

C 卷

中国石油大学（北京）2018—2019 学年第一学期

《数学分析 III》期末补考试卷

考试方式（闭卷考试）

班级：_____

姓名：_____

学号：_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

（试卷不得拆开，所有答案均写在题后相应位置）

一 解答题（每小题 5 分，共 20 分）

1. 讨论级数 $\sum_{n=0}^{+\infty} 2^n \sin \frac{\pi}{3^n}$ 的敛散性。

2. 求级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$ 的和。

3. 讨论级数 $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n+1}$ 是绝对收敛或条件收敛。

4. 判别级数 $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sin nx}{n^2}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是否一致收敛。

二、证明题（本题 12 分）设 $u_n(x) = \frac{1}{n^3} \ln(1 + n^2 x^2)$, $n = 1, 2, \dots$ 。证明函数项级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} u_n(x)$ 在 $[0, 1]$ 上一致收敛，并讨论其和函数在 $[0, 1]$ 上的连续性、可积性和可微性。

三、解答题（本题 10 分）利用阿贝尔或狄利克雷判别法讨论级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^2}{(1+x^2)^n}$, $x \in (-\infty, +\infty)$ 在所示的区间上是否一致收敛。

四、解答题（每小题 6 分，共 18 分）

1. 求级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} r^{n^2} x^n$ ($0 < r < 1$)的收敛半径与收敛区间。

2. 求级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + (-2)^n}{n} (x+1)^n$ 的收敛半径与收敛区间。

3. 求级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 x^n$ 的和函数。

五、解答题（本题 10 分）求函数项级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-2)^{2n-1}}{2n-1}$ 的收敛域。

六、解答题（本小题 10 分）求函数 $f(x) = x, 0 < x < 2\pi$ 的傅里叶级数展开式。

七、解答题（每小题 10 分，20 分）

1. 求 $\sin x \cos x$ 在 $x = 0$ 点的展开式，并求收敛区间。

2. 求 $\frac{1}{x^2}$ 在 $x = 1$ 点的展开式，并求收敛区间。