B卷

中国石油大学（北京）2018—2019学年第二学期

《数学分析II》期末考试试卷

考试方式（闭卷考试）

班级：______________________

姓名：______________________

学号：______________________

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

（试卷不得拆开，所有答案均写在题后相应位置）

一、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 设向量场$A=(y^2+z^2,z^2+x^2,x^2+y^2)$，则该向量场的旋度的散度$\nabla\cdot(\nabla\times A)$为: ________

2. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x^2y^2}{x^2+y^2}=$ ________

3. 求极限$\lim\limits_{h\to 0}\frac{1}{h^2}\int_0^h\left[\frac{1}{x}-\frac{\cos x}{\sin x}\right]\mathrm{d}x=$ ________

4. 设L是半圆周$\begin{cases}x=a\cos t\\ y=a\sin t\end{cases},0\le t\le 2\pi$，则第一类曲线积分$\int_L (x+y)^2\,ds=$ ____________

5. 设函数$u=xyz$，它在点$A(5,1,2)$处沿到点$B(9,4,14)$的方向$\overrightarrow{AB}$上的方向导数为：_________

二、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 已知函数$f(x,y)$在$(0,0)$的某邻域内有定义，且$f_x(0,0)=2,f_y(0,0)=1$, 则（ ）

   (A)曲面$z=f(x,y)$在$(0,0,f(0,0))$处的法向量为$(2,1,1)$;

   (B)曲线$\begin{cases}z=f(x,y)\\ y=0\end{cases}$在$(0,0,f(0,0))$处的切向量为$(1,0,2)$;

   (C)曲线$\begin{cases}z=f(x,y)\\ y=0\end{cases}$在$(0,0,f(0,0))$处的切向量为$(2,0,1)$;

   (D)$dz|_{0,0}=2dx+dy$.

2. 函数$z=\sqrt{x^2+y^2}$在$(0,0)$点处（ ）

   (A)不连续；(B)偏导数存在；(C)可微；(D)沿着任意方向的方向导数存在.

3. 在力场$\vec{F}=\left(\frac{y^3}{\sqrt{x^2+y^2}},\frac{-x^3}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$的作用下，一质点沿着圆周$x^2+y^2=1$逆时针运动一周所作的功为（ ）

   （A）$\frac{\pi}{2}$,　（B）$-\frac{\pi}{2}$,　（C）$\frac{3\pi}{2}$,　（D）$-\frac{3\pi}{2}$

4. 设有空间区域$\Omega_1: x^2+y^2+z^2\le R^2, z\ge 0$, 及$\Omega_2: x^2+y^2+z^2\le R^2, x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0$. 则（ ）

   (A)$\iiint_{\Omega_1}xdv=4\iiint_{\Omega_2}xdv$;　(B)$\iiint_{\Omega_1}ydv=4\iiint_{\Omega_2}ydv$;

   (C)$\iiint_{\Omega_1}zdv=4\iiint_{\Omega_2}zdv$;　(D)$\iiint_{\Omega_1}xyzdv=4\iiint_{\Omega_2}xyzdv$.

5. 极限$\lim\limits_{t\to 0^+}\frac{1}{t^4}\iiint_{x^2+y^2+z^2\le t^2}\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$=( )

   （A）0,　（B）$\frac{\pi}{2}$,　（C）π,　(D)$+\infty$

三、解答题（每题 6 分，共 30 分）

1. 设$xu - yv = 0, yu + xv = 1$，求$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}$.

2. 求$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, \mathrm{d}x \, (n \in Z^+)$

3. 计算积分$\iiint_V \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}\right) dxdydz$，其中V为椭球体$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$

4. 设$w=f(x^2+y^2+z^2,xyz)$，f具有连续的二阶偏导数，计算$\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z}$.

5. 计算积分$\iint_D e^{\frac{x-y}{x+y}} dxdy$其中$D$是由$x=0,y=0,x+y=1$所围成的区域。

四、计算题（本题 10 分）计算积分$\iint_S xdydz+ydzdx+zdxdy$，其中S 为上半球面$z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$的外侧。

五、计算题（本题 10 分）计算积分$\int_L (e^x \sin y - my)dx + (e^x \cos y - m)dy$，其中$L$为由$(a,0)$到$(0,0)$经过圆$x^2 + y^2 = ax$上半部分的路线。

六、计算题（本题 10 分）计算$\oint_L (y^2 + z^2)dx + (z^2 + x^2)dy + (x^2 + y^2)dz$，其中L为$x + y + z = 1$与三个坐标平面的交线，从z轴正向看，方向为逆时针方向。

七、计算题（本题 10 分）求函数$F(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$在约束条件$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+2y+3z=6 \end{cases}$下的最小值.