

树状数组新应用

Algorithm by LHX

问题的提出

- 维护线性表 $A[]$
- 支持两种操作
 - Insert (a, b, c)
 - 将 $A[a], A[a+1], \dots, A[b]$ 都增加 c
 - Query (a, b)
 - 求 $A[a] + A[a+1] + \dots + A[b]$

历史回顾

- 经典算法
 - 线段树
- 新型算法
 - 树状数组

问题转化

- 区间操作 \Rightarrow 前缀操作
 - Insert (a , b , c)
 - Insert (0 , $a - 1$, - c)
 - Insert (0 , b , c)
 - Query (a , b)
 - Query (0 , b) - Query (0 , $a - 1$)

进一步转化

- 设已进行的插入操作为 $\text{Insert} (L_i, D_i)$
- 当询问 $A[1] + A[2] + \dots + A[k]$ 时，有两种情况：
 - 当 $L_i \leq k$ 时，
 - 贡献为 $L_i * D_i$
 - 当 $L_i > k$ 时，
 - 贡献为 $k * D_i$

分别维护

- 对于 $L_i \leq k$ 的情况
 - 维护线性表 $B[]$
 - Insert (L_i, D_i) $\Rightarrow B[L_i]$ 增加 $L_i * D_i$
 - Query (K_i) \Rightarrow 询问 $B[1]+B[2]+\dots+B[K_i]$
- 对于 $L_i > k$ 的情况
 - 维护线性表 $C[]$
 - Insert (L_i, D_i) $\Rightarrow C[1], C[2], \dots, C[L_i-1]$ 增加 D_i
 - Query (K_i) \Rightarrow 询问 $C[K_i] * K_i$
- 显然树状数组可以在 $O(\log N)$ 时间完成维护

膜拜教主！谢谢大家！