

B 卷

中国石油大学（北京）2017—2018 学年第一学期

《数学分析》I 期末考试试卷

考试方式（闭卷考试）

班级：_____

姓名：_____

学号：_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										

（试卷不得拆开，所有答案均写在题后相应位置）

一、填空题（每题 3 分，共 30 分）

1. 函数 $y = \sin(\cos x^2)$ 的导函数为：_____
2. 数列 $\{\sqrt[n]{n}, n = 1, 2, \dots\}$ 的最大项为：_____
3. 函数 $\sqrt[3]{x^3 - x^2 - x + 1}$ 的渐近线为：_____
4. $\int x e^x dx =$ _____
5. $\int \sin^2 x \cos^3 x dx =$ _____
6. 函数 $y = e^x$ 在 $x_0 = 0$ 点带有拉格朗日余项的 n 阶泰勒展式为：_____
7. 设 $y = x \sinh x$, 其中 $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, 则 $(x \sinh x)^{(100)} =$ _____
8. 极限 $\lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{1}{\sqrt{n^2+1^2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2^2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n^2}} \right]$ 的积分表示为：_____
9. 函数 $f(x) = \begin{cases} x^\alpha \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0. \end{cases}$ 在 0 处可导, 则 α 的取值范围为：_____
10. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^m - a^m}{x^n - a^n} =$ _____

二、计算题（本题 8 分） 计算不定积分 $\int \frac{2x^2+5x+5}{(x^2-1)(x+2)} dx$.

三、计算题（本题 8 分） 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[5]{x^5 + x^4} - \sqrt[5]{x^5 - x^4}$.

四、证明题（本题 8 分）证明不等式 $\frac{b-a}{a} < \ln \frac{a}{b} < \frac{b-a}{b}$ ($0 < b < a$).

五、作图题（本题 10 分）作出函数 $y = \frac{(x-1)^2}{3(x+1)}$ 的图像.

六、计算题（本题 8 分）确定 a, b 的值，使得：

$$x - (a + b \cos x) \sin x$$

为 $x \rightarrow 0$ 时的 5 阶无穷小量。

七、证明题（本题 10 分）证明：若函数 $f(x)$ 满足：（1）在闭区间 $[a, b]$ 上可导；（2） $f(x)$ 为非线性函数。则在区间 (a, b) 内至少能够找到一点 $\xi \in (a, b)$ ，满足：

$$|f'(\xi)| > \left| \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \right|$$

作出以上证明的几何解释。

八、解答题（本题 8 分）将多项式 $P(x) = 1 + 3x + 5x^2 - 2x^3$ 表示成 $(x + 1)$ 正整数次幂的多项式。

九、解答题（本题 10 分）推出积分 $\int \sin^n x \, dx$ 的递推公式，并利用该递推公式计算不定积分 $\int \sin^6 x \, dx$