中国石油大学（北京）2019-2020-1《数学分析I》期末补考试卷(1)

一、 单选题（共15题，60分）

1、不定积分$\int \frac{1}{1+e^{-x}}dx =$ ( )

A、 $\ln(e^x+1)+C$

B、 $\ln e^x + C$

C、 $(e^x+1)+C$

D、 e^x+C

2、当$x\to 0$时， $\arcsin x$是3^x-1的（ ）

A、 高阶无穷小

B、 等价无穷小

C、 同阶但非等价无穷小

D、 低阶无穷小

3、若$a>0,b>0$,则极限$\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{a^x+b^x}{2}\right)^{\frac{5}{x}} =$ ( )

A、 e

B、 $(ab)^{5/2}$

C、 $(ab)^{3/2}$

D、 1

4、 若 $f(x)$ 为可导函数，则以下选项中正确的是（　　）

A、 $\int f'(x)\mathrm{d}x = f(x)$

B、 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int f(x)\mathrm{d}x = f(x) + C$

C、 $\int \mathrm{d}f(x) = f(x)$

D、 $\mathrm{d}\int f(x)\mathrm{d}x = f(x)\mathrm{d}x$

5、 $x=0$是$f(x)=\frac{\ln(1+2x)}{\sin x}$的（）

A、 跳跃间断点

B、 可去间断点

C、 震荡间断点

D、 无穷间断点

6、 当 $x \to 0$时，以下无穷小中与$f(x)=\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x}$ 等价的是（）

A、 $1+\cos x$

B、 $\arcsin x$

C、 $\tan x - \sin x$

D、 $\sqrt{x}$

7、 $f(x)$在$x=x_0$ 处有定义是$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$存在的（）

A、 必要而非充分条件

B、 充分而非必要条件

C、 充分必要条件

D、 既非充分也非必要条件

8、 若函数 $f(x)=\begin{cases}-3+\sqrt{x^2-1}, & -\infty<x<-1\\ b, & x=-1\\ a+\dfrac{\arccos x}{\pi}, & -1<x\leqslant 1\end{cases}$ 在 $x=-1$ 处连续，则 $a+b=()$

A、 -5

B、 -6

C、 -7

D、 -8

9、 设 $f(x)=\dfrac{1}{x^2+3x+2}$，则 $f(x)$ 的一个原函数为（）

A、 $\ln\dfrac{1}{x^2+3x+2}$

B、 $2\arctan(2x-3)+C$

C、 $\ln\left|\dfrac{x+1}{x+2}\right|-3$

D、 $\ln\left|\dfrac{x+2}{x+1}\right|+2$

10、 若 $y=y(x)$ 是由参数方程 $\begin{cases}x=\ln(1+t^2)\\ y=\arctan t\end{cases}$ 所确定的隐函数，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=()$

A、 $\dfrac{1}{2t}$

B、 $\dfrac{1+t^2}{4t}$

C、 $2t$

D、 $2t(1+t^2)$

11、 方程$e^y+xy-e=0$所确定的隐函数的导数$\frac{dy}{dx}$为（ ）

A、 $\frac{-y}{e^y+x}$

B、 $\frac{y}{e^y+x}$

C、 $\frac{-y}{e^y-x}$

D、 $\frac{y}{e^y-x}$

12、 $\lim\limits_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^{n+500}=$ ()

A、 e

B、 e^{500}

C、 e^{501}

D、 1

13、 极限 $\lim\limits_{n\to+\infty}n(\sqrt{n^2+2}-\sqrt{n^2-2})=$（ ）

A、 1

B、 2

C、 3

D、 4

14、 极限$\lim\limits_{x\to 0}\frac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}=$ ( )

A、 1

B、 2

C、 3

D、 不存在

15、 设有两个数列$\{a_n\},\{b_n\}$且$\lim_{x\to x_0}(b_n-a_n)=0$，则（ ）

A、 $\{a_n\},\{b_n\}$都收敛，且极限相等

B、 $\{a_n\},\{b_n\}$都收敛，但极限未必相等

C、 $\{a_n\}$收敛，而$\{b_n\}$发散

D、 $\{a_n\}$和$\{b_n\}$可能都收敛，也可能都发散

二、 论述题（共4题，40分）

1、 证明$y=\frac{1}{x}$在$(0,\ 1)$上不一致连续。

2、 采用单调有界原理证明数列：$\sqrt{2},\sqrt{2+\sqrt{2}},\cdots,\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots+\sqrt{2}}},\cdots(x_{n+1}=\sqrt{2+x_n})$收敛，并求其极限。

3、 求函数$u=xyz$在条件$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{a}(x>0,y>0,z>0,a>0)$约束下的极值。

4、 设$b>a>0$,证明$\frac{\ln b-\ln a}{b-a}>\frac{1}{b}$