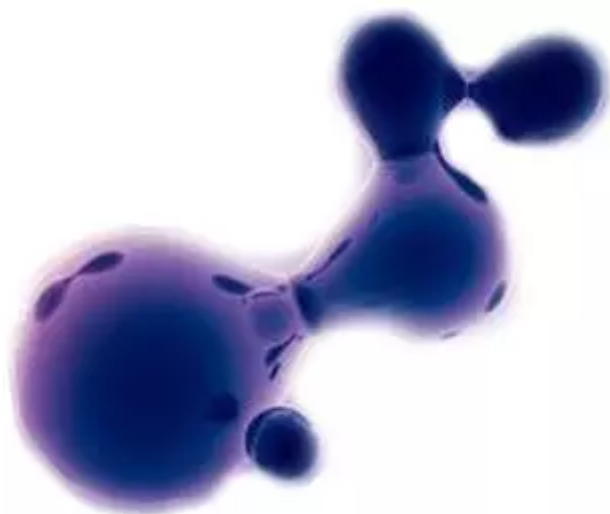


Ebay 面试题 | 分裂成两个和相等的子集

原创 2016-11-26 王助教 九章算法

---还没关注?伸出中指点这里-----



分裂成两个和相等的子集

题目描述



给定一个只包含正整数的非空数组
判断该数组能否分成两个和相等的子数组



样例输入

输入[1,5,11,5]，返回 true . 可以分为[1,5,5]和[11]
输入[1,2,3,5]，返回false. 无法分为相等的两个子数组

算法分析

本题需要判断

“数组能否分为两个和想等的子数组”

等价于

“在数组中选取一定数目的元素，能否使得选择的元素之和为 $\text{sum}/2$ (sum 为数组中所有元素的和)”

而等价的问题就是**经典的0-1背包问题**，即给定一个正整数数组，能否从数组中选取一定数量的元素，使得这些元素的和恰好为 $\text{sum}/2$ 。

解决方案

1

直观想法

枚举原数组的所有子集

计算每个子集的元素之和能否等于 $\text{sum}/2$

但是含有 n 个元素的数组的子集数目为 2^n 个

这样算法的复杂度是指数级别的，在 n 比较大的时候并不可行。

2

动态规划的思想

假设数组中存在子集 $\text{num}_1, \text{num}_2, \dots, \text{num}_k$ 满足和为 $\text{sum}/2$ ，那么，从该子集中去掉最后一个元素 num_k ，其和一定为 $\text{sum}/2 - \text{num}_k$ 。也就是说子问题

是否存在一个子集，其和为 $\text{sum}/2 - \text{num}_k$ ，
该问题一定是有解的
(可以用反证法证明)

这样，我们可以确定，原问题有解当且仅当子问题有解。这样，我们就把一个规模比较大的问题归结成了规模比较小的子问题。这就是**动态规划的思想**。

如何确定子问题有解

假设 $\text{dp}[i][j]$ 表示数组中前 i 个元素能否得到和为 j 的子数组

$\text{dp}[i][j] = 1$ 表示前 i 个元素能够得到和为 j 的子数组

$\text{dp}[i][j] = 0$ 表示不能得到

那么对于第*i*个元素来说，有两种情况，一种是第*i*个元素在和为*j*的子数组中，那么对于前*i*-1个元素来讲，应该得到和为*j*-nums[i]的子数组；另一种情况是第*i*个元素不在和为*j*的子数组中，那么对于前*i*-1个元素来讲，应该得到和为*j*的子数组。上述两种情况**成立其一**就可以保证能够得到合法解。因此我们有以下关系：

$$dp[i][j] = dp[i-1][j] \mid dp[i-1][j-nums[i]]$$

优化空间复杂度

上述解法的时间复杂度和空间复杂度均为 $O(n \times sum)$ 的，由于问题中， $n \times sum = 200 \times 100 \times 200 = 4 \times 10^6$ ，我们x需要优化空间复杂度。进一步思考我们发现：

第*i*次迭代的过程只与第*i*-1次迭代过程有关系
而与前*i*-2次迭代过程无关

因此我我们首先可以考虑使用**2×sum的滚动数组**来解决此题。此时可以把空间复杂度压缩到 $O(sum)$ 。

3

一维动态规划的思想

假设dp[j]表示第*i*轮迭代能否得到和为*j*的子数组
那么只要保证此时数组中存储的是
上一轮（*i*-1轮）迭代的结果
我们就可以去掉一个维度

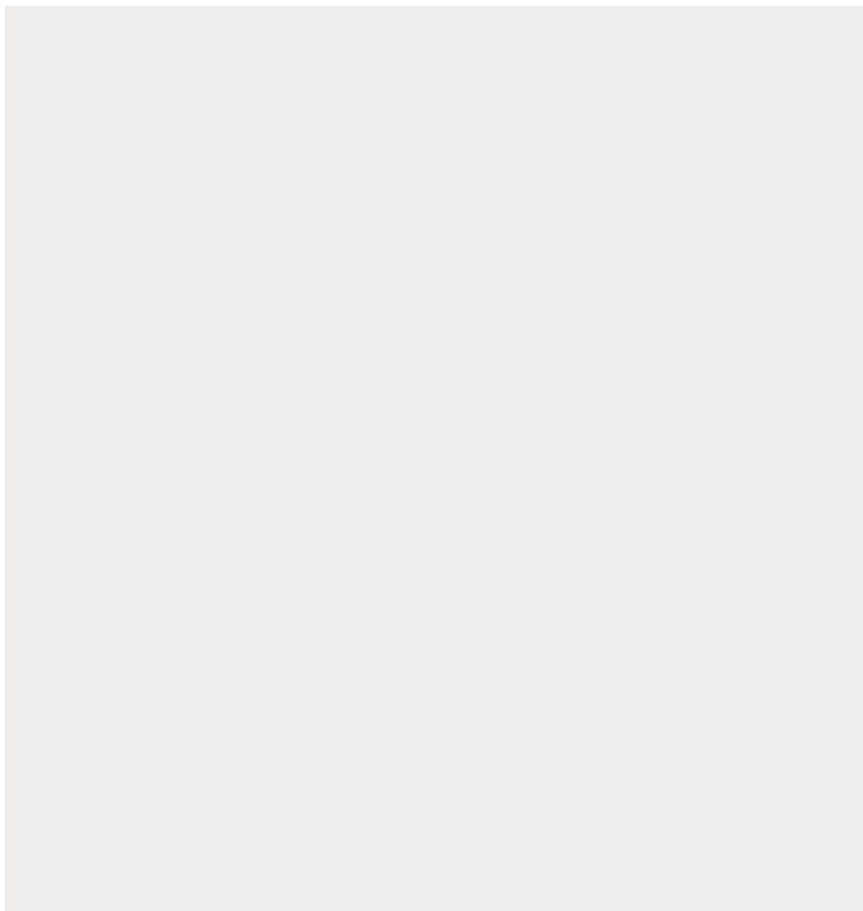
因此我们有如下关系：

$$dp[j] = dp[j] \mid dp[j - nums[i]]$$

但是这种情况下，内层循环必须从大往小循环（请读者思考为什么）。

参考代码

下面给出 $O(sum)$ 空间复杂度的一维动态规划解法。



面试官角度分析

本题是动态规划的经典问题**0-1背包的简单变形**，给出动态规划算法可以达到hire的程度。

相关Lintcode面试题

<http://www.lintcode.com/zh-cn/problem/backpack-i/>

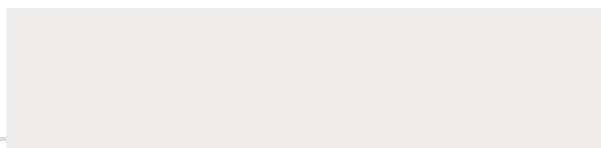
<http://www.lintcode.com/zh-cn/problem/backpack-ii/>

<http://www.lintcode.com/zh-cn/problem/backpack-iii/>

<http://www.lintcode.com/zh-cn/problem/backpack-vi/>

<http://www.lintcode.com/zh-cn/problem/backpack-v/>

想进FLAG实习？九章帮你系统讲解面试算法，解决面试时常见算法问题



《九章算法强化班》正在开课中！

适合希望拿Google/Facebook/Amazon 等大IT企业offer的同学。适合有一定算法基础，但还不能有效解答中等以上难度题目、变形题、follow up 问题的同学。错过第一节，不影响后续课程，可在下期试听课免费补！

美西时间 12月3日 13:00-15:00 (周六)

美东时间 12月3日 16:00-18:00 (周六)

北京时间 12月4日 05:00-07:00(周日a.m)

第一节免费试听！！

报名网址<http://t.cn/RAC7Era>, 或猛戳 **“阅读原文”**

阅读原文
