C 卷

中国石油大学（北京）2017—2018 学年第一学期

《数学分析》I 期末补考试卷

考试方式（闭卷考试）

班级：____________________

姓名：____________________

学号：____________________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										

（试卷不得拆开，所有答案均写在题后相应位置）

一、填空题（每题 3 分，共 30 分）

1. 函数$y=x^x$的导函数为：________

2. 函数$f(x)=\begin{cases} x^{\alpha}\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0; \\ 0, & x=0. \end{cases}$在0处可导，则α的取值范围为：________

3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\sin x}=$ ________

4. 数列$\{\sqrt[n]{n}$，$n=1,2,\cdots\}$的最大项为：________

5. 函数$\sqrt{x^2-8x+3}$的渐近线为：________

6. $\int e^{2x+1}dx=$ ________

7. $\int \sin^4 x\cos x\,dx=$ ________

8. 函数$y=\sin x$在$x_0=0$点带有拉格朗日余项的5阶泰勒展式为：________

9. 设$y=x\cosh x$, 其中$\cosh x=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$, 则$(x\cosh x)^{(100)}=$ ________

10. 极限$\lim\limits_{n\to+\infty}\left[\frac{1}{\sqrt{n^2+1^2}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+2^2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n^2}}\right]$的积分表示为：________

二、计算题（本题 8 分）求$\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\tan x-\sin^2 x}{x^4}$

三、计算题（本题 8 分）计算不定积分$\int\frac{2x+3}{(x^2-1)(x^2+2)}dx.$

四、**证明题（本题 8 分）** 证明不等式$\frac{2}{\pi}x < \sin x < x(0 < x < \frac{\pi}{2})$.

五、**作图题（本题 10 分）** 作出函数$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}$的图像.

六、**计算题（本题 8 分）** 将多项式$P(x) = 1 + x + x^2 - 2x^3$表示成$(x+2)$正整数次幂的多项式

七、**证明题（本题 10 分）** 证明：若函数$f(x)$满足：（1）在闭区间$[a,b]$上可导；（2）$f(x)$为非线性函数。则在区间(a,b)内至少能够找到一点$\xi \in (a,b)$，满足：

$$|f'(\xi)| > \left|\frac{f(b)-f(a)}{b-a}\right|$$

作出以上证明的几何解释。

八、**解答题（本题 8 分）** 利用 Taylor 公式求极限：

$$\lim_{x\to\infty}\left[x - x^2 \ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\right]$$

九、解答题（本题 10 分）推出积分$\int \cos^n x\, dx$的递推公式，并利用该递推公式计算不定积分$\int \cos^4 x\, dx$