**C卷参考答案**

**中国石油大学（北京）2017—2018学年第二学期**

**《数学分析II》期末考试试卷**

考试方式（闭卷考试）

班级：

姓名：

学号：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 总分 |
| 得分 |  |  |  |  |  |  |  |

**（试卷不得拆开，所有答案均写在题后相应位置）**

1. **填空题（每题3分，共30分）**
3. **0**
4. **0**
5. **设函数，它在点的梯度为：**
6. **交换积分的次序为：**
7. **设**
8. **设是圆周。则第一类曲线积分**
9. **设是圆周，方向为逆时针方向。则第二类曲线积分**
10. **设为平面在第一象限中的部分，则第一类曲面积分**

**2**

1. **设为平面在第一象限中的部分，方向为上侧。则第二类曲面积分 4**
2. **解答题（每题6分，共30分）**
3. **设可微，证明：在坐标变换**

**下，是一个形式不变量。即若**

**则必有.**

**解：…………………………3**

**………………………………….…….3**

1. **求球面与锥面所截出的曲线在处的切线与法平面方程。**

**解：设**

**它们在（3，4，5）处的偏导数和雅可比行列式之值分别为：**

**和**

**所以曲线在（3，4，5）处的切线方程为：**

**法平面方程为：**

1. **计算积分，其中是由直线所围成的区域。**

**由分部积分方法得到：**

1. **计算积分，其中为**

**解：**

1. 设有一圆板占有平面闭区域， 已知该圆板在点 的温度为， 求该圆板上的最热点和最冷点。

解： 在区域内无解，但由题意，最热点及最冷点一定存在。故最热点与最冷点必位于边界上达到。 （1分）

设，

解方程组 得到驻点 ，。 （3分）

在点处，，在点处，。

故该圆板在点处温度最高，为125度，在点出的温度最低为度。 （2分）

1. **解答题（本题10分）验证积分**

**与路径无关，并求原函数使得**

**解：**

**所以得出积分与路径无关。……………………5**

**所以，有。………….5**

1. **解答题（本题10分）**计算曲面积分，其中为曲面的下侧。

解：添加辅助面 ，取上侧， （2分）

则根据高斯公式可得：

 （3分）

 (2分)

又 （2分）

故  ，即：。 （1分）

1. **解答题（本题10分）讨论函数**

**在点的可微性。**

**解：**

**又因为：**

**当，积分和路径无关，所以函数在点不可微……3**

1. **解答题（本题10分）**计算曲线积分 ， 其中是以点为中心，2为半径的圆周，取逆时针方向。

解：为封闭曲线，但由于曲线所包含的区域内含有奇点，所以不能直接使用格林公式，因此我 们添加被曲线包含的曲线，为充分小的正数，记为该曲线沿顺时针方向，为该曲线沿逆时针方向，

（2分）

　 由于，且在与所围成的区域上恒有

　　　　　　　　　　　　　　　　　　（2分）

　　　由格林公式：，　从而　　　　　　　　　　　　（2分）

。　　　　　　　(4分)