$ 规则)

(4)	所有经营不善的企业都无法生存。	$\forall x\exists y(x=y)$	(前提)
(5)	即每一个经营不善的企业都无法生存。	$x=y,\ \ \forall x\exists y$	((4), $\forall\exists-$ 规则)
(6)	特别，于是每一个老字号都无法生存。	$z=y,\ \ \forall z\exists y$	((3)，(5), 递推性)
(7)	所以，老字号 $\bar{z}$ 不在了。	$\bar{z}=\bar{y}, \exists\bar{z}\exists\bar{y}$	((6)，$\forall\exists-$ 规则)
(8)	(2) 和 (7) 矛盾，假设不成立。		((2), (7), 归谬规则)

推理有效，前提正确，所以论证可信。□。

3、凡是抽烟的医生都是不爱惜自己生命的医生，凡是不爱惜自己生命的医生也是不爱惜他人生命的医生，凡是不爱惜他人生命的医生都是不会认真对待患者的，凡是不认真对待患者的医生都不是好医生。所以，凡是抽烟的医生都不是好医生。

解答：设 X 是抽烟的医生全体，Y 是不爱惜自己生命的医生全体，Z 是不爱惜他人生命的医生全体。R 是不会认真对待患者的医生全体，S 是不好的医生全体。上述论证的形式化为：

$$\forall x\exists y(x=y),\ \forall y\exists z(y=z),\ \forall z\exists r(z=r),\ \forall r\exists s(r=s)\models\forall x\exists s(x=s),.$$

	实际证明	形式证明	
(1)	凡是抽烟的医生都是不爱惜自己生命的医生。	$\forall x\exists y(x=y)$	(前提)
(2)	凡是不爱惜自己生命的医生也是不爱惜他人生命的医生。	$\forall y\exists z(y=z)$	(前提)
(3)	于是凡是抽烟的医生都是不爱惜他人生命的医生。	$\forall x\exists z(x=z)$	((1), (2), 递推规则)
(4)	凡是不爱惜他人生命的医生都是不会认真对待患者的。	$\forall z\exists r(z=r)$	(前提)
(5)	于是凡是抽烟的医生都是不会认真对待患者的。	$\forall x\exists r(x=r)$	((3), (4), 递推规则)
(6)	凡是不认真对待患者的医生都不是好医生。	$\forall r\exists s(r=s)$	(前提)
(7)	于是凡是抽烟的医生都不是好医生。。	$\forall x\exists s(x=s)$	((5), (6), 递推规则)

论证有效，但前提“凡是抽烟的医生都是不爱惜自己生命的医生”和“凡是不爱惜自己生命的医生也是不爱惜他人生命的医生”不真，例如有的医生冒着个人生命的危险救治患者，所以论证不可信。

4、古典文学作品都是名作，而且其中有些给人历史知识。名作是人们喜欢读的，而枯燥无味的书则不是人们喜欢读的。所以，有些给人历史知识的书不是枯燥无味的。

解答：设 X 是古典文学作品全体，Y 是名作全体，Z 是有历史知识的书全体。R 是人们喜欢读的书全体，S 是枯燥无味的书全体。上述论证的形式化为：

$$\forall x\exists y(x=y),\ \exists x\exists z(x=z),\ \forall y\exists r(y=r),\ \forall s\forall r(s\neq r)\models\exists z\forall s(z\neq s).$$

有效性分析一：

	实际证明	形式证明	
(1)	有些古典文学的书是历史书。	$\exists x\exists z(x=z)$	(前提)
(2)	于是，有些历史书是古典文学。	$\exists z\exists x(z=x)$	((1), 交换规则)
(3)	至少有一本历史书 $\bar{z}$ 是古典文学的书。	$\bar{z}=\bar{x},\ \ \exists\bar{z}\exists\bar{x}$	((2), $\exists\exists-$ 规则)
(4)	既然古典文学的书都是名作。	$\forall x\exists y(x=y)$	(前提)

(5)	因此，历史书 $\bar{z}$ 是名作。	$\bar{z}=\bar{x}=\bar{y}$ $\exists\bar{z}\exists\bar{x}\exists y$	((3), (4), $\forall\exists-$ 规则)
(6)	又名作是人们喜欢读的。	$\forall y\exists r(y=r)$	(前提)
(7)	所以，历史书 $\bar{z}$ 是人们喜欢读的。	$\bar{z}=\bar{y}=\bar{r}$ $\exists\bar{z}\exists\bar{y}\exists\bar{r}$	((5), (6), $\forall\exists-$ 规则)
(8)	枯燥无味的书不是人们喜欢读的书，	$\forall s\forall r(s\neq r)$	(前提)
(9)	于是人们喜欢读的书都不是枯燥无味的书。	$\forall r\forall s(r\neq s)$	((8), 交换规则)
(10)	既然 $\bar{z}$ 是人们喜欢读的，则 $\bar{z}$ 不是枯燥无味的。	$\bar{z}=\bar{r}\neq s$ $\exists\bar{z}\exists\bar{r}\forall s$	((7), (9), $\forall\forall-$ 规则)
(11)	所以，有些给人历史知识的书不是枯燥无味的。	$\exists z\forall s(z\neq s)$	((10), $\exists\forall+$ 规则)

推理有效，前提正确，所以论证可信。□。

有效性分析二：（归谬法）假设结论“有些历史书不是枯燥无味的”不成立，即 $\neg\exists z\forall s(z\neq s)$.

	实际证明	形式证明	
(1)	由条件得，至少存在一本古典文学书是历史书，	$\exists x\exists z(x=z)$	(前提)
(2)	设古典文学书 $\bar{x}$ 是历史书 (记为 $\bar{z}$)，	$\bar{x}=\bar{z},\ \bar{x}\in X,\bar{z}\in Z$	((1), $\exists\exists-$ 规则)
(3)	假设“有些历史书不是枯燥无味的”不成立，	$\neg\exists z\forall s(z\neq s)$	(归谬前提)
(4)	则所有历史知识的书是枯燥无味的。	$\forall z\exists s(z=s)$	((3)，摩根律, 双否律)
(5)	特别，历史书 $\bar{z}$ 是枯燥无味的书（记为 $\bar{s}$）。	$\bar{z}=\bar{s},\ \ \bar{s}\in S$	((2)+(3), ($\forall\exists-$) 规则)
(6)	再由条件得所有枯燥无味的书都不被喜欢读，	$\forall s\forall r(s\neq r)$	(前提)
(7)	特别，枯燥无味的书 $\bar{s}$ 不被喜欢读，	$\bar{s}\neq r,\forall r$	(前提)
(8)	于是古典文学书 $\bar{x}$ 不被人喜欢读。	$\bar{x}\neq r,\forall r$	((2), (5), (7), 传递性)
(9)	所以存在不被人喜欢读的古典文学书。	$\exists x\forall r(x\neq r)$	((8), ($\exists\forall+$) 规则)
(10)	等同于“所有古典文学书都被人喜欢读”假。	$\neg\forall x\exists r(x=r)$	((9), 摩根律)
(11)	另一方面，由条件得，古典文学作品都是名作，	$\forall x\exists y(x=y)$	(前提)
(12)	而所有名作都是人们喜欢读的，	$\forall y\exists r(y=r)$	(前提)
(13)	所以，所有古典文学作品都被人喜欢读的。	$\forall x\exists r(x=r)$	((11), (12), 递推规则)
(13)	(10) 和 (13) 产生矛盾，归谬假设不成立。		((10), (13), 归谬律)

推理有效，前提正确，所以论证可信。□。

5、试用定义 SAP 为形如 $\forall x(F(x)\to P(x))$ 的方式处理习题 4。