C卷（补考）

中国石油大学（北京）2017—2018学年第二学期

《数学分析II》期末考试补考试卷

考试方式（闭卷考试）

班级：____________________

姓名：____________________

学号：____________________

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

（试卷不得拆开，所有答案均写在题后相应位置）

一、 填空题（每题 3 分，共 30 分）

1. $\lim_{n\to\infty} n\left[\frac{1}{n^2+1^2}+\frac{1}{n^2+2^2}+\cdots+\frac{1}{n^2+n^2}\right]=$ ____________

2. $\int_0^{2\pi}\cos(2x)\sin(3x)\,dx=$ _________

3. $\lim_{(x,y)\to(0,0)}(x+y)\sin\frac{1}{x^2+y^2}=$ _______

4. 设函数$u=\frac{z^2}{c^2}-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}$，它在点$(a,b,c)$的梯度为: __________________

5. 交换积分$\int_{-1}^{1}dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2}f(x,y)dy$的次序为：__________________________________

6. 设$\mathrm{D}=\{(x,y)|0\le x^2+y^2\le 4\}$，则$\iint_D\ x^2+y^2\,dxdy=$ ____________

7. 设L是圆周$\begin{cases}x=a\cos t\\ y=a\sin t\end{cases},0\le t\le 2\pi$。则第一类曲线积分$\int_L\ (x+y)^2\,ds=$ _____

8. 设L是圆周$\begin{cases}x=a\cos t\\ y=a\sin t\end{cases},0\le t\le 2\pi$，方向为逆时针方向。则第二类曲线积分

   $\oint_L\ xdy=$ _________

9. 设 S为平面$x+y+z=2$在第一象限中的部分，则第一类曲面积分

   $\iint_S\ \frac{x+y+z}{2}dS=$ _______________

10. 设 S为平面$x+y+z=2$在第一象限中的部分，方向为上侧。则第二类曲面积分

    $\iint_S\ x+y+z\,dxdy=$ _________

二、 解答题（每题 6 分，共 30 分）

1. 设$f(x,y)$可微，证明：在坐标变换

$$x=u\cos\theta-v\sin\theta\,,y=u\sin\theta+v\cos\theta$$

下，$(f_x)^2+\left(f_y\right)^2$是一个形式不变量。即若

$$g(u,v)=\ f(u\cos\theta-v\sin\theta\,,u\sin\theta+v\cos\theta)$$

则必有$(f_x)^2+\left(f_y\right)^2=(g_u)^2+(g_v)^2$.

2. 求球面$x^2+y^2+z^2=50$与锥面$x^2+y^2=z^2$所截出的曲线在(3,4,5)处的切线与法平面方程。

3. 计算积分$\iint_D x^2e^{-y^2}d\sigma$，其中$D$是由直线$x=0, y=1, y=x$所围成的区域。

4. 计算积分$\iiint_V \frac{z^2}{c^2}dxdydz$，其中V为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\le 1$

5. 设有一圆板占有平面闭区域$\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 25\}$，已知该圆板在点$(x,y)$的温度为$T=x^2+y^2-12x+16y$，求该圆板上温度最高和最低点。

三、　解答题（本题 10 分）验证积分

$$\int_L (2x+\sin y)dx+\ (x\cos y)dy$$

与路径无关，并求原函数$u(x,y)$使得$du(x,y)=(2x+\sin y)dx+\ (x\cos y)dy$

四、解答题（本题 10 分）计算曲面积分 $I=\iint\limits_{\Sigma} x^3\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y^3\mathrm{d}z\mathrm{d}x-\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 Σ 为曲面 $z=1-x^2-y^2\ (z\ge 0)$的下侧。

五、　　解答题（本题 10 分）讨论函数

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$$

在$(0,0)$点的可微性。

六、解答题（本题 10 分）计算曲线积分 $I=\int_L \dfrac{x\mathrm{d}y-y\mathrm{d}x}{4x^2+y^2}$，其中 L 是以点 $(1,0)$ 为中心，2 为半径的圆周，取逆时针方向。