**C卷**

**中国石油大学（北京）2018—2019学年第一学期**

**《数学分析III》期末补考试卷**

考试方式（闭卷考试）

班级：

姓名：

学号：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总分 |
| 得分 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**（试卷不得拆开，所有答案均写在题后相应位置）**

**一 解答题（每小题5分，共20分）**

1. **判别级数的敛散性。**

**解：因为**

**级数收敛，因为.根据比较判别法，原级数收敛。**

1. **求级数的和。**

**解：**

1. **讨论级数绝对或条件收敛。**

**解：，（1）单调递减趋于0；（2）该级数为莱布尼茨交错项级数。**

**根据莱布尼茨收敛定理，该级数收敛。**

**又因为，所以该级数条件收敛，非绝对收敛。**

1. **判别级数上一致收敛。**

**解： 因为，，根据M判别法得到：级数上一致收敛。**

**二、证明题（本题12分）设。证明函数项级数在上一致收敛，并讨论其和函数在上的连续性、可积性和可微性。**

**证明：（1）首先证明一致收敛：**

**根据比较判别法知级数在上一致收敛。**

**（2）连续和可积性：**

**由于每一个在上连续，根据定理可知和函数在上连续，可积分。**

**（3）可微性：**

**所以在上一致收敛，根据定理得到和函数在上可微。**

**三、解答题（本题10分）**

**利用阿贝尔或狄利克雷判别法讨论级数**

**在所示的区间上是否一致收敛。**

**证明：因为级数, 所以级数的部分和数列**

**一致有界。-------4**

**，对于，函数单调递减，-----4**

**且有**

**所以有：**

**根据狄利克雷判别法，该级数在实数域上一致收敛。**

**四、解答题（每小题6分，共18分）**

1. **。**

**解：因为， ----4**

**所以的收敛半径为， 收敛区间为**

1. **。**

**解：，----4**

**所以级数的收敛半径为，收敛区间为---2**

1. **求级数的和函数。**

**六、解答题（本题10分）**

**求函数项级数的收敛域。**

**解：**

**因为----4**

**所以，收敛区间为，----2**

**又因为,发散----3**

**所以，函数项级数的收敛域为：----1**

**七、解答题（本小题10分） 求函数的傅里叶级数展开式。**

**解：**

**首先求解傅里叶系数:**

**或者利用函数在一个周期上为奇函数，所以有**

**八、解答题（每小题10分，20分）利用已知函数的幂级数展开式，求下列函数在相应点的幂级数展开，并确定收敛于该函数的区间**

1. **求在点的展开式，并求收敛区间。**

**解： 因为**

**这里利用了：**

**所以有：**

1. **求在点的展开式，并求收敛区间。**

**解：**

**这里因为：**

**所以有：**