中国石油大学（北京）2019-2020-1《数学分析III》期末补考试卷(1)

一、 单选题（共10题，40分）

1、 $\cos x$的麦克劳林级数为（）

A、 $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!}$

B、 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!}$

C、 $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$

D、 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$

2、 设$\lambda>0$，则级数$\sum_{n=2}^{\infty}\sin(n\pi+\frac{\lambda}{\ln n})$

A、 条件收敛

B、 绝对收敛

C、 发散

D、 可能收敛，也可能发散

3、 若级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(x-a)^n}{n}$在$x>0$时发散，在$x=0$处收敛，则常数$a=$( )

A、 1

B、 -1

C、 2

D、 -2

4、 若级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^2$和$\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n^2$都收敛，则级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n b_n$

A、 绝对收敛

B、 条件收敛

C、 发散

D、 敛散性不能确定

5、下列四个级数中发散的是( )

A、 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{1+\frac{1}{n}}}$

B、 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$

C、 $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$

D、 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n[3+(-1)^n]^n}{6^n}$

6、 设$f(x)$是以2为周期的函数，它在一个周期内的表达式为

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & 0\leqslant x\leqslant 1 \\ x & 1<x\leq 2 \end{cases}$$，则

$f(x)$的傅立叶级数

$\frac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\pi x+b_n\sin n\pi x)$在

$x=3$处收敛于( )

A、 1

B、 1/2

C、 3/2

D、 0

7、 如果级数$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n - b_n)$收敛，则级数$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$与$\sum_{n=1}^{\infty} b_n$

A、 同时收敛或同时发散

B、 敛散性不同

C、 都发散

D、 都收敛

8、 级数$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n^2}$的收敛半径为（）

A、 1

B、 2

C、 3

D、 4

9、 正项级数

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$收敛是级数

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$收敛的

A、 充要条件

B、 充分条件

C、 必要条件

D、 既非充分条件，又非必要条件

10、设

$f(x)$是以

2π为周期的函数，它在一个周期内的表达式为

$f(x)=\begin{cases}-x, & -\pi\le x<0\\ x & 0<x\le\pi\end{cases}$，则它的Fourier展开式中（ ）

A、 只有正弦项

B、 只有余弦项

C、 既有正弦项，又有余弦项

D、 以上结果都不正确

二、 简答题（共5题，40分）

1、求级数$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{5^n+(-2)^n}{n}(x-1)^n$的收敛区间。

2、设$u_n(x)=\frac{1}{n^3}\ln(1+n^2x^2)$，

证明该函数列在$[0,1]$上一致收敛到0。

3、设$f(x)$是以

2π为周期的函数，它在一个周期上的表达式为：

$f(x)=\begin{cases}-1, & -\pi\le x<0\\ 1, & 0\le x<\pi\end{cases}$。求

$f(x)$的傅立叶级数展开式。

4、求级数$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{x^n}{n}$的收敛域。

5、证明级数 $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\cos nx}{n^2}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上一致收敛。

三、计算题（共2题，20分）

1、将函数 $y=\sin x$ 在 $x_0=\frac{\pi}{4}$ 处展开成为幂级数，并指出收敛域。

2、求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{a^2}+\cdots+\frac{n}{a^n}\right)(a>1)$.