

标签是{-1,1}的logistic回归的损失函数，以及和SVM/感知机的对比

1 分钟前 · 来自专栏 深度学习与计算机视觉

武辰

数学话题下的优秀答主

+ 关注

一般来说，logistic的标签是{0,1}。在有些地方也可以是{-1,1}，这种表示方法的一个好处是，方便和SVM/感知机的损失函数对比。网络上的各种博客文章，千篇一律，一顿乱抄，很少有总结后者的内容。

回顾logistic的标签是{0,1}的情况，模型的输出是

$$P(y = 1) = \frac{1}{1+e^{-wx}}$$
$$P(y = 0) = 1 - \frac{1}{1+e^{-wx}}$$

对应的似然函数是 $L = \frac{1}{1+e^{-wx}}^y (1 - \frac{1}{1+e^{-wx}})^{1-y}$

logistic的标签也可以是{-1,1}的形式。

注意到 $1 - \frac{1}{1+e^{-wx}} = \frac{1}{1+e^{wx}}$

因此可以让 $P(y = -1) = \frac{1}{1+e^{wx}}$

对比 $P(y = 1) = \frac{1}{1+e^{-wx}}$

综合起来，可以得到似然函数 $L = \frac{1}{1+e^{-ywx}}$

在标签是{0,1}的场景，交叉熵损失函数是对似然函数求log再取负号得到的，类似地，用同样的步骤，可以得到

$$loss = \log(1 + e^{-ywx})$$

如果令 $\tilde{y} = wx$

则 $loss = \log(1 + e^{-y\tilde{y}})$

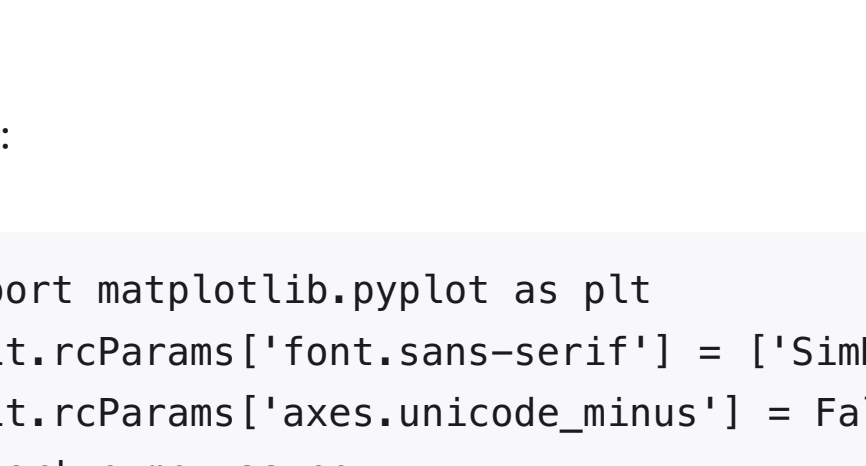
$y\tilde{y}$ 的意义是预测点和真实点之间的函数距离。

下图是感知机、logistic回归、SVM的损失函数的对比。注意三者的y的输出标签都是{-1,1}。图中横坐标是 $y\tilde{y}$ ，即下图描绘的是loss关于 $y\tilde{y}$ 的函数，而非关于 y_{pred} 的函数。

此外，我还添加了0-1损失和mse损失，以方便对比。将不同领域的loss放在同一张图里对比，有助于融会贯通。

注意，

$$loss_{mse} = (y - \tilde{y})^2 = y^2(y - \tilde{y})^2 = (y\tilde{y} - 1)^2$$



代码：

```
import matplotlib.pyplot as plt
#plt.rcParams['font.sans-serif'] = ['SimHei']
#plt.rcParams['axes.unicode_minus'] = False
import numpy as np

x = np.linspace(-5,5,210)

y_logistic = np.log(1+np.e**(-1*x))
y_mse = (x-1)**2

y_0_1_neg = [1]*(len(x)//2)
y_0_1_pos = [0]*(len(x)//2)
y_0_1 = y_0_1_neg + y_0_1_pos

y_perceptron_neg = (-1*x)[:len(x)//2]
y_perceptron_pos = [0]*(len(x)//2)
y_perceptron = y_perceptron_neg.tolist()+y_perceptron_pos.tolist()

y_hinge_neg = [-1*t+1 for t in x.tolist() if t<1]
y_hinge_pos = [0]*(len(x)-len(y_hinge_neg))
y_hinge = y_hinge_neg + y_hinge_pos

plt.figure(figsize=(12, 8))
plt.xticks(np.linspace(-5,5,21),fontSize=10)
plt.ylim(0,12)
plt.axvline(0,linestyle='--',c='black')
plt.scatter(x,y_logistic,color='brown',label='logistic')
plt.scatter(x,y_0_1,color='red',label='0-1')
plt.scatter(x,y_perceptron,color='green',label='perceptron')
plt.scatter(x,y_hinge,color='orange',label='hinge')
plt.scatter(x,y_mse,color='blue',label='mse')
plt.xlabel('functional margin')
plt.ylabel('loss')
plt.legend(loc=1)
```

编辑于 2024-06-14 22:44 · IP 属地广东

你为什么会成为渣女？

刘小谦

有一次，没有血缘的弟弟深夜撬锁闯进了我的卧室，把我按到床上。被我用刻刀逼走后，第二天，他对长辈说：我勾引他。于是，我挨了亲生父亲一连串巴掌。我在后妈家，没有零用钱，没有新...

3.6 万点赞 · 1264 评论 · 盐选推荐

评论

写评论

文章被以下专栏收录

深度学习与计算机视觉

深度学习与计算机视觉

推荐阅读

理解SVM的损失函数

引言最近了解到了svm这一部分的内容，因此想写一篇关于s...

追光者

[论文笔记] 损失函数整理

纯属个人理解，梳理自己思路用，仅供...

豆浆机



torch 损失函数大全

1 L1Loss计算 output 和 target 之差的绝对值。主要参数： r...

嘻嘻哈哈666

工业应用中如何选取合适的损失函数（MAE、MSE、Huber）-Pytorch版

极市平台 · 发表于极市平台

赞同 1

添加评论

...