A卷

中国石油大学（北京）2017—2018学年第二学期

《数学分析II》期末考试试卷

考试方式（闭卷考试）

班级：____________________

姓名：____________________

学号：____________________

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

（试卷不得拆开，所有答案均写在题后相应位置）

一、 填空题（每题 3 分，共 30 分）

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left[\sqrt{1+\frac{1}{n}}+\sqrt{1+\frac{2}{n}}+\cdots+\sqrt{1+\frac{n}{n}}\right]=$ ________________

2. $\int_0^{2\pi}\sin(2x)\sin(3x)\,dx=$ ________________

3. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x^2+y^2}{\sqrt{1+x^2+y^2}-1}=$ ________________

4. 设函数$u=\frac{z^2}{c^2}-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}$，它在点$(a,b,c)$的梯度为：____________

5. 交换积分$\int_0^2 dx\int_x^{2x} f(x,y)dy$的次序为：______________________

6. 设$\mathrm{D}=\{(x,y)|\pi^2\le x^2+y^2\le 4\pi^2\}$，则$\iint_D \sin\sqrt{x^2+y^2}\,dxdy=$ _______

7. 设L是半圆周$\begin{cases}x=a\cos t\\ y=a\sin t\end{cases},0\le t\le\pi$。则第一类曲线积分$\int_L x^2+y^2\,ds=$ _____

8. 设L是圆周$\begin{cases}x=a\cos t\\ y=a\sin t\end{cases},0\le t\le 2\pi$，方向为逆时针方向。则第二类曲线积分

   $\oint_L xdy-ydx=$ __________

9. 设 S为平面$x+y+z=1$在第一象限中的部分，则第一类曲面积分

   $\iint_S x+y+z\,dS=$ __________

10. 设 S为平面$x+y+z=1$在第一象限中的部分，方向为上侧。则第二类曲面积分

    $\iint_S x+y+z\,dxdy=$ __________

二、 解答题（每题 6 分，共 30 分）

1. 求$\int_0^2 f(x-1)\mathrm{d}x$，其中$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x+1},\ x\ge 0,\\ \frac{1}{1+\mathrm{e}^x},\ x<0.\end{cases}$

2. 设$f(x,y)$可微，证明：在坐标变换

$$x = u\cos\theta - v\sin\theta\,, y = u\sin\theta + v\cos\theta$$

下，$(f_x)^2 + \left(f_y\right)^2$是一个形式不变量。即若

$$g(u,v) = f(u\cos\theta - v\sin\theta\,, u\sin\theta + v\cos\theta)$$

则必有$(f_x)^2 + \left(f_y\right)^2 = (g_u)^2 + (g_v)^2$.

3. 设$\begin{cases} x = e^u + u\sin v \\ y = e^u - u\cos v \end{cases}$求$u_x, v_x$

4. 计算积分$\iint_D e^{\frac{x-y}{x+y}}dxdy$其中$D$是由$x=0, y=0, x+y=1$所围成的区域。

5. 计算积分$\iiint_V \frac{z^2}{c^2}dxdydz$，其中V为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\le 1$

三、 解答题（本题 10 分）验证积分

$$\int_L (2x+\sin y)dx+ (x\cos y)dy$$

与路径无关，并求原函数$u(x,y)$使得$du(x,y)=(2x+\sin y)dx+ (x\cos y)dy$

四、 计算题（本题 10 分）计算积分

$$\oiint_S y(x-z)dydz+x^2dzdx+(y^2+xz)dxdy$$

其中S 为$x=y=z=0,x=y=z=a$六个平面所围成的正方体并取外侧。

五、 解答题（本题 10 分）讨论函数

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$$

在(0,0)点的可微性。

六、 解答题（本题 10 分）已知空间中 n 个点的坐标分别是

$$A_i(x_i,y_i,z_i),\qquad i=1,2,\cdots n$$

试求一点，使得它与这 n 个点距离的平方和最小。