A 卷

中国石油大学（北京）2017—2018 学年第一学期

《数学分析》I 期末考试试卷

考试方式（闭卷考试）

班级：______________________

姓名：______________________

学号：______________________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										

（试卷不得拆开，所有答案均写在题后相应位置）

一、填空题（每题 3 分，共 30 分）

1. 函数$y=\sin(\cos x^2)$的导函数为：__________________

2. 函数$f(x)=\begin{cases} x^{\alpha}\, sin\frac{1}{x}, & x\neq 0; \\ 0, & x=0. \end{cases}$在0处可导，则α的取值范围为：__________

3. $\lim\limits_{x\to a}\frac{x^m-a^m}{x^n-a^n}=$ __________________

4. 数列$\{\sqrt[n]{n}，\ n=1,2,\cdots\}$的最大项为：________________

5. 函数$\sqrt[3]{x^3-x^2-x+1}$的渐近线为：________________

6. $\int xe^x dx=$ ______________

7. $\int \sin^2 x\cos^3 x\, dx=$ ____________

8. 函数$y=e^x$在$x_0=0$点带有拉格朗日余项的n阶泰勒展式为：__________________

9. 设$y=x\mathrm{sinh}x$, 其中$\mathrm{sinh}x=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$, 则$(x\mathrm{sinh}x)^{(100)}=$ __________________________

10. 极限$\lim\limits_{x\to a}\left[\frac{1}{\sqrt{n^2+1^2}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+2^2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n^2}}\right]$的积分表示为：__________________________

二、计算题（本题 8 分）求$\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[5]{x^5+x^4}-\sqrt[5]{x^5-x^4}$.

三、计算题（本题 8 分）计算不定积分$\int\frac{2x^2+5x+5}{(x^2-1)(x+2)}dx$.

四、**证明题（本题 8 分）** 证明不等式$\frac{b-a}{a}<\ln\frac{a}{b}<\frac{b-a}{b}\,(0<b<a)$.

五、**作图题（本题 10 分）** 作出函数$y=\frac{(x-1)^2}{3(x+1)}$的图像.

六、**计算题（本题 8 分）** 将多项式$P(x)=1+3x+5x^2-2x^3$表示成$(x+1)$正整数次幂的多项式.

七、证明题（本题 10 分） 证明：若函数$f(x)$满足：（1）在闭区间$[a,b]$上可导；（2）$f(x)$为非线性函数。则在区间(a,b)内至少能够找到一点$\xi \in (a,b)$，满足：

$$|f'(\xi)| > \left|\frac{f(b)-f(a)}{b-a}\right|$$

作出以上证明的几何解释。

八、解答题（本题 8 分） 确定a,b的值，使得：

$$x-(a+b\cos x)\sin x$$

为$x \to 0$时的 5 阶无穷小量。

九、解答题（本题 10 分） 推出积分$\int \sin^n x\, dx$的递推公式，并利用该递推公式计算不定积分$\int \sin^6 x\, dx$