Reporte Final Eficiencia de Láser

Walter Urbano Leyva

December 2018

Sistema de 3 niveles:

Generalmente, no es práctico excitar átomos a un estado meta-estable. De manera que es más sencillo manejar un sistema de 3 niveles de energía (ver figura 1). En este caso los átomos se encuentran en el estado base (nivel más bajo de energía). Energía de una fuenta externa puede excitar los átomos haciendo que estos suban a un nivel de mayor energía (por un tiempo muy pequeño) por encima del estado meta-estable.

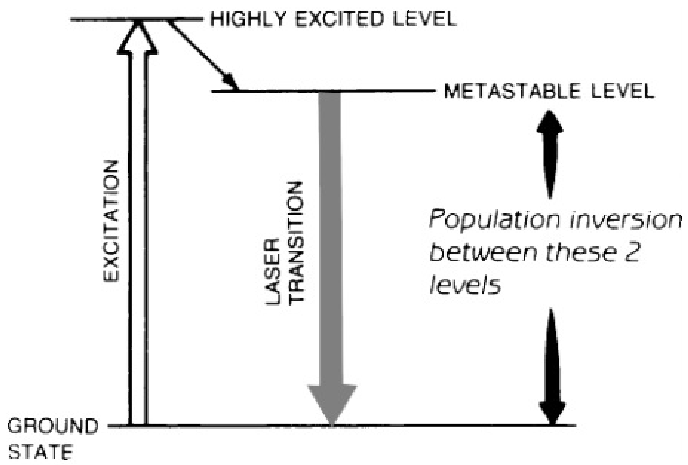

Figura 1. Niveles de energía en un sistema de 3 niveles.

Una vez que estos átomos se encuentran en este nivel excitado, decaen rápidamente al estado meta-estable, en donde los átomos pueden estar 100 veces más tiempo que en el nivel superior. Este proceso acumula una larga cantidad de átomos en el meta-estado dando lugar a una *Inversión de Población* entre el este nivel y el base. Los fotones que son emitidos de manera espontánea por el meta-estado generan un mayor número de fotones por emisión estimulada.

Amplificación y Ganancia

Amplificación es un proceso donde se incrementa la intensidad de una señal. Para amplificar luz, se necesita generar más fotones de la misma longitud de onda de entrada. La emisión estimulada puede hacer esto si el medio operante es excitado cuando tiene una inversión de población a la misma longitud de onda que la de entrada. Mientras que haya una inversión de población, un fotón tiende más a estimular una emisión que a ser absorbido por un átomo de un nivel de energía más bajo. Después de que de la primera emisión estimulada, ahora se tienen dos fotones con la misma energía y en fase el uno con el otro. Justo como el primer fotón que fue emitido espontáneamente, cada uno de nuestro par de fotones tiende más a encontrarse con un átomo de un nivel energético más alto que con uno que se encuentre en nivel más bajo. Por lo tanto, estos fotones provocarán una emisión estimulada, y así sucesivamente hasta generar una avalancha.

En la física de lasers, se mide la cantidad de ampificación como ganancia, la cantidad de emisión estimulada que un fotón puede generar a medida que viaja por unidad de distancia. Por ejemplo, una ganancia de 0.05 por centímetro indica que un fotón genera en promedio 0.05 de emision estimulada de fotones por centímetro que viaja. Una ganancia de 2 por centímetro significa que un fotón genera dos fotones más por cada centímetro que avanza.

Entonces el factor de amplificación A, que mide el incremento en potencia a través de la longitud del medio laser L con una ganancia G por unidad de longitud, es una exponencial:

$$A = \exp\big(GL\big) = e^{GL} \tag{1}$$

Excitación de un láser de gas

La forma más común de excitar los láser de gas es por medio de una descarga eléctrica que atraviesa el contenedor del medio amplificador. Otra forma es sometiendo el gas a un fuerte campo de microondas que excite los átomos o moléculas del gas.

Ecuaciones de razón para un sistema de 3 niveles

Supongamos que los átomos tienen 3 (digamos 0,1 y 2) niveles entre los cuales puede haber transiciones. De modo que las transiciones de darán entre los niveles mostrados en la figura 1. Entonces, las ecuaciones que rigen la población (N_0, N_1, N_2) de los niveles mostrados en la figura 1, que son: El áltamente excitado, el meta-estable y el nivel base. Por lo tanto, las ecuaciones son:

$$\frac{dN_2}{dt} = N_0 R_{02} - \frac{N_2}{\tau_{21}} \tag{2}$$

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{N_2}{\tau_{21}} - \frac{N_1}{\tau_{10}} + [N_0 - N_1]\frac{\sigma_{10}}{h\nu} I \tag{3}$$

$$\frac{dN_0}{dt} = \frac{N_1}{\tau_{10}} - [N_0 - N_1]\frac{\sigma_{10}}{h\nu} I - N_0 R_{02} \tag{4}$$

donde R_{02} es el bombeo (aún no especificamos el mecanismo), τ_{ij} es el tiempo decaimiento entre los niveles i y j, I es la intensidad del haz que se propaga en el medio amplificador y σ_{10} es la sección eficaz de la transición entre los niveles 1 y 0.

Hemos supuesto que la radiación es perfectamente monocromática y que el ensanchamiento es homogéneo. Como hemos supuesto que solamente hay 3 niveles, un átomo forzosamente debe estar enuno de estos 3 estados, por lo que

$$N_0 + N_1 + N_2 = N_{total} = Constante. \tag{5}$$

entonces

$$\therefore \sum_i \frac{dN_i}{dt} = \frac{dN_{total}}{dt} = 0 \tag{6}$$

Vemos que la ecuación (6) se cumple si sumamos las ecuaciones (2)-(4).

Estas ecuaciones están acopladas y en general no pueden ser resueltas analíticamente. Sin embargo, sí se pueden resolver haciendo algunas consideraciones de aproximación.

Soluciones del estado estacionario

Por definición, un estado estacionario es aque donde la derivada temporal de una función f es cero, es decir,

$$\frac{df}{dt} = 0$$

de modo que igualando nuestras ecuaciones (2)-(4) a cero, obtenemos que

$$\frac{dN_2}{dt} = N_0 R_{02} - \frac{N_2}{\tau_{21}} = 0 \tag{7}$$

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{N_2}{\tau_{21}} - \frac{N_1}{\tau_{10}} + [N_0 - N_1]\frac{\sigma_{10}}{h\nu} I = 0 \tag{8}$$

$$\frac{dN_0}{dt} = \frac{N_1}{\tau_{10}} - [N_0 - N_1]\frac{\sigma_{10}}{h\nu} I - N_0 R_{02} = 0 \tag{9}$$

de aquí vemos que

$$N_2 = N_0 R_{02} \tau_{21} \tag{10}$$

Ahora despejamos N_1 y usamos la ec. (10) entonces tenemos que

$$N_1 = N_0 \tau_{10} \left[\frac{R_{02} h\nu + \sigma_{10} I}{h\nu + \tau_{10}\sigma_{10} I} \right] \tag{11}$$

entonces, definimos $I_{sat} = \frac{h\nu}{\sigma_{10}\tau_{10}}$ y simplficando obtenemos

$$N_1 = N_0 \left[\frac{R_{02}\tau_{10} + \frac{I}{I_{sat}}}{1 + \frac{I}{I_{sat}}} \right] \tag{12}$$

de modo que para la inversión de población $\Delta N = N_2 - N_1$, tenemos...

$$\Delta N = N_0 R_{02} \tau_{21} - N_0 \left[\frac{R_{02}\tau_{10} + \frac{I}{I_{sat}}}{1 + \frac{I}{I_{sat}}} \right] \tag{13}$$

$$\Delta N = N_0 \left[R_{02}\tau_{21} - \left(\frac{R_{02}\tau_{10} + \frac{I}{I_{sat}}}{1 + \frac{I}{I_{sat}}} \right) \right] \tag{14}$$

$$\Delta N = N_0 \left[\frac{R_{02}(\tau_{21} - \tau_{10}) + \frac{I}{I_{sat}}(R_{02}\tau_{21} - 1)}{1 + \frac{I}{I_{sat}}} \right] \tag{15}$$

Amplificación en un medio de 3 niveles

La intensidad de un haz incidente en un medio con una inversión de población está regida por la siguiente ecuación

$$\frac{dI_\nu}{dz} = I_\nu \Delta N \sigma_{21} \tag{16}$$

Para el caso en que $\tau_{10} \to 0$, y sustituyendo ΔN en (16), tenemos que

$$\frac{dI_\nu}{dz} = I_\nu \sigma_{21} N_0 \left[\frac{R_{02}\tau_{21} + \frac{I_\nu}{I_{sat}}(R_{02}\tau_{21} - 1)}{1 + \frac{I_\nu}{I_{sat}}} \right] \tag{17}$$

$$\frac{dI_\nu}{dz} = I_\nu \sigma_{21} N_0 \left[\frac{R_{02}\tau_{21} + \frac{I_\nu}{I_{sat}} R_{02}\tau_{21} - \frac{I_\nu}{I_{sat}}}{1 + \frac{I_\nu}{I_{sat}}} \right] \tag{18}$$

$$\frac{dI_\nu}{dz} = I_\nu \sigma_{21} N_0 \left[\frac{R_{02}\tau_{21}(1 + \frac{I_\nu}{I_{sat}}) - \frac{I_\nu}{I_{sat}}}{1 + \frac{I_\nu}{I_{sat}}} \right] \tag{19}$$

En general el bombeo R_{02} puede depender de z. Supongamos por ahora que es constante; además supongamos que $I_\nu \ll I_{sat}$ entonces,

$$\frac{dI_\nu}{dz} \approx I_\nu \sigma_{21} N_0 \big(R_{02}\tau_{21} - \frac{I_\nu}{I_{sat}} \big) \tag{20}$$

la solución de está ecuación diferencial es

$$I_\nu(z) = C_1 \frac{e^{\sigma_{21} N_0 R_{02} \tau_{21} z}}{C_2 e^{\sigma_{21} N_0 R_{02} \tau_{21} z} + 1} \tag{21}$$

donde C_1 y C_2 son constantes a determinar dadas las condiciones iniciales.

vemos que para intensidades bajas el crecimiento de la intensidad es de la forma $\tanh z$. Como los valores que toma z son pequeños, podemos decir que el crecimiento es lineal dentro de un rango pequeño, de modo que en este caso tenemos una ganancia saturada.

Veamos ahora el caso en que $I_\nu \gg I_{sat}$, entonces

$$\frac{dI_\nu}{dz} \approx I_\nu \sigma_{21} N_0 \big(R_{02}\tau_{21} - 1 \big) \tag{22}$$

La solución para esta ecuación diferencial es directa, es una exponencial de la forma:

$$I_\nu(z) = I_\nu(0) e^{\sigma_{21} N_0 (R_{02}\tau_{21} - 1) z} \tag{23}$$

Ahora vemos que para intensidades altas el crecimiento de la intensidad es exponencial, con una ganancia $\gamma_0 = \sigma_{21} N_0 (R_{02}\tau_{21} - 1)$. A esto se le conoce como la ganancia sin saturación.

Oscilación láser

Supongamos que tenemos un láser compuesto por dos espejos con reflectividades R_1 y R_2 , y un medio de ganancia (en nuestro caso sería el gas de acetileno) con una longitud L (imaginemos un tubo cilíndrico, cuyas tapas son los espejos y tiene altura L). Para que haya oscilación, la ganancia debe ser mayor a las pérdidas. De modo qué

$$R_1 R_2 e^{2\gamma L} e^{-2\alpha L} \geq 1 \tag{24}$$

Por lo que,

$$e^{2\gamma L} e^{-2\alpha L} \geq \frac{1}{R_1 R_2} \tag{25}$$

despejando γ,

$$\gamma = \alpha - \frac{\ln R_1 R_2}{2L} \tag{26}$$

donde α es el factor de pérdida por unidad de longitud. y Definimos esta cantidad como γ_{umbral}, entonces

$$\gamma_{umbral} = \alpha - \frac{\ln R_1 R_2}{2L} \tag{27}$$

γ_{umbral} es la ganancia por unidad de longitud mínima para que pueda haber oscilación. por otro lado, justo en el umbral de oscilación de intensidad del haz dentro del láser es cero. Ahora igualamos esto a nuestra γ_0 obtenida anteriormente, entonces

$$\gamma_{umbral} = \gamma_0 = \alpha - \frac{\ln R_1 R_2}{2L} \tag{28}$$

$$\alpha - \frac{\ln R_1 R_2}{2L} = \sigma_{21} N_0 (R_{02} \tau_{21} - 1) \tag{29}$$

despejamos el bombeo R_{02}

$$\alpha - \frac{\ln R_1 R_2}{2L} = \sigma_{21} N_0 R_{02} \tau_{21} - \sigma_{21} N_0 \tag{30}$$

$$\alpha - \frac{\ln R_1 R_2}{2L} + \sigma_{21} N_0 = \sigma_{21} N_0 R_{02} \tau_{21} \tag{31}$$

$$\therefore R_{02}^{umbral} = \left(\frac{1}{\sigma_{21} N_0 \tau_{21}}\right)\left(\alpha - \frac{\ln R_1 R_2}{2L} + \sigma_{21} N_0\right) \tag{32}$$

Ahora analicemos un poco, ¿qué pasa cuando el bombeo es mayor al bombeo umbral?. Por definición de estado estacionario, la ganancia forzosamente debe ser igual a las pérdidas; de otra manera la intensidad de la luz dentro de la cavidad aumentaría en cada vuelta que diera debido a la reflexión por los espejos. La intensidad dentro de la cavidad satura la ganancia de tal manera que la inversión de población se mantiene constante sin importar el nivel de bombeo. Vemos que pasa con la inversión de población umbral:

$$\Delta N = \Delta N^{Umbral} \tag{33}$$

para

$$R_{02} > R_{02}^{umbral}$$

donde la inversión de población umbral está dada por (tomando la ec. (15)):

$$\Delta N^{umbral} = N_0 \left[\frac{R_{02}^{umbral}(\tau_{21} - \tau_{10}) + \frac{I}{I_{sat}}(R_{02}^{umbral}\tau_{21} - 1)}{1 + \frac{I}{I_{sat}}} \right] \tag{34}$$

$$\Delta N^{umbral} = N_0 \left[\frac{\left(\frac{1}{\sigma_{21} N_0 \tau_{21}}\right)\left(\alpha - \frac{\ln R_1 R_2}{2L} + \sigma_{21} N_0\right)(\tau_{21} - \tau_{10}) + \frac{I}{I_{sat}}(\left(\frac{1}{\sigma_{21} N_0 \tau_{21}}\right)\left(\alpha - \frac{\ln R_1 R_2}{2L} + \sigma_{21} N_0\right)\tau_{21} - 1)}{1 + \frac{I}{I_{sat}}} \right] \tag{35}$$

Conclusiones

Se hizo un análisis para un estado estacionario de un sistema de 3 niveles, es un caso sencillo pero que ayuda a entender los conceptos básicos del funcionamiento de un láser considerando que los átomos pueden hacer transiciones entre 3 niveles de energía. Como se especificó al inicio del análisis no se mencionó el mecanismo de bombeo de este sistema. El objetivo de esta investigación era encontrar una expresión para el bombeo del sistema de manera que la energía suministrada fuera limpia. Esto usando la luz del sol de alguna manera para poder alimentar el láser y así poder calcular la eficiencia de este mismo. Sin embargo, no se cumplió con el objetivo aunque el trabajo realizado hasta aquí, se puede usar como base para dar continuidad a la investigación. La Formas de alimentar un láser de gas es por una diferencia de potencial o usando otro láser, el reto es encontrar la forma de usar la energía solar para usar uno de estos dos procesos de bombeo.