单选题 第1题 5分

二元函数

$$z=\begin{cases}\dfrac{xy}{|x|^m+|y|^n}, & x^2+y^2\neq 0,\\ 0, & x^2+y^2=0,\end{cases}$$

其中 m,n 为正整数，函数在 $(0,0)$ 处不连续，但偏导数存在，则 m,n 需满足

A $m\geqslant 2, n<2$

B $m\geqslant 2, n\geqslant 2$

C $m<2, n\geqslant 2$

D $m<2, n<2$

单选题 第2题 5分

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{xy}{x^2+y^2}$$ 之值为（）

A 不存在

B 1

C 2

D 0

单选题 第3题 5分

函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微是函数在该点连续的（）

A 充分

B 必要

C 充分必要

D 既非充分，也非必要

单选题 第4题 5分

已知 $f_x(x_0,y_0)$ 存在，则

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h,y_0)-f(x_0-h,y_0)}{h}=$$

（）

A $f_x(x_0,y_0)$

B 0

C $2f_x(x_0,y_0)$

D $\dfrac{1}{2}f_x(x_0,y_0)$

单选题　第5题　5分

设

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{f(x,y)-f(0,0)+2x-y}{\sqrt{x^2+y^2}}=0$$

，则$f(x,y)$在点$(0,0)$处

A 不连续
B 连续但两个偏导数不存在
C 两个偏导数存在但不可微
D 可微

单选题　第6题　5分

已知方程$f(\frac{y}{x},\frac{z}{x})=0$确定了函数$z=z(x,y)$，其$f(u,v)$可微，则$x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=$

A z
B $-z$
C y
D $-y$

单选题　第7题　5分

若 $u=u(x,y)$ 为可微函数，且满足 $u(x,y)|_{y=x^2}=1, \frac{\partial u}{\partial x}|_{y=x^2}=x$，则必有 $\frac{\partial u}{\partial y}|_{y=x^2}$ 之值为（）

A 1
B $\frac{1}{2}$
C $-\frac{1}{2}$
D -1

单选题　第8题　5分

设 $u=f(x+y,xz)$ 有二阶连续偏导数，则 $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}$ 等于（）

A $f_2'+xf_{11}''+(x+z)f_{12}''+xzf_{22}''$
B $xf_{12}''+xzf_{22}''$
C $f_2'+xf_{12}''+xzf_{22}''$
D xzf_{22}''

单选题 第9题 5分

设有三元方程$xy - z\ln y + e^{xz} = 1$，根据隐函数存在定理，存在点$(0,1,1)$的一个领域，在此领域内该方程

A 只能确定一个具有连续偏导数的隐函数$z = z(x,y)$

B 可确定两个具有连续偏导数的隐函数$y = y(x,z)$和$z = z(x,y)$

C 可确定两个具有连续偏导数的隐函数$x = x(y,z)$和$z = z(x,y)$

D 可确定两个具有连续偏导数的隐函数$x = x(y,z)$和$y = y(x,z)$

单选题 第10题 5分

设$z = f(xy, x^2+y^2)$，其中$f(u,v)$有二阶连续偏导数，则$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$

A $f_1' + xyf_{11}'' + 4xyf_{22}''$

B $f_1' + xyf_{11}'' + 2(x^2+y^2)f_{12}'' + 4xyf_{22}''$

C $xyf_{11}'' + 2(x^2+y^2)f_{12}'' + 4xyf_{22}''$

D $xyf_{11}'' + 4xyf_{22}''$

单选题 第11题 5分

设可微函数$f(x,y)$在点(x_0,y_0)取得极小值，考虑下列结论

①$f(x_0,y)$在$y = y_0$处的导数大于零

②$f(x_0,y)$在$y = y_0$处的导数等于零

③$f(x,y_0)$在$x = x_0$处的导数小于零

④$f(x,y_0)$在$x = x_0$处的导数等于零

其中正确的个数为

A 1个

B 2个

C 3个

D 4个

单选题 第12题 5分

已知函数$f(x,y)$在点$(0,0)$的某个邻域内连续，且$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{f(x,y)-xy}{(x^2+y^2)^2} = 1$,则

A 点$(0,0)$不是函数$f(x,y)$的极值点.

B 点$(0,0)$是函数$f(x,y)$的极大值点.

C 点$(0,0)$是函数$f(x,y)$的极小值点.

D 根据条件无法判定点$(0,0)$是否为函数$f(x,y)$的极值点.

单选题 第13题 5分

设$u(x,y)$在平面有界区域D上有连续二阶偏导数，在D内$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}\neq 0, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$，则函数$u(x,y)$

A 最大值点和最小值点必定都在D的内部

B 最大值点和最小值点必定都在D的边界上

C 最大值点在D的内部，最小值点在D的边界上

D 最大值点在D的边界上，最小值点在D的内部

单选题 第14题 5分

函数$f(x,y,z)=x^2y^3+3y^2z^3$在点$(0,1,1)$处方向导数的最大值为

A $\sqrt{107}$

B $\sqrt{117}$

C 117

D 107

单选题 第15题 5分

设函数$f(x,y)$在点$(0,0)$附近有定义，且$f'_x(0,0)$附近有定义，且$f'_x(0,0)=3, f'_y(0,0)=1$，则

A $\mathrm{d}z|_{(0,0)}=3\mathrm{d}x+\mathrm{d}y$

B 曲面$z=f(x,y)$在点$(0,0,f(0,0))$处的法向量为$\{3,1,1\}$

C 曲面$\begin{cases} z=f(x,y) \\ y=0 \end{cases}$,在点$(0,0,f(0,0))$处的切向量为$\{1,0,3\}$

D 曲面$\begin{cases} z=f(x,y) \\ y=0 \end{cases}$,在点$(0,0,f(0,0))$处的切向量为$\{3,0,1\}$

单选题 第16题 5分

已知平面 π 是曲面 $x^2+2y^2+3z^2=12$ 任某一点处的切平面，且 π 平行于平面 $x+4y+3z=0$ 则平面 π 的方程为 ()

A $x+4y+3z=\pm 12$

B $x+4y+3z\pm 10=0$

C $x+2y+z\pm 10=0$

D $x+2y-8z\pm 1=0$

单选题 第17题 5分

曲面 $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} + z^{\frac{2}{3}} = 4$ 上任意一点的切平面在坐标轴的截距的平方和为（）

A 32
B 48
C 64
D 16

单选题 第18题 5分

曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ 在点 $(1, -1, 0)$ 处的切线方程为

A $\frac{x-1}{2} = y + 1 = z$
B $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$
C $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$
D $x - 1 = y + 1 = -\frac{z}{2}$

单选题 第19题 5分

若设 $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f(x^2 + y^2, x^2 - y^2) = M$, 其中 f 为二次连续可微函数，则（）

A $M = 2x(\frac{\partial f}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial v})$
B $M = 2x(\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2})$
C $M = 2xy(\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial v^2})$
D $M = 4xy(\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial v^2})$

主观题 第20题 5分

求平面 $x + y + z = 0$ 与椭球面 $x^2 + y^2 + 4z^2 = 1$ 相交而成的椭圆的面积(**提示： 使用条件极值**)

椭圆的面积为：πab

下面构造辅助函数求a,b

$$L(x,y,z,\lambda)=x^2+y^2+z^2 \\ -\lambda(x+y+z) \\ -\mu(x^2+y^2+4z^2-1)$$

$$\begin{cases} L_x=2(1-u)x-\lambda=0 \\ L_y=2(1-u)y-\lambda=0 \\ L_x=2(1-4u)z-\lambda=0 \\ x+y+z=0 \\ x^2+y^2+z^2-1=0 \end{cases}$$

解之得到$a=\dfrac{1}{\sqrt{3}},b=1,$

$$S=\frac{\pi}{\sqrt{3}}$$