## 中国石油大学(北京)2018—2019 学年第二学期

# 《数学分析 II》期末考试试卷

考试方式 (闭卷考试)

班级:	
姓名:	
学号:	

题号	_	 三	四	五	六	七	总分
得分							

(试卷不得拆开,所有答案均写在题后相应位置)

B 卷

#### 一、填空题(每题3分,共15分)

- 1. 设向量场A =  $(y^2 + z^2, z^2 + x^2, x^2 + y^2)$ ,则该向量场的旋度的散度∇·(∇×A)为: \_\_\_\_\_\_
- 2.  $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y^2}{x^2+y^2} =$
- 3. 求极限 $\lim_{h\to 0} \frac{1}{h^2} \int_0^h \left[ \frac{1}{x} \frac{\cos x}{\sin x} \right] dx =$ \_\_\_\_\_\_
- 4. 设L是半圆周 $\begin{cases} x = a \cos t \\ y = a \sin t \end{cases}$ ,  $0 \le t \le 2\pi$ , 则第一类曲线积分 $\int_L (x + y)^2 ds =$ \_\_\_\_\_\_
- 5. 设函数u = xyz, 它在点A(5,1,2)处沿到点B(9,4,14)的方向 $\overrightarrow{AB}$ 上的方向导数为:

#### 二、选择题(每题3分,共15分)

- 1. 已知函数f(x,y)在(0,0)的某邻域内有定义,且 $f_x(0,0) = 2$ ,  $f_y(0,0) = 1$ ,则()
  - (A) 曲面z = f(x,y)在(0,0,f(0,0))处的法向量为(2,1,1);

  - (D)  $dz|_{0.0} = 2dx + dy$ .
- 2. 函数 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 在(0,0)点处()
  - (A) 不连续; (B) 偏导数存在; (C) 可微; (D) 沿着任意方向的方向导数存在.
- 3. 在力场 $\vec{F} = \left(\frac{y^3}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \frac{-x^3}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)$ 的作用下,一质点沿着圆周 $x^2 + y^2 = 1$ 逆时针运动一周所作的 功为()

- (A)  $\frac{\pi}{2}$ , (B)  $-\frac{\pi}{2}$ , (C)  $\frac{3\pi}{2}$ , (D)  $-\frac{3\pi}{2}$
- 4. 设有空间区域 $\Omega_1$ :  $x^2 + y^2 + z^2 \le R^2$ ,  $z \ge 0$ ,  $\partial \Omega_2$ :  $\partial \Omega$ ( )
  - (A)  $\iiint_{\Omega_1} x dv = 4 \iiint_{\Omega_2} x dv ;$

(B)  $\iiint_{\Omega_1} y dv = 4 \iiint_{\Omega_2} y dv ;$ 

- (C)  $\iiint_{\Omega_1} z dv = 4 \iiint_{\Omega_2} z dv ;$  (D)  $\iiint_{\Omega_1} xyz dv = 4 \iiint_{\Omega_2} xyz dv .$
- 5. 极限  $\lim_{t\to 0^+} \frac{1}{t^4} \iiint_{x^2+y^2+z^2 \le t^2} \sqrt{x^2+y^2+z^2} \, dx dy dz = ()$ 

  - (A) 0, (B)  $\frac{\pi}{2}$ ,
- (C)  $\pi$ , (D)  $+\infty$

### 三、解答题(每题6分,共30分)

1. 设
$$xu - yv = 0, yu + xv = 1, 求 \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}$$

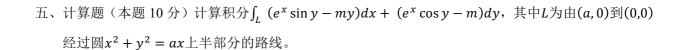
$$2. \quad \Re I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, \mathrm{d}x \, (n \in Z^+)$$

3. 计算积分 
$$\iint_V \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}\right) dxdydz$$
,其中V为椭球体  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \le 1$ 

4. 设 $w = f(x^2 + y^2 + z^2, xyz)$ , f具有连续的二阶偏导数, 计算 $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z}$ .

5. 计算积分 $\iint_D e^{\frac{x-y}{x+y}} dx dy$ 其中D是由x=0,y=0,x+y=1所围成的区域。

四、计算题 (本题 10 分) 计算积分  $\iint_S x dy dz + y dz dx + z dx dy$ ,其中S 为上半球面  $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$  的外侧。



六、计算题(本题 10 分)计算 $\oint_L (y^2 + z^2)dx + (z^2 + x^2)dy + (x^2 + y^2)dz$ ,其中L为x + y + z = 1与 三个坐标平面的交线,从z轴正向看,方向为逆时针方向。

七、计算题(本题 10 分)求函数 $F(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$ 在约束条件 $\begin{cases} x+y+z=1\\ x+2y+3z=6 \end{cases}$ 下的最小值.

B 卷