席位分配问题

学校共1000名学生，235人住在A宿舍，333人住在B宿舍，432人住在C宿舍.学生们要组织一个10人的委员会，试用下列办法分配各宿舍的委员数：

（1）. 按比例分配取整数的名额后,剩下的名额按惯例分给小数部分较大者;

（2）.用1.3中的Q值方法；

（3）.d’Hondt方法：将A、B、C各宿舍的人数用正整数n=1,2,3,……相除，其商数如下表：

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1 2 3 4 5 |
| A  B  C | 235117.5 78.3 58.75 …  333166.5111 83.25 …  432216 144 108 86.4 |

将所得商数从大到小取前10个（10为席位数），在数字下标以横线，表中A、B、C行有横线的数分别为2，3，5，这就是3个宿舍分配的席位.你能解释这种方法的道理吗？

如果委员会从10个人增至15人，用以上3种方法再分配名额，将3种方法两次分配的结果列表比较.

1. 比例加惯例

解题

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **宿舍** | **学生人数** | **比例** | **席位比例** | **席位结果** |
| **A** | **235** | **23.5** | **2.35** | **3** |
| **B** | **333** | **33.3** | **3.33** | **3** |
| **C** | **432** | **43.2** | **4.32** | **4** |
| **总和** | **1000** | **100.0** | **10.0** | **10** |

学生数比例X席位数20=席位比例，先看整数部分得知：

甲：乙：丙=2：3：4

还有一个席位根据小数部分的大小0.35〉0.33>0.32给排列最大的丙，所以得最终比例：

甲：乙：丙=3：3：4

当人数变为15时

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **宿舍** | **学生人数** | **比例** | **席位比例** | **席位结果** |
| **A** | **235** | **23.5** | **3.525** | **4** |
| **B** | **333** | **33.3** | **4.995** | **5** |
| **C** | **432** | **43.2** | **6.48** | **6** |
| **总和** | **1000** | **100.0** | **15.0** | **15** |

（2）Q值法

为解决新增席位的分配问题。

**一 模型假设**

（1） 绝对不公平度大于0则需要席位，小于0则不应该得到席位

（2）相对不公平度越大就越应该得到席位

（3）若 *p*1/*n*1> *p*2/*n*2 ，定义 为a的相对不公平度

**二 符号含义**

q1:a的人数

n1：a的已有席位

q2 :b的人数

n2:b的已有席位

r(a): a的相对不公平度

r(b):b的相对不公平度

**三模型建立与求解**

在只有a,b的两种系别的情况进行探究

设A, B已分别有*n*1, *n*2 席，若增加1席，问应分给A, 还是B

不妨设分配开始时 *p*1/*n*1> *p*2/*n*2 ，即对A不公平

1. 当席位给a时，

若 *p*1/(*n*1+1)> *p*2/*n*2  ，则只能给a

若 *p*1/(*n*1+1)< *p*2/*n*2  ，存在未知， 应计算*rB*(*n*11*, n*2)

2）当席位给b时

若 *p*1/*n*1> *p*2/(*n*2+1)，存在未知

因为当*p*1/*n*1 *p*2/(*n*2+1),不可能存在的情况，应计算*rA*(*n*1, *n*2+1)

此时考虑在给a这个席位后对b造成的不公平的影响与在给b之后对a所造成不公平的影响关系，取影响较小的那种

若*rB*(*n*1+1, *n*2) < *rA*(*n*1, *n*2+1), 则这席应给a

若*rB*(*n*1+1, *n*2) >*rA*(*n*1, *n*2+1), 则这席应给 b

可以“依照若*rB*(*n*1+1, *n*2) < *rA*(*n*1, *n*2+1), 则这席应给a”来探究关系

*rB*(*n*1+1, *n*2) < *rA*(*n*1, *n*2+1)

化简得

当 时，该给a

则得到

定义该将席给Q值较大的一方

推广到m方分配席位

该席给Q值最大的一方

根据公式得

这次题目计算得席位为10时

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **宿舍** | **学生** | **比例分配** | **Q值** | **分配名额** |
| **A** | **235** | **2** | **9204.17** | **2** |
| **B** | **333** | **3** | **9204.75** | **3** |
| **C** | **432** | **4** | **9331.2** | **5** |
| **总数** | **1000** | **9** |  | **10** |

席位为15时

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **宿舍** | **学生** | **比例分配** | **Q值** | **分配名额** |
| **A** | **235** | **3** | **4602.08** | **4** |
| **B** | **333** | **4** | **5544.45** | **5** |
| **C** | **432** | **6** | **4443.43** | **6** |
| **总数** | **1000** | **13** |  | **15** |

**三d’Hondt方法**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **1 2 3 4 5** |
| **A**  **B**  **C** | **235 117.5 78.33 58.75 47**  **333 166.5 111 83.25 66.6**  **432 216 144 108 86.4** |

23 333 432 117.5 166.5 216 111 144 108 83.25除了117.5 86.4 108之外都是起计数作用，而这三个数是因为在与比他低的数相比他们更需要得到这个席位

答案同上表格