

Chapter 7: 社会网络分析

授课教师: 吴翔
wuhsiang@hust.edu.cn

- 1 社会网络分析概述 (2 个课时)
- 2 社会网络主要分析角度 (4 个课时)
- 3 案例 (2 个课时)

Section 1

社会网络分析概述 (2 个课时)

课程存储地址

- 课程存储地址: <https://github.com/wuhsiang/Courses>
- 资源: 课件、案例数据及代码



图 1: 课程存储地址

参考教材

- 斯坦利·沃瑟曼, 凯瑟琳·福斯特. 社会网络分析: 方法与应用. 北京: 中国人民大学出版社. 2012. (注: 对应英文版于 1996 年出版)
- 托马斯. 社会网络与健康: 模型、方法与应用. 北京: 人民卫生出版社. 2016.
- 埃里克·克拉泽克, 加博尔·乔尔迪. 网络数据的统计分析: R 语言实践. 西安: 西安交通大学出版社. 2016.

本节知识点

- 社会网络的基本概念
- 社会网络的符号表示
- 吸烟行为建模：社会网络视角
- 基本社会网络结构
- 社会网络分析软件

社会网络与健康



图 2: 社会网络与肥胖

- 哪种饮食结构/生活习惯会让人变胖?
- 肥胖会“**传染**”吗?

社会网络与健康 (续)



图 3: 社会网络与抑郁

- 哪种特质的人更容易抑郁?
- **社会支持**是否有助于改善抑郁?

社会网络与健康 (续)



图 4: 社会网络与卫生服务能力提升

- 医联体/医共同体模式是否有助于提升基层卫生服务能力?

社会网络视角

- 行动者之间的**关系**是主要的，行动者的属性是次要的
- 行动者和他们的行动被视为**相互依赖**的，而不是相互独立的自治体
- 行动者之间的联系是信息和资源的流动通道
- 个体的网络模型将网络结构环境视为个体行动的机遇或限制
- 网络模型将（社会、经济、政治、情感等）结构概念化为行动者之间关系的稳定形式

Q: 如何以疾病传播和健康促进为例，理解社会网络视角与传统视角的区别。

7.1.1 基本概念

社会网络分析 (social network analysis, SNA) 的关键概念:

- **行动者**: 社会网络分析中的社会实体被称为行动者, 包括个体、企业、民族国家等
- **关系连接**: 行动者通过社会关系彼此相连。这些联系包括: 评价、资源传输、行为互动等。联系存在于特定的成对行动者之间
- **关系**: 群体成员间某种类型的联系的集合
- **社会网络**: 行动者 (人、组织等), 及其之间关系的集合

其它关键概念还包括: 二元图、三元图、子群、群。

基本特征

SNA 的基本特征:

- 考虑整个网络结构
- 论证网络结构如何影响个体行为
- 运用图表展示
- 运用数学的形式

7.1.2 社会网络数据

社会网络数据包括：

- 行动者集合
- 社会关系
- 行动者属性

社会网络数据的符号表示包括：

- 图论
- 社会计量

图论符号表示法

图 $G = (N, L)$ 由节点的集合 N 和边的集合 L 所定义。

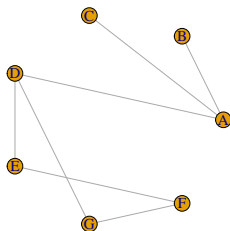
表 1: 社会网络与图论的对应关系

社会网络	图
行动者	节点
社会关系	边

图论符号表示法中，可以采用节点集合和边列表来表示社会网络数据。

图论符号表示法 (续)

- 行动者集合 $G = \{A, B, C, D, E, F, G\}$
- 社会关系集合 $L = \{<A, B>, <A, C>, <A, D>, <D, E>, <D, G>, <E, F>, <F, G>\}$



社会计量符号表示

- 社会计量 (sociometric): 由人以及被度量的人与人之间的情感关系组成的社会网络数据集合, 旨在研究一群人中积极和消极的感情关系
- 社会关系矩阵: 邻接矩阵, 对应于量化行动者之间的社会关系图

邻接矩阵

	A	B	C	D	E	G	F
A	0	1	1	1	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	1	1	0
E	0	0	0	1	0	0	1
G	0	0	0	1	0	0	1
F	0	0	0	0	1	1	0

其它情形

- 有价值关系：例如，强关系和弱关系
- 有向关系：例如，网站链接、微博、文献网络
- 多重关系：例如，社会角色与网络
- 网络动态性：例如，网络社区演化

Schelling 种族隔离模型

Schelling 在 1970s 探讨了如下问题：如果不存在种族歧视，是否也会出现不同种族聚族而居的现象？

其核心假设如下：

- 使用元胞自动机构建模型，每个行动者有 8 个邻居
- 只有邻居中与自己同种族的比例达到阈值 B_a ，才有充足的安全感；否则，会缺乏安全感
- 缺乏安全感时，行动者会重新移动到有空格的位置；如此，不断调整直至达到均衡状态

不同阈值下的均衡结果

阈值 B_a 从 15% 提高至 75% 时, 出现了显著不同的结果。

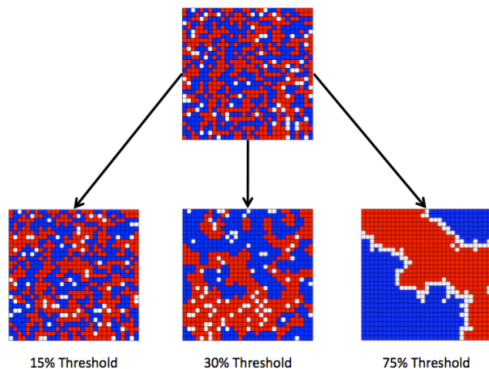


图 5: 阈值变化与聚族而居

吸烟行为建模：社会网络视角



图 6：要不你也来一支？

案例背景描述

假定吸烟情境可以提炼为如下核心特征：

- 吸烟人群，但同时也认识到吸烟的危害
- 自制力程度有差异，且可以由行动的阈值来刻画
- **行动阈值**：周围朋友吸烟的人数达到特定值 (threshold) 时，才会开始吸烟

社会网络符号表示：图论

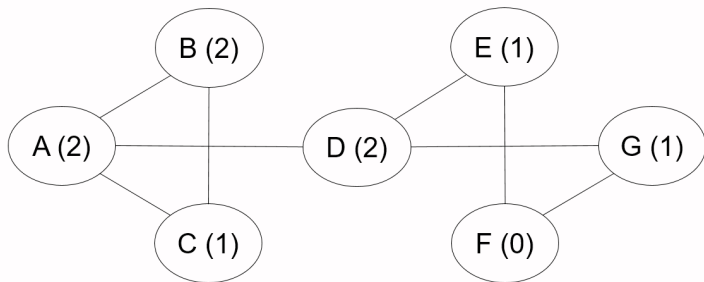


图 7：图论符号表示

社会网络符号表示：社会计量

行动者	A	B	C	D	E	F	G	度	阈值
A		1	1	1	0	0	0	3	2
B	1		1	1	0	0	0	3	2
C	1	1		0	0	0	0	2	1
D	1	1	0		1	0	1	4	2
E	0	0	0	1		1	0	2	1
F	0	0	0	0	1		1	2	0
G	0	0	0	1	0	1		2	1

图 8: 社会计量符号表示

吸烟行为分析：情境一

slides on smoking behavior

情境二：网络结构变化

- 假定 A 在某次聚会中认识了 F，两人成为了好朋友
- 以上社会网络中的吸烟行为规律是否会变化？

社会网络符号表示：图论

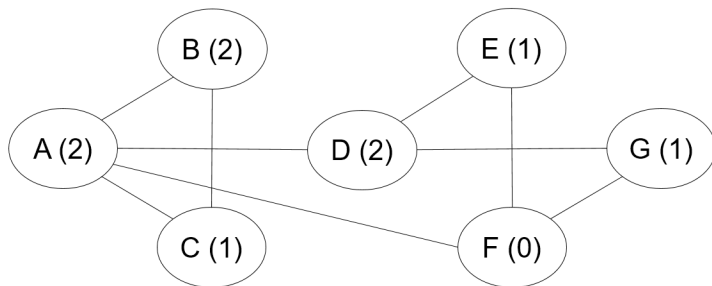


图 9：图论符号表示

社会网络符号表示：社会计量

行动者	A	B	C	D	E	F	G	度	阈值
A		1	1	1	0	1	0	4	2
B	1		1	1	0	0	0	3	2
C	1	1		0	0	0	0	2	1
D	1	1	0		1	0	1	4	2
E	0	0	0	1		1	0	2	1
F	1	0	0	0	1		1	3	0
G	0	0	0	1	0	1		2	1

图 10: 社会计量符号表示

吸烟行为分析：情境二

slides on smoking behavior

案例总结讨论

- 案例有什么有意思的结论？
- 社会网络分析视角的特点是什么？
- 社会网络分析视角适合哪些健康领域的议题？

节点度

在无向图 G 中, 节点 n_i 的度为

$$\underbrace{d(n_i)}_{\text{degree}} = \underbrace{\sum_j x_{ji}}_{\text{indegree}} = \underbrace{\sum_j x_{ij}}_{\text{outdegree}}. \quad (1)$$

对于有向图而言,

$$\underbrace{\sum_j x_{ji}}_{\text{indegree}} \neq \underbrace{\sum_j x_{ij}}_{\text{outdegree}}.$$

节点度 (续)

图 G 中节点度的均值为

$$\bar{d} = \frac{\sum d(n_i)}{g} = \frac{2L}{g}$$

度的方差为

$$S_D^2 = \frac{\sum [d(n_i) - \bar{d}]^2}{g}.$$

$S_D^2 = 0$ 对应的图称为 d -规则图 (d -regular lattice)。

7.1.4 主要网络模型

参照网络模型:

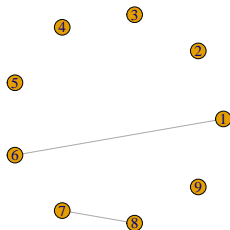
- 随机网络
- 规则网络

现实网络模型:

- 小世界网络
- 无标度网络 (优先连接网络)

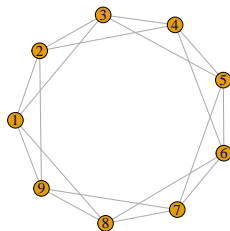
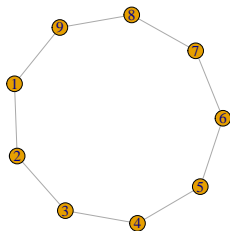
随机网络

- 基本假定：节点之间的边是随机构建的
- $G(n, p)$ 模型：图 G 有 n 个节点， $\binom{n}{2}$ 条边以 p 的概率随机连接
- 节点的期望度是 $(n - 1)p$ ，边的期望条数是 $\frac{n(n-1)}{2} \times p$



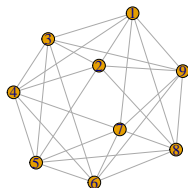
规则网络

- 基本假设：每个节点的度是常数 c



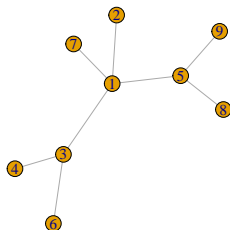
小世界网络

- 基本问题：社会网络中两个节点之间传递信息将需要几个步骤？
- 基本假设：大多数节点几乎没有联系，但任意两个节点之间的距离都比预期的短
- 特点：这个世界真小啊！“六度分割”理论



无标度网络

- 基本问题：加入现有网络时，行动者对要联系的人有偏好吗？
- 基本假设：行动者更喜欢连接到网络最中心的位置
- 特点：“富者愈富”



7.1.5 社会网络分析软件

常用分析工具：

- UCINET
- Pajek
- NetMiner
- STRUCTURE
- MultiNet
- StOCNET

新兴分析工具

- Python-NetworkX
- R-igraph

本课程采用 igraph 包进行演示。

Section 2

社会网络主要分析角度 (4 个课时)

本节知识点

- 中心性与声望 (行动者层级)
- 凝聚子群 (子群层级)
- 评估网络属性 (网络层级)

7.2.1 中心性与声望

- 基本问题：如何识别社会网络中“最重要的”角色？
- 中心性测度的有效性
 - 我们是否能够捕捉到实质上所要表示的”重要”？
 - 先有理论基础，再进行量化
- 中心性与声望
 - 中心性：行动者参与其中，适用于无向关系和有向关系
 - 声望：行动者作为接受者，适用于有向关系
 - 情境（关系本身的性质）：讨厌（接受者，负面）、给出建议（发送者）

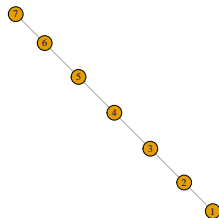
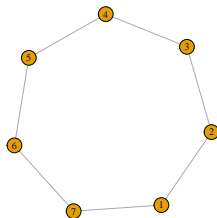
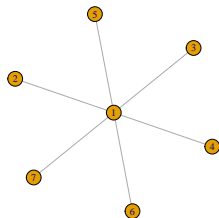
中心性度量

无向关系的社会网络中，主要的几种中心性度量：

- 度中心性 (degree centrality)
- 特征向量中心性 (eigenvector centrality)
- 接近中心性 (closeness centrality)
- 中介中心性 (betweenness centrality)

特殊网络

我们考虑星形网络、环形网络和线形网络。



度中心性

度中心性 (degree centrality) 的测量逻辑:

- 中心的行动者在某种意义上必须是最活跃的
- 节点度可以衡量活跃程度

$$C_D(n_i) = \frac{d(n_i)}{g - 1} \quad (2)$$

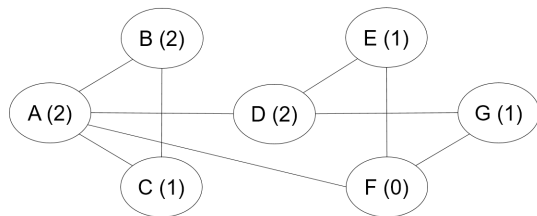
度中心性 (续)

在图 G 中, 节点个数 $g = 7$, 度的最大值为 $g - 1 = 6$

$d(A) = 4$, 故 $C_D(A) = 2/3$

$d(D) = d(F) = 3$, 故 $C_D(D) = 1/2$

$d(B) = d(C) = d(E) = d(G) = 2$, 故 $C_D(B) = 1/3$



度中心性 (续)

表 3: Degree centrality for four graphs

star	ring	line	smoking
1	0.33	0.17	0.67
0.17	0.33	0.33	0.33
0.17	0.33	0.33	0.33
0.17	0.33	0.33	0.5
0.17	0.33	0.33	0.33
0.17	0.33	0.33	0.5
0.17	0.33	0.17	0.33

特征向量中心性

特征向量中心性 (eigenvector centrality) 的测量逻辑:

- 如果某个行动者邻居大多是中心行动者, 那么他就是中心行动者
- 中心性不仅取决于认识多少人, 还取决于认识的人是否重要

图 G 的邻接矩阵为 A ,

$$Av = \lambda v,$$

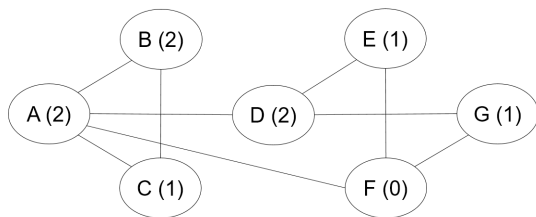
其中 λ 为特征值, v 为特征向量。

特征向量中心性 $C_e(n_i)$ 定义为最大特征值对应的特征向量。

特征向量中心性 (续)

在图 G 中, 最大特征值为 2.73。

对应的特征向量为 $C_e(n_i) = c(0.53, 0.31, 0.31, 0.42, 0.31, 0.42, 0.31)$ 。这一结果可以进一步归一化。



特征向量中心性 (续)

表 4: Eigenvector centrality for four graphs

star	ring	line	smoking
1	1	0.38	1
0.41	1	0.71	0.58
0.41	1	0.92	0.58
0.41	1	1	0.79
0.41	1	0.92	0.58
0.41	1	0.71	0.79
0.41	1	0.38	0.58

PageRank

Google 搜索引擎

- 采用 PageRank 来度量网页的中心性
- 在检索时, 和查询相匹配且 PageRank 值高的网页将最先显示

PageRank在特征中心性的基础上作了修正:

- 中心节点在传递其中心性时, 考虑其度 (有向图中, 则是出度)
- 每个邻居获取其中心性的一部分 (除以节点度)

接近中心性

接近中心性 (closeness centrality) 的测量逻辑:

- 占据中心地位的行动者在与其他行动者交流信息时更有效率
- 如果行动者能快速地与所有其他行动者产生内在连接, 那么他就是中心行动者
- 最小距离可以用于测量中心性

$$C_C(n_i) = \frac{g - 1}{\sum_{j=1}^g d(n_i, n_j)}. \quad (3)$$

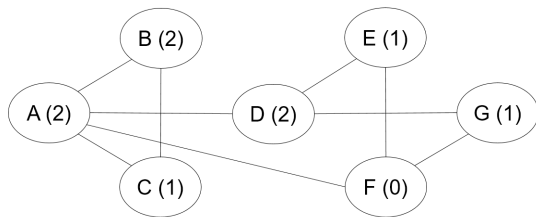
接近中心性 (续)

在图 G' 中, 节点个数 $g = 7$, 最短距离之和的最小值为 $g - 1 = 6$ 。

$\sum_{n_j \neq A} d(A, n_j) = 1 \times 4 + 2 \times 2 = 8$, 故 $C_C(A) = 6/8 = 0.75$

$\sum_{n_j \neq B} d(B, n_j) = 1 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 3 = 12$, 故 $C_C(B) = 0.5$

$\sum_{n_j \neq D} d(D, n_j) = 1 \times 3 + 2 \times 3 = 9$, 故 $C_C(D) = 6/9 = 0.67$



接近中心性 (续)

表 5: Closeness centrality for four graphs

star	ring	line	smoking
1	0.5	0.29	0.75
0.55	0.5	0.38	0.5
0.55	0.5	0.46	0.5
0.55	0.5	0.5	0.67
0.55	0.5	0.46	0.5
0.55	0.5	0.38	0.67
0.55	0.5	0.29	0.5

中介中心性

中介中心性 (betweenness centrality) 的测量逻辑:

- 如果某个行动者位于其它行动者的最短路径上, 那么他就是中心行动者
- 最短距离地位具有战略重要性

假定连接 j 和 k 的最短路径共有 g_{jk} 条, 而其中包含节点 i 的有 $g_{jk}(n_i)$ 条

$$C_B(n_i) = \frac{\sum_{j \leq k} g_{jk}(n_i) / g_{jk}}{(g-1)(g-2)/2}. \quad (4)$$

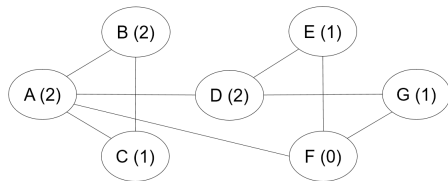
中介中心性 (续)

在图 G 中, 节点个数 $g = 7$, 除节点 i 以外, 图 G 的路径最大数目为 $(g-1)(g-2)/2 = 15$

A : $\sum g_{n_j-A} = 4 \times 2 + 1/3 = 8.33$, 故 $C_B(A) = 8.33/15 = 0.56$

D : $\sum g_{n_j-D} = 2 \times 1/2 + 2 \times 1/2 \times 2 + 1/2 = 3.5$, 故 $C_B(D) = 3.5/15 = 0.23$

E : $\sum g_{n_j-E} = 1/3$, 故 $C_B(D) = 1/3/15 = 0.022$



中介中心性 (续)

表 6: Betweenness centrality for four graphs

star	ring	line	smoking
1	0.2	0	0.56
0	0.2	0.33	0
0	0.2	0.53	0
0	0.2	0.6	0.23
0	0.2	0.53	0.022
0	0.2	0.33	0.23
0	0.2	0	0.022

中心性测度的比较 (续)

表 7: A comparison of centralities for smoking network

	degree	eigen_centrality	closeness	betweenness
A	0.67	1	0.75	0.56
B	0.33	0.58	0.5	0
C	0.33	0.58	0.5	0
D	0.5	0.79	0.67	0.23
E	0.33	0.58	0.5	0.022
F	0.5	0.79	0.67	0.23
G	0.33	0.58	0.5	0.022

有向关系

有向关系的社会网络中，主要的三种声望测量：

- 度数声望（类似于度中心性）
- 邻近声望（类似于接近中心性）
- 地位或等级声望（类似于特征向量中心性）

吸烟行为的干预策略

开放讨论：

- 在给出的案例中，应当如何有效干预吸烟行为？
- 关系属性与行动者属性是如何协同发挥作用的？

7.2.2 凝聚子群

社会网络的分析层次

- 行动者：中心性与声望
- 子群：凝聚子群
- 网络：评估网络属性

理论背景

社会群体理论

- 结构化凝聚

- 假设：两个人存在正向互动时，存在趋向一致的压力
- 例子：党同伐异

- 同质性

- 社会规范：凝聚导致同质性
- 个体选择：个体选择加入与自己类似的群体

讨论：(1) 顶尖大学对绩效的效应；(2) 社交对绩效的效应

社会群体理念

如何概念化社会群体？

- 联系的交互性
- 子群成员的接近度或可及性
- 成员间联系的频率
- 与非成员相比，子群成员联系的相对频率

凝聚子群分析方法

可以采用如下思路和方法，分析凝聚子群：

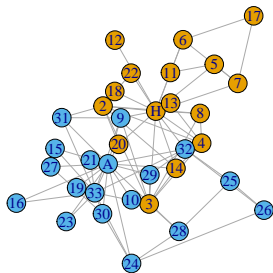
- 基于完全交互性
- 基于可及性和直径
- 基于节点度
- 凝聚程度的度量
- 图分割与层次聚类

构件与 Girvan-Newman 技术

- 构件 (components) 或连通子图
- Girvan-Newman 子群
 - 逐步剔除最大中介中心性的节点
 - 形成不同规模的群组
 - 计算 Q 值, 即群内联系数占比

空手道俱乐部网络

考虑分裂为两个派别的空手道俱乐部网络 karate, 两派领导为 Mr Hi 和 John A。



基于完全交互性

团 (clique)

- 社会学含义：在友谊选择中，由那些彼此相互选择的人们构成的，并且包含了所有与**全体**子群成员相互选择的人
- 图论定义：节点个数 $g_s \geq 3$ 的**最大完全子图**



```
# summary of cliques
```

```
table(sapply(cliques(karate), length)) %>% pandoc.table()
```

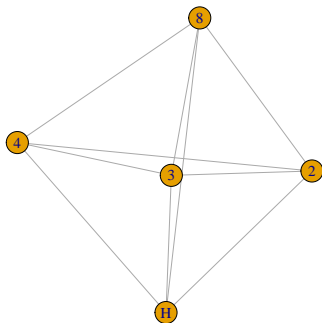
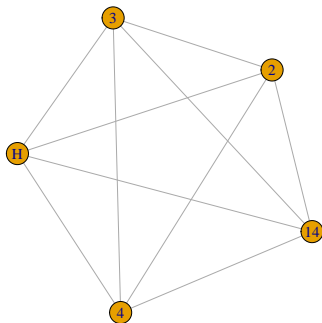
1	2	3	4	5
34	78	45	11	2

```
# cliques with size = 5
```

```
cliques(karate)[sapply(cliques(karate), length) == 5][[1]]
```

- 5/34 vertices, named, from 4b458a1: [1] Mr Hi Actor 2 Actor 3 Actor 4 Actor 14

团 (续)



团 (续)

缺点:

- 定义过于严格: 任意一个联系缺失, 则无法成团; 现实例子非常少
- 团之间不存在内在的区别: 在图论意义上, 都是完全子图; 无法探究团的特性带来的影响

改进:

- 放松其定义, 使其在理论和应用上更加有用

基于可及性和直径

基于可及性，可以定义 n -团

- 基本假定
 - 重要的社会过程可以通过中间人发生
 - 子群成员间的距离是最短的
- 定义
 - 在图 G 中，子图中任意节点距离 $d(n_i, n_j) \leq n$

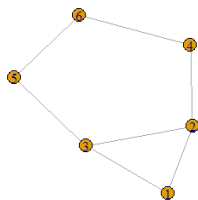
n -团

右图的 2-团包括:

- 1, 2, 3, 4, 5
- 2, 3, 4, 5, 6

缺陷:

- 节点 4 和 5 的最短路径包含了节点 6
- 节点 6 不在子群中



n -族和 n -社

反思:

- n -团作为子图, 其直径可能大于 n
- n -团可能是非连通的
- n -团未能达到我们希望的凝聚程度

改进:

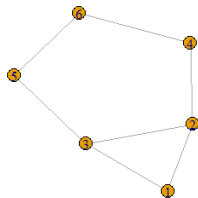
- n -族: 在子图 G_s 中, 任意节点距离 $d(n_i, n_j) \leq n$
- n -社: 直径为 n 的最大子图

n -族和 n -社 (续)

右图的 2-团包括: (1) 1, 2, 3, 4, 5; (2) 2, 3, 4, 5, 6

右图的 2-族包括: 2, 3, 4, 5, 6

右图的 2-社包括: (1) 1, 2, 3, 4; (2) 1, 2, 3, 5; (3) 2, 3, 4, 5, 6



基于节点度

基本假定的适用性：

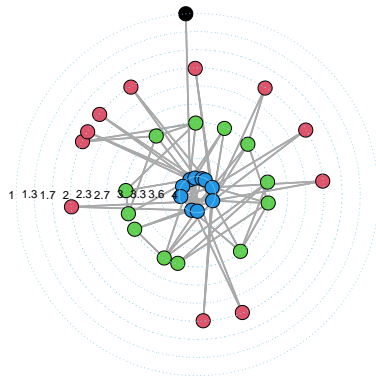
- 可及性：重要的社会过程可以通过**中间人**发生（信息与资源传播）
- 邻接性：重要的社会过程需要**直接接触**（团体内的知识学习）

基于节点度的子群

- 基本假定：行动者与子群内相当数量的成员相邻接
- 现实含义：多重冗余的沟通渠道，子图的“脆弱性”问题（星形网络）
- k -丛 (k -plex): 子图 G_s 中 $d_s(n_i) \geq g_s - k$
- k -核 (k -core): 子图 G_s 中 $d_s(n_i) \geq k$

k -核与可视化

核数 (coreness) 为 1 (黑色)、2 (红色)、3 (绿色)、4 (蓝色)



核心-边缘结构

- 随着 K 值上升, 每次剔除 m_K 个节点
- 绘制 $m_K \sim K$ 的柱状图
- 如果柱状图的高度急剧下降, 这说明是核心边缘结构
- **核心边缘结构**: 极少部分行动者形成核心, 而绝大多数节点几乎只与核心节点相连

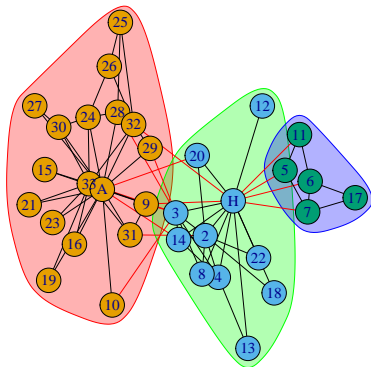
凝聚程度的度量

度量的思路：

- 内外联系的比较
 - 子群内联系集中
 - 子群内外联系的强度或频率之比较大
- 健壮的连通性
 - 凝聚子群在连通性方面是健壮的（有益的冗余）
 - 移除一定数量的边之后，子群依然是连通的

图分割与层次聚类

对空手道俱乐部网络进行层次聚类，发现 3 个社团 (communities)，其大小分别为 18、11 和 5。



图分割与层次聚类 (续)

采用树状图展示:



7.2.3 评估网络属性

真实网络的属性:

- 度分布: 幂律
- 聚类系数: 较高
- 平均路径长度: 较短

度分布

真实网络的节点度通常满足**幂律分布**，即度为 k 的节点在网络中的比例为

$$p_k = ak^{-b} \quad (5)$$

或者得到

$$\ln(p_k) = -b\ln(k) + \ln(a). \quad (6)$$

符合幂律分布的网络称之为**无标度网络**。

传递性

传递性 (transitivity) 意味着, “我朋友的朋友也是我的朋友”。

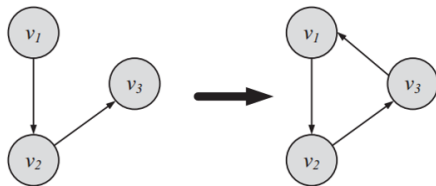


图 11: 传递性

聚类系数

聚类系数 (clustering coefficient) 定义为

$$cl_T(G) = \frac{3\tau_{\Delta}(G)}{\tau_3(G)}, \quad (7)$$

其中 $\tau_{\Delta}(G)$ 是图 G 中三角形的个数, 而 $\tau_3(G)$ 为连通的三元组 (即由两条边连接的三个节点, 亦即 2-star 网络) 的个数。

聚类系数衡量了“**传递三元组**”的比例。

聚类系数案例

请计算如下网络的聚类系数 (答案: 0.75)。

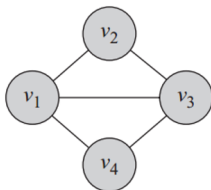


图 12: 聚类系数计算

游戏: 两人一组, 在微信好友列表或微信朋友圈, (随机) 找到 6 个不同的好友, 则这 6 个好友共构成 15 个节点对, 请粗略估计自己和这 6 个好友组成的 7 人网络, 其聚类系数为多少。

平均路径长度

平均路径长度为

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i \neq j} d(n_i, n_j)}{g(g-1)}. \quad (8)$$

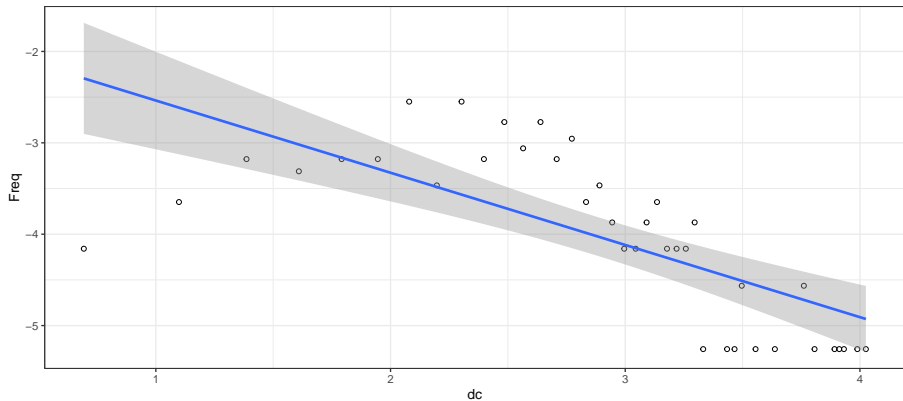
真实网络的平均路径长度大多在 4-6 之间。

真实网络案例



度分布

法国的博客网络 fblog, 包含 192 个节点和 1431 条边。



估计幂律指数

```
lm(formula = Freq ~ dc, data = u)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-1.8643	-0.4113	0.0175	0.4720	1.0598

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-1.747	0.384	-4.55	5.7e-05 ***
dc	-0.790	0.128	-6.18	3.5e-07 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.65 on 37 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.508, Adjusted R-squared: 0.495

F-statistic: 38.2 on 1 and 37 DF, p-value: 3.54e-07

主要参数

我们计算三个主要参数：

- 平均度
- 聚类系数
- 平均路径长度

degree	clustering coefficient	distance
14.91	0.3858	2.539

随机网络

设置 $n = 192$, $p = 15/192 = 0.078$, 创建随机网络。

进而计算三个主要参数。

degree	clustering coefficient	distance
15.14	0.07586	2.198

随机网络：

- 度不是幂律分布
- 聚类系数过低

小世界网络

设置 $n = 192$, 重链概率 $\beta = 0.078 \in (0.01, 0.1)$, 创建小世界网络。
进而计算三个主要参数。

degree	clustering coefficient	distance
16	0.4434	2.479

小世界网络：

- 度不是幂律分布

小世界网络生成算法

使用参数 β 控制模型的随机性。初始模型是规则网络，并按照参数 β 重连。重连 (rewiring) 即将节点 V_i 和 V_j 之间的现有边，以概率 β 替换为 V_i 和 V_k 之间不存在的边。 $0 \leq \beta \leq 1$ 控制模型的随机程度。 $\beta = 0$ 时，模型为规则网络； $\beta = 1$ 时，模型变为随机网络。

Algorithm 4.1 Small-World Generation Algorithm

Require: Number of nodes $|V|$, mean degree c , parameter β

```

1: return A small-world graph  $G(V, E)$ 
2:  $G =$  A regular ring lattice with  $|V|$  nodes and degree  $c$ 
3: for node  $v_i$  (starting from  $v_1$ ), and all edges  $e(v_i, v_j), i < j$  do
4:    $v_k =$  Select a node from  $V$  uniformly at random.
5:   if rewiring  $e(v_i, v_j)$  to  $e(v_i, v_k)$  does not create loops in the graph or
     multiple edges between  $v_i$  and  $v_k$  then
6:     rewire  $e(v_i, v_j)$  with probability  $\beta$ :  $E = E - \{e(v_i, v_j)\}, E =$ 
        $E \cup \{e(v_i, v_k)\};$ 
7:   end if
8: end for
9: Return  $G(V, E)$ 
```

优先连接网络

设置 $n = 192$, 幂律指数 $b = 0.79$, 创建优先连接网络。

进而计算三个主要参数。

degree	clustering coefficient	distance
15.62	0.1567	2.202

优先连接网络：

- 聚类系数过低

优先连接网络生成算法

优先连接网络生成算法更为简单。

Algorithm 4.2 Preferential Attachment

Require: Graph $G(V_0, E_0)$, where $|V_0| = m_0$ and $d_v \geq 1 \forall v \in V_0$, number of expected connections $m \leq m_0$, time to run the algorithm t

- 1: **return** A scale-free network
 - 2: //Initial graph with m_0 nodes with degrees at least 1
 - 3: $G(V, E) = G(V_0, E_0)$;
 - 4: **for** 1 to t **do**
 - 5: $V = V \cup \{v_i\}$; // add new node v_i
 - 6: **while** $d_i \neq m$ **do**
 - 7: Connect v_i to a random node $v_j \in V, i \neq j$ (i.e., $E = E \cup \{e(v_i, v_j)\}$)
 with probability $P(v_j) = \frac{d_j}{\sum_k d_k}$.
 - 8: **end while**
 - 9: **end for**
 - 10: Return $G(V, E)$
-

典型网络的属性比较

我们最后比较典型网络的主要属性:

	degree	clustering coefficient	distance
fblog	15	0.39	2.5
random	15	0.076	2.2
sw	16	0.44	2.5
pa	16	0.16	2.2

Section 3

案例 (2 个课时)

本节知识点

- SNA 与文献分析
- SNA 与健康行为分析

7.3.1 医学领域案例：文献分析

- CiteSpace 中文版指南
- CiteSpace 讲义

7.3.2 医学领域案例：行为分析

- 孟加拉国 Dhaka 城市贫民社区中青年的精神健康问题研究
- 智能穿戴设备的扩散研究