

B 卷

中国石油大学（北京）2018—2019 学年第一学期

《数学分析 III》期末考试试卷

考试方式（闭卷考试）

班级：_____

姓名：_____

学号：_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

（试卷不得拆开，所有答案均写在题后相应位置）

一 解答题（每小题 5 分，共 20 分）

1. 应用比较法判别级数

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)$$

的敛散性。

2. 应用比值判别法判别级数

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n!}{n^n}$$

的敛散性。

3. 应用积分判别法判别级数

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n}{n^2 + 1}$$

的敛散性。

4. 判别一般项级数

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{\ln(n+1)}{n+1}$$

的敛散性。

二、证明题（本题 10 分）应用阿贝尔判别法判别级数

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n} \frac{x^n}{x^n + 1}$$

收敛。

三、解答题（本题 10 分）

讨论函数

$$f_n(x) = \frac{x}{1+n^2x^2}, n = 1, 2, \dots, \quad D = (-\infty, +\infty)$$

在所示区间上是否一致收敛或内闭一致收敛

四、解答题（本题 10 分）

利用阿贝尔或狄利克雷判别法讨论级数

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^2}{(1+x^2)^n}, \quad x \in (-\infty, +\infty)$$

在所示的区间上是否一致收敛。

五、解答题（本题 10 分）

求函数项级数

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^{2n}}{n-3^{2n}}$$

的收敛域。

六、解答题（每小题 5 分，共 10 分）求下列级数的收敛半径与收敛区间

1. $\sum_{n=1}^{+\infty} nx^n$

2. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n^2 2^n}$

七、解答题（每小题 10 分，20 分）利用已知函数的幂级数展开式，求下列函数在相应点的幂级数展开，并确定收敛于该函数的区间

1. 求 $\sin^2 x$ 在 $x = 0$ 点的展开式，并求收敛区间。

2. 求 $\frac{1}{x}$ 在 $x = 1$ 点的展开式，并求收敛区间。

八、解答题（本小题 10 分） 求函数 $f(x) = \frac{\pi-x}{2}, 0 < x < 2\pi$ 的傅里叶级数展开式。