C 卷

中国石油大学（北京）2018—2019 学年第二学期

《数学分析 II》期末补考试卷

考试方式（闭卷考试）

班级：____________________

姓名：____________________

学号：____________________

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

（试卷不得拆开，所有答案均写在题后相应位置）

一、　填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x^2+y^2}{\sqrt{1+x^2+y^2}-1}=$______________

2. 设$f(x,y,z)=x^2yz$, 则$\nabla\times(\nabla f)$（梯度的旋度）为：__________

3. 设函数$u=xyz$，它在点A(5,1,2)处沿到点B(9,4,14)的方向$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$上的方向导数为：

____

4. 设L是圆周$\begin{cases}x=a\cos t\\ y=a\sin t\end{cases}$, $0\le t\le 2\pi$，方向为逆时针方向。则第二类曲线积分 $\oint_L xdy=$__________

5. 交换积分$\int_{-1}^{1}dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2}f(x,y)dy$的次序为：______________________________

二、　选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 函数$f(x,y,z)=\sqrt{x^2+y^2}$在(0,0)点处（ ）

(A)不连续；　(B)偏导数存在；　(C)可微；(D)沿着任意方向的方向导数存在.

2. 已知函数$f(x,y)$在(0,0)的某邻域内有定义，且$f_x(0,0)=2, f_y(0,0)=1$, 则（ ）

(A)曲面$z=f(x,y)$在$(0,0,f(0,0))$处的法向量为(2,1,1)；

(B)曲线$\begin{cases}z=f(x,y)\\ y=0\end{cases}$在(0,0, f(0,0))处的切向量为(1,0,2)；

(C)曲线$\begin{cases}z=f(x,y)\\ y=0\end{cases}$在$(0,0,f(0,0))$处的切向量为(2,0,1)；

(D)$dz|_{0,0}=2dx+dy$.

3. 设D为单位圆域$x^2+y^2\le 1$, $I_1=\iint_D(x^3+y^3)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, $I_2=\iint_D(x^4+y^4)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, $I_3=\iint_D(2x^6+y^5)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$则（ ）

(A)$I_1<I_2<I_3$；　　(B)$I_3<I_1<I_2$；

(C)$I_3<I_2<I_1$；；　　(D)$I_1<I_3<I_2$.

4. 设L是圆周$x^2+y^2=1$，$\vec{n}$是L的外法线向量，$u(x,y)=\frac{1}{12}(x^4+y^4)$, 则$\oint_L\frac{\partial u}{\partial\vec{n}}ds$等于（ ）

（A）$\frac{\pi}{2}$,　（B）$-\frac{\pi}{2}$,　（C）$\frac{3\pi}{2}$,　（D）$-\frac{3\pi}{2}$

5. 设S：$x^2+y^2+z^2=a^2(z\geq 0), S_1$为S在第一卦限中的部分，则( )

（A）$\iint_S \ x\mathrm{d}S \ = 4\iint_{S_1} x\mathrm{d}S$;　　　　（B）$\iint_S \ y\mathrm{d}S \ = 4\iint_{S_1} y\mathrm{d}S$;

（C）$\iint_S \ z\mathrm{d}S \ = 4\iint_{S_1} z\mathrm{d}S$;　　　　(D) $\iint_S \ xyz\mathrm{d}S \ = 4\iint_{S_1} xyz\mathrm{d}S$

三、　**解答题（每题 6 分，共 30 分）**

1. 求$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x \, \mathrm{d}x \, (n \in Z^+)$

2. 设$\begin{cases} F(x,y,u,v) = u^2+v^2-x^2-y=0 \\ G(x,y,u,v) = -u+v-xy+1=0 \end{cases}$，求$\frac{\partial x}{\partial u}, \frac{\partial y}{\partial u}$.

3. 计算由抛物线$y^2=mx, y^2=nx$和直线$y=ax, y=bx$所围区域D的面积$(0<m<n, 0<a<b)$。

4. 计算积分$\iiint_V \left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\right)dxdydz$，其中V为椭球体$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\le 1$

5. 设$u=u(x,y)$可微，在极坐标变换下$\begin{cases}x=r\cos\theta\\ y=r\sin\theta\end{cases}$下，证明$\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)^2+\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial u}{\partial \theta}\right)^2=\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$

四、 **解答题（本题 10 分）**验证积分$\int_L (2x+\sin y)dx+(x\cos y)dy$与路径无关，并求原函数$u(x,y)$使得$du(x,y)=(2x+\sin y)dx+(x\cos y)dy$

五、　**解答题（本题 10 分）**计算曲面积分 $I=\iint\limits_{\Sigma} x^3\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y^3\mathrm{d}z\mathrm{d}x-\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 Σ 为曲面 $z=1-x^2-y^2\ (z\geq 0)$的下侧。

六、　**计算题**（本题 10 分）计算$\oint_L (y^2+z^2)dx+(z^2+x^2)dy+(x^2+y^2)dz$，其中L为$x+y+z=1$与三个坐标平面的交线，从z轴正向看，方向为逆时针方向。

七、 **解答题（本题 10 分）**已知空间中 n 个点的坐标分别是$A_i(x_i, y_i, z_i)$，$i = 1,2,\cdots n$
试求一点，使得它与这 n 个点距离的平方和最小。