中国石油大学(北京)

《数学分析》II-2019-2020-2
期末考试题(闭卷)

题目	一	二	三	四	五	总分
得分						

班级______________

姓名______________

学号______________

1　选择题(每题3分,共30分)

(1) 下列反常积分发散的是( )

(A) $\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sin x}\mathrm{d}x$.　　(B) $\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x$.

(C) $\int_{0}^{+\infty}e^{-x^2}\mathrm{d}x$.　　(D) $\int_{2}^{+\infty}\frac{1}{x\ln^2 x}\mathrm{d}x$.

(2) 双扭线$(x^2+y^2)^2=x^2-y^2$所围成区域的面积是( )

(A) $2\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2\theta\mathrm{d}\theta$.　　(B) $4\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2\theta\mathrm{d}\theta$.

(C) $2\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{\cos 2\theta}\mathrm{d}\theta$.　　(D) $\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^2 2\theta\mathrm{d}\theta$.

(3) 积分$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{\sin x+\cos x}\mathrm{d}x$=( )

(A)0.　　(B)$\frac{\pi}{4}$.　　(C)$\frac{\pi}{2}$.　　(D)π

(4) 设二元函数$f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$,

在$(0,0)$点处( )

(A) 连续、偏导数存在.　　(B) 连续、偏导数不存在.

(C) 不连续、偏导数存在.　　(D) 不连续、偏导数不存在.

(5) 设函数$u(x,y,z)=1+\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{12}+\frac{z^2}{18}$,

单位向量$\mathbf{n}=\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{3}}}(\mathbf{1},\mathbf{1},\mathbf{1})$，则$\left.\frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}\right|_{(1,2,3)}=()$

(A)0. (B)$\frac{\sqrt{2}}{2}$. (C)$\frac{\sqrt{3}}{3}$. (D)1.

(6) 已知$\frac{(x+ay)\mathrm{d}x+y\mathrm{d}y}{(x+y)^2}$为某一函数的全微分，则$a=$()

(A)0. (B)1. (C)2. (D)3.

(7) 设有数量场$u=\ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$，则$\mathbf{div}(\mathbf{grad}u)=$()

(A)0. (B)$\sqrt{x^2+y^2+z^2}$. (C)$\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$. (D)$\frac{1}{x^2+y^2+z^2}$.

(8) 设$f(x,y)$连续，且$f(x,y)=xy+\iint\limits_D f(u,v)\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v$,

其中D是由$y=0,y=x^2,x=1$所围成的区域，则$f(x,y)=$()

(A)xy. (B)$2xy$. (C)$xy+\frac{1}{8}$. (D)$xy+1$.

(9) 设S_1表示上半球面$x^2+y^2+z^2=R^2,z\geq 0$的上侧，

S_2表示下半球面$x^2+y^2+z^2=R^2,z\leq 0$的下侧。

若曲面面积$I_1=\iint\limits_{S_1} z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y,\ I_2=\iint\limits_{S_2} z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$，则必有( )

(A)$I_1>I_2$. (B)$I_1<I_2$. (C)$I_1=I_2$. (D)$I_1+I_2=0$.

(10) 设$f(x,y)$在区域$x^2+y^2\leq a^2$上连续，

则极限$\lim\limits_{a\to 0^+}\frac{1}{\pi a^2}\iint\limits_D f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y=$(   )

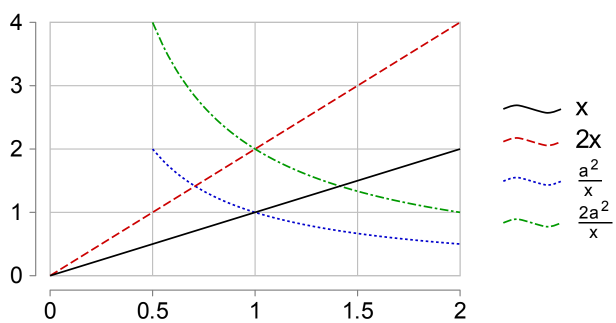
(A)0. (B)∞. (C)$f(0,0)$. (D)1.

2　计算题(每题8分,共40分)

1. 设可微函数$u=f(x+y+z,x^2+y^2+z^2)$，求$\mathrm{d}u$

2. 求函数$f(x,y)=x^2-xy+y^2$ 在点$M(1,1)$沿与Ox轴的正向组成α角的方向l上的方向导数。在怎样的方向上此方向导数有：(1)最大值；(2)最小值；(3)等于0.

3. 求由曲线$xy=a^2,xy=2a^2,y=x,y=2x,x>0,y>0$所围成的图形的面积。



4. 求曲面$z=\sqrt{x^2+y^2}$包含在圆柱面$x^2+y^2=2x$内那部分的面积。

5. 计算三重积分$\iiint\limits_V \sqrt{x^2+y^2+z^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$，其中$V$是由曲面$x^2+y^2+z^2=z$所围成的几何体。

3　Green公式(10分)

计算$\oint\limits_C \dfrac{x\,\mathrm{d}y-y\,\mathrm{d}x}{4x^2+y^2}$,其中$C$为以$(1,0)$点为中心，半径为$R(R>0,R\neq 1)$，方

向为逆时针。

4 Gauss公式(10分)

计算$\iint\limits_S -y\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x+(z+1)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$,其中S为圆柱面$x^2+y^2=4$被平面$x+z=2$和$z=0$所截出部分的外侧。

5　Stokes公式(10分)

计算$\oint\limits_C y\,\mathrm{d}x+z\,\mathrm{d}y+x\,\mathrm{d}z$,其中$C$为圆周$x^2+y^2+z^2=a^2, x+y+z=0$, 若从$Ox$轴的正向看去，这个圆周依逆时针方向。