**A卷参考答案**

**中国石油大学（北京）2018—2019学年第一学期**

**《数学分析III》期末考试试卷**

考试方式（闭卷考试）

班级：

姓名：

学号：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 总分 |
| 得分 |  |  |  |  |  |  |  |  |

**（试卷不得拆开，所有答案均写在题后相应位置）**

**一 解答题（每小题5分，共30分）**

1. **应用比较法判别级数**

**的敛散性。**

**解：因为等价于,-------3分**

**根据p级数判别法，----2分**

**得到**

**收敛。**

1. **应用比值判别法判别级数**

**的敛散性。**

**解：因为**

**所以该级数收敛。**

1. **应用积分判别法判别级数**

**的敛散性。**

**解：令, 有.**

**所以函数单调递减（）且极限为零-----2**

**根据积分判别法**

**发散，所以原级数发散。**

1. **判别一般项级数**

**的敛散性，指出是绝对收敛还是条件收敛。**

**解：，-------3**

**所以函数在单调递减。又因为------2**

**该级数为莱布尼茨交错项级数，所以该级数收敛。又因为。**

**所以该级数条件收敛。**

**二、证明题（本题10分）应用阿贝尔判别法证明级数**

**收敛。**

**证明：由于收敛，对于，---3**

**当时，，所以单调递增；----3**

**当时，，所以单调递减。----3**

**又因为，所以有界。----1**

**根据阿贝尔判别法，所以收敛。**

**三、解答题（本题10分）**

**讨论函数**

**在所示区间上是否一致收敛或内闭一致收敛**

**证明：对于,所以函数依点收敛到0。----4**

**又因为=0, -----5**

**所以函数----1**

**四、解答题（本题10分）**

**利用阿贝尔或狄利克雷判别法讨论级数**

**在所示的区间上是否一致收敛。**

**证明：因为级数, 所以级数的部分和数列**

**一致有界。-------4**

**，对于，函数单调递减，-----4**

**且有**

**所以有：**

**根据狄利克雷判别法，该级数在实数域上一致收敛。**

**五、解答题（本题10分）**

**求函数项级数**

**的收敛域。**

**解：**

**因为----4**

**所以，收敛区间为，----2**

**又因为，---4**

**所以，函数项级数的收敛域为：**

**六、解答题（每小题5分，共10分）求下列级数的收敛半径与收敛区间**

**解：因为,----4**

**所以的收敛半径为1， 收敛区间为**

1. **解：，----4**

**所以级数的收敛半径为2，收敛区间为---1**

**七、解答题（每小题10分，20分）利用已知函数的幂级数展开式，求下列函数在相应点的幂级数展开，并确定收敛于该函数的区间**

1. **求在点的展开式，并求收敛区间。**

**解： 因为**

**这里利用了：**

**所以有：**

1. **求在点的展开式，并求收敛区间。**

**解：**

**这里因为：**

**所以有：**

**八、解答题（本小题10分） 求函数的傅里叶级数展开式，并写出和**

**函数的表达式**

**解：**

**首先求解傅里叶系数:**

**或者利用函数在一个周期上为奇函数，所以有**