

SCHAUM'S  
ouTlines

全美经典 学习指导系列

# 电机与机电学

[美] S. A. 纳萨尔 著

蔡慧 译

涵盖全部课程基础

280余道精选习题及其详解

迅速提高解题能力

大大节省学习时间

最佳的自学、自测参考书



科学出版社



麦格劳-希尔教育出版集团

TV-0303.01011

责任编辑:王利 巴建芬

全球销量  
超越 的

SCHAUM'S  
ouTlines

# “全美经典学习指导系列” 是您的最佳 学习伴侣!

40年来最畅销的教辅系列  
全美著名高校资深教授倾力之作  
国内重点高校任课教师全力推荐并担当翻译  
省时高效的学习辅导,全面详细的习题解答  
迄今为止国内最全面的教辅系列  
覆盖大学理工科专业

## 全美经典学习指导系列

微分和积分	2000工程力学习题精解	电气工程基础
微分方程	工程力学	工程电磁场基础
复变函数	2000物理习题精解	数字信号处理
Mathematica应用指南	金体力学	数字系统导论
数理电磁学	物理学基础	数字原理
机械振动	材料力学	电机与机电学
热力学	2000离散数学习题精解	基本电路分析
热力学第二定律(上)	工程热力学	信号与系统
热力学第二定律(下)	数值分析	微生物学
热力学	量子力学	生物化学
热力学与材料力学	有机化学学习题精解	生物学
热力学基础	2000化学习题精解	分子和细胞生物学
热力学	大学化学学习题精解	人体解剖与生理学
三相热力学	电路	

<http://www.schaums.org>

<http://www.tytcjiaozhu.com>

ISBN 7-03-009048-9



9 787030 090485 >

Mc  
Graw  
Hill

ISBN 7-03-009048-9/TN · 353

定价: 17.00 元

全美经典学习指导系列

# 电机与机电学

[美]S.A.纳萨尔 著

蔡 慧 译

科学出版社

麦格劳-希尔教育出版集团

2002

## 内 容 简 介

本书为全美经典学习指导系列丛书之一。

本书可作为大学工科基础课教学参考书。全书共有8章,主要介绍了电机和电动机械的基本理论,内容涵盖了磁路、功率变压器、机电系统、直流电机、多相感应电动机、同步电机、单相电动机和永磁机、电动机的电气控制等。每章的结构相同,先介绍基本理论,然后给出了习题的详细求解过程,最后列出了一些补充习题,所有习题都附有答案。

本书可作为大专院校电气类、电子信息类、计算机类和其他有关专业学生的辅导教材,也可供有关工程技术人员参考。

**Syed A. Nasar: Schaum's Outlines Electric Machines and Electromechanics, Second Edition**  
**ISBN: 0-07-045994-0**

Copyright © 1998, 1981 by the McGraw-Hill Companies, Inc.

Authorized translation from the English language edition published by McGraw-Hill Companies, Inc.  
All rights reserved.

本书中文简体字版由科学出版社和美国麦格劳-希尔教育出版集团合作出版,未经出版者书面许可,不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分。

版权所有,翻印必究。

本书封面贴有 McGraw-Hill 公司防伪标签,无标签者不得销售。

**图字:01-2001-1760 号**

### 图书在版编目(CIP)数据

电机与机电学/[美]纳萨尔(Nasar S.A.)著;蔡慧译. —北京:科学出版社,2002  
(全美经典学习指导系列)

ISBN 7-03-009048-9

I. 电… II. ①纳…②蔡… III. 电机学—高等学校—教学参考资料 IV. TM3

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第074084号

**科学出版社 出版**

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

**丽源印刷厂 印刷**

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2002年1月第一版 开本:A4(890×1240)

2002年1月第一次印刷 印张:9 3/4

印数:1—5 000 字数:274 000

**定价:17.00 元**

(如有印装质量问题,我社负责调换〈北燕〉)

## 前 言

在大多数工程类学校中，电机和机电学是大学电气工程专业的必修课程。本书的目的就在于为此课程提供辅助教材，它也可作为本课程的复习资料，或用作自学者的入门教材。在每一章中均对有关的主题内容加以简短的回顾，并对关键公式加以总结。在某些情况下，对公式的推导过程以例题的形式进行阐述。

本书所覆盖的主题范围相当广泛。本书从简单的直流磁路研究开始，以直流和交流电机电气控制的相关章节结束，覆盖了整个课程研究范围的 400 多道例题，有助于读者更好地理解和分析。

在第二版中保留了第一版的题目。第 2 章详细阐述了变压器等值电路的变换，增加了一节仪用变压器的内容，并增加了一节节能交流电动机的内容。在修订中主要对第 7 章的内容加以调整，删除了线性感应电动机、电磁泵和单极电机的相关章节，该章的研究重点在于小型电动机，所以增加了单相感应电动机的起动、永磁电动机和磁滞电动机的相关章节。在第 8 章中，功率半导体器件的内容完全保留。最后在每一章中都增添了新的习题。

S. A. 纳萨尔

# 目 录

## 前 言

<b>第1章 磁路</b> .....	<b>1</b>
1.1 引言和基本概念 .....	1
1.2 磁导率和饱和 .....	2
1.3 磁路定律 .....	3
1.4 交流作用和损耗 .....	3
1.5 叠压系数 .....	4
1.6 边缘效应 .....	4
1.7 磁场中的能量储存 .....	4
1.8 电感计算 .....	4
1.9 带有永久磁铁的磁路 .....	5
习题解答 .....	7
补充习题 .....	15
<b>第2章 功率变压器</b> .....	<b>17</b>
2.1 变压器运行和法拉第定律 .....	17
2.2 变压器的电动势方程 .....	18
2.3 变压器的损耗 .....	18
2.4 非理想变压器的等值电路 .....	18
2.5 变压器试验 .....	19
2.6 变压器的连接 .....	20
2.7 自耦变压器 .....	22
2.8 仪用变压器 .....	22
习题解答 .....	23
补充习题 .....	30
<b>第3章 机电系统</b> .....	<b>33</b>
3.1 机电能量转换 .....	33
3.2 力和力矩方程 .....	34
3.3 机电动力学 .....	35
3.4 机电模拟 .....	37
习题解答 .....	37
补充习题 .....	45
<b>第4章 直流电机</b> .....	<b>49</b>
4.1 工作原理 .....	49
4.2 换向器的作用 .....	50
4.3 电枢绕组及物理特征 .....	50
4.4 电动势方程 .....	51
4.5 转矩方程 .....	52
4.6 转速方程 .....	52
4.7 电机分类 .....	52
4.8 气隙磁场和电枢反应 .....	52

4.9 电抗电动势和换向 .....	53
4.10 并励发电机中电压上升时的饱和效应 .....	55
4.11 损耗和效率 .....	56
4.12 电动机和发电机特性 .....	56
4.13 直流电动机动态特性 .....	56
习题解答 .....	57
补充习题 .....	65
<b>第5章 多相感应电动机 .....</b>	<b>68</b>
5.1 概述 .....	68
5.2 电枢绕组的磁动势 .....	68
5.3 旋转磁场的形成 .....	70
5.4 转差; 电机等效电路 .....	70
5.5 等效电路计算 .....	72
5.6 能量-效率感应电动机 .....	73
5.7 根据试验数据得到的近似等效电路参数 .....	74
习题解答 .....	75
补充习题 .....	82
<b>第6章 同步电机 .....</b>	<b>85</b>
6.1 类型和结构特点 .....	85
6.2 发电机和电动机运行; 电动势方程 .....	85
6.3 发电机空载、短路和电压调节特性 .....	87
6.4 隐极式电机的功率角特性 .....	88
6.5 隐极式电动机的特性 .....	89
6.6 凸极式同步电机 .....	89
6.7 同步电机的过渡过程 .....	90
习题解答 .....	92
补充习题 .....	103
<b>第7章 单相电动机和永磁电机 .....</b>	<b>106</b>
7.1 小型交流电动机 .....	106
7.2 单相感应电动机分析 .....	106
7.3 单相感应电动机的起动 .....	106
7.4 永磁电机 .....	108
7.5 磁滞电动机 .....	112
习题解答 .....	113
补充习题 .....	118
<b>第8章 电动机的电气控制 .....</b>	<b>120</b>
8.1 概述 .....	120
8.2 功率固态元件 .....	120
8.3 波形的有效值和平均值 .....	124
8.4 直流电动机控制 .....	124
8.5 交流电动机的控制 .....	128
8.6 SCR 换向 .....	131
习题解答 .....	132
补充习题 .....	142
<b>附录 .....</b>	<b>145</b>

## 1.1 引言和基本概念

电机和电动机械均是由耦合的电路和磁路组成。磁路是指磁通的路径,正如电路是电流的路径一样。电流和永磁体均可提供磁通。在电机中,载流导体与磁场(由导体中的电流或永磁体产生)的相互作用将导致电机的能量转换。

如图1-1所示,将一个长度为 $l$ 的导体置于一对磁极之间,设导体中流过电流 $I$ ,导体与磁通线的相对位置在图上标出。实验表明此时该导体将受到力 $F$ 的作用,力的大小为

$$F = BIl \quad (1.1)$$

此处, $B$ 是沿磁力线方向的磁通密度 $B$ 的大小,其国际单位为特斯拉(T)(此后还将对其等效单位加以简介)。式(1.1)表明 $B$ 可定义为单位电流的作用力<sup>①</sup>。式(1.1)就是安培定律的一种描述;当导体相对于磁力线为任意方向时,存在着更为一般的描述:

$$\mathbf{F} = I\mathbf{L} \times \mathbf{B} \quad (1.2)$$

其中 $\mathbf{L}$ 是在电流方向上数值 $l$ 的矢量描述;且作用力垂直于导体和磁场(图1-2)。描述力或力矩产生的安培定律[式(1.1)或式(1.2)]为电机的运转奠定了分析基础。

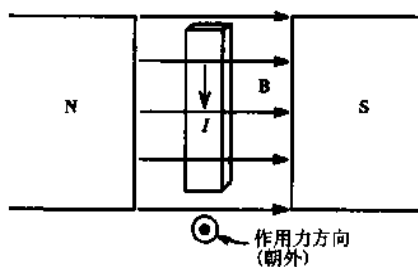


图 1-1

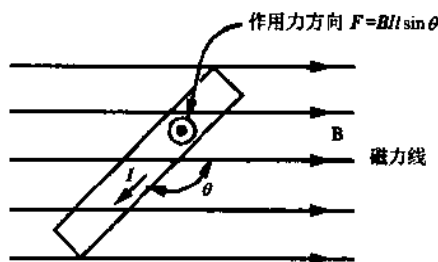


图 1-2

$B$ 穿过某一给定(开放或闭合)表面的通量称为通过该平面的磁通,记为 $\phi$ ,即

$$\phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS \quad (1.3)$$

其中 $\mathbf{n}$ 是该表面基本单元 $dS$ 外法线方向的单位矢量(图1-3)。如果 $\mathbf{B}$ 的大小均匀且与该平面正交,则对于区域 $A$ ,由式(1.3)可得

$$\phi = BA \quad (1.4)$$

因此

$$B = \frac{\phi}{A} \quad (1.5)$$

磁通的国际单位是韦伯(Wb)。式(1.5)表明 $B$ 或 $\mathbf{B}$ 的单位可表述为 $\text{Wb}/\text{m}^2$ ,即 $1\text{ T} = 1\text{ Wb}/\text{m}^2$ 。

安培环路定律描述了电流和磁场之间的相互关系,其中一种表述方式为

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = I \quad (1.6a)$$

其中 $\mathbf{H}$ 为电流 $I$ 所形成的磁场强度(单位符号为 $\text{A}/\text{m}$ )。根据式(1.6a),沿一闭合路径的 $\mathbf{H}$ 线积分等于该路径所环绕的电流。若电流穿过该闭合路径 $N$ 次(如图1-4)则式(1.6a)变为

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = NI \equiv \mathcal{F} \quad (1.6b)$$

<sup>①</sup> 疑有误, $B$ 的大小常见定义为“通过单位电流的单位长度导体上的作用力”。



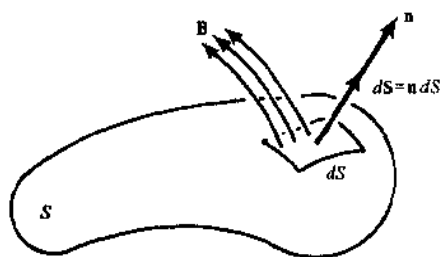


图 1-3

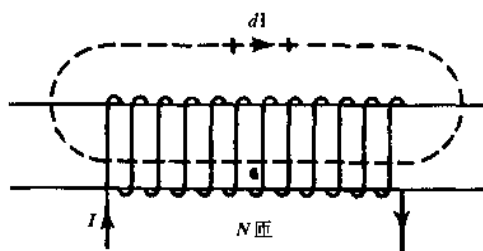


图 1-4

其中  $\mathcal{F}$  (或  $NI$ ) 称为磁动势。严格地讲,  $\mathcal{F}$  的单位与电流相同, 即为安培。然而在本书中仍遵循惯例, 引用  $\mathcal{F}$  的单位为安匝 (At), 即将匝数  $N$  看作是无量纲的单位。

磁通、磁通密度、磁动势和磁导率 (见 1.2 节) 是评价磁路性能的基本量。磁通  $\phi$  和磁动势  $\mathcal{F}$  之间的相互关系为

$$\phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}} \quad (1.7)$$

其中  $\mathcal{R}$  是磁路的磁阻。

## 1.2 磁导率和饱和

在各向同性的材料介质中, 由移动的电荷 (电流) 决定的  $\mathbf{H}$  和同时依赖于介质特性的  $\mathbf{B}$  之间满足下式描述的关系:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1.8)$$

其中  $\mu$  为介质的磁导率, 计量单位为亨利/米 (H/m) (关于亨利, 见 1.8 节)。而在真空中, 式 (1.8) 则表示为

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (1.9)$$

其中  $\mu_0$  是真空磁导率, 取值为  $4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ 。

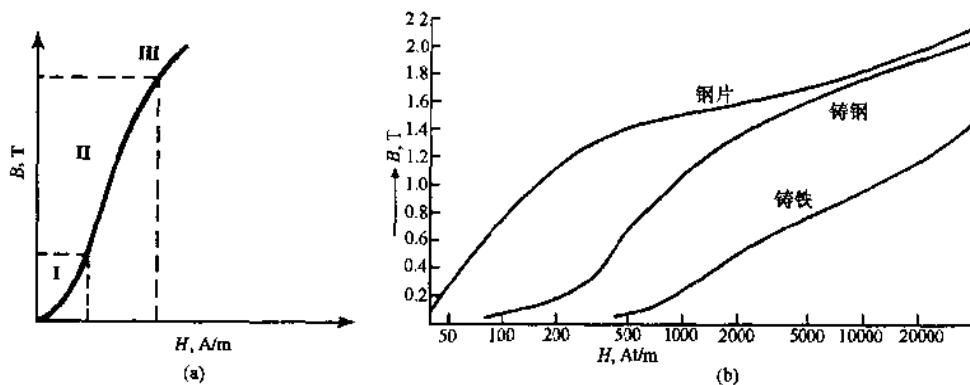


图 1-5

电机的铁心材料通常是铁磁体。B 相对于 H 的变化是非线性的, 如图 1-5(a) 中的典型饱和曲线所示。很明显, 在区域 I、II 和 III 中曲线的斜率依赖于磁通密度, 从而我们可以得到多种磁导率的概念。将式 (1.8) 重写为

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H} \quad (1.10)$$

其中  $\mu$  是磁导率,  $\mu_r = \mu / \mu_0$  被称为相对磁导率 (属于无量纲量)。 $\mu$  和  $\mu_r$  沿 B-H 曲线随着 H 的变化而变化。下面计算相对磁导率, 即常数  $\mu_0$  被提取公因子。B-H 曲线的斜率被称为微分磁导率:

$$\mu_d \equiv \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH} \quad (1.11)$$

定义初始磁导率为

$$\mu_i \equiv \frac{1}{\mu_0} \lim_{H \rightarrow 0} \frac{B}{H} \quad (1.12)$$

区域Ⅰ中(相对)磁导率等于初始磁导率,近似为常数。在这三个区域内,曲线上某一点的  $B$  相对于  $H$  的比值被称为平均磁导率:

$$\mu_a \equiv \frac{1}{\mu_0} \frac{B}{H} \quad (1.13)$$

不同的铁磁材料具有不同的饱和曲线,如图 1-5(b)所示。

### 1.3 磁路定律

在某些方面,磁路与直流阻性电路类似,其相似性可由表 1-1 表述。

表中  $l$  表示长度,  $A$  表示电路中电流或磁路中磁通穿过的路径横截面积。然而在磁路中  $l$  是磁通路径的平均长度。由于  $\phi$  类似于  $I$ ,  $\mathcal{R}$  类似于  $R$ , 串联或并联的电阻定律同样适用于磁阻。电阻  $R$  和磁阻  $\mathcal{R}$  的基本区别在于前者与能量损耗有关(其变化率是  $I^2 R$ ), 后者则不是;而且磁通会经过漏磁路(图 1-6), 面电路电流通常不会。

表 1-1 直流电路和磁路的相似点比较

电 路	磁 路
欧姆定律, $I = V/R$	$\phi = \mathcal{F}/\mathcal{R}$
电 阻, $R = l/\sigma A$	磁 阻, $\mathcal{R} = l/\mu A$
电 流, $I$	磁 通, $\phi$
电 压, $V$	磁 通 势, $\mathcal{F}$
电 导 率, $\sigma$	磁 导 率, $\mu$
电 导, $G$	磁 导, $\rho$

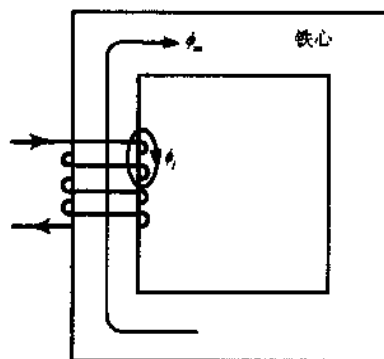


图 1-6 漏磁通  $\phi_l$  的路径

### 1.4 交流作用和损耗

如果磁动势是交流量,图 1-5 的  $B$ - $H$  曲线将变为图 1-7 中的对称磁滞回环。环内面积正比于每周的能量损耗(以热量的形式);该能量损耗被称为磁滞损耗。

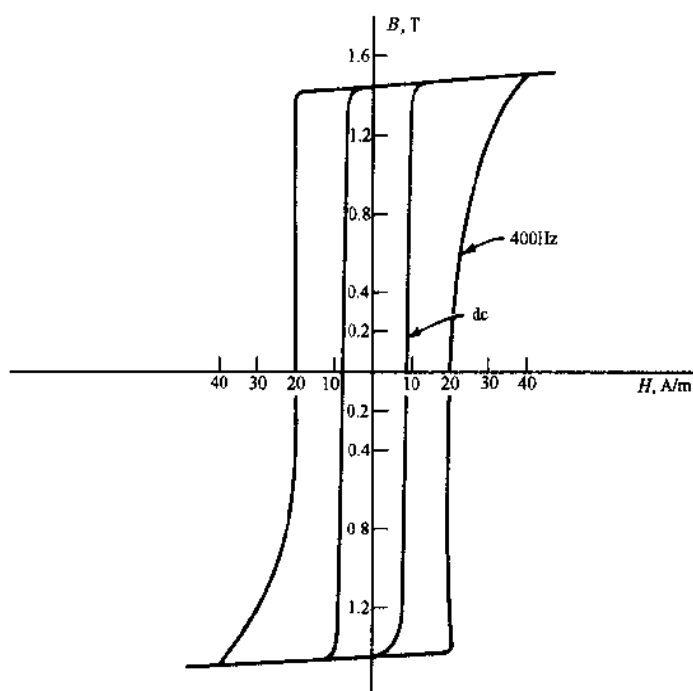


图 1-7 0.002 芯  $\delta$  合金卷绕式铁心的带状磁滞回环

在铁心材料中感应的涡流电流是交流磁路的另一特征。该磁路是由流过交变电流的线圈激励产生。由磁滞和涡流电流产生的损耗都被称为铁心损耗或铁损,近似满足

$$\text{涡流损耗: } P_e = K_e f^2 B_m^2 t^2 \text{ (W/kg)} \quad (1.14)$$

$$\text{磁滞损耗: } P_h = K_h f B_m^{1.5 \sim 2.5} \text{ (W/kg)} \quad (1.15)$$

在式(1.14)和式(1.15)中,  $B_m$  是最大磁通密度,  $f$  是交流频率,  $K_e$  是依赖于材料电导率和厚度的常数,  $K_h$  是另一个常数,  $t$  是叠片厚度(见 1.5 节)。

### 1.5 叠压系数

为了降低涡流损耗,铁心由片间具有非常薄的绝缘层的叠片或薄片叠压而成。叠片沿着与磁通平行的方向排列,如图 1-8(b)所示。涡流损耗近似正比于叠片厚度的平方。大多数电机中的叠片厚度为 0.05~0.5mm。叠压会增大铁心体积。含有磁性材料部分的实际体积与铁心总体积的比值称为叠压系数,见表 1-2。

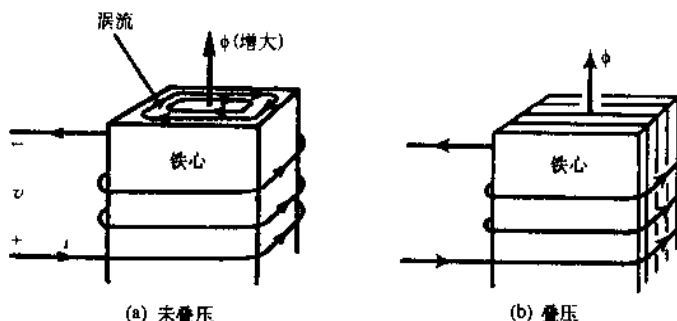


图 1-8

表 1-2

叠片厚度, mm	叠压系数
0.0127	0.50
0.0254	0.75
0.0508	0.85
0.10~0.25	0.90
0.27~0.36	0.95

由于磁滞损耗正比于磁滞回环的面积,所以常用具有狭窄磁滞环的高质量铁磁材料构成电机铁心。卷绕式铁心的损耗也较小。附录 C 给出了某些铁心材料的磁化特性。

### 1.6 边缘效应

如图 1-9 所示,在沿着由空气相隔的磁铁边缘出现的磁力线即为边缘效应。该效应随着气隙面积、气隙长度的增大而增强。

### 1.7 磁场中的能量储存

在给定体积  $v$  的区域内,磁场储存的势能  $W_m$  是如下对体积的积分:

$$W_m = \frac{1}{2} \int_v \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} dv = \frac{1}{2} \mu \int_v H^2 dv = \frac{1}{2\mu} \int_v B^2 dv \quad (1.16)$$

### 1.8 电感计算

电感定义为单位电流产生的全磁链:

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\phi}{i} \quad (1.17)$$

电感的单位为亨利(H)。由式(1.17)可知  $1\text{H} = 1\text{Wb/A}$ 。

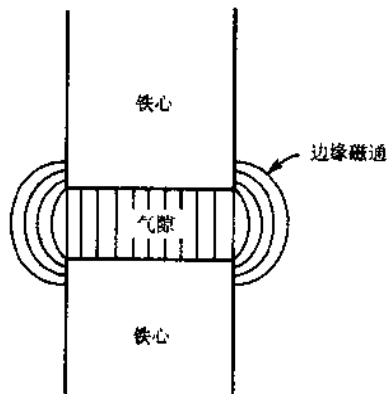


图 1-9

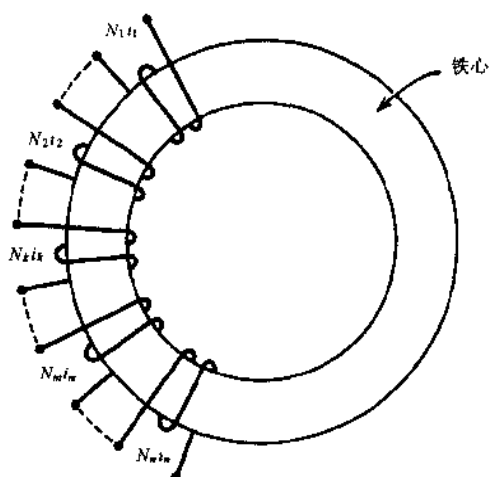


图 1-10

对于  $n$  个独立线圈绕成的磁环,如图 1-10 所示,存在  $n^2$  个电感量:

$$L_{pq} = \frac{\text{由第 } q \text{ 个线圈中的电流产生的链接于第 } p \text{ 个线圈的磁通}}{\text{第 } q \text{ 个线圈中的电流}}$$

$$= \frac{N_p(k_{pq}\phi_q)}{i_q} \quad (1.18)$$

其中,  $k_{pq}$  是线圈  $q$  交链于线圈  $p$  的磁通系数,称为两线圈之间的互感系数。根据定义,线圈  $q$  和线圈  $p$  之间有漏磁通。因此  $k_{pq} \leq 1$ 。当式(1.18)中两个脚标相同时,电感被称为自感;脚标不同时,该电感被称为线圈  $p$  和  $q$  之间的互感。电感量是对称的,即对于所有的  $p$  和  $q$  都有

$$k_{qp} = k_{pq} \quad \text{和} \quad L_{qp} = L_{pq} \quad (1.19)$$

采用磁路参数的形式表述  $L_{pq}$ ,将  $\phi_q = N_q i_q / \mathcal{R}$  代入式(1.18),得到

$$L_{pq} = \frac{k_{pq} N_p N_q}{\mathcal{R}} = k_{pq} N_p N_q \rho \quad (1.20)$$

其中  $\mathcal{R}$  是磁路磁阻,  $\rho$  是磁导。将  $l/\mu A$  (磁路中  $l$  和  $A$  已知)代替式(1.20)中  $\mathcal{R}$ ,得到

$$L_{pq} = \left( \frac{\mu A}{l} \right) k_{pq} N_p N_q \quad (1.21)$$

利用式(1.21),计算等式(1.17)所示的电感。同样,流过电流  $i$  的电感  $L$  中储存的能量为

$$W_m = \frac{1}{2} L i^2 \quad (1.22)$$

那么依据式(1.22)等式右边与式(1.16)等式右边相等可得到  $L$ 。对于一个  $n$  线圈系统,通用关系为

$$\frac{1}{2} \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n L_{pq} i_p i_q = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} dv \quad (1.23)$$

## 1.9 带有永久磁铁的磁路

在 1.1 节中曾经提到永久磁铁能够产生磁场。在由永久磁铁激励的磁路中,磁铁位置在很大程度上决定着其工作状况。一系列铝镍钴合金永久磁铁的第二象限  $B-H$  特性(去磁曲线)如图 1-11 所示,几种铁氧磁铁的特性如图 1-12 所示。工业上的有效特性仍然采用 C G S 单位制表述(若需要,可利用附录 A 将其转换为 SI 单位制)。通过去磁曲线上某点( $H_d, B_d$ )的等能量双曲线描述了能量乘积  $B_d H_d$  的大小,由原点发出的射线(图中只画出了其末梢的尾部)描述了磁导率  $B_d/H_d$  的大小。能量积的重要性可从式(1.16)中显而易见。如果能量积达到最大,则表明永久磁铁得到了充分利用。

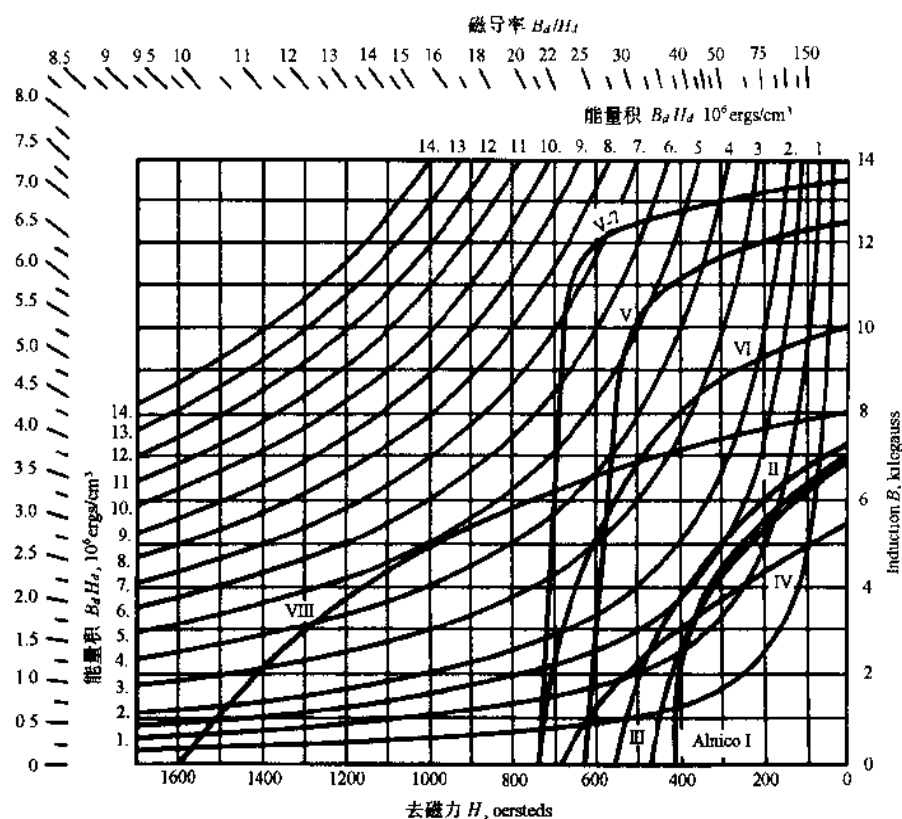


图 1-11 铝镍钴合金磁铁的去磁和能量积曲线

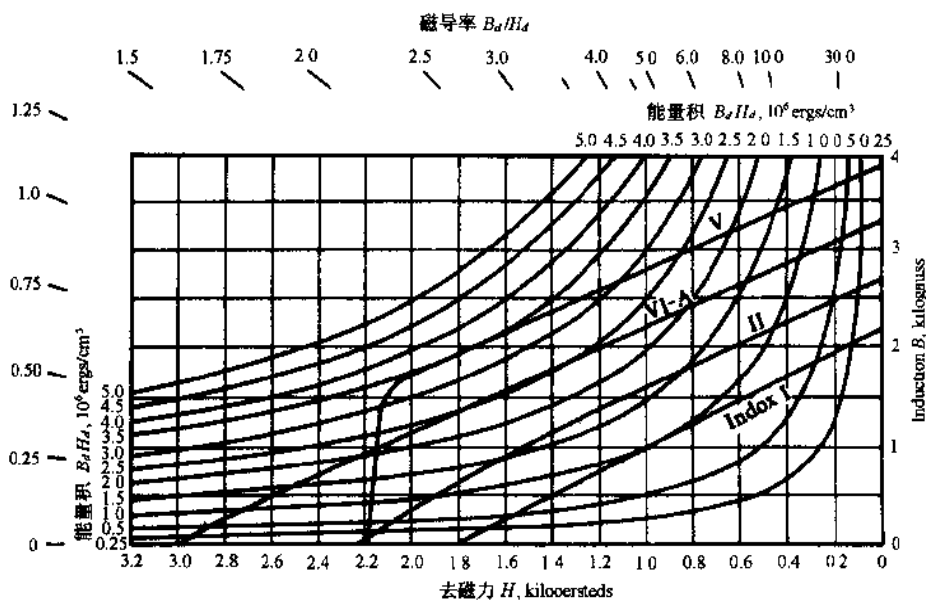


图 1-12 英多克斯钼磁铁的去磁和能量积曲线

**例 1.1** 永久磁铁的剩磁  $B_r$  是指饱和后减至零  $H$  时  $B$  的取值。矫顽力  $H_c$  是指饱和后  $B$  减小至零时对应的  $H$  值。利用图 1-11, 查找铝镍钴合金 V 的  $B_r$ 、 $H_c$  和最大能量积  $(BH)_{\max}$ , 与附录 C 中表 C-1 中的数据相比较。

**解** 从去磁曲线的垂直和水平截距中分别读取  $B_r$  和  $H_c$  :

$$B_r = 12.4 \times 10^3 \text{ Gs} = 1.24 \text{ T}$$

$$H_c = 630 \text{ Oe} = 50 \text{ kA/m}$$

其中利用附录 A 转换为 SI 单位制。这些值与表 C-1 中给出的铝镍钴合金 V 范围一致。

最大能量乘积可以从与去磁曲线恰好相切于其拐点的双曲线中读取:

$$(BH)_{\max} = 5.2 \times 10^6 \text{ erg/cm}^3 = 520 \text{ kJ/m}^3$$

该值大约比由表 C-1 推得的数据大 10 倍。然而,在 C G S 制中式(1.16)将转换为

$$W_m = \frac{1}{8\pi} \int_V B \cdot H dv$$

于是 C G S 制能量积是 SI 制能量积的  $4\pi$  倍,变换得到

$$\frac{1}{4\pi} (BH)_{\max} = \frac{5.2 \times 10^6}{4\pi} \text{ erg/cm}^3 = 41 \text{ kJ/m}^3$$

此时就与表 C-1 相一致了。

一旦确定了永久磁铁的类型,设计方法如下。根据安培定律,对于一个包括有气隙、永久磁铁部分和其他铁磁部分的磁路,

$$H_d l_m = H_g l_g + V_{m_i} \quad (1.24)$$

其中,  $H_d$  = 磁铁的磁场密度, Oe

$l_m$  = 磁铁长度, cm

$H_g$  = 气隙内的磁场强度, 奥斯特 = 气隙磁通密度, Gs

$l_g$  = 气隙长度, cm

$V_{m_i}$  = 其他铁磁部分的磁位降, Gi

注意,由于  $\mu_0$  是 C G S 系统单位,  $H_g$  和  $B_g$  在数值上相等。

根据所需的气隙磁通可得到磁铁横截面的面积:

$$B_d A_m = K B_g A_g \quad (1.25)$$

其中,  $B_d$  = 磁铁的磁通密度, Gs

$A_m$  = 磁铁横截面积,  $\text{cm}^2$

$B_g$  = 气隙磁通密度, Gs

$A_g$  = 气隙横截面积,  $\text{cm}^2$

$K$  = 无量纲的漏磁系数

确定某些普通结构漏磁系数的计算公式在题目 1.17 中给出。利用  $H_g = B_g$ , 求解式(1.25)中的  $A_m$  和式(1.24)中(忽略  $V_{m_i}$ )的  $l_m$ , 得到

$$\text{体积} = A_m l_m = \frac{B_g^2 A_g l_g K}{B_d H_d} (\text{cm}^3) \quad (1.26)$$

图 1-11 和图 1-12 中采用 C G S 制磁路的磁导率是外部磁路等效磁导  $\rho_{ex} \equiv A_g K / l_g$  与永久磁铁磁导  $\rho_m = A_m / l_m$  的比率。求解式(1.25)中的  $B_d$  和式(1.24)中(忽略  $V_{m_i}$ )的  $H_d$ , 得到该比率

$$\frac{B_d}{H_d} = \frac{A_g l_m K}{A_m l_g} = \frac{\rho_{ex}}{\rho_m} \quad (\text{C G S 单位}) \quad (1.27)$$

等式(1.27)看起来很简单,但求取  $K$  和  $\rho_{ex}$  的解析解却非常困难。假设磁导已知,式(1.27)在  $B-H$  平面上呈现为一条直线(负载线)。该直线与  $B-H$  曲线的交点是磁铁的工作点。参阅习题 1.33(c)。

## 习 题 解 答

1.1 一个无穷长直导体中通入  $I$  安培电流,求取距该导体  $r$  米处某点的磁场强度。

**解** 由图 1-13 和式(1.6),

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = 2\pi r H_\phi = I \text{ 或 } H_\phi = \frac{I}{2\pi r} (\text{A/m})$$

从该题的几何意义可知,  $\mathbf{H}$  的径向和纵向分量是零。

- 1.2 将题 1.1 中的导体放置于空气中, 并通入 100A 电流。确定距该导体 0.05m 处某点的磁通密度。

既然  $B = \mu_0 H$ , 由题 1.1 可得

$$B_r = \mu_0 H_r = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 100}{2\pi \times 0.05} = 0.4 \text{ mT}$$

- 1.3 将一个矩形环放置于题 1.1 中的导体所产生的磁场中, 如图 1-14 所示。该环交链的总磁通是多少?

假设介质磁导率  $\mu$ , 由题 1.1

$$B_r = \mu H_r = \frac{\mu I}{2\pi r} (\text{T})$$

单元面积  $dA = ldr$  内的磁通  $d\phi$  为

$$d\phi = B_r dA = \frac{\mu I l}{2\pi} \frac{dr}{r}$$

则

$$\phi = \frac{\mu I l}{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu I l}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1} (\text{Wb})$$

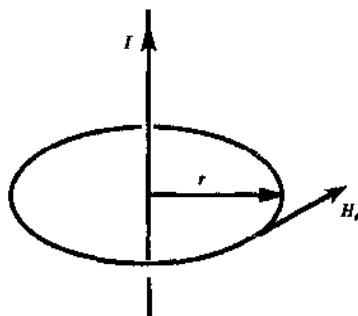


图 1-13

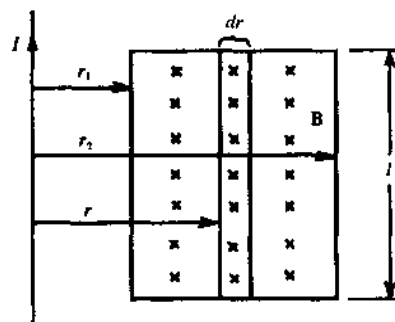


图 1-14

- 1.4 具有直径为 3cm, 平均周长为 80cm 圆形横截面的铸钢环上均匀绕制着 600 匝线圈。(a) 估算能够在环内产生 0.5mWb 磁通所需要的线圈电流。(b) 如果环内出现 2mm 的锯齿状气隙, 近似计算在(a)中求得的电流作用下产生的气隙磁通。(c) 求取能够产生与(a)相同气隙磁通所需的电流。忽略边缘效应和漏磁。铸钢材料的磁化特性可查阅图 1-5(b)。

(a) 圆环横截面,  $A = \frac{\pi}{4} \times 3^2 \times 10^{-4} = 7.07 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

$$\text{铁心磁通密度, } B = \frac{\phi}{A} = \frac{0.5 \times 10^{-3}}{7.07 \times 10^{-4}} = 0.707 \text{ T}$$

由图 1.5(b), 在  $B = 0.707 \text{ T}$ ,  $H = 675 \text{ At/m}$  处

$$\text{磁动势 } \mathcal{F} = Hl = 675 \times 0.8 = 540 \text{ At} = NI = 600I$$

$$\text{因此, } I = \frac{540}{600} = 0.9 \text{ A}$$

(b)  $\mathcal{R}_{\text{total}} = \mathcal{R}_{\text{core}} + \mathcal{R}_{\text{air}}$ 。由(a)可得

$$\mathcal{R}_{\text{core}} = \frac{\mathcal{F}}{\phi} = \frac{540}{0.5 \times 10^{-3}} = 1.08 \times 10^6 \text{ H}^{-1}$$

$$\mathcal{R}_{\text{air}} = \frac{g}{\mu_0 A} = \frac{2.0 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 7.07 \times 10^{-4}} = 2.25 \times 10^6 \text{ H}^{-1}$$

$$\mathcal{R}_{\text{total}} = (1.08 + 2.25)10^6 = 3.33 \times 10^6 \text{ H}^{-1}$$

$$\text{气隙磁通, } \phi_{\text{air}} = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}_{\text{total}}} = \frac{540}{3.33 \times 10^6} = 0.162 \text{ mWb}$$

(c) 若保证  $\phi = 0.5 \text{ mWb}$ ,  $\mathcal{F} = \mathcal{R}\phi = 3.33 \times 10^6 \times 0.5 \times 10^{-3} \text{ At}$

或  $\mathcal{F} = NI = 1665 \text{At}$ , 则  $I = \frac{1665}{600} = 2.775 \text{A}$ 。

- 1.5 在图 1-15 所示的磁路中,  $N = 10$  匝,  $l_g = 0.1 \text{mm}$ ,  $l_m = 100 \text{mm}$ , 叠压系数 = 0.9; 铁心材料为 M-19。计算产生 1T 气隙磁通密度所需的  $I$ 。忽略边缘效应和漏磁。

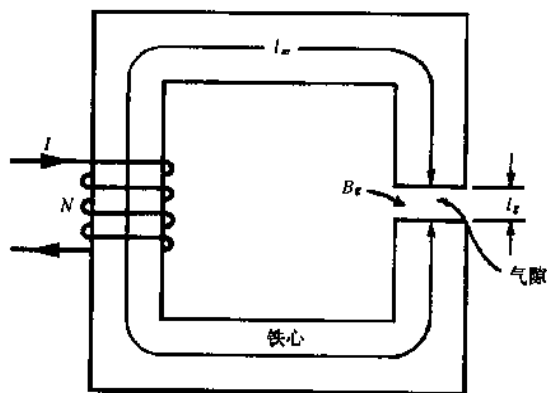


图 1-15

**解** 气隙:

$$H_g = \frac{B_g}{\mu_0} = \frac{1.0}{4\pi \times 10^{-7}} = 7.95 \times 10^5 \text{A/m}$$

$$\mathcal{F}_g = H_g l_g = (7.95 \times 10^5)(10^{-4}) = 79.5 \text{At}$$

铁心:

$$B_m = \frac{B_g}{\text{叠压系数}} = \frac{1}{0.9} = 1.11 \text{T}$$

根据附录 C 和图 C-1,  $B_m = 1.11 \text{T}$  时

$$H_m = 130 \text{A/m}, \mathcal{F} = (130)(0.0100) = 13 \text{At}$$

则所需的全部磁动势为

$$\mathcal{F}_g + \mathcal{F}_m = 79.5 + 13 = 92.5 \text{At}$$

由此得到

$$I = \frac{92.5}{10} = 9.25 \text{A}。$$

- 1.6 根据附录 C, 求取磁通密度为 1T 时, (a) AISI1020 和 (b) M-19 相对磁导率的大小。( $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$ )

**解** (a)  $\mu_r = \frac{1}{\mu_0} \left( \frac{1}{1600} \right) \approx 500$

(b)  $\mu_r = \frac{1}{\mu_0} \left( \frac{1}{90} \right) \approx 8800$

- 1.7 假设某一理想铁心 ( $\mu_i \rightarrow \infty$ ), 计算如图 1-16(a) 所示的磁路气隙中的磁通密度。

**解** 在此得到与磁路相类似的电路, 如图 1-16(b) 所示。并可将其简化为图 1-16(c) 所示的形式。

由后者和表 1-1 可得

$$\mathcal{R}_g \equiv \text{气隙磁阻} = \frac{5 \times 10^{-3}}{\mu_0 (20 \times 40 \times 10^{-6})} = \frac{50}{8\mu_0}$$

$$\mathcal{R}_i \equiv \text{套管磁阻} = \frac{2 \times 10^{-3}}{\mu_0 (20 \times 20 \times 10^{-6})} = \frac{20}{4\mu_0}$$

$$\mathcal{R}_s \equiv \text{总磁阻} = \mathcal{R}_g + \frac{1}{2} \mathcal{R}_i = \frac{70}{8\mu_0}$$

$$\phi_g \equiv \text{气隙磁通} = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}_s} = \frac{(50)(10)}{70/8\mu_0} = \frac{400\mu_0}{7}$$

$$B_g \equiv \text{气隙磁通密度} = \frac{\phi_g}{A_g} = \frac{400\mu_0/7}{20 \times 40 \times 10^{-6}}$$



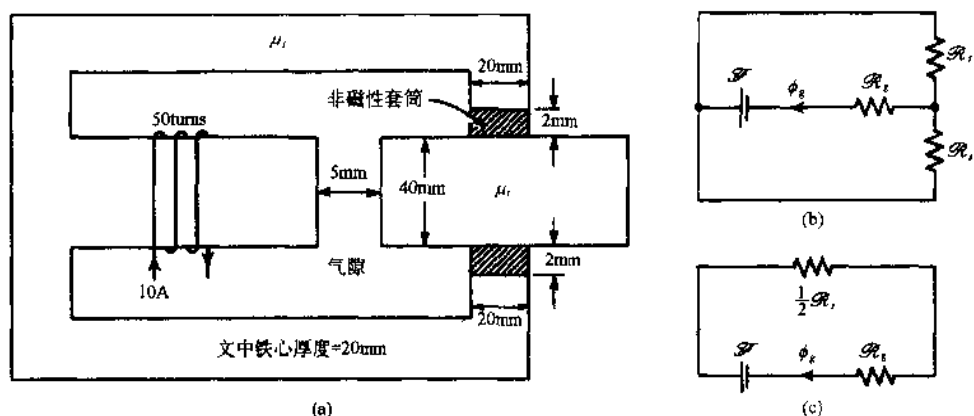


图 1-16

代入  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ , 得到  $B_g = 90\text{mT}$  或  $900\text{Gs}$ 。

- 1.8 具有不同横截面的合成磁路如图 1-17(a)所示; 铁心部分的  $B-H$  特性如图 1-17(b)所示。已知:  $N = 100$  匝;  $l_1 = 4l_2 = 40\text{cm}$ ;  $A_1 = 2A_2 = 10\text{cm}^2$ ;  $l_g = 2\text{mm}$ ; 漏磁通  $\phi_l = 0.01\text{mWb}$ 。计算气隙磁通密度为  $0.6\text{T}$  时所需的  $I$ 。

由  $B_g = 0.6\text{T}$ , 得

$$H_g = \frac{0.6}{\mu_0} = 4.78 \times 10^5 \text{ A/m}$$

$$\mathcal{F}_g = (4.78 \times 10^5)(2 \times 10^{-3}) = 956 \text{ At}$$

$$B_H = B_g = 0.6 \text{ T}$$

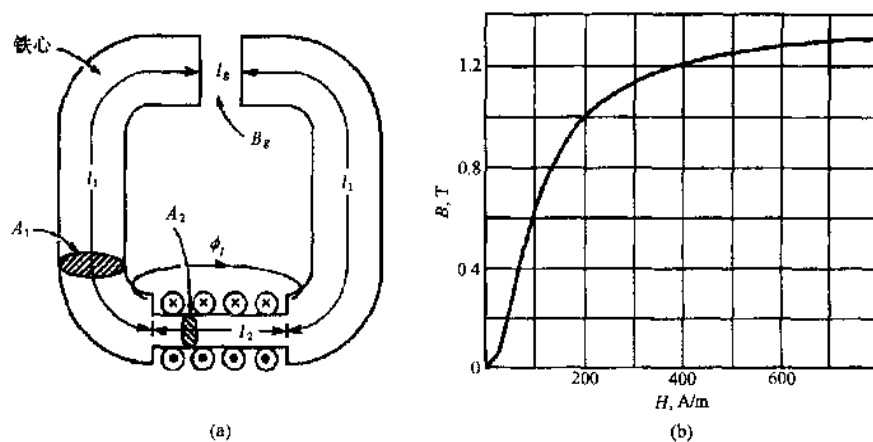


图 1-17

由图 1-17(b)可知, 当  $B = 0.6\text{T}$  时  $H = 100\text{A/m}$ , 则对于两段长度为  $l_1$  的区域存在

$$\mathcal{F}_{H1} = (100)(0.4 + 0.4) = 80 \text{ At}$$

气隙磁通  $\phi_g$  为

$$\phi_g = B_g A_1 = (0.6)(10 \times 10^{-4}) = 0.6\text{mWb}$$

由线圈内电流产生的全磁通  $\phi_c$  是气隙磁通和漏磁通之和:

$$\phi_c = \phi_g + \phi_l = 0.6 + 0.01 = 0.61\text{mWb}$$

因此  $l_2$  段的磁通密度为

$$B_2 = \frac{\phi_c}{A_2} = \frac{0.61 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-4}} = 1.22 \text{ T}$$

由图 1-17(b)可知, 对应于该磁通密度  $H = 410\text{A/m}$ , 那么

$$\mathcal{F}_{H2} = (410)(0.10) = 41\text{At}$$

则所需的全部磁动势  $\mathcal{F}$  为

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_g + \mathcal{F}_{H1} + \mathcal{F}_{H2} = 956 + 80 + 41 = 1077\text{At}$$

当  $N = 100$  匝时, 所需的电流为

$$I = \frac{1077}{100} = 10.77 \text{ A}$$

1.9 画出与图 1-17(a) 所示的磁路相类似的电路。

见图 1-18。

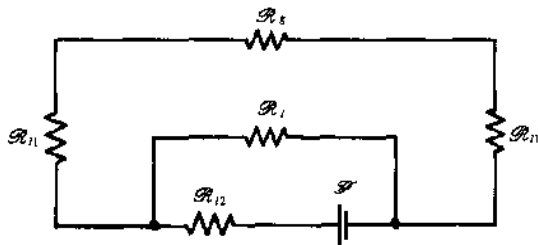


图 1-18

1.10 计算图 1-17(a) 中所示线圈(全部)的自感值和漏感值。

根据题 1.8, 该线圈中流过的电流  $I = 10.77 \text{ A}$ , 产生的全磁通  $\phi_c = 0.61 \text{ mWb}$ 。则

$$L = \frac{N\phi_c}{I} = \frac{(100)(0.61 \times 10^{-3})}{10.77} = 5.66 \text{ mH}$$

$$L_l = \frac{N\phi_l}{I} = \frac{(100)(0.01 \times 10^{-3})}{10.77} = 0.093 \text{ mH}$$

1.11 求取在图 1-17(a) 所示的磁路中, 分别储存于铁心和气隙内部的磁能;

由式(1.16)可得,

$$W_{\text{air}} = \frac{1}{2\mu_0} B_g^2 \times \text{vol}_{\text{gap}} = \frac{(0.6)^2}{2\mu_0} [(10 \times 10^{-4})(2 \times 10^{-3})] = 0.286 \text{ J}$$

由式(1.22)和题 1.10 可得,

$$W_{\text{iron}} = \frac{1}{2} LI^2 - W_{\text{air}} = \frac{1}{2} N\phi_c I - W_{\text{air}} = 0.328 - 0.286 = 0.042 \text{ J}$$

1.12 若叠压系数是 0.8,  $B_g$  仍为 0.6 T, 求取在图 1-17(a) 所示的磁路中不同部分的磁通密度。

$$B_g = 0.6 \text{ T}$$

$$B_{l1} = \frac{B_g}{\text{叠压系数}} = \frac{0.6}{0.8} = 0.75 \text{ T}$$

$$B_{l2} = \frac{B_2}{\text{叠压系数}} = \frac{1.22}{0.8} = 1.525 \text{ T}$$

其中,  $B_2$  的大小取自于题 1.8 中求得的数值。

1.13 一个具有矩形横截面的环形铁如图 1-19 所示。其平均直径大于铁心的径向厚度, 所以铁心的磁通密度是均匀的。推导环形铁的电感量描述形式, 并计算当  $r_1 = 80 \text{ mm}$ ,  $r_2 = 100 \text{ mm}$ ,  $a = 20 \text{ mm}$  和  $N = 200$  匝时电感的大小。铁心的相对磁导率是 900。

由于  $A = a(r_2 - r_1)$ ,  $r = (r_2 + r_1)/2$ , 则

$$\text{磁链: } \lambda = N\phi$$

$$\text{磁通: } \phi = \frac{Ni}{\mathcal{R}} = \frac{\mu ANi}{2\pi r} = \frac{\mu a(r_2 - r_1)Ni}{\pi(r_2 + r_1)}$$

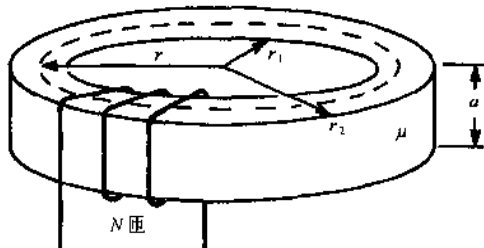


图 1-19

那么

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{\mu_0 (r_2 - r_1) N^2}{\pi (r_2 + r_1)}$$

代入数值, 得到

$$L = \frac{(900\mu_0)(20 \times 10^{-3})(20 \times 10^{-3})(200)^2}{\pi(180 \times 10^{-3})} = 320 \text{ mH}$$

- 1.14 图 1-19 中环形铁心材料的密度为  $7.88 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , 并且将一根圆形导线缠绕在铁心上, AWG 规格为 8。该环形铁的总质量是多少?

铁心体积:  $(\pi r_2^2 - \pi r_1^2)a = \pi[(0.100)^2 - (0.080)^2](0.020) = 72\pi \times 10^{-6} \text{ m}^3$

铁心质量:  $(7.88 \times 10^3)(72\pi \times 10^{-6}) = 1.782 \text{ kg}$

每匝平均长度:  $2(a + r_2 - r_1) + \text{拐角附近的弯曲裕量附加 } 10\% = 0.088 \text{ m}$

线圈的总长度:  $(200)(0.088) = 17.6 \text{ m}$

根据附录 B, 8 号导线的重量为 50.2 lb/1000 ft, 或 0.0747 kg/m。于是

线圈质量:  $(17.6)(0.0747) = 1.315 \text{ kg}$

环形铁的总质量:  $1.782 + 1.315 = 3.097 \text{ kg}$

- 1.15 考虑图 1-19 所示的环形铁, (a) 推导磁场强度  $H(r)$  的描述形式。(b) 若  $\mu_r = 1$ , 铁心磁通是多少? (c) 若假设铁心磁通密度均匀, 其大小与环形铁算术平均半径处的磁密值相等, 则在此假设条件下得到的铁心磁密的计算结果与 (b) 中的计算结果相比, 百分误差是多少? (d) 若将几何平均半径代替算术均值, 百分误差是多少?

(a) 
$$H = \frac{NI}{2\pi r}$$

(b) 
$$\phi = \int_{r_1}^{r_2} \mu_0 \frac{NI}{2\pi r} a \, dr = \mu_0 \frac{aNI}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

(c) 采用算术均值,  $B \approx \mu_0 NI / \pi(r_2 + r_1)$ , 则

$$\phi \approx \mu_0 \frac{aNI}{2\pi} \frac{2(r_2 - r_1)}{r_2 + r_1}$$

令  $r_2/r_1 = b$ , 于是

$$\text{百分误差} = 100 \left[ 1 - \frac{2(b-1)}{(b+1)\ln b} \right]$$

例如, 若  $b=2$ , 百分误差 = 3.9%。

(d) 采用几何均值,  $B \approx \mu_0 NI / 2\pi \sqrt{r_2 r_1}$ , 则

$$\phi \approx \mu_0 \frac{aNI}{2\pi} \frac{r_2 - r_1}{\sqrt{r_2 r_1}}$$

$$\text{百分误差} = 100 \left[ \frac{b-1}{\sqrt{b}\ln b} - 1 \right]$$

若  $b=2$ , 百分误差 = 2%

- 1.16 在某些情况下, 可采用 Froelich 等式描述铁心材料的  $B$ - $H$  曲线。

$$B = \frac{aH}{b+H} \quad (1.28)$$

其中  $a$  和  $b$  是材料常数。令  $a = 1.5 \text{ T}$  和  $b = 100 \text{ A/m}$ 。某磁路由长度分别为  $l_1$  和  $l_2$ , 横截面面积分别为  $A_1$  和  $A_2$  的两部分组成 (串联)。如果  $A_1 = 25 \text{ cm}^2 = 2A_2$ ,  $l_1 = 25 \text{ cm} = \frac{1}{2} l_2$ , 铁心磁动势是  $1000 \text{ At}$ , 计算铁心磁通。

由式 (1.28),

$$B = \frac{1.5H}{100+H}$$

在该磁路中, 满足

$$\mathcal{F} = H_1 l_1 + H_2 l_2 = \frac{1}{4} H_1 + \frac{1}{2} H_2 = 1000$$

和

$$\phi - B_1 A_1 = B_2 A_2 \text{ 或 } 2B_1 = B_2 \text{ 或 } \frac{3.0I_1}{100 + H_1} = \frac{1.5H_2}{100 + H_2}$$

在上述两等式中化简  $H_1$ , 得到

$$-3H_1^2 + 5250 + 1200000 = 0 \quad \text{或} \quad H_2 = 1954.6 \text{ A/m}$$

于是

$$B_2 = \frac{(1.5)(1954.6)}{100 + 1954.6} = 1.427 \text{ T}$$

$$\phi = (1.427) \left( \frac{25}{2} \times 10^{-4} \right) = 1.784 \text{ mWb}$$

如果采用图形方式描述  $B$ - $H$  特性, 则此问题只能利用试凑法求解。

- 1.17 在图 1-20(a)所示的磁体中, 若气隙磁通密度是 2500Gs, 求取磁体长度  $b$  和横截面面积  $A_m$ 。该永磁体材料为铝镍钴合金 V。图 1-20(a)中的各尺寸如下:  $l_g = 0.4\text{cm}$ ,  $c = 6.0\text{cm}$ , 气隙面积 =  $4.0\text{cm}^2$  ( $2\text{cm} \times 2\text{cm}$ )。假设磁路中熟铁部分的磁阻可以忽略, 其磁位降  $V_m$  为 0。取漏磁系数估计值为 4.0, 并且该磁体处于最大能量积状态(图 1-11 中去磁曲线的拐点处)。

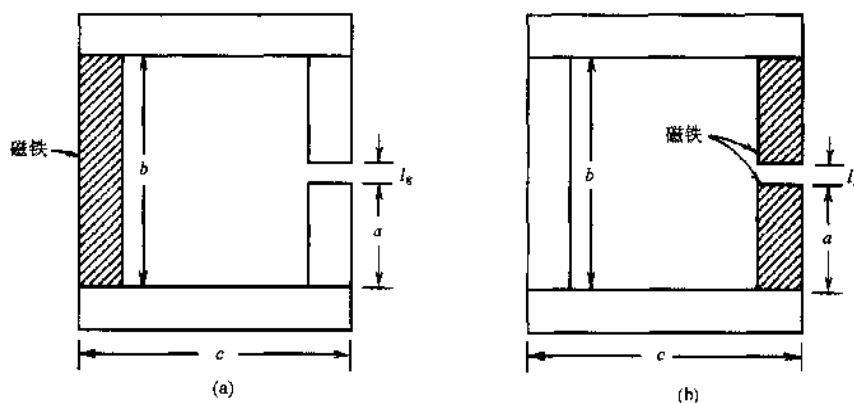


图 1-20

由式(1.25),

$$A_m = \frac{B_g A_g K}{B_d} = \frac{(2500)(4)(4.0)}{10.5 \times 10^3} = 3.8 \text{ cm}^2$$

由于在 CGS 制中  $H_g = B_g$ , 根据式(1.24),

$$b \approx l_m = \frac{(2500)(0.4)}{450} = 2.22 \text{ cm}$$

此时检验漏磁系数的估计值。图 1-20(a)所示结构的漏磁系数为

$$K = 1 + \frac{l_g}{A_g} \left[ 1.7 C_a \left( \frac{a}{a + l_g} \right) + 1.4 c \sqrt{\frac{C_c}{b}} + 0.67 C_b \right] \quad (1.29)$$

其中  $C_a$ 、 $C_b$  和  $C_c$  是磁路中长度分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$  各部分的横截面周长。由于在永磁体中存在“中性区”, 不会产生漏磁, 所以可在式(1.29)中引入系数 0.67。将  $b = 2.2\text{cm}$ ,  $a = (b - l_g)/2 = 0.91\text{cm}$ ,  $c = 6.0\text{cm}$ ,  $C_a = (4)(2) = 8\text{cm}$ ,  $C_c = 8.0\text{cm}$  和  $C_b = 4\sqrt{3.8} = 7.80\text{cm}$  代入式(1.29), 得到

$$K = 4.062$$

将此值重新代入式(1.25), 求得略有差别的  $A_m$  值。而式(1.29)中  $C_b$  的大小亦将随之变化, 从而又可求得漏磁系数的新值。为了获得总磁路的一套合适尺寸, 通常需要反复使用上述公式。

图 1-20(a)所示结构的漏磁系数大表明该磁路没有得到有效利用。若将永磁体与气隙相连, 如图 1-20(b)所示, 其就可得到较为有效的利用。图 1-20(b)中的漏磁系数为

$$K = 1 + \frac{l_g}{A_g} 0.67 C_a \left[ 1.7 \left( \frac{0.67 C_a}{0.67 a + l_g} \right) + \frac{l_g}{2a} \right] \quad (1.30)$$

在图 1-20(b)中的磁路各部分分别采用与图 1-20(a)中相同的尺寸(甚至可能造成永磁体的尺寸太大), 由式(1.30)得

$$K = 1.624$$

- 1.18 某一由高导磁材料制成的  $N$  匝电感器, 铁心和线圈尺寸如图 1-21 所示。计算产生给定气隙磁通密度  $B$  所需的线圈输入功率。线圈的充填系数为  $k_s$ , 其电导率为  $\sigma_c$ 。

根据图 1-21(b), 每匝的平均长度为

$$l = 2a + 2d + 4\left(\frac{1}{4}\right)\left(2\pi\frac{b}{2}\right) = 2\left(a + d + \pi\frac{b}{2}\right)$$

线圈导线的总长度是  $lN$ 。定义  $A_c$  是导线横截面的面积, 则其电阻为

$$R = \frac{lN}{\sigma A_c}$$

输入功率为

$$P_i = I^2 R = \frac{I^2 l N}{\sigma A_c}$$

但是

$$\mathcal{F} = NI = \oint \mathcal{H} = BA \frac{g}{\mu_0 A} = \frac{B_g}{\mu_0} \text{ 或 } I = \frac{Bg}{\mu_0 N}$$

将上述关系代入, 可得

$$P_i = \frac{B^2 g^2 l}{\mu_0^2 \sigma N A_c}$$

导线的总体积为  $(bd)k_s = lNA_c$ 。所以

$$P_i = \frac{B^2 g^2 l}{\mu_0^2 \sigma b c k_s}$$

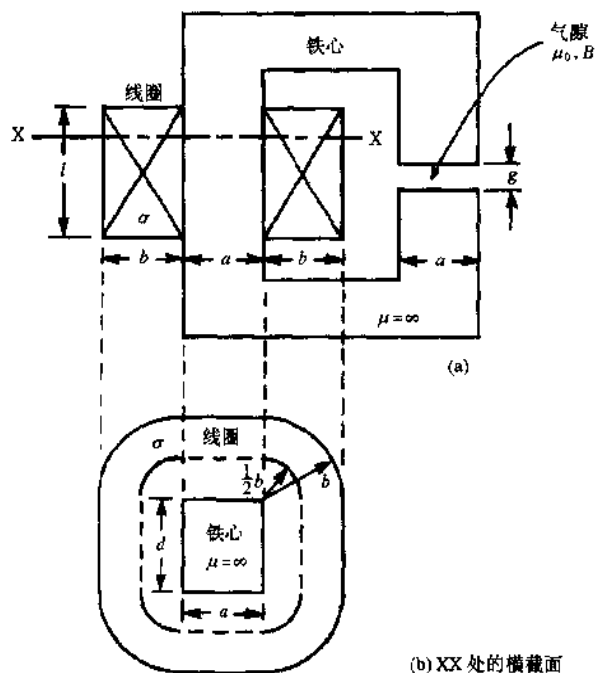


图 1-21

- 1.19 题 1.18 中的电感器由磁导线构成。若图 1-21 中的尺寸为

$$a = b = c = d = 25 \text{ mm} \quad g = 2 \text{ mm}$$

铁心磁通密度是  $0.8 \text{ T}$ , 计算输入功率和匝数。假设  $k_s = 0.8$ ,  $\sigma = 5.78 \times 10^7 \text{ S/m}$ , 线圈电流是  $1 \text{ A}$ 。(注:  $1 \text{ S} = 1 \Omega^{-1}$ )

由题 1.18, 可得

$$l = 2\left(1 + 1 + \frac{\pi}{2}\right)(25 \times 10^{-3}) = 0.1785 \text{ m}$$

$$P_i = \frac{(0.8)^2 (2 \times 10^{-3})^2 (0.1785)}{(4\pi \times 10^{-7})^2 (5.78 \times 10^7) (25 \times 10^{-3})^2 (0.8)} = 10 \text{ W}$$

而且由题 1.18, 可得

$$N = \frac{B_g}{\mu_0 I} = \frac{(0.8)(2 \times 10^{-3})}{(4\pi \times 10^{-7})(1)} = 1273 \text{ 匝}$$

- 1.20 求题 1.18 中电感器的导体横截面面积。而且线圈的时间常数及其工作电压各为多少?

根据  $P_i = I^2 R = 10\text{W}$  和  $I = 1\text{A}$ ,  $R = 10\Omega$ , 那么工作电压为

$$V = IR = (1)(10) = 10\text{V}$$

而且根据  $R = lN/\sigma A_c$ ,

$$A_c = \frac{lN}{\sigma R} = \frac{(0.1785)(1273)}{(5.78 \times 10^7)(10)} = 0.393 \times 10^{-6} \text{ m}^2 = 0.393 \text{ mm}^2$$

线圈磁链为  $\phi = B ad$ , 所以

$$L = \frac{B ad}{I} = \frac{(0.8)(25 \times 10^{-3})^2}{1} = 0.5 \text{ mH}$$

时间常数为

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.5 \times 10^{-3}}{10} = 50 \mu\text{s}$$

根据  $A_c$  的数值选择合适的导线规格。

### 补 充 习 题

- 1.21 根据附录 C 中图 C-1, 对于(a)M-19 和(b)48NI, 求取磁通密度为 1.2 T 时的相对磁导率的大小。

答案:(a)5457; (b)9550

- 1.22 在直角坐标纸中重新绘制 M-19 的  $B$ - $H$  曲线(附录 C 中图 C-1 是基于半对数坐标纸绘制的)。标记图 1-5 中磁导率的三部分区域 I、II 和 III。

答案:区域 II  $0.4 \leq B \leq 0.8 \text{ T}$

- 1.23 图 1-22 所示磁路的  $B$ - $H$  特性如图 1-17(b)所示。计算产生 1 T 气隙磁通密度所需要的线圈磁动势。

答案:902 At

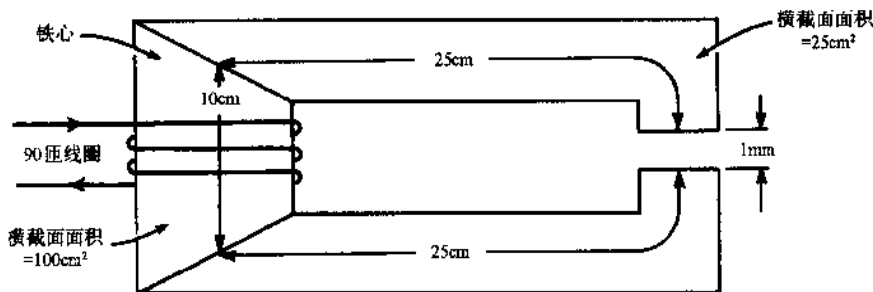


图 1-22

- 1.24 图 1-22 中线圈匝数为 90 匝, 采用题 1.23 中的数据, 求取(a)线圈中存储的能量; (b)气隙中存储的能量; (c)铁心中存储的能量。

答案:(a)1.13J; (b)0.995J; (c)0.135J

- 1.25 计算图 1-22 中线圈的电感值, (a)忽略铁心效应(即假设铁心磁导率无穷大); (b)考虑铁心效应。

答案:(a)25.45mH; (b)22.45mH

- 1.26 若切割图 1-19 中的环形铁, 形成长度为 2 mm 的气隙。已知:  $r = 500 \text{ mm}$ ; 铁心由采用 48NI 磁性材料的 0.2 mm 带钢构成; 铁心磁通密度为 0.6 T;  $N = 100$  匝。考虑叠压系数的影响, 计算该磁通密度所需的电流。

答案:8.66A

- 1.27 三个线圈绕制在理想铁心上, 如图 1-23 所示。其中  $N_1 = N_3 = 2N_2 = 500$  匝,  $A = 1000 \text{ mm}^2$ ,  $g_1 = 2g_2 = 2g_3 = 4 \text{ mm}$ 。计算(a)线圈  $N_1$  的自感值; (b)线圈  $N_2$  和  $N_3$  之间的互感值。

答案:(a)62.83 mH; (b)31.42 mH

- 1.28 若气隙  $g_1$  (图 1-23)是闭合的, 则(a)线圈  $N_1$  和  $N_2$ , (b)线圈  $N_2$  和  $N_3$ , (c)线圈  $N_3$  和  $N_1$  之间的互感值各为多大?

答案: (a) 75.84 mH; (b) 0; (c) 157.08 mH

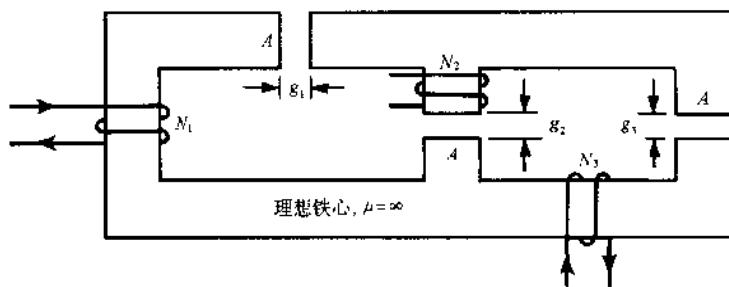


图 1-23

- 1.29 将题 1.28 中的线圈串联(所有的互感值均为正),且通入 10A 电流。整个磁路中存储的总能量是多少?  
答案: 37.3J
- 1.30 图 1-19 中的环形铁是由 0.019 厚度的硅钢叠片构成,其特性如附录 C 中图 C-2 所示。材料密度为  $7.88 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ;铁心尺寸为  $r_1 = 100 \text{ mm}$ ,  $r_2 = 120 \text{ mm}$  和  $a = 40 \text{ mm}$ 。若频率为 150Hz 时的最大铁心磁通密度是 1T,求取全部的铁心损耗。  
答案: 19.2W
- 1.31 采用图 1-17(b)取代式(1.28),求解题 1.16。  
答案:  $\phi \approx 1.8 \text{ mWb}$
- 1.32 某一环形铁铁心的横截面是正方形。其面积为  $2500 \text{ mm}^2$ ,平均直径为 250 mm,铁心材料的相对磁导率为 1000。(a)计算缠绕于该铁心上,且电感值为 1H 的线圈匝数。(b)若线圈中通入 1A 电流,则在铁心平均半径处 B 和 H 的大小是多少?  
答案: (a) 500 匝; (b) 636A/m, 0.8 T
- 1.33 在铝镍钴合金 V 构成的 C 形永磁体的气隙中,需要产生磁通密度为 5000 Gs 的磁场。气隙长度为 2cm,其横截面面积为  $4 \text{ cm}^2$ 。(a)计算磁体的最小长度(工作于最大能量积状态时)。(b)假设漏磁系数为 10,求取磁体横截面的面积。(c)如果磁通密度未知,但(a)和(b)的计算结果仍保留。利用负载线方法求解磁体的工作磁通密度。  
答案: (a) 18.7cm; (b)  $19 \text{ cm}^2$ ; (c) 10.35 Kgs

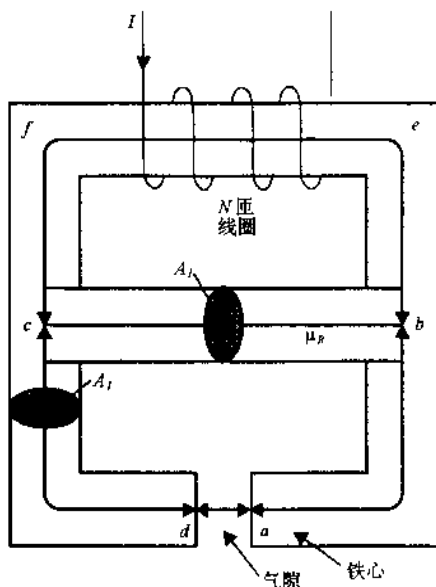


图 1-24

- 1.34 由 48 NI 合金构成的环形铁,其平均长度是 250 mm,横截面面积为  $200 \text{ mm}^2$ 。若利用该环形铁产生磁通 0.2 mWb, (a)需要多大的磁动势? (b)当磁通是 0.2 mWb 时,需要线圈的电感量是 10 mH,求取线圈匝数。  
答案: (a) 3.75At; (b) 14 匝
- 1.35 图 1-24 所示磁路由变压器钢板构成,其 B-H 特性如图 1-5(b)所示。磁分路的相对磁导率为 18。整个磁路的横截面面积均为  $10 \text{ cm}^2$ 。其他尺寸为:  $ab = cd = 10 \text{ cm}$ ;  $befc = 20 \text{ cm}$ ;  $bc = 10 \text{ cm}$ ;  $ad = \text{气隙} = 0.1 \text{ cm}$ 。计算(a)产生 1.0 T 气隙磁通密度所需的 N 匝线圈磁动势; (b)若  $N = 1000$ ,线圈的电感值。  
答案: (a) 1096 At; (b) 10.95 mH

## 2.1 变压器运行和法拉第定律

变压器是一种电磁设备,包含两个或更多个通过互感磁通耦合的绕组。一台双绕组理想变压器如图 2-1 所示。假设理想变压器包含:(i)一个具有无穷大导磁性的无损耗铁心;(ii)无损耗电气绕组;(iii)无漏磁通。

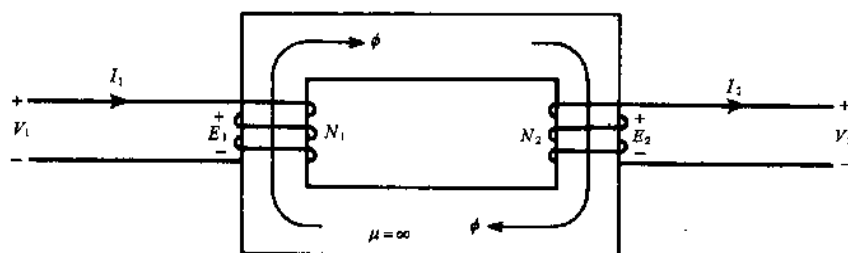


图 2-1

变压器的主要组成部件包括铁心、原边绕组  $N_1$ 、副边绕组  $N_2$ 。变压器基于电磁感应的法拉第定律运行,即链接于绕组的时变磁通会在其中感应电动势(电压)。于是,参考图 2-1,若  $\phi$  是交链于  $N_1$  匝绕组的磁通,则感应的电压  $e_1$  是

$$e_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} (\text{V}) \quad (2.1)$$

为了能够产生使磁通增加的电流,  $e_1$  的方向与磁通变化  $d\phi/dt$  方向相反(楞次定律)。对于理想变压器,  $e_1 = v_1$ ; 即感应电压的瞬时值和端电压相等。因此,由式(2.1)得

$$\phi = \frac{1}{N_1} \int v_1 dt \quad (\text{Wb}) \quad (2.2)$$

由于只考虑  $\phi$  的时变特性,可忽略式(2.2)中的积分常数。

若

$$\phi = \phi_m \sin \omega t \quad (2.3)$$

那么由式(2.1)得

$$e_1 = \omega N_1 \phi_m \cos \omega t \quad (2.4)$$

同样,副边的感应电压是

$$e_2 = \omega N_2 \phi_m \cos \omega t \quad (2.5)$$

由式(2.4)和式(2.5)得

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

将其采用有效值形式描述:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \equiv a \quad (2.6)$$

其中  $a$  被称为匝数比。若  $N_2 > N_1$ , 在式(2.6)中通常用  $1/a$  代替  $a$ ; 因此,匝数比总是大于 1。

由于变压器是理想的,磁路的净磁动势必须是零;即如果  $I_1$  和  $I_2$  分别是原边和副边电流,  $N_1 I_1 - N_2 I_2 = 0$ , 或者

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} \equiv a \quad (2.7)$$



$$\frac{Z_1}{Z_2} = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 \equiv a^2 \quad (2.8)$$

## 2.2 变压器的电动势方程

对于正弦磁通,由式(2.4)得到原边感应电势的有效值是

$$E_1 = \frac{\omega N_1 \phi_m}{\sqrt{2}} = 4.44 f N_1 \phi_m \quad (2.9)$$

式中频率为  $f = \omega/2\pi$ , 单位为 Hz。

## 2.3 变压器的损耗

在 2.1 节中,考虑的是假设没有任何损耗的理想变压器。显然,实际中的变压器包含如下损耗:

1. 铁损,包括磁滞和涡流损耗(见 1.4 节)。
2. 原、副边绕组中的电阻损耗( $I^2 R$ )。

## 2.4 非理想变压器的等值电路

非理想变压器与理想变压器的区别在于前者有磁滞损耗、涡流损耗,且在其原、副边绕组中包含电阻损耗( $I^2 R$ )。另外,非理想变压器的铁心不具有优良的导磁性,变压器铁心需要有限的磁动势,以满足其磁化要求。而且,由于漏磁通的存在,并非所有的磁通同时与变压器原、副边绕组交链。参考图 2-2,  $R_1$ 、 $R_2$  分别是原、副边绕组的电阻值。取代图 2-1 中磁通  $\phi$  的磁通  $\phi_1$  交链于原、副边绕组,所以被称为铁心磁通或互感磁通。原、副边绕组的漏磁通分别采用  $\phi_{l1}$ 、 $\phi_{l2}$  表示。于是,在图 2-2 中考虑了除铁损之外的所有非理想因素。在非理想变压器的等值电路中,将对铁损和其他非理想因素加以考虑。与理想的等值电路和各种近似等值电路相区别,该等值电路也被称为准确等值电路。在此对这些电路加以推导。

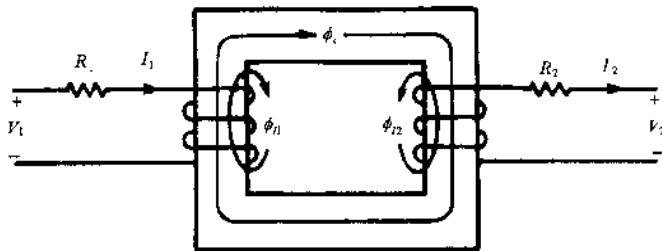


图 2-2

图 2-3(a)中表示了一台理想变压器的等值电路。当考虑绕组电阻、漏电抗、磁抗和铁损的非线性影响时,图 2-3(a)变为图 2-3(b)中的电路形式。其中原边和副边通过一台理想变压器相耦合。利用式(2.6)、式(2.7)、式(2.8),在图 2-3(b)中将理想变压器去掉,得到原边侧的完整等值电路,如图 2-4(a)所示;或是副边侧的等值电路,如图 2-4(b)所示。

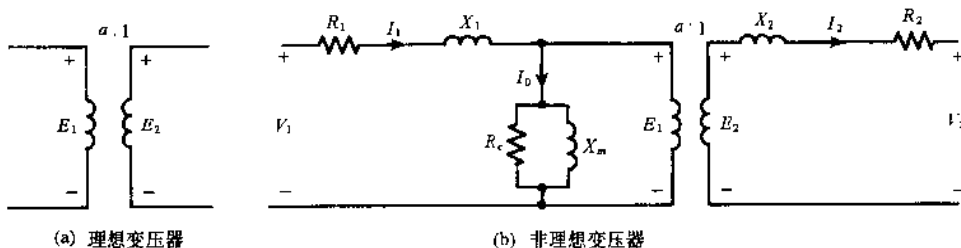


图 2-3

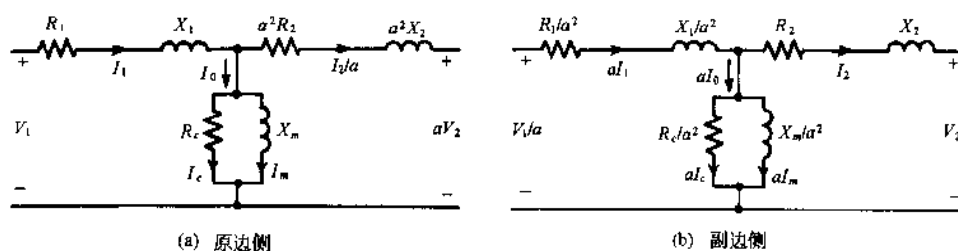


图 2-4 非理想变压器的等值电路

在滞后功率因数条件下,图 2-4(a)中电路的相量图如图 2-5 所示。图 2-3、图 2-4、图 2-5 中各变量的定义如下:

- $a$  ≡ 匝数比
- $E_1$  ≡ 原边感应电压
- $E_2$  ≡ 副边感应电压
- $V_1$  ≡ 原边端电压
- $V_2$  ≡ 副边端电压
- $I_1$  ≡ 原边电流
- $I_2$  ≡ 副边电流
- $I_0$  ≡ 空载(原边)电流
- $R_1$  ≡ 原边绕组电阻
- $R_2$  ≡ 副边绕组电阻
- $X_1$  ≡ 原边漏电抗
- $X_2$  ≡ 副边漏电抗
- $I_m, X_m$  ≡ 励磁电流和电抗
- $I_c, X_c$  ≡ 考虑铁损时的电流和电抗

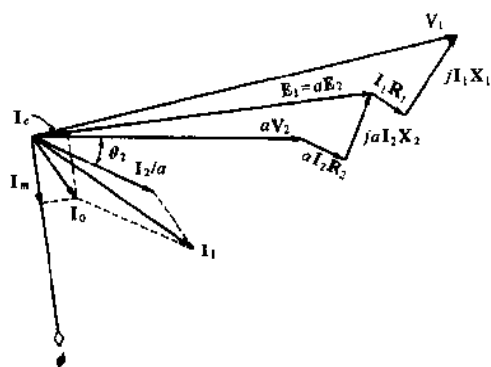


图 2-5 对应于图 2-4(a)的相量图

## 2.5 变压器试验

根据 2.4 节的等值电路可以获得变压器的运行特性。由设计数据或试验数据确定电路参数。两个常用试验如下所示。

### 开路(或空载)试验

在此将一侧绕组开路,向另一侧绕组施加电压——通常是额定频率下的额定电压。在该绕组的两端可测量电压、电流和功率。也可测出另一侧绕组的开路电压,并能根据测量值验证匝数比。通常向电压额定值与所用功率电源的电压相等的绕组提供试验电压。在升压变压器

中,意味着副边绕组的开路电压将高于供电电压,有时是远远高于。必须注意该绕组的端部,以确保试验者的安全,并且严禁该绕组的端部与其他电路、仪器、地面等接近。

假设原边电压是供电电压、副边开路,即可根据试验数据得到空载参数。该试验中功率表的读数等于空载功率损耗;其中减去原边中的电阻损耗就是铁损。但由于铁损值通常较小,在某些情况下均可忽略。因此,若  $P_0$ 、 $I_0$  和  $V_0$  分别为输入功率、电流和电压,那么铁损是

$$P_i = P_0 - I_0^2 R_1 \quad (2.10)$$

以相量形式表示的原边感应电压为

$$\mathbf{E}_1 = V_0 \angle 0^\circ - (I_0 \angle \theta_0)(R_1 + jX_1) \quad (2.11)$$

式中  $\theta_0 \equiv$  空载功率因数角  $= \cos^{-1}(P_0/V_0 I_0) < 0$ 。电路中其他各量可由下式得到:

$$R_c = \frac{E_1^2}{P_i} \quad (2.12)$$

$$I_c = \frac{P_i}{E_1} \quad (2.13)$$

$$I_m = \sqrt{I_0^2 - I_c^2} \quad (2.14)$$

$$X_m = \frac{E_1}{I_m} \quad (2.15)$$

$$a \approx \frac{V_0}{E_2} \quad (2.16)$$

#### 短路试验

在短路试验中,将一侧绕组的两端短路,另一侧绕组施加低压。此低电压的大小应能使得短路绕组中流过的电流达到某一特定值(通常为额定电流)。而且通常根据试验中所使用的测量设备确定短路侧的绕组。然而应注意哪一侧绕组短路,因为这决定了参考绕组,它可用于表示试验中得到的阻抗分量的参考绕组。令副边短路,原边施加低电压。

由于原边绕组电压非常低,铁损电流和励磁电流很小,等值电路就可简化为图 2-6 中的形式。于是,若  $P_s$ 、 $I_s$ 、 $V_s$  分别是短路时的输入功率、电流和电压,那么在原边侧有

$$Z_s = \frac{V_s}{I_s} \quad (2.17)$$

$$R_1 + a^2 R_2 \equiv R_s = \frac{P_s}{I_s^2} \quad (2.18)$$

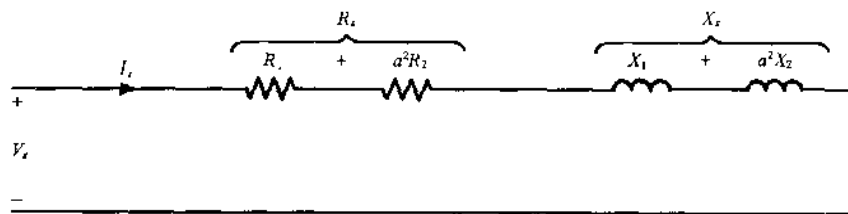


图 2-6

$$X_1 + a^2 X_2 \equiv X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2} \quad (2.19)$$

$R_1$ 、 $a$ 、 $R_2$  由式(2.18)得到。一般假设式(2.19)中漏电抗被原边和副边等分,即

$$X_1 = a^2 X_2 = \frac{1}{2} X_s \quad (2.20)$$

#### 2.6 变压器的连接

表 2-1 表示了八种变压器的连接方式。前面六种用于电压变换,后两种用于相数转换(不

包括单相电压变压器)。图中每一条线段均对应于一台双绕组变压器的一个绕组。

表 2-1

连接方式	原边	副边
两相		
三相 $\Delta$ - $\Delta$		
三相 $\Delta$ -Y		
三相 Y-Y		
三相 开路- $\Delta$		
三相 T		
两相-三相		
三相-六相		

在多相变压器的连接中注意极性标志是非常重要的。图 2-7 详细说明  $\Delta$ -Y 方式下三相理想变压器的连接,同时也表示了电压的相量图。注意线电压和相电压之间的  $30^\circ$  相移。

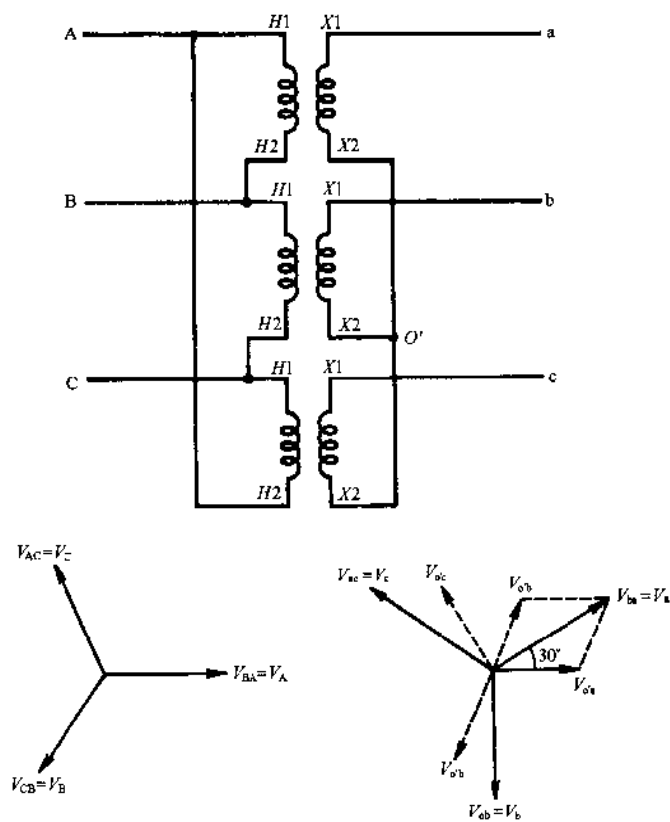


图 2-7

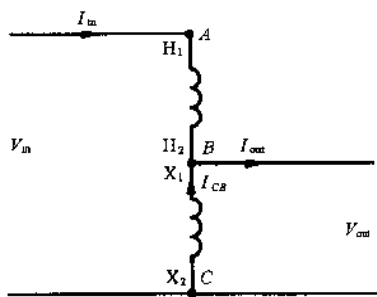


图 2-8

## 2.7 自耦变压器

自耦变压器是单绕组变压器。与多绕组变压器相比,它结构简单、价格相对低廉,因此在许多应用中都是非常有用的设备。然而由于它不能电气绝缘,因此就不能应用于需要满足此要求的场合。自耦变压器电路(图 2-8)可以通过将双绕组变压器中的两绕组电气串联构成,以便极性叠加。假设在这种方式下得到图 2-8 所示的电路,其中双绕组变压器的原边是绕组 AB,副边是绕组 BC。自耦变压器的原边是上述两绕组之和 AC,副边是绕组 BC。因此自耦变压器的电压和匝数比是

$$d = \frac{E_{AB} + E_{BC}}{E_{BC}} = \frac{N_{AB} + N_{BC}}{N_{BC}} = a + 1 \quad (2.21)$$

式中  $a$  为原双绕组变压器的电压和匝数比。与连接为双绕组变压器相比,当接为自耦变压器的形式时除了具有较大的变比,一对绕组还可以输送更多的伏安值(视在功率)。其原因在于从自耦变压器的原边到副边转换的伏安值不仅与双绕组变压器中相同,可以通过感应实现,而且也可通过传导产生。

## 2.8 仪用变压器

仪用变压器包括两种:电流互感器(CTs)和电压互感器(PTs)。它们用于向电流表、电压表、功率表、继电器等提供信号。仪用变压器用于:(1)将被测量减至标准仪器所要求的低值(标准电压表的额定值是 120V;电流表是 5A)。(2)为了安全起见,将仪器与高压电源隔离。CT、PT 与电流表、电压表、功率表的连接图解如图 2-9 所示。仪用电压器的负载被称为载荷。根据载荷的大小,仪用电压器的额定值由 25VA 到 500VA。然而,PT 或 CT 比相同额定功率的功率变压器大。

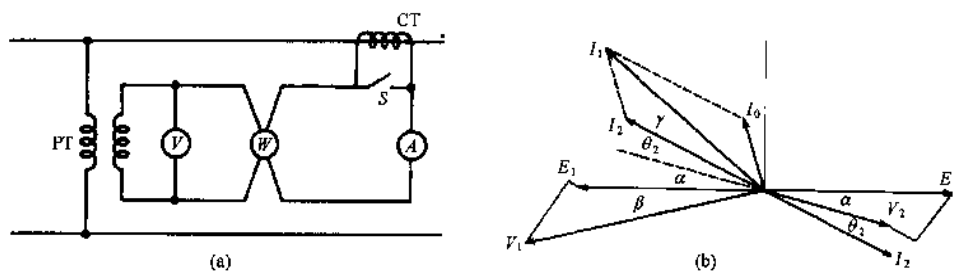


图 2-9

理想仪用变压器中,与载荷无关的原、副边电压(电流)之间没有相位差。与理想功率变压器一样,理想 PT 的电压变比值准确等于其匝数比。理想 CT 的电流变比与匝数比的倒数准确相等。然而实际上,在仪用变压器中存在着依赖于负载的变比和相角误差。

仪用变压器的运作原理与普通功率变压器的相同。于是它们具有相似的相量图,如图 2-9(b)所示。由图可知,副边阻抗压降引起相位移  $\alpha$ ;原边阻抗压降引起相位移  $\beta$ ;励磁电流  $I_0$  引起进一步的相位移  $\gamma$ 。因此与副边电压和电流之间的夹角  $\theta_2$  相比,原边电压和电流之间的夹角为  $(\theta_2 + \alpha + \beta + \gamma)$ ,那么变压器产生的相角误差为  $(\alpha + \beta + \gamma)$ 。另外,  $V_1$  和  $V_2$  仅近似等于匝数比。为了消除或减小偏差,在仪用变压器的设计中,采用(1)小的漏电抗和小电阻,以减小角度  $\alpha$  和  $\beta$ ;(2)低磁通密度和良好的变压器铁心,以降低励磁电流,从而减小角  $\gamma$ ;(3)小于标准匝数比的变比,以补偿变比误差。对于恒定载荷,这些仪用变压器可根据负载校准或调整。

## 习 题 解 答

- 2.1 已知一台变压器的原边绕组为 200 匝,并由 60Hz、200V 的电源激励,铁心磁通的最大值是多少?

由电动势方程(2.9),得

$$\phi_m = \frac{E_1}{4.44 f N_1} = \frac{220}{(4.44)(60)(200)} = 4.13 \text{ mWb}$$

- 2.2 在题 2.1 中变压器的原边施加电压  $v = 155.5 \sin 377t + 15.5 \sin 1131t$  (V)。忽略漏磁通,确定铁心磁通的瞬时值和有效值。

由公式(2.2),得

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{1}{200} \int (155.5 \sin 377t + 15.5 \sin 1131t) dt \\ &= -2.05 \cos 377t - 0.068 \cos 1131t \text{ (mWb)}\end{aligned}$$

$\phi$  的两个分量的频率呈现一定比例(1:3)。因此,将它们各自的有效值  $2.05/\sqrt{2}$  和  $0.068/\sqrt{2}$  相结合,得

$$\phi_{\text{rms}} = \sqrt{\left(\frac{2.05}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0.068}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1.45 \text{ mWb}$$

- 2.3 一台具有 480 匝原边绕组的变压器,输入电压是 120V 时产生功率 80W、电流 1.4A。若原边绕组电阻为  $0.25\Omega$  时,确定(a)铁损;(b)空载功率因数;(c)最大铁心磁通(忽略原边电阻和电抗压降)。

(a)  $P_c = 80 - (1.4)^2(0.25) = 79.5 \text{ W}$

(b)  $\cos \theta_0 = \frac{80}{(1.4)(120)} = 0.476$

(c)  $\phi_m = \frac{120}{(4.44)(60)(480)} = 0.94 \text{ mWb}$

- 2.4 对于题 2.3 中的变压器,估算以下情况下的励磁电抗  $X_m$  和铁损的等值电阻  $R_c$ 。(a)忽略阻抗压降;(b)考虑绕组电阻  $R_1 = 0.25\Omega$  和漏抗  $X_1 = 1.2\Omega$  的影响。

(a)  $R_c = \frac{(120)^2}{80} = 180\Omega$

$$I_c = \frac{120}{180} = 0.67 \text{ A}$$

$$I_m = \sqrt{(1.4)^2 - (0.67)^2} = 1.23 \text{ A}$$

$$X_m = \frac{120}{1.23} = 97.5 \Omega$$

(b)由题 2.3(a),  $\theta_0 = \cos^{-1} 0.476 = -61.6^\circ$ 。那么根据式(2.11),得

$$E_1 = 120 \angle 0^\circ - (1.4 \angle -61.6^\circ)(0.25 + j1.25) \text{ 或 } E_1 \approx 118.29 \text{ V。所以}$$

$$R_c = \frac{(118.29)^2}{79.5} = 176\Omega$$

$$I_c = \frac{118.29}{176} = 0.672 \text{ A}$$

$$I_m = \sqrt{(1.4)^2 - (0.672)^2} = 1.228 \text{ A}$$

$$X_m = \frac{118.29}{1.228} = 96.3\Omega$$

- 2.5 一台 150kVA、2400V/240V 变压器的等值电路,如图 2-3 所示,其参数如下: $R_1 = 0.2\Omega$ ,  $R_2 = 2 \text{ m}\Omega$ ,  $X_1 = 0.45\Omega$ ,  $X_2 = 4.5 \text{ m}\Omega$ ,  $R_c = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $X_m = 1.55 \text{ k}\Omega$ 。利用原边侧等值电路,确定(a)电压调节率;(b)以滞后功率因数 0.8,额定负载运行时变压器的效率。

见图 2-4(a)和图 2-5,已知  $V_2 = 240 \text{ V}$ ,  $a = 10$ ,  $\theta_2 = \cos^{-1} 0.8 = -36.8^\circ$ ,

$$a V_2 = 2400 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$I_2 = \frac{150 \times 10^3}{240} = 625 \text{ A} \quad \text{和} \quad \frac{I_2}{a} = 62.5 \angle -36.8^\circ = 50 - j37.5 \text{ A}$$

而且  $a^2 R_2 = 0.2 \Omega$   $a^2 X_2 = 0.45 \Omega$ 。因此

$$\begin{aligned} E_1 &= (2400 + j0) + (50 - j37.5)(0.2 + j0.45) \\ &= 2427 + j15 = 2427 \angle 0.35^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$I_m = \frac{2427 \angle 0.35^\circ}{1550 \angle 90^\circ} = 1.56 \angle -89.65^\circ = 0.0095 - j1.56 \text{ A}$$

$$I_c = \frac{2427 + j15}{10 \times 10^3} \approx 0.2427 + j0 \text{ A}$$

所以

$$I_0 = I_c + I_m = 0.25 - j1.56 \text{ A}$$

$$I_1 = I_0 + (I_2/a) = 50.25 - j39.06 = 63.65 \angle -37.85^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} V_1 &= (2427 + j15) + (50.25 - j39.06)(0.2 + j0.45) \\ &= 2455 + j30 = 2455 \angle 0.7^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$(a) \text{ 电压调节率} = \frac{V_{\text{no-load}} - V_{\text{load}}}{V_{\text{load}}} \times 100$$

$$= \frac{V_1 - aV_2}{aV_2} \times 100 = \frac{2455 - 2400}{2400} \times 100 = 2.3\%$$

$$(b) \text{ 效率} = \frac{\text{输出}}{\text{输入}} = \frac{\text{输出}}{\text{输出} + \text{损耗}}$$

$$\text{输出} = (150 \times 10^3)(0.8) = 120 \text{ kW}$$

$$\text{损耗} = I_1^2 R_1 + I_c^2 R_c + I_2^2 R_2$$

$$= (63.65)^2(0.2) + (0.2427)^2(10 \times 10^3) + (625)^2(2 \times 10^{-3}) = 2.18 \text{ kW}$$

$$\text{因此, 效率} = \frac{120}{122.18} = 0.982 = 98.2\%。$$

2.6 对应于图 2-4(a), 变压器的近似等值电路如图 2-10 所示。利用此电路, 重新计算题 2.5 并比较结果。画出图 2-10 所示电路的所有电压和电流的相量图。

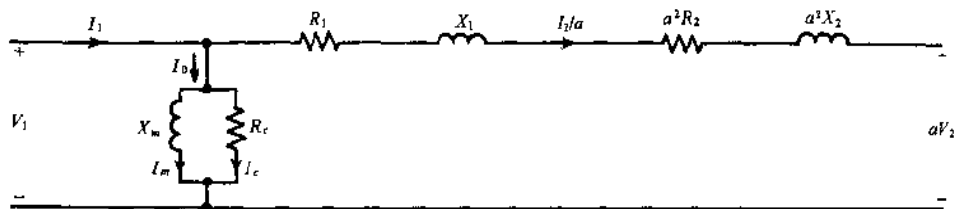


图 2-10

根据题 2.5, 有

$$aV_2 = 2400 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\frac{I_2}{a} = 50 - j37.5 \text{ A}$$

$$R_1 + a^2 R_2 = 0.4 \Omega$$

$$X_1 + a^2 X_2 = 0.9 \Omega$$

因此

$$\begin{aligned} V_1 &= (2400 + j0) + (50 - j37.5)(0.4 + j0.9) \\ &= 2453 + j30 = 2453 \angle 0.7^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$I_c = \frac{2453 \angle 0.7^\circ}{10 \times 10^3} = 0.2453 \angle 0.7^\circ \text{ A}$$

$$I_m = \frac{2453 \angle 0.7^\circ}{1550 \angle 90^\circ} = 1.58 \angle -89.3^\circ \text{ A}$$

$$I_0 = 0.2453 - j1.58 \text{ A}$$

$$I_1 = 50.25 - j39.08 = 63.66 \angle -37.9^\circ \text{ A}$$

相量图如图 2-11 所示。

$$(a) \text{ 电压调节率} = \frac{2453 - 2400}{2400} \times 100 = 2.2\%$$

$$(b) \text{ 效率} = \frac{120 \times 10^3}{120 \times 10^3 + (63.66)^2 (0.4) + (0.2453)^2 (10 \times 10^3)} = 0.982 = 98.2\%$$

注意由近似等值电路可以得到足够准确的结果。

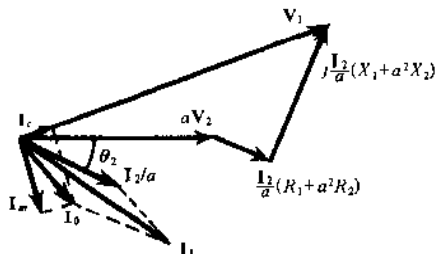


图 2-11

2.7 一台匝数比为 5 的变压器, 电路参数中的欧姆值是:  $R_1 = 0.5\Omega$ ;  $R_2 = 0.021\Omega$ ;  $X_1 = 3.2\Omega$ ;  $X_2 = 0.12\Omega$ ; 原边侧的  $R_c = 350\Omega$ ; 原边侧的  $X_m = 98\Omega$ ; 画出 (a) 原边侧、(b) 副边侧的等值电路, 标明电路参数的数值。

解 电路分别如图 2-12(a) 和图 2-12(b) 所示。计算如下:

$$(a) R' = R_1 + a^2 R_2 = 0.5 + (5)^2 (0.021) = 1.025\Omega$$

$$X' = X_1 + a^2 X_2 = 3.2 + (5)^2 (0.12) = 6.2\Omega$$

$$R_c' = 350\Omega$$

$$X_m' = 98\Omega$$

$$(b) R' = \frac{R_1}{a^2} + R_2 = \frac{0.5}{25} + 0.021 = 0.041\Omega$$

$$X' = \frac{X_1}{a^2} + X_2 = \frac{3.2}{25} + 0.12 = 0.248\Omega$$

$$R_c' = \frac{350}{25} = 14\Omega$$

$$X_m' = \frac{98}{25} = 3.92\Omega$$

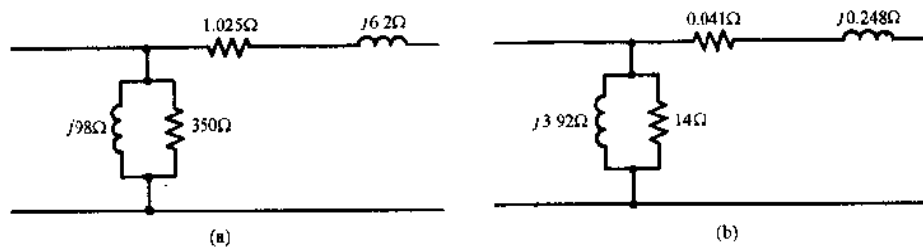


图 2-12

2.8 利用图 2-10 所示的近似等值电路, 确定变压器最大效率下的副边电流。

解 令

$$P_{\text{core}} = I_2^2 R_c \quad \text{和} \quad P_{\text{copper}} = I_2^2 \left( R_2 + \frac{R_1}{a^2} \right)$$

分别表示铁损和铜损。效率是

$$\eta = \frac{V_2 I_2}{V_2 I_2 + P_{\text{core}} + P_{\text{copper}}} = \frac{V_2 I_2}{V_2 I_2 + P_{\text{core}} + I_2^2 \left[ R_2 + \left( \frac{R_1}{a^2} \right) \right]}$$

$\eta$  是最大值时,

$$\frac{d\eta}{dI_2} = 0$$

假设  $P_{\text{core}}$  与  $I_2$  无关, 此式变为



$$\left[ V_2 I_2 + P_{\text{core}} + I_2^2 \left( R_2 + \frac{R_1}{a^2} \right) \right] V_2 - V_2 I_2 \left[ V_2 + 2 I_2 \left( R_2 + \frac{R_1}{a^2} \right) \right] = 0$$

或

$$P_{\text{core}} - P_{\text{copper}} = 0$$

因此,对于铜损等于铁损的负载,效率达到最大。最大电流  $I_2$  是

$$I_2 = \left[ \frac{P_{\text{core}}}{R_2 + (R_1/a^2)} \right]^{1/2}$$

- 2.9 110kVA、2200V/110V、60Hz 变压器包含如下电路常数:  $R_1 = 0.22\Omega$ ,  $R_2 = 0.5\text{m}\Omega$ ,  $X_1 = 2.0\Omega$ ,  $X_2 = 5\text{m}\Omega$ ,  $R_c = 5.5\text{k}\Omega$ ,  $X_m = 1.1\text{k}\Omega$ 。变压器在一天内(24 小时)存在以下负载周期:空载运行 4 小时;以功率因数 0.8, 1/4 满载运行 8 小时;以功率因数 1, 1/2 满载运行 8 小时;以功率因数 1, 满载运行 4 小时。假设恒定铁损是 1.346kW, 求取变压器全天的工作效率。

$$\text{全天效率} = \frac{24 \text{ 小时能量输出}}{24 \text{ 小时能量输入}}$$

$$24 \text{ 小时输出} = \left( 4 \times 0 + 8 \times \frac{1}{4} \times 0.8 + 8 \times \frac{1}{2} \times 1 + 4 \times 1 \times 1 \right) 110 = 1056 \text{ kWh}$$

24 小时的全部铁损是  $(24)(1.346 \times 10^3) = 32.3 \text{ kWh}$ 。与题 2.5 中相同,确定在不同区间内的原、副边电流。绕组中的欧姆损耗计算过程如下:

$$1/4 \text{ 满载运行 } 8 \text{ 小时}; [(250)^2(5 \times 10^{-3}) + (14.1)^2(0.22)]8 = 2.85 \text{ kWh}$$

$$1/2 \text{ 满载运行 } 8 \text{ 小时}; [(500)^2(5 \times 10^{-3}) + (26.6)^2(0.22)]4 = 5.62 \text{ kWh}$$

$$\text{满载运行 } 4 \text{ 小时}; [(1000)^2(5 \times 10^{-3}) + (51.7)^2(0.22)]8 = 44.70 \text{ kWh}$$

则 24 小时的全部欧姆损耗是 53.17kWh,

$$\eta_{\text{all-day}} = \frac{1056}{1056 + 32.3 + 53.17} = 0.925 = 92.5\%$$

- 2.10 25kVA、440V/220V、60Hz 变压器开路 and 短路试验的结果如下:

开路试验:原边开路,在低压侧测量。输入电压 220V;输入电流 9.6A;输入功率 710W。

短路试验:副边短路,在高压侧测量。输入电压 42V;输入电流 57A;输入功率为 1030W。

假设  $R_1 = a^2 R_2$  和  $X_1 = a^2 X_2$ 。求取高压侧准确等值电路(图 2-4)的参数。

根据短路试验,得

$$Z_{s1} = \frac{42}{57} = 0.737\Omega$$

$$R_{s1} = \frac{1030}{(57)^2} = 0.317\Omega$$

$$X_{s1} = \sqrt{(0.737)^2 - (0.317)^2} = 0.665\Omega$$

因此

$$R_1 = a^2 R_2 = 0.158\Omega \quad R_2 = 0.0395\Omega$$

$$X_1 = a^2 X_2 = 0.333\Omega \quad X_2 = 0.0832\Omega$$

根据开路试验,得

$$\theta_0 = \cos^{-1} \frac{710}{(9.6)(220)} = \cos^{-1} 0.336 = -70^\circ$$

$$E_2 = 220 \angle 0^\circ - (9.6 \angle -70^\circ)(0.0395 + j0.0832) \approx 219 \angle 0^\circ \text{V}$$

$$P_2 = 710 - (9.6)^2(0.0395) \approx 710 \text{W (精确值是 } 706.3 \text{W)}$$

$$R_{c2} = \frac{(219)^2}{710} = 67.5\Omega$$

$$I_{c2} = \frac{219}{67.5} = 3.24 \text{A}$$

$$I_{m2} = \sqrt{(9.6)^2 - (3.24)^2} = 9.03 \text{A}$$

$$X_{m2} = \frac{219}{9.03} = 24.24\Omega$$

$$X_{m1} = a^2 X_{m2} = 97\Omega$$

$$R_{c1} = a^2 R_c = 270 \Omega$$

于是得到等值电路参数如图 2-13 所示。

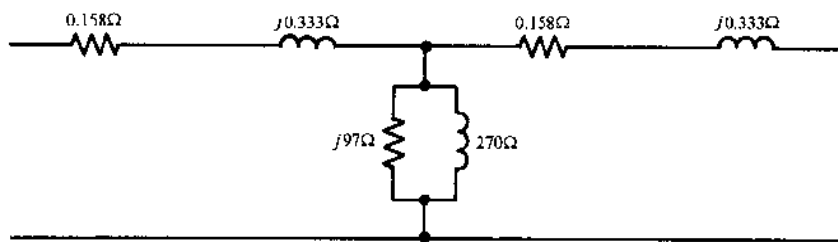


图 2-13

2.11 根据题 2.10 中的试验数据,求取低电压侧近似等值电路中的参数值。

**解** 电路如图 2-12(b)所示,但在此

$$R_{c2} = \frac{(220)^2}{710} = 68.2 \Omega$$

$$I_{c2} = \frac{220}{68.2} = 3.22 \text{ A}$$

$$I_{m2} = \sqrt{(9.6)^2 - (3.22)^2} = 9.04 \text{ A}$$

$$X_{m2} = \frac{220}{9.04} = 24.33 \Omega$$

根据短路试验数据(题 2.10 中)计算出的数值全部是副边侧的数据。于是

$$R_{s2} = \frac{0.317}{4} = 0.079 \Omega$$

$$X_{s2} = \frac{0.665}{4} = 0.166 \Omega$$

2.12 将采用  $H_1 H_2$  和  $W_1 W_2$  标记绕组的双绕组变压器重新连接成自耦变压器,如图 2-9 所示,近似比较两种变压器的电压额定值和伏安额定值。

**解** 根据图 2-9,  $V_m \approx E_{AB} + E_{BC} \approx E_{AB} + V_{or}$ 。那么

$$b \equiv \text{自耦变压器的电压比} = \frac{V_m}{V_{or}} \approx \frac{E_{AB}}{E_{BC}} + 1$$

$$a \equiv \text{双绕组的电压比} = \frac{E_{AB}}{E_{BC}}$$

因此

$$\frac{b}{a} \approx 1 + \frac{E_{BC}}{E_{AB}} = 1 + \frac{N_{BC}}{N_{AB}}$$

而且

$$(VA)_a \equiv \text{自耦变压器的伏安额定值} = V_m I_m \approx (E_{AB} + E_{BC}) I_m$$

$$(VA)_t \equiv \text{双绕组变压器的伏安额定值} = E_{AB} I_m$$

所以

$$\frac{(VA)_a}{(VA)_t} \approx 1 + \frac{E_{BC}}{E_{AB}} \approx \frac{b}{a}$$

因此,粗略地讲,将双绕组变压器连接为自耦变压器时,电压变化和伏安额定值以相同的系数增大。该系数在式(2.21)中定义为  $a'/a$ 。

2.13 原边侧等值阻抗分别为  $Z'_c$  和  $Z'_e$  的两个变压器并联运行,副边端电压是  $V_t$ ,原边电压为  $V_1$ 。匝数比分别为  $a'$  和  $a''$ 。若全部的原边电流是  $I_1$ ,确定两个变压器将如何分配负载。忽略铁损和励磁电流。

**解** 两个变压器并联运行的等值电路如图 2-14 所示,满足如下关系:

$$V_1 = V'_1 = a' V_t + I'_1 Z'_c$$

$$V_1 = V'_1 = a'' V_t + I''_1 Z'_e$$

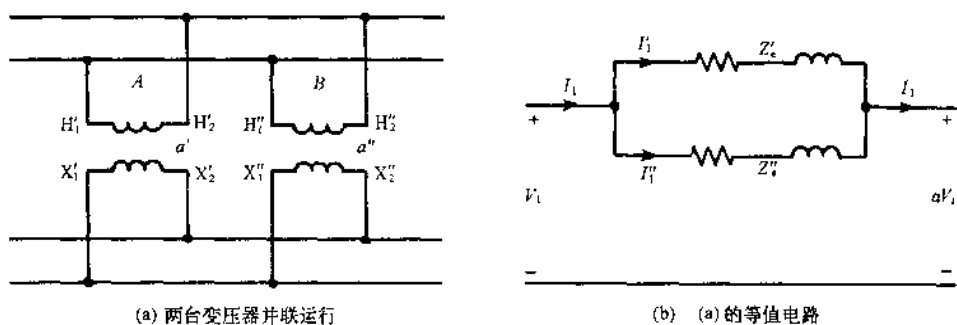


图 2-14

$$I_1 = I'_1 + I''_1$$

将前两式相减,同时求解第三式,得到两个负载电流

$$I'_1 = \frac{-V_1(a' - a'') + I_1 Z'_e}{Z'_e + Z''_e} \quad I''_1 = \frac{V_1(a' - a'') + I_1 Z'_e}{Z'_e + Z''_e}$$

2.14 将三个单相变压器连接为  $\Delta$ -Y、三相变压器,如图 2-15 所示。绘制变压器中所有电压和电流的相量图。

见图 2-16

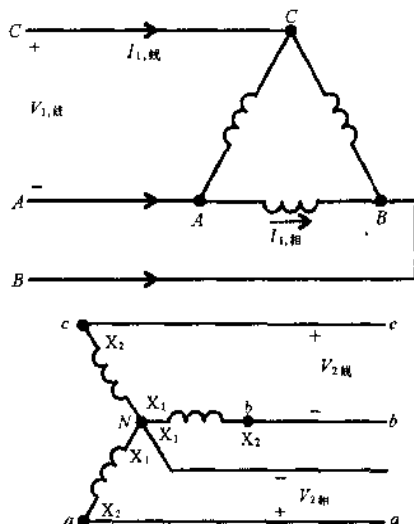


图 2-15

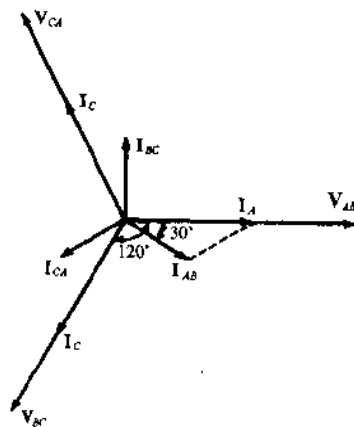


图 2-16

2.15 额定值为 100kVA、11 000V/2300V、60Hz 的两个变压器,原、副边均接为开路  $\Delta$  型。(a)变压器所能承受的全部负载是多少? (b)将 120kVA、2300V,滞后功率因数为 0.866、三相、 $\Delta$  连接负载与变压器相连,高压侧的线电流是多少?

(a) 开路  $\Delta$  的负载  $= \sqrt{3} \times$  (每个变压器的额定 kVA)

$$= \sqrt{3} \times 100 = 173.2 \text{ kVA}$$

电路和相量图如图 2-17 所示。

(b) 对于  $\Delta$  连接负载:

$$I_{AB} = I_{BC} = I_{CA} = \frac{1}{3} \left( \frac{120 \times 10^3}{2300} \right) = 17.4 \text{ A}$$

由相量图 2-17(b) 可知,

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = \left( 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 17.4 \right) \angle 0^\circ = 30.12 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\text{变比 } a = \frac{11000}{2300} = 4.78$$

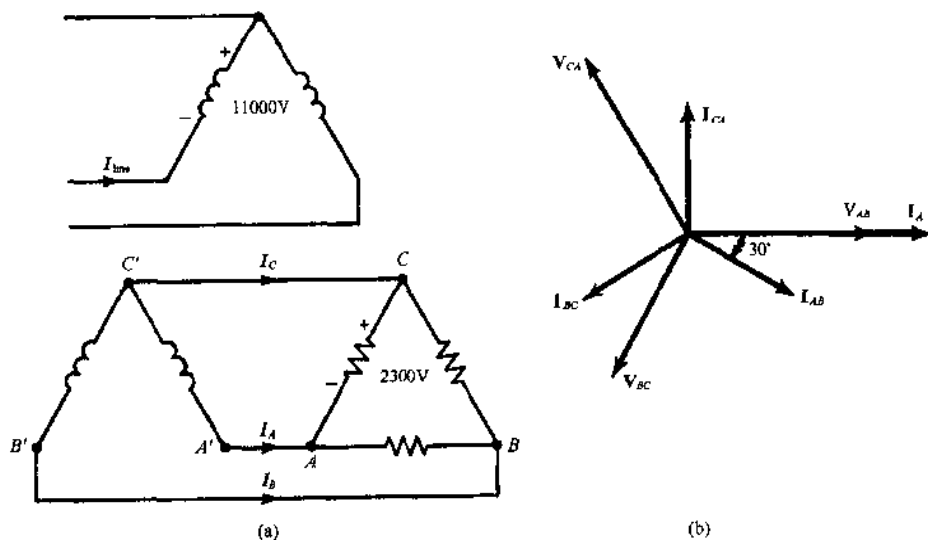


图 2-17

$$I_{\text{line}} \equiv 11000\text{V 绕组中的电流} = \frac{30.12}{4.78} = 6.3 \text{ A}$$

- 2.16 一台 25Hz、120V/30V、500VA 变压器由 60Hz 电源供电。若铁心磁通密度保持不变, 确定 (a) 最大允许原边电压; (b) 新的副边额定电压和电流 (60Hz)。

解 (a) 由式(2.9), 原边电压将随频率变化。因此,

$$\text{最大原边电压} = \frac{60}{25}(120) = 288 \text{ V}$$

$$(b) \text{ 额定 } V_2 = \frac{60}{25}(30) = 72 \text{ V}$$

$$\text{额定 } I_2 = \frac{500}{30} = 16.67 \text{ A (与 25Hz 时相同)}$$

- 2.17 在额定频率条件下, 当某台变压器与 115V 额定正弦电压相连时, 产生的励磁电流包括以下有效分量: 基波, 2A; 三次谐波, 0.8A; 五次谐波, 0.5A。这台变压器与其他两台相似的变压器以 Y 方式连接成一个平衡的 4 线 3 相电源。该电源在额定频率下线对中点的电压是 115V。计算线电流和中点电流的有效值。

$$I_{\text{line}} = \sqrt{(2)^2 + (0.8)^2 + (0.5)^2} = 2.21 \text{ A}$$

绘制三相电流的波形, 每相可分解成其三次谐波的形式。从而证明了在所有相电流中都含有三次谐波电流, 而基波和五次谐波被消除。因此,

$$I_{\text{neutral}} = 3(0.8) = 2.4 \text{ A}$$

- 2.18 若某一个物理量除以所选择的基值(与之有相同的物理量纲), 就可将其表示为标么值。对于 10kVA、2400V/240V 变压器, 选取

$$P_{\text{base}} = 10 \text{ kW} \quad V_{1,\text{base}} = 2400 \text{ V} \quad V_{2,\text{base}} = 240 \text{ V}$$

该变压器的试验数据如下:

开路试验(低压侧): 240 V, 0.8 A, 80 W

短路试验(高压侧): 80 V, 5.1 A, 220 W

将所有的试验数据转换为标称值, 求取等值电阻的标称值。

$$I_{1,\text{base}} = \frac{10 \times 10^3}{2400} = 4.17 \text{ A} \quad I_{2,\text{base}} = 41.7 \text{ A}$$

开路试验数据的标称值是

$$V_0 = \frac{240}{240} = 1 \text{ pu} \quad I_0 = \frac{0.8}{41.7} = 0.019 \text{ pu} \quad P_0 = \frac{80}{10 \times 10^3} = 0.008 \text{ pu}$$

短路试验数据是

$$V_1 = \frac{80}{2400} = 0.0333 \text{ pu} \quad I_1 = \frac{5.1}{4.17} = 1.22 \text{ pu} \quad P_1 = \frac{220}{10 \times 10^3} = 0.022 \text{ pu}$$

等值阻抗和功率因数为

$$Z_e = \frac{V_1(\text{pu})}{I_1(\text{pu})} = \frac{0.0333}{1.22} = 0.0273 \text{ pu}$$

$$\cos\theta_e = \frac{P_1}{V_1 I_1} = \frac{0.022}{(0.0333)(1.22)} = 0.54$$

因此,  $R_e = Z_e \cos\theta_e = 0.0148 \text{ pu}$ 。

2.19 75kVA、230V/115V、60Hz 变压器的试验结果如下:

短路试验: 9.5V, 326A, 1200W

开路试验: 115V, 16.3A, 750W

确定(a)高压侧等值阻抗;(b)等值阻抗标称值;(c)额定负载、0.8 滞后功率因数时的电压调节率;(d) 额定负载、0.8 滞后功率因数和 1/2 负载、功率因数为 1 时的效率;(e)最大效率及其对应的电流。

$$\text{(a)} \quad Z_e = \frac{9.5}{326} = 0.029\Omega$$

(b)与题 2.18 的过程相同,

$$V_1 \text{ 标称值} = \frac{9.5}{230} = 0.0413 \text{ pu}$$

$$I_1 \text{ 标称值} = \frac{326}{326} = 1 \text{ pu}$$

$$Z_e \text{ 标称值} = \frac{V_1(\text{pu})}{I_1(\text{pu})} = \frac{0.0413}{1} = 0.0413 \text{ pu}$$

$$\text{(c)} P_1 \text{ 标称值} = \frac{1200}{75 \times 10^3} = 0.016 \text{ pu} = I_{1\text{pu}}^2 R_{\text{pu}}$$

于是

$$R_{\text{pu}} = 0.016 \quad X_{\text{pu}} = \sqrt{(0.0413)^2 - (0.016)^2} = 0.0381 \text{ pu}$$

$$V_0 = V + IZ = 1 + (0.8 - j0.6)(0.016 + j0.0381)$$

所以  $V_0 = 1.036 \text{ pu}$ 。于是,

$$\text{电压调节率} = \frac{V_0 - V_2}{V_2} = \frac{1.036 - 1}{1} = 0.036 \text{ pu} = 3.6\%$$

$$\text{(d)} \eta_{\text{rated load}} = \frac{(75 \times 10^3)(0.8)}{60 \times 10^3 + 1200 + 750} = 96.85\%$$

$$\eta_{1/2\text{rated load}} = \frac{(37.5 \times 10^3)(1)}{37.5 \times 10^3 + 300 + 750} = 97.27\%$$

(e)根据题 2.8, 最大电流值  $I_1$  是

$$I_1^2 R_e = \text{铜损} = \text{铁损} \approx 750 \text{ W}$$

由短路试验得到等值电阻值  $R_e$  是

$$R_e = \frac{1200}{(326)^2} \Omega$$

因此

$$I_1 = 326 \sqrt{\frac{750}{1200}} = (326)(0.79) = 257.72 \text{ A}$$

输出功率是

$$\frac{I_1}{326} (75 \times 10^3) = (0.79)(75 \times 10^3) \text{ W}$$

$$\eta_{\text{max}} = \frac{(0.79)(75 \times 10^3)}{(0.79)(75 \times 10^3) + 750 + 750} = 97.53\%$$

## 补充习题

2.20 理想变压器的原边绕组包含 1000 匝, 额定运行于 220V、60Hz。若铁心横截面积为  $10\text{cm}^2$ , 运行时的磁通

密度是多少?

答案: 0.826 T

- 2.21 变压器铁心的  $B$ - $H$  曲线如图 1-17(b) 所示。对于正弦输入电压, 最大磁通密度是 1.2T, 定性说明励磁电流是非正弦的。

- 2.22 磁通  $\phi = 2\sin 377t + 0.08\sin 1885t$  (mWb) 完全交链与 500 匝线圈。计算线圈中感应电压的 (a) 瞬时值和 (b) 有效值。

答案: (a)  $v = 337\cos 377t + 75.4\cos 1885t$  (V); (b)  $v = 271.86$  V

- 2.23 设计 100kVA、60Hz、2200V/220V 变压器运行于最大磁通密度 1T, 并且每匝线圈的感应电压为 15V。确定 (a) 原边绕组的匝数; (b) 副边绕组的匝数; (c) 铁心的横截面积是多少?

答案: (a) 147 匝; (b) 15 匝; (c)  $0.0536\text{m}^2$

- 2.24 变压器的匝数比为 5, (a) 若 100 $\Omega$  电阻与副边相连, 那么原边侧的电阻值是多少? (b) 若将相同的电阻接到原边, 那么副边侧的电阻值是多少?

答案: (a) 2500 $\Omega$ ; (b) 4 $\Omega$

- 2.25 参考图 2-1, 令铁心磁阻是  $\mathcal{R}$ , 电阻  $R$  连接于副边。铁心磁通是频率为  $\omega$  的正弦信号, 匝数比为  $N_1/N_2$ 。推导采用  $N_1$ 、 $N_2$ 、 $\omega$ 、 $R$ 、 $\mathcal{R}$  以及感应电压  $E_1$  表示的瞬时原边电流表达式。

答案:  $i_1 = (N_2/N_1)^2 E_1 / R \cos \omega t + (E_1 / \omega N_1^2) \sin \omega t$  (注意:  $\omega N_1^2 / \mathcal{R} = X_m$  是变压器的励磁电抗)

- 2.26 利用副边侧的等值电路, 重解题 2.5。绘制相量图, 并且证明电压调节率和效率与以前得到的值一致。

- 2.27 参考图 2-4, 对于 110kVA、2200V/110V 变压器, 电路参数的欧姆值为  $R_1 = 0.22\Omega$ 、 $R_2 = 0.5\text{m}\Omega$ 、 $X_1 = 2.0\Omega$ 、 $X_2 = 5\text{m}\Omega$ 、 $R_c = 5494.5\Omega$ 、 $X_m = 1099\Omega$ 。计算 (a) 电压调节率; (b) 满载且功率因数为 1 时的变压器效率。

答案: (a) 1.53%; (b) 98.3%

- 2.28 利用副边侧的等近似值电路, 重解题 2.27。绘制相量图。

- 2.29 求取题 2.27 中变压器的铁损。

答案: 890.5W

- 2.30 一台 220V/110V 理想变压器在 110V 时拖动一个  $(6 + j8)\Omega$  负载。在此条件下, 计算输入的 (a) 伏安值; (b) 功率 (瓦特); (c) 功率因数; (d) 阻抗 (上述所有量均是在 220V 侧)。

答案: (a) 2420VA; (b) 726W; (c) 0.6 滞后; (d) 40 $\Omega$

- 2.31 10kVA、220V/110V、60Hz 变压器进行开路和短路试验。这两个试验中均是在高压侧进行测量, 得到如下数据:

开路试验: 输入功率, 500W; 输入电压, 220V; 输入电流, 3.16A

短路试验: 输入功率, 400W; 输入电压, 65V; 输入电流, 10A

确定 (a) 原边侧和 (b) 副边侧的近似等值电路参数。

答案: (a)  $R_c = 96.8\Omega$ ,  $X_m = 100\Omega$ ,  $R_1 + a^2 R_2 = 4\Omega$ ,  $X_1 + a^2 X_2 = 5.1\Omega$

(b)  $R_c = 24.2\Omega$ ,  $X_m = 25\Omega$ ,  $R_2 + (R_1/a^2) = 1\Omega$ ,  $X_2 + (X_1/a^2) = 1.28\Omega$

- 2.32 采用图 2-12(a) 所示电路表示的变压器在 440V 和 0.8 超前功率因数下可拖动 5kVA 负载。计算该变压器的全部无功 kVA 输入。

答案: -0.468kVAr

- 2.33 对于 0.8 滞后功率因数, 重解题 2.32。

答案: 6.285kVAr

- 2.34 如果将匝数比为  $N_1/N_2 = a$  的双绕组变压器连接成自耦变压器的形式, 证明:

$$\frac{\text{自耦变压器的励磁电流}}{\text{双线圈变压器的励磁电流}} = \frac{a-1}{a}$$

$$\frac{\text{自耦变压器的短路电流}}{\text{双线圈变压器的短路电流}} = \frac{a}{a-1}$$

- 2.35 并联运行的两台变压器以滞后功率因数 0.8 拖动 230V、400kVA 的负载。其中一台变压器的额定值为 2300V/230V, 且原边侧的阻抗为  $1.84\angle 84.2^\circ\Omega$ 。第二台变压器的相关参数是 2300V/225V 和  $0.77\angle 82.5^\circ\Omega$ 。计算每个变压器的 (a) 输出电流和 (b) 输出功率。

答案: (a) 526A, 1212A; (b) 93.35kW, 226.65kW

- 2.36 若将题 2.31 中变压器的负载完全除去, 求变压器的空载 (或杂散) 电流。

答案: 19.58A

- 2.37 利用题 2.35 的数据,假设两个变压器具有相同的变比。在此条件下,计算(a)杂散电流;(b)各变压器所提供的电流。

答案:(a) 0A;(b) 513A, 1226A

- 2.38 将三个 100kVA、19000V/220V 变压器的高压侧接为  $\Delta$  型。滞后功率因数为 0.866 时相绕组中流过额定电流。确定原边的线电流、线电压及相电流、相电压。

答案: $V_{AB} = 19000 \angle 0^\circ \text{V}$ ,  $V_{BC} = V_{AB} \angle 120^\circ$ ,  $V_{CA} = V_{AB} \angle 240^\circ$ ,

$$I_{AB} = 5.26 \angle -30^\circ \text{A}, I_A = 9.1 \angle 0^\circ \text{A}$$

- 2.39 交链于 500 匝线圈的磁通是

$$\phi = 8t^2 (\text{Wb})$$

其中  $t$  的单位是 s。绘制感应电压对  $t$  的曲线。计算  $t=2\text{s}$  和  $t=4\text{s}$  时的感应电压。

答案: 16kV; 32kV

- 2.40 根据变压器原边侧的等值电路,如图 2-3(a)所示,回答以下问题:(a)求取图示阻抗需要哪些试验?(b)在获取图示阻抗的试验结果中包括哪些近似?(c)在此图中变压器铁心的漏磁通在何处表示?(d)哪些阻抗引起能量损耗?(e)采用图中的符号如何表示变压器的等效串联阻抗?(f)若将变压器铁心材料的叠片厚度加倍,那么等值电路中的阻抗将会如何变化?

答案:(e)为了实现良好近似,将并联支路移至左端,如图 2-12 所示。则串联阻抗为  $(R_1 + a^2 R_2) + j(X_1 + a^2 X_2)$ ;(f)叠片厚度加倍引起涡流损失加倍,则电阻  $R_2$  的值将减小。

- 2.41 具有相似的伏安额定值和相似的副边电压额定值的变压器,一个是 25Hz,另一个是 60Hz。请问那一个更重,并加以解释。

答案:由式(2.9)可知与 60Hz 的变压器相比,25Hz 变压器需要更大的磁通。这表示 25Hz 变压器的铁心横截面积更大,所以 25Hz 变压器更重。

- 2.42 变压器的额定值为 2400V/120V、60Hz。由于紧急情况,该变压器将用于 50Hz 系统,如果变压器铁心的磁通密度与工作在 60Hz、240V 时相同:(a)在 50Hz 时需提供多大的电压?(b)50Hz 时的伏安额定值是多少?

答案:(a) 200 V;(b) 0.833 kVA

- 2.43 理想变压器的额定值为 2400V/240V。低压绕组连接一个 50A、功率因数为 1 的负载。该负载两端电压要求达到 200V。当高压绕组供电电压是 2400V 时,若将电阻分别串接于(a)低压绕组中;(b)高压绕组中,阻值是多大?

答案:(a) 0.8 $\Omega$ ;(b) 80 $\Omega$

- 2.44 根据题 2.18,当变压器满载运行的电压调节率是零时,确定其功率因数。

答案: 0.835 超前

- 2.45 一台 50kVA、2300V/230V、60Hz 变压器,当高压边电压是 2300V 时,该变压器以 200W、0.30A 空载运行。原边电阻为 3.5 $\Omega$ 。忽略漏电抗压降,确定:(a)空载功率因数;(b)原边感应电压;(c)励磁电流;(d)铁损电流分量。

答案:(a) 0.29;(b)  $\approx 2300\text{V}$ ;(c) 0.286 A;(d) 0.088 A

## 3.1 机电能量转换

机电能量转换器可将电能转换为机械能,反之亦然。这些设备既可以是整体运动装置,如电动机和发电机;也可以是增量运动装置,如机电转换器。本章将只考虑后一种。增量运动转换器中的常见例子包括:扩音器、扬声器、电磁继电器、换能器等等。

产生作用力的两个基本磁场效应是:(1)磁力线的校准;(2)磁场和载流导体之间的相互作用。尽管这些作用于没有电荷的物体上的力属于机械力,它们终归是电(电子)的起源。因此将它们称之为“电动力”,用  $F_e$  表示。“校准”的例子如图 3-1 所示。在图 3-1(a)中,铁磁片上的作用力使其磁力线对齐,从而缩短了磁通路径,减小了磁阻。图 3-1(b)表示一台磁阻电动机的简化形式;其中电动力会使转子与定子轴对齐。图 3-1(c)表示了两个载流线圈的校准。“相互作用”的某些例子如图 3-2 所示;在此放置于磁场中的载流导体受到力的作用。例如,图 3-2(b)中,在磁力线和线圈电流的相互作用下产生的电动力将使运动的线圈上出现力矩。此机理构成了多种电测量仪器的研究基础。几乎所有的工业直流电动机都是基于“相互作用”的原理运行的。

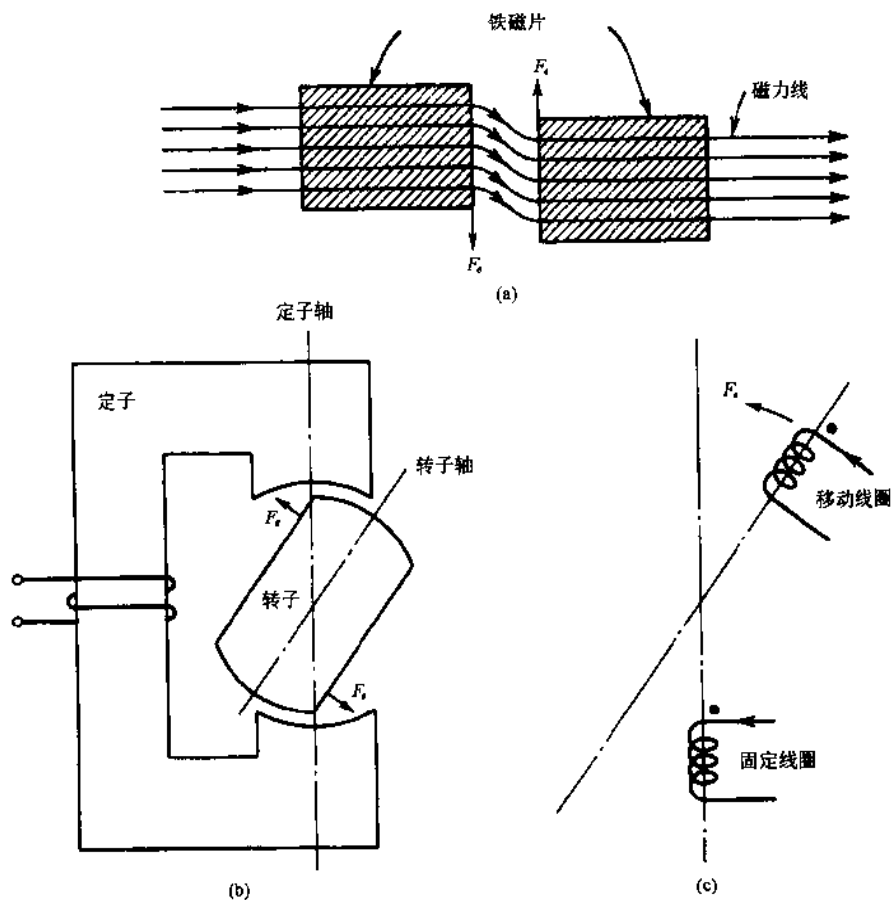


图 3-1



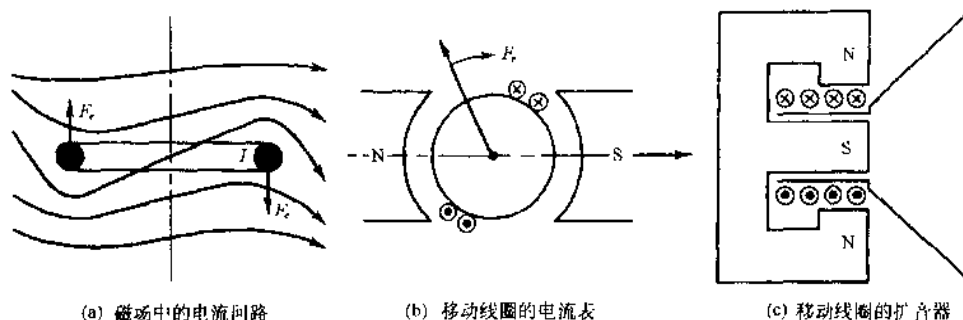


图 3-2

下面将对电动力进行定量估计。在此简单地认为,作用力始终处于一个方向,使得净磁阻减小或磁场中储存的能量最小。于是,图 3-1(b)中大多数的磁场能量都储存在转子与定子之间的气隙中。此气隙磁场通常被称为耦合磁场。当以一定方式分布的耦合磁场使得储存的磁场能量随机械运动而变化时,就会发生机电能量转换。由能量守恒的观点可知,在一个无损耗(或守恒)系统中,

$$\text{净输入} = \text{储存能量的增加量}$$

或

$$\text{电能输入} = \text{系统中的机械能} + \text{储存能量的增加量} \quad (3.1)$$

**例 3.1** 考虑特殊情形,即一块可吸引铁块的电磁铁,如图 3-3。其中①和②分别表示铁块的初始和最终位置,产生的位移是  $-dx$  (与  $x$  轴正方向相反)。如果在由①到②运动过程中线圈电流恒定,  $i = I_0$ , 则根据法拉第定律(2.1), 由电流源提供的输入电能是

$$dW_e = I_0 edt = I_0(\lambda_2 - \lambda_1) \quad (3.2)$$

由式(1.22), 储存磁能的增加量  $dW_m$  是

$$dW_m = \frac{1}{2}(L_2 - L_1)I_0^2 = \frac{1}{2}(\lambda_2 - \lambda_1)I_0 \quad (3.3)$$

图 3-3

其中已假设是线性磁路,  $L = \lambda/i$ 。由式(3.1), 得

$$dW_e = (-F_e)(-dx) + dW_m \quad (3.4)$$

其中  $F_e$  是电动力。则由式(3.2)、式(3.3)和式(3.4), 得

$$F_e dx = \frac{1}{2}(\lambda_2 - \lambda_1)I_0 = dW_m \quad (3.5)$$

另一方面, 若在运动过程中磁链保持恒定, 即  $\lambda = \lambda_0$ , 则可将式(3.2)代替为

$$dW_e = 0 \quad (3.6)$$

$$dW_m = \frac{1}{2}\lambda_0(i_2 - i_1) \quad (3.7)$$

上式与式(3.4)相结合, 得到

$$F_e dx = \frac{1}{2}\lambda_0(i_2 - i_1) = -dW_m \quad (3.8)$$

### 3.2 力和力矩方程

将式(3.5)和式(3.8)重写为

$$\text{电流激励: } F_e = \frac{\partial W_m(i, x)}{\partial x} \quad (3.9)$$

$$\text{电压激励: } F_e = - \frac{\partial W_m(\lambda, x)}{\partial x} \quad (3.10)$$

此为作用力方程的两种形式。它表示了产生电的机械力的大小。对于旋转运动系统,力矩的类似描述是

$$\text{电流激励: } T_e = \frac{\partial W_m(i, \theta)}{\partial \theta} \quad (3.11)$$

$$\text{电压激励: } T_e = - \frac{\partial W_m(\lambda, \theta)}{\partial \theta} \quad (3.12)$$

如同题 3.42 中所证明,对于线性磁路,式(3.9)和式(3.10)或式(3.11)和式(3.12)可交换使用。

### 3.3 机电动力学

一个机电系统的运行状况是由运动的电气和机械方程所控制的。一般相互关联的这两个方程普遍采用电压(或电流)平衡方程和力(或力矩)平衡方程的形式描述,其中“作用力”等于“恢复力”(恢复力包括系统的“惯性力”或“加速度”,所以“平衡”方程实际上是运动方程)。在电气方程中,产生机械运动的电动力,如由法拉第定律得到的感应电势发挥了“作用力”的作用。在机械方程中,产生电的机械力,例如式(3.9)或式(3.10)中表示的力  $F_e$  就是“作用力”。

**例 3.2** 一个电磁继电器可采用图 3-4 中所示的集总参数系统建模。不存在外部提供的机械力。在以下步骤中简明表述运动的动力学方程。

1. 前提:忽略磁路的饱和,即假设其具有无穷大磁性;忽略漏磁和边缘磁通。而且假设摩擦力直接正比于速度,弹力直接正比于伸张度。

2. 参数:机械参数包括质量  $M$ 、摩擦系数  $b$  和弹簧强度  $k$ 。电路的参数包括电阻  $R$  和电感  $L$ ,它们均是按图 3-4 所示的尺寸表示:

$$L(x) = \frac{\mu_0 a N^2}{l_1 - x} \quad (3.13)$$

3. 运动方程:在作用于系统的不同“力”之间的平衡方程可写为

$$\text{电气: } Ri + \frac{d}{dt}(Li) = v \quad (3.14)$$

其中左侧项表示恢复力(电压降)。

$$\text{机械: } M\ddot{x} + b\dot{x} + k(x - l_0) = F_e = \frac{1}{2}i^2 \frac{\partial L}{\partial x} \quad (3.15)$$

其中左侧项是恢复力之和,外力  $F_e$  由式(3.9)和式(1.22)表示。

方程式(3.14)和式(3.15)描述了系统机电动力学。但方程是非线性的,无法即时获得解析解。对于小信号、增量式运动,通过求解相应的线性化方程,获得系统有关的有用信息。在稳态工作点采用小信号线性化方法。在现有的例子中,令  $(V_0, I_0, X_0)$  表示稳态、稳定的平衡点,所以

$$v(t) = V_0 + v_1(t)$$

$$i(t) = I_0 + i_1(t)$$

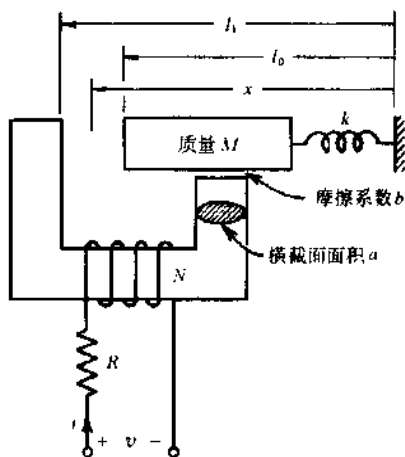


图 3-4

$$x(t) = X_0 + x_1(t)$$

其中 $(v, i, x)$ 是原始变量,  $(v_1, i_1, x_1)$ 是关于 $(V_0, I_0, X_0)$ 的小扰动。微小度可采用乘积的形式进行测量。例如与 $I_0^2, I_0 X_0$ 等相比,  $i_1^2, i_1 x_1$ 等可忽略。将

$$x = X_0 + x_1$$

$$L_0 = \frac{\mu_0 a N^2}{l_1 - X_0}$$

代入式(3.13), 得

$$L = L_0 \left( 1 - \frac{x_1}{l_1 - X_0} \right)^{-1} = L_0 \left[ 1 + \frac{x_1}{l_1 - X_0} + \left( \frac{x_1}{l_1 - X_0} \right)^2 + \left( \frac{x_1}{l_1 - X_0} \right)^3 + \dots \right] \quad (3.16)$$

因为(根据假设) $x(t) < l_1$ , 即  $x_1 < l_1 - X_0$ , 则此级数收敛。而且由式(3.16)得

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{L_0}{l_1 - X_0} \left[ 1 + \frac{2x_1}{l_1 - X_0} + 3 \left( \frac{x_1}{l_1 - X_0} \right)^2 + \dots \right] \quad (3.17)$$

式(3.16)和式(3.17)的线性化形式就是

$$\begin{aligned} L &\approx L_0 \left( 1 + \frac{x_1}{l_1 - X_0} \right) \\ \frac{\partial L}{\partial x} &\approx \frac{L_0}{l_1 - X_0} \left( 1 + \frac{2x_1}{l_1 - X_0} \right) \end{aligned} \quad (3.18)$$

磁链  $\lambda = Li$  就变为

$$\lambda \approx L_0 \left( 1 + \frac{x_1}{l_1 - X_0} \right) (I_0 + i_1) \approx L_0 I_0 + L_0 i_1 + \frac{L_0 I_0}{l_1 - X_0} x_1 \quad (3.19)$$

忽略微小量  $x_1/(l_1 - X_0)$  和  $i_1 L_0$  的乘积。而且,

$$\frac{d}{dt}(\lambda) \approx L_0 \frac{di_1}{dt} + \frac{L_0 I_0}{l_1 - X_0} \dot{x}_1 \quad (3.20)$$

将式(3.20)、 $Ri = Ri_0 + Ri_1$  和  $v = V_0 + v_1$  代入式(3.14), 可知  $Ri_0 = V_0$  是稳态或直流工作点, 从而获得运动的线性化电气方程

$$L_0 \frac{di_1}{dt} + Ri_1 + \frac{L_0 I_0}{l_1 - X_0} \dot{x}_1 = v_1 \quad (3.21)$$

其次, 考虑式(3.15)的右侧, 代入式(3.18)和  $i^2 \approx I_0^2 + 2I_0 i_1$ , 得到

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} i^2 \frac{\partial L}{\partial x} &\approx \frac{1}{2} (I_0^2 + 2I_0 i_1) \frac{L_0}{l_1 - X_0} \left( 1 + \frac{2x_1}{l_1 - X_0} \right) \\ &\approx \frac{L_0 I_0^2}{2(l_1 - X_0)} - \frac{L_0 I_0}{l_1 - X_0} i_1 + \frac{L_0 I_0^2}{(l_1 - X_0)^2} x_1 \end{aligned}$$

其中忽略了与式(3.19)中的省略项相同的部分。方程式(3.15)变为

$$M\ddot{x}_1 + b\dot{x}_1 + kx_1 + k(X_0 - l_c) = \frac{L_0 I_0^2}{2(l_1 - X_0)} + \frac{L_0 I_0}{l_1 - X_0} i_1 + \frac{L_0 I_0^2}{(l_1 - X_0)^2} x_1 \quad (3.22)$$

稳态的机械平衡为

$$k(X_0 - l_c) = \frac{L_0 I_0^2}{2(l_1 - X_0)}$$

所以由式(3.22)的保留部分得到了运动的线性化机械方程

$$M\ddot{x}_1 + b\dot{x}_1 + \left[ k - \frac{L_0 I_0^2}{(l_1 - X_0)^2} \right] x_1 = \frac{L_0 I_0}{l_1 - X_0} i_1 \quad (3.23)$$

通过同时求解式(3.21)和式(3.23), 即利用 Laplace 变换(见题 3.9 和题 3.38)确定系统的机电动力学。作为一种可选择的方法, 运动的原始方程, 式(3.14)和式(3.15)可通过数值积分求解(见题 3.14)。

## 3.4 机电模拟

借助于表 3-1 和表 3-2 中模拟项的任一种,均可利用电路表示机电系统,反之亦然。

表 3-1 力-电压模拟

力, $F$	电压, $v$
速度, $\dot{x}$	电流, $i$
阻尼, $b$	电阻, $R$
质量, $M$	电感, $L$
弹簧系数, $k$	倒电容 = 电容值的倒数, $1/C$

表 3-2 力-电流模拟

力, $F$	电流, $i$
速度, $\dot{x}$	电压, $v$
阻尼, $b$	电导, $G$
质量, $M$	电容, $C$
弹簧系数, $k$	电感的倒数, $1/L$

图 3-5 表示一个特殊机械系统的两种电气模拟。

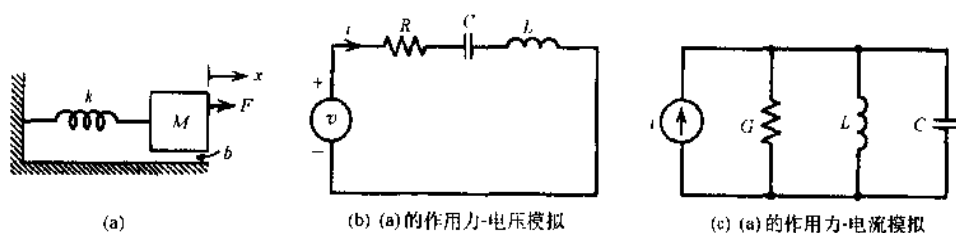


图 3-5

## 习 题 解 答

- 3.1 圆柱体形状的螺线管如图 3-6 所示。(a)若励磁线圈中流过直流稳态电流  $I$ , 推导可动铁心上作用力的描述形式。(b)对于数值  $I = 10\text{A}$ ,  $N = 500$  匝,  $g = 5\text{mm}$ ,  $a = 20\text{mm}$ ,  $b = 2\text{mm}$ ,  $l = 40\text{mm}$ , 作用力的大小是多少? 假设  $\mu_{\text{core}} = \infty$ , 忽略漏磁。

解 磁路中的磁阻是

$$\mathcal{R} = \frac{g}{\mu_0 \pi c^2} + \frac{b}{\mu_0 2\pi a l} \quad \text{其中 } c = a - \frac{b}{2}$$

则由式(1.20)得到电感  $L$  为

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}} = \frac{2\pi\mu_0 a l c^2 N^2}{2a l g + b c^2} \equiv \frac{k_1}{k_2 g + k_3}$$

其中  $k_1 \equiv 2\pi\mu_0 a l c^2 N^2$ ,  $k_2 \equiv 2a l^2$ ,  $k_3 \equiv b c^2$ 。

- (a) 与式(3.15)中一样, 作用力可表示为

$$F_r = \frac{1}{2} I^2 \frac{\partial L}{\partial g} = - \frac{I^2 k_1 k_2}{2(k_2 g + k_3)^2}$$

其中负号表明该作用力往往会减小气隙。

- (b) 将各数值代入(a)的作用力描述中, 得到  $F_r$  的大小是  $600\text{N}$ 。

- 3.2 (a) 如果在题 3.1(a)的螺线管中流过  $60\text{Hz}$ 、 $10\text{A}(\text{rms})$  的交变电流, 瞬时作用力是多少?  
(b) 若  $N$ 、 $g$ 、 $a$ 、 $b$  和  $l$  的数值与题 3.1(b)中的相同, 平均力是多大?

解 (a) 瞬时作用力是

$$F_r = - \frac{10\sqrt{2}\cos(120\pi t)^2 k_1 k_2}{2(k_2 g + k_3)^2} = - \frac{100 k_1 k_2}{(k_2 g + k_3)^2} \cos^2 120\pi t \quad (\text{N})$$

- (b) 由于  $\cos^2$  项的平均值是  $1/2$ , 则平均力等于  $10\text{A}$  直流的作用力, 即  $600\text{N}$ 。

- 3.3 图 3-7 表示一个铁心横截面是正方形的螺线管。(a)对于线圈电流  $I$ (直流), 推导可动铁

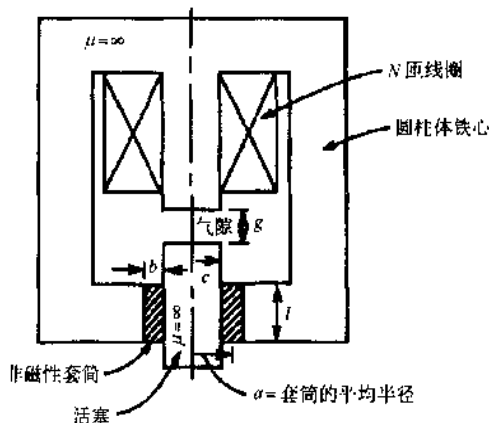


图 3-6

心上作用力的描述形式。(b)给定  $I = 10\text{A}$ 、 $N = 500$  匝、 $g = 5\text{mm}$ 、 $a = 20\text{mm}$ 、 $b = 2\text{mm}$ , 计算作用力的大小?

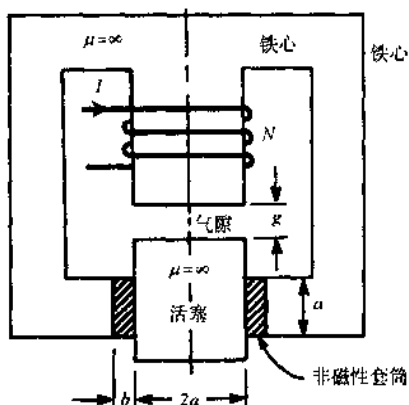


图 3-7

解 由于

$$W_m = \frac{1}{2} \frac{N\phi}{i} i^2 = \frac{1}{2} N\phi \left( \frac{\partial \phi}{\partial N} \right) = \frac{1}{2} \lambda \phi^2$$

所以, 由式(3.10), 其中常数  $\lambda$  即为常数  $\phi$ , 得

$$F_e = - \frac{\partial W_m}{\partial x} = - \frac{1}{2} \phi^2 \frac{\partial \lambda}{\partial x}$$

3.5 考虑图 3-7 中所示的线圈。令线圈电阻为  $R$ , 且受到电压  $v = V_m \sin \omega t$  激励。若可动铁心和线圈(极面)之间的位移是  $g_0$ , 确定稳态线圈电流和电动力。

解 (a) 系统运动的电气方程具有式(3.14)的形式:

$$Ri + \frac{d}{dt}(Li) = v$$

其中, 由题 3.3(a), 得

$$L = \frac{2\mu_0 a^2 N^2}{b + g_0} = \text{常数}$$

则相似地求解:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = V \sin \omega t$$

所期望的稳态值是  $I = V/Z$ , 或

$$i = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \sin(\omega t - \psi) \quad \text{其中} \quad \psi = \arctan \frac{\omega L}{R}$$

(b) 因磁路是线性的, 则系统就如同是采用电流激励的, 可以根据式(3.9)确定电动力。

$$F_e = \frac{1}{2} i^2 \frac{\partial L}{\partial g_0} = - \frac{\mu_0 a^2 N^2}{(b + g_0)^2} i^2$$

其中  $i(t)$  如上面的(a)所述。

3.6 在题 3.5 中, 对于  $N = 500$  匝、 $g = 5\text{mm}$ 、 $a = 20\text{mm}$ 、 $b = 2\text{mm}$ ,  $R = 20\Omega$ ,  $V_m = 120\sqrt{2}\text{V}$ ,  $\omega = 120\pi \text{ rad/s}$ , 计算(a)稳态线圈电流;(b)平均稳态电动力。

解 (a) 在  $g_0 = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$  时,

$$L = \frac{2\mu_0 a^2 N^2}{b + g_0} = \frac{2(4\pi \times 10^{-7})(400 \times 10^{-6})(25 \times 10^4)}{7 \times 10^{-3}} = 0.036 \text{ H}$$

$$\omega L = 13.56 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{400 + 183.88} = 24.16 \Omega$$

$$\psi = \arctan \frac{\omega L}{R} \approx 34^\circ$$

解 (a) 由等效电路, 图 1-16(c), 得

$$\text{磁阻: } \mathcal{R} = \frac{b + g}{2\mu_0 a^2}$$

则与题 3-1(a)中的相同,

$$\text{电感: } L = \frac{2\mu_0 a^2 N^2}{b + g}$$

$$\text{电动力: } F_e = \frac{1}{2} I^2 \frac{\partial L}{\partial g} = - \frac{\mu_0 a^2 N^2 I^2}{(b + g)^2}$$

(b)  $256.4\text{N}$

3.4 对于电压-激励系统, 证明可将电动力描述为

$$F_e = - \frac{1}{2} \phi^2 \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial x}$$

其中  $\phi$  是铁心磁通,  $\mathcal{R}$  是磁路净磁阻。

$$i = \frac{V_m}{Z} \sin(\omega t - \phi) = 7.02 \sin(377t - 34^\circ) \quad (\text{A})$$

(b) 由(a), 得到

$$(i^2)_{\text{avg}} = \frac{(7.02)^2}{2} = 24.64$$

那么, 根据题 3.5, 得

$$(F_r)_{\text{avg}} = -\frac{\mu_0 a^2 N^2}{(b + g_0)^2} (i^2)_{\text{avg}} = -\frac{L}{2(b + g_0)} (i^2)_{\text{avg}} = -63.4 \quad \text{N}$$

### 3.7 一个两绕组系统的电感为

$$L_{11} = \frac{k_1}{x} = L_{22} \quad L_{12} = L_{21} = \frac{k_2}{x}$$

其中  $k_1$  和  $k_2$  是常数。忽略绕组电阻。推导当两个绕组都接至相同的电压源  $v = V_m \sin \omega t$  时, 电动力的描述形式( $x$  的函数)。

**解** 因为  $L_{11} = L_{22}$  和  $L_{12} = L_{21}$ , 存在  $i_1 = i_2 \equiv i$ , 所以储存的磁能为

$$W_m = \frac{1}{2} L_{11} i^2 + \frac{1}{2} L_{22} i^2 + L_{12} i_1 i_2 = (L_{11} + L_{12}) i^2$$

电动力是

$$F_e = \frac{\partial W_m(i, x)}{\partial x} = i^2 \frac{\partial}{\partial x} (L_{11} + L_{12}) = -\frac{(k_1 + k_2) i^2}{x^2}$$

电流  $i$  与电压  $v_1 = v_2 = v$  相关:

$$v = \frac{d}{dt} [(L_{11} + L_{12}) i]$$

或

$$i = \frac{1}{L_{11} + L_{12}} \int v dt = \frac{x}{k_1 + k_2} \left( -\frac{V_m}{\omega} \cos \omega t \right)$$

则由(1)和(2), 得到

$$F_e = -\frac{V_m^2 \cos^2 \omega t}{(k_1 + k_2) \omega^2}$$

可以看出,  $F_e$  与  $x$  明显无关。该结论是基于忽略漏磁通得到的。

### 3.8 两个互耦线圈如图 3-8 所示。线圈的电感是: $L_{11} = A$ , $L_{22} = B$ , $L_{12} = L_{21} = C \cos \theta$ 。求取以下情况时的电动力矩: (a) $i_1 = I_0, i_2 = 0$ ; (b) $i_1 = i_2 = I_0$ ; (c) $i_1 = I_m \sin \omega t, i_2 = I_0$ ; (d) $i_1 = i_2 = I_m \sin \omega t$ ; (e) 线圈 1 短路, $i_2 = I_0$ 。

**解** (a)  $W_m = \frac{1}{2} L_{11} I_0^2 \quad T_e = \frac{\partial W_m}{\partial \theta} = 0$

(b)  $W_m = \frac{1}{2} (A + B) I_0^2 + C I_0^2 \sin \theta \quad T_e = -C I_0^2 \sin \theta$

(c)  $W_m = \frac{1}{2} A I_m^2 \sin^2 \omega t + \frac{1}{2} B I_0^2 + C I_0 I_m \sin \omega t \cos \theta$

$$T_e = -C I_0 I_m \sin \omega t \sin \theta$$

(d)  $T_e = -C I_m^2 \sin^2 \omega t \sin \theta$

(e) 对 1 线圈 1,

$$\frac{d}{dt} (L_{11} i_1 + L_{12} i_2) = 0 \quad \text{或} \quad L_{11} i_1 + L_{12} i_2 = k = \text{常数}$$

所以对于给定  $i_1$  和  $L_{11}$ ,

$$i_1 = \frac{k - L_{12} I_0}{A}$$

$$\begin{aligned} W_m &= \frac{A}{2} \left( \frac{k - L_{12} I_0}{A} \right)^2 + \frac{B}{2} I_0^2 + L_{12} I_0 \left( \frac{k - L_{12} I_0}{A} \right) \\ &= \frac{k^2}{2A} - \frac{L_{12}^2 I_0^2}{2A} + \frac{B}{2} I_0^2 = \frac{k^2}{2A} + \frac{B}{2} I_0^2 - \frac{I_0^2}{2A} C^2 \cos^2 \theta \end{aligned}$$

因此

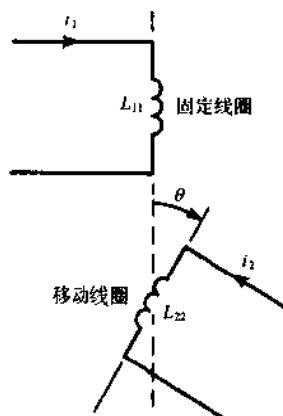


图 3-8

$$T_e = \frac{\partial W_m}{\partial \theta} = \frac{I_0^2}{A} C^2 \cos \theta \sin \theta$$

- 3.9 图 3-9 表示角动机电系统。如图所示,铁制的驱动叶片能够在气隙中移动。如此设计叶片,可以使驱动线圈的电感随角位移线性变化。即  $L = A + B\theta$ , 其中  $A$  和  $B$  是常数。其他的系统参数是:  $R$  线圈电阻;  $J$  旋转部分的转动惯量;  $b$  扭杆与支架之间的摩擦系数;  $k$  扭杆的抗扭刚度。电压输入是  $v$  时, (a) 写出运动方程; (b) 如果这些方程是非线性的, 区分非线性项, 且在稳态工作点线性化; (c) 若角位移是输出, 线圈电流是输入, 求取系统的传递函数。

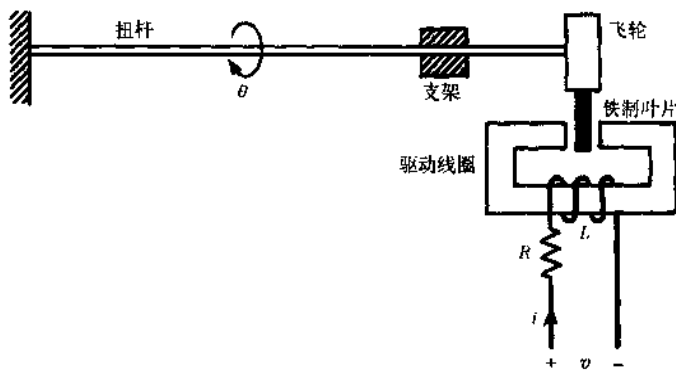


图 3-9

解 (a) 电气方程是

$$(A + B\theta) \frac{di}{dt} + Bi \dot{\theta} + Ri = v \quad (1)$$

机械方程是

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + k\theta = T_e = \frac{1}{2} B i^2 \quad (2)$$

(b) 非线性项是(1)中的  $B\theta \frac{di}{dt}$  和  $Bi \dot{\theta}$  以及(2)中的  $\frac{1}{2} B i^2$ 。为了线性化, 令

$$\begin{aligned} \theta &= \Theta_0 + \theta_1 \\ v &= V_0 + v_1 \\ i &= I_0 + i_1 \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $(\Theta_0, V_0, I_0)$  是稳态平衡点,  $(\theta_1, v_1, i_1)$  是小时变扰动, 从而可忽略二阶项。将式(3)代入式(1)和式(2), 得到线性化方程

$$\text{电气: } (A + B\Theta_0) \frac{di_1}{dt} + BI_0 \dot{\theta}_1 + Ri_1 = v_1 \quad (4)$$

$$\text{机械: } J\ddot{\theta}_1 + b\dot{\theta}_1 + k\theta_1 = BI_0 i_1 \quad (5)$$

从其中减去决定平衡点的下述关系:

$$RI_0 = V_0 \quad k\Theta_0 = \frac{1}{2} BI_0^2$$

(c) 传递函数  $G(s)$  定义为

$$G(s) = \frac{\Theta_1(s)}{I_1(s)}$$

其中  $\Theta_1(s) \equiv \Theta_1(t)$  的 Laplace 变换,  $I_1(s) \equiv i_1(t)$  的 Laplace 变换。基于假设  $\theta_1(0) = \dot{\theta}_1(0) = 0$ , 对式(5)进行 Laplace 变换, 得到

$$G(s) = \frac{BI_0}{Js^2 + bs + k}$$

- 3.10 如图 3-10(a)所示, 一台电容扩音器可采用图 3-10(b)的机电系统建模。若输入是  $v$ , 求取系统的线性化动态方程和稳态工作点。

解 对于电荷  $q$ , 储存在电容器中的电能可表述为

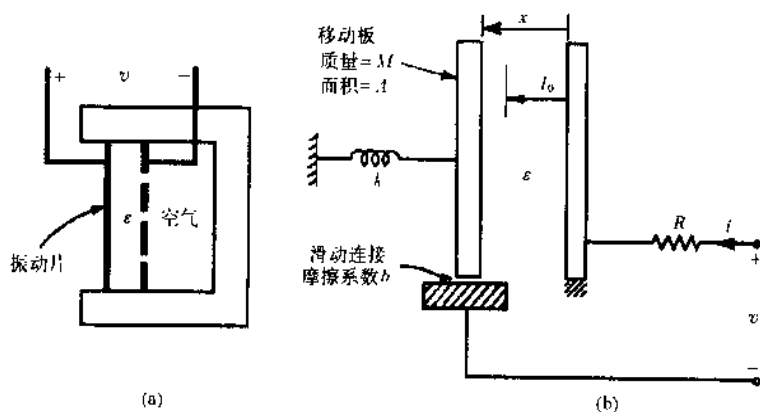


图 3-10

$$W_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

其中  $C$  是电容值。则极板间的作用力是

$$F_e = -\frac{\partial W_e}{\partial x} = -\frac{q^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{C} \right)$$

其中负号表示该力会造成极板的间隔  $x$  减小。对于此情况,

$$C = \frac{\epsilon A}{x}$$

所以

$$F_e = -\frac{q^2}{2\epsilon A}$$

运动方程就变为

$$\text{机械: } M\ddot{x} + b\dot{x} + k(x - l_0) = -\frac{q^2}{2\epsilon A} \quad (1)$$

$$\text{电气: } R\dot{q} + \frac{qx}{\epsilon A} = v \quad (2)$$

由于存在包含  $q^2$  和  $qx$  的项, 这些方程是非线性的。

通过假设稳态工作点  $(X_0, Q_0, V_0)$  存在, 实现线性化。所以,

$$x = X_0 + x_1 \quad q = Q_0 + q_1 \quad v = V_0 + v_1$$

代入式(1)和式(2), 忽略高阶项, 得到

$$M\ddot{x}_1 + b\dot{x}_1 + k(X_0 - l_0) + kx_1 = -\frac{Q_0^2}{2\epsilon A} - \frac{Q_0 q_1}{\epsilon A}$$

$$R\dot{q}_1 + \frac{Q_0 X_0}{\epsilon A} + \frac{X_0 q_1}{\epsilon A} + \frac{Q_0 x_1}{\epsilon A} = V_0 + v_1$$

由此可知, 稳态工作点可由下式得到:

$$-\frac{Q_0^2}{2\epsilon A} = k(X_0 - l_0) \quad V_0 = \frac{Q_0 X_0}{\epsilon A}$$

则线性化方程是

$$\text{机械: } M\ddot{x}_1 + b\dot{x}_1 + kx_1 = \frac{Q_0 q_1}{\epsilon A}$$

$$\text{电气: } R\dot{q}_1 + \frac{X_0 q_1}{\epsilon A} + \frac{Q_0 x_1}{\epsilon A} = v_1$$

### 3.11 绘制图 3-11 中机械系统的电气模拟线路。

**解** 基于力-电流模拟(见表 3-2)的线路如图 3-12。

### 3.12 绘制图 3-9 中所示系统的完整电气等效电路。

**解** 电路如图 3-13 中所示, 其中  $L_1 \longleftrightarrow A + BQ_0$ ,  $L_2 \longleftrightarrow (Bl_0)^2/k$ ,  $C_1 \longleftrightarrow J/(Bl_0)^2$ ,  $G_2 \longleftrightarrow b/(Bl_0)^2$ ,  $v_2 \longleftrightarrow Bl_0 \dot{\theta}_1$ 。



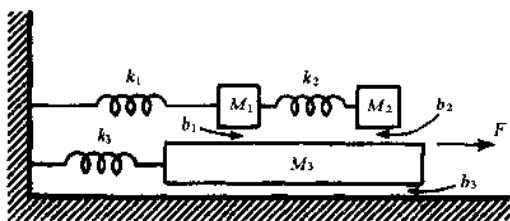


图 3-11

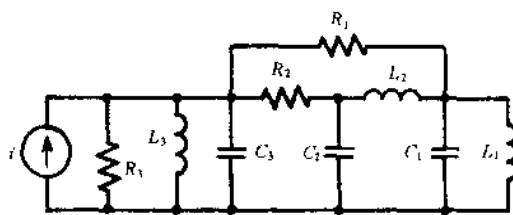


图 3-12

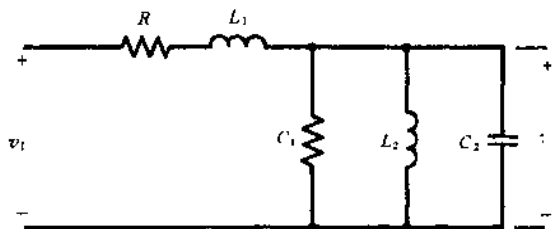


图 3-13

- 3.13 图 3-4 所示的驱动线圈阻值可忽略, 并有一个电压源  $v = V_m \cos \omega t$  激励。(a) 求取  $x(t)$  的稳态描述。(b) 若铁心的铁磁材料是理想的, 求取电压源的供电功率。

解 (a) 对于电压激励系统(题 3.4),

$$F_e = -\frac{1}{2} \phi^2 \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial x}$$

此时,

$$\mathcal{R} = \frac{l_1 - x}{\mu_0 a} \quad \text{和} \quad \phi^2 = \left( \frac{V_m}{\omega l N} \right)^2 \sin^2 \omega t$$

所以,

$$F_e = \frac{1}{2\mu_0 a} \left( \frac{V_m}{\omega l N} \right)^2 \sin^2 \omega t = A(1 - \cos 2\omega t) \quad \text{其中} \quad A \equiv \frac{1}{4\mu_0 a} \left( \frac{V_m}{\omega l N} \right)^2$$

注意作用力沿  $x$  的正方向。机械方程式(3.15)变为以下形式:

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + k(x - l_0) = A(1 - \cos 2\omega t)$$

通过移动  $x$  的原点化简其中的常数项。于是,

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + kx = -A \cos 2\omega t \quad (1)$$

根据力-电压模拟关系(表 3-1)可写出(1)的稳态解。在频率是  $2\omega$  时的机械阻抗是

$$Z_m = \sqrt{b^2 + \left( 2\omega M - \frac{k}{2\omega} \right)^2}$$

所期望的解是

$$x(t) = -\frac{A}{Z_m} \cos(2\omega t - \psi) \quad \text{其中} \quad \psi = \arctan \left[ \frac{1}{b} \left( 2\omega M - \frac{k}{2\omega} \right) \right]$$

(b) 平均供电功率 = 摩擦中消耗的平均功率 =  $b\dot{x}^2$ 。其中  $\dot{x}$  是  $x$  的有效值。由(a)得

$$\dot{x} = \frac{2\omega A}{Z_m} \sin(2\omega t - \psi) \quad \text{和} \quad \dot{X} = \frac{\sqrt{2}\omega A}{Z_m}$$

因此

$$P_{avg} = \frac{2b\omega^2 A^2}{Z_m^2}$$

- 3.14 例 3.2 中的系统, 具有以下数据:  $M = 0.01 \text{ kg}$ ,  $b = 0.1 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ,  $k = 100 \text{ N/m}$ ,  $l_0 = 20 \text{ mm}$ ,  $l_1 = 30 \text{ mm}$ ,  $N = 200$  匝,  $a = 100 \text{ mm}^2$ ,  $R = 1 \Omega$ 。采用一组状态方程的形式描述运动方程; 并求解  $6 \text{ V}$  阶跃输入作用下电流  $i(t)$  的数值解。

解 令状态变量是  $y_1 = i$ ,  $y_2 = x$ ,  $y_3 = \dot{x}$ 。根据式(3.13), 得

$$L = \frac{\mu_0 a N^2}{l_1 - x} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(100 \times 10^6)(200)^2}{30 \times 10^{-3} - y_2} = \frac{16\pi \times 10^{-7}}{0.030 - y_2} \text{ (H)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{16\pi \times 10^{-7}}{(0.030 - y_2)^2} \text{ (H/m)}$$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{16\pi \times 10^{-7}}{(0.030 - y_2)^2} y_3 \text{ (H/s)}$$

基于此和式(3.14)、式(3.15)中的数据,得到期望的状态方程

$$\dot{y}_1 = \frac{0.030 - y_2^2}{16\pi \times 10^{-7}} \left[ 6 - y_1 - \frac{(16\pi \times 10^{-7}) y_1 y_3}{(0.030 - y_2)^2} \right]$$

$$\dot{y}_2 = y_3$$

$$\dot{y}_3 = \frac{(8\pi \times 10^{-5}) y_1^2}{(0.030 - y_2)^2} - 10^4 (y_2 - 0.020) - 10 y_3$$

初始条件(对应于稳定性)是

$$y_1(0) = 0 \text{ A} \quad y_2(0) = 0.020 \text{ m} \quad y_3(0) = 0 \text{ m/s}$$

借助于数字计算机,可实现状态方程的数值积分;图 3-14 表示了解得的电流值。

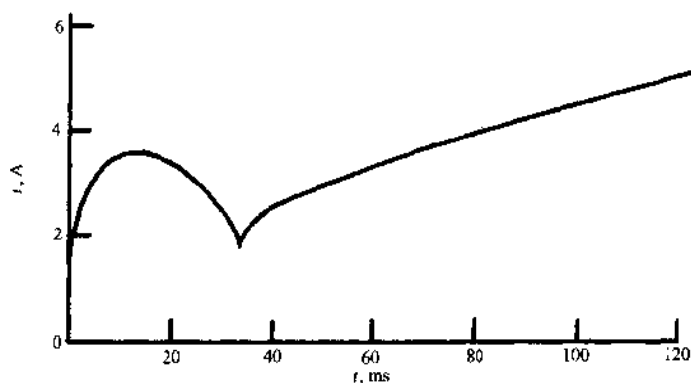


图 3-14

**3.15** 目前,在假设磁路线性的基础上推得的作用力方程式(3.9)已得以应用。推导磁路是非线性时通用的作用力方程,证明式(3.9)是通用方程的特例。

**解** 在此,在式(3.4)中代入

$$dW_e = i v dt = i d\lambda$$

得到

$$F_e dx = -dW_m + i d\lambda \quad (3.24)$$

若令  $i$  和  $x$  是自变量,式(3.24)右侧的所有导数项变为

$$d\lambda = \frac{\partial \lambda}{\partial i} di + \frac{\partial \lambda}{\partial x} dx$$

得

$$F_e dx = \left[ -\frac{\partial W_m}{\partial x} + i \frac{\partial \lambda}{\partial x} \right] dx + \left[ -\frac{\partial W_m}{\partial i} + i \frac{\partial \lambda}{\partial i} \right] di \quad (3.25)$$

由于  $di$  和  $dx$  是随机的,  $F_e$  必须与其变化无关。于是若  $F_e$  与  $di$  无关,式(3.25)中相应的系数必须是零。因此,

$$F_e = -\frac{\partial W_m(i, x)}{\partial x} + i \frac{\partial \lambda(i, x)}{\partial x} \quad (3.26)$$

其为通用的作用力方程。

对于线性磁路,电感中存储的能量是  $W_m = \frac{1}{2} i^2 L(x)$ , 由于

$$\frac{\partial W_m}{\partial x} = \frac{1}{2} i^2 \frac{\partial L}{\partial x} \quad (1)$$

其中  $L$  不是  $i$  的函数。而且既然  $\lambda = iL$ ,

$$i \frac{\partial \lambda}{\partial x} = i^2 \frac{\partial L}{\partial x} \quad (2)$$

在式(3.26)中代入式(1)和式(2), 得到

$$F_e = -\frac{1}{2} i^2 \frac{\partial L}{\partial x} + i^2 \frac{\partial L}{\partial x} = \frac{1}{2} i^2 \frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial W_m(i, x)}{\partial x}$$

上式即为式(3.9)。

### 3.16 假设图 3-3 所示机电系统的 $i$ - $\lambda$ 关系满足

$$i = a\lambda^2 + b\lambda(x-c)^2$$

其中  $a, b, c$  是常数。推导在  $x = g$  处铁块上作用力的公式。

此为非线性磁路,  $\lambda$  和  $x$  是自变量。等式(3.24)变为

$$F_e dx = - \left( \frac{\partial W_m}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial W_m}{\partial x} dx \right) + i d\lambda = - \frac{\partial W_m}{\partial x} dx + \left( i - \frac{\partial W_m}{\partial \lambda} \right) d\lambda$$

为了使  $F_e$  与  $d\lambda$  无关, 必须满足

$$\frac{\partial W_m}{\partial \lambda} = i \quad \text{或} \quad W_m = \int i d\lambda + w(x) \quad (3.27)$$

和

$$F_e = - \frac{\partial W_m(\lambda, x)}{\partial x} \quad (3.28)$$

[注意式(3.28)与式(3.10)相同。]当式(3.27)中的未知函数  $w(x)$  表示零磁通时的磁场能量时, 可以等于零。因此, 对于给定的  $i$ - $\lambda$  关系, 有

$$W_m = \int [a\lambda^2 + b\lambda(x-c)^2] d\lambda = \frac{a}{3} \lambda^3 + \frac{b}{2} \lambda^2 (x-c)^2$$

$$F_e = - \frac{\partial W_m}{\partial x} \bigg|_{x=g} = b\lambda^2 (c-g)$$

### 3.17 设在某一机电系统的磁路中磁链和电流之间满足

$$\lambda = \frac{2(i^{1/2} + i^{1/3})}{x+1}$$

其中  $x$  是固定部分和移动部分之间位移的测量值。计算在  $x=0$  和  $i=64\text{A}$  直流时的电力。

因为  $\lambda$ - $i$  的关系是非线性的, 在此须采用通用作用力方程式(3.26)。式(3.25)中系数趋于零表示为

$$\frac{\partial W_m}{\partial i} = i \frac{\partial \lambda}{\partial i}$$

由于

$$W_m = \int i \frac{\partial \lambda}{\partial i} di = \frac{2}{x+1} \int i \left( \frac{1}{2} i^{-1/2} + \frac{1}{3} i^{-2/3} \right) di = \frac{2}{x+1} \left( \frac{1}{3} i^{3/2} + \frac{1}{4} i^{4/3} \right)$$

于是

$$- \frac{\partial W_m}{\partial x} = \frac{2}{(x+1)^2} \left( \frac{1}{3} i^{3/2} + \frac{1}{4} i^{4/3} \right) \quad \text{和} \quad i \frac{\partial \lambda}{\partial x} = - \frac{2}{(x+1)^2} (i^{3/2} + i^{4/3})$$

由式(3.26)得到

$$F_e = - \frac{1}{(x+1)^2} \left( \frac{4}{3} i^{3/2} + \frac{3}{2} i^{4/3} \right)$$

当  $x=0, i=64\text{A}$  时,  $F_e = -1066.67\text{N}$ , 从而减小了  $x$ 。

### 3.18 一个永久磁铁、移动线圈直流电流表, 转动惯量是 $J$ , 扭矩刚度是 $k$ , 摩擦系数是 $b$ 。(a) 定义输出是指针位移 $\theta$ , 推导该表的传递函数描述。令表的转矩常数是 $a (\text{N} \cdot \text{m}/\text{A})$ 。(b) 给定 $J = 3 \times 10^{-8} \text{kg} \cdot \text{m}^2$ , $k = 2 \times 10^{-8} \text{N} \cdot \text{m}/\text{rad}$ , $b = 4 \times 10^{-8} \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad}$ , 计算阻尼比和非阻尼振荡的自然频率。(c) 若 $a = 2 \times 10^{-8} \text{N} \cdot \text{m}/\text{A}$ , 其他参数与(b)中的相同, 求取该

表的单位阶跃响应。

■ (a) 如果  $i$  是输入电流, 运动的机械方程变为

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + k\theta = ai$$

由其得到传递函数是

$$G(s) = \frac{\Theta(s)}{I(s)} = \frac{a}{Js^2 + bs + k} = \frac{a/J}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

其中

$$\omega = \sqrt{k/J} \equiv \text{非阻尼振荡的频率}$$

$$\zeta = \frac{b}{2\sqrt{kJ}} \equiv \text{阻尼比}$$

(b) 根据以上定义, 对于给定的数值, 满足

$$\omega_n = \sqrt{\frac{2}{3}} = 0.816 \text{ rad/s} \quad \zeta = \frac{4}{2\sqrt{2 \times 3}} = 0.816$$

(c) 对于给定的数值,

$$G(s) = \frac{2}{3s^2 + 4s + 2}$$

单位阶跃电流的 Laplace 变换是  $I(s) = 1/s$ 。因此,

$$\Theta(s) = \frac{2}{s(3s^2 + 4s + 2)}$$

由此得到

$$\theta(t) = 1 - 1.73e^{-2t} \cos(\sqrt{2}t - 54.6^\circ)$$

### 补充习题

- 3.19 如图 3-15 所示, 当激励线圈中流过 25A 直流电流时, 需要电磁铁在距其气隙宽度是 1mm 的铁块上施加 500N 作用力。铁心在气隙处的横截面的面积是  $600\text{mm}^2$ 。计算所需激励线圈的匝数。

答案: 65 匝

- 3.20 (a) 如果线圈由最大值是 35.35A 的 60Hz 交变电流激励, 那么为了产生 500N(平均值)的力, 图 3-15 中电磁铁上的激励线圈必须包含多少匝? (b) 平均作用力与频率有关吗?

答案: (a) 65 匝; (b) 没有

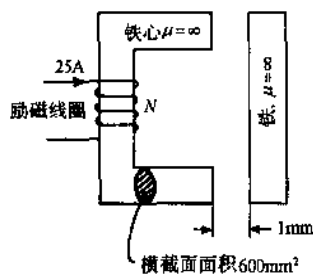


图 3-15

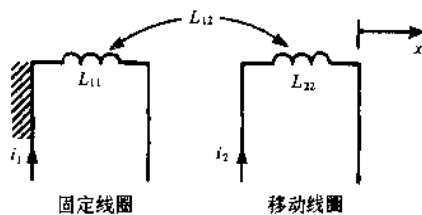


图 3-16

- 3.21 图 3-16 表示了两个相互耦合的线圈, 满足

$$L_{11} = L_{22} = 3 + \frac{2}{3x} (\text{mH}) \quad L_{12} = L_{21} = \frac{1}{3x} (\text{mH})$$

其中  $x$  单位是米。(a) 若  $i_1 = 5\text{A}$  直流和  $i_2 = 0$ , 当  $x = 0.01\text{m}$  时线圈间相互的电气作用力是多少? (b) 若  $i_1 = 5\text{A}$  直流, 第二个线圈开路且以  $20\text{m/s}$  的恒定速度沿正的  $x$  方向移动, 确定在  $x = 0.01\text{m}$  处第二个线圈两端的电压。

答案: (a) 83.33N; (b) 333.3V

- 3.22 对于图 3-16 的两线圈系统, 若  $i_1 = 7.07\sin 377t$ ,  $i_2 = 0$ ,  $x = 0.01\text{m}$ , 确定电气作用力的 (a) 瞬时值和 (b) 对时间的平均值。

答案: (a)  $166.67\sin^2 377t$  (N); (b) 83.33N

- 3.23 (a)图 3-16 的两个线圈串联,其中流过 5A 直流电流,确定在  $x=0.01\text{m}$  处线圈之间的电气作用力。该作用力会引起  $x$  增大或减小吗? (b)然后将两个线圈并联连接于 194V、60Hz 的电源两端,计算在  $x=0.01\text{m}$  处的平均作用力。忽略线圈电阻值。

答案:(a) 250 N, 减小  $x$ ; (b) 250 N

- 3.24 一个螺线管可采用一个铁心电感器表示。电感值是 movable 铁心位置的函数,即  $L(x) = (200 + 50x) \text{ mH}$ 。如果电感器的供电电压是  $v = 100\cos 100t \text{ (V)}$ , 计算在  $x = 20\text{cm}$  处施加于可动铁心上的 (a) 瞬时作用力; (b) 平均作用力。

答案:(a)  $0.567\sin^2 100t \text{ N}$ ; (b) 0.283 N

- 3.25 图 3-16 所示两线圈系统的电感值分别为

$$L_{11} = L_{22} = 4\text{mH} \quad L_{12} = L_{21} = (1 - x^2)\text{mH}$$

(a) 线圈 1 中的电流是  $i_1 = 5\sin t \text{ (A)}$ 。在此条件下,  $x=0.5\text{m}$  和  $x=1\text{m}$  处线圈 2 开路, 计算线圈 2 的端电压。(b) 然后将线圈 2 短路,  $i_1 = 5\text{A}$  (直流), 两个线圈之间的时间平均作用力是多少?

答案:(a)  $4.25\cos t - 5\sin t \text{ (V)}$ ; (b)  $50x(1-x^2)10^{-3} \text{ N}$

- 3.26 如图 3-7 中的螺线管所示, 在该螺线管的一个外部铁心上缠绕着一个 100 匝线圈。(内部铁心上的) N 匝线圈中流过 5A 直流。若可动铁心以速度  $0.5\text{m/s}$  移动, 计算(外部铁心)100 匝线圈中的感应电压。

答案: 3.2V

- 3.27 在图 3-17(a)中表示了一台单相磁阻电动机。定于电感值随转子位置呈正弦变化, 如图 3-17(b)所示。如果定子的供电电流是  $i = I_m \sin \omega t$ , 转子以  $\omega_r \text{ (rad/s)}$  的角速度旋转。(a) 推导转子产生的瞬时转矩的描述形式。(b) 由(a)可知, 除非满足一定条件, 时间平均转矩(在时间间隔趋于无穷的限制条件下)是零。该条件是什么? 利用  $I_m$ 、 $L_d$ 、 $L_q$  和角度  $\delta$  表示非零平均转矩。(c) 给定  $L_d = 2L_q = 200\text{mH}$ ,  $I_m = 8\text{A}$ , 非零平均转矩的最大值是多少?

答案:(b)  $\omega = \omega_r$ ; (c)  $0.8\text{N}\cdot\text{m}$

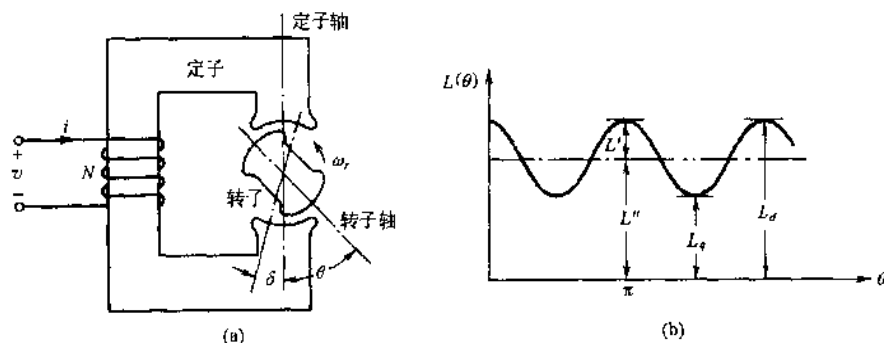


图 3-17

- 3.28 图 3-15 中电磁铁的铁心具有一定的饱和特性, 可近似为  $\lambda = 2 \times 10^{-3} \sqrt{i/x}$ 。其中的各量均采用 SI 单位制。如果线圈电流是 5A 直流,  $x = 10^{-3}\text{m}$ , 计算磁铁产生的作用力。

答案:  $\sim 15\text{N}$

- 3.29 参考图 3-17。当采用恒流源供电时, 电动机以 3600rpm 旋转, 产生  $1\text{N}\cdot\text{m}$  的最大转矩。电动机的参数是:  $L_d = 2.5L_q = 160\text{mH}$ , 定子绕组的电阻值  $R = 0.2\Omega$ , 轴承摩擦系数  $b = 1.1 \times 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s/rad}$ 。忽略铁心损耗, 计算全部损耗。

答案: 24W

- 3.30 圆柱体电磁铁如图 3-18 所示。给定:  $a = 2\text{mm}$ ,  $c = 40\text{mm}$ ,  $l = 40\text{mm}$ ,  $N = 500$  匝,  $R = 3.5\Omega$ 。线圈由一个 110V、60Hz 电源供电。在  $x = 5\text{mm}$  处, 确定 (a) 最大气隙磁通密度和 (b) 作用力的平均值。假设  $\mu_r \gg \mu_0$ 。

答案:(a) 0.65T; (b) 106N

- 3.31 根据 3.30 的数据, 计算稳态时 (a) 线圈电流、(b) 输入功率、(c) 功率因数的(有效)值。

- 3.32 在图 3-18 中, 使弹簧分开。数据与题 3.30 中相同。最初气隙是 5mm。当线圈中流过恒定的 4A 直流电流时, 气隙减至 2mm。计算 (a) 电源的供电能量; (b) 在移动物体是所做的机械功。

答案:(a) 1.4J; (b) 0.7J

- 3.33 题 3.30 电磁铁的 5mm 气隙中磁通密度是  $0.65\sin 377t \text{ (T)}$ 。确定 (a) 作用力的平均值; (b) 线圈感应电压的有效值。

答案:(a) 106N; (b) 109V

- 3.34 如果  $M = 0.1\text{kg}$ 、 $k = 22.5\text{kN/m}$ , 摩擦可忽略, 弹簧的自然长度 ( $i = 0$ ) 是 25mm, 气隙磁通密度是

$0.65\sin 377t$  (T)。写出题 3.30 中系统的动态方程。这些方程是线性还是非线性？若是非线性，区分非线性的形式。

3.35 在题 3.34 中，得到稳态时的  $x(t)$  描述。注意其为双频率振荡。产生这些振荡的  $x$  平均值是多少？

答案: 23.2mm

3.36 参考图 3-18 和题 3.30、题 3.34 中的参数值。线圈中流入 200A 直流电流。(a) 写出运动方程；(b) 确定静态工作点；(c) 在静态工作点线性化方程。

答案: (b)  $V_0 = 700\text{V}$ ,  $I_0 = 200\text{A}$ ,  $X_0 = 24.4\text{mm}$

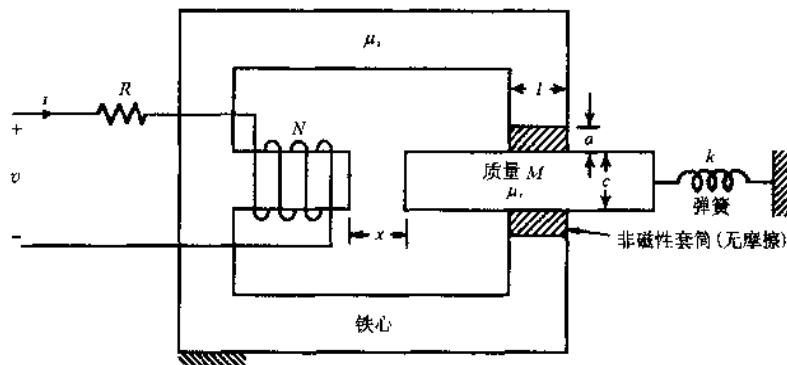


图 3-18

3.37 对于题 3.30 中的系统，在 100A 至 700A 的直流电流范围内，相互间隔 200A 绘制电气作用力相对于  $x$  的一组曲线。在相同图形上叠加弹簧作用力相对于  $x$  的曲线。从而确定对于每一个电流值的静态工作点；并观察对于如此确定的静态工作点，系统的稳定性。

3.38 在题 3.36 中，定义  $x$  是输出， $v$  是输入（取代 200A 直流）。由运动线性化方程求取传递函数。

答案:  $G(s) = \frac{\beta}{(Ms^2 + bs + k)(L_1s + R) + \beta^2s}$ 。其中， $\beta \equiv \frac{4I_0}{\pi\mu_0 c^2}$ ； $L_1 \equiv \frac{1}{\pi\mu_0 c} \left( \frac{4X_0}{c} + \frac{a}{l} \right)$ ；( $X_0, I_0$ ) 是静态工作点

3.39 采用一个完整的电气等效电路表示图 3-18 的系统。

答案: 见图 3-19。基于力-电流的等效得到

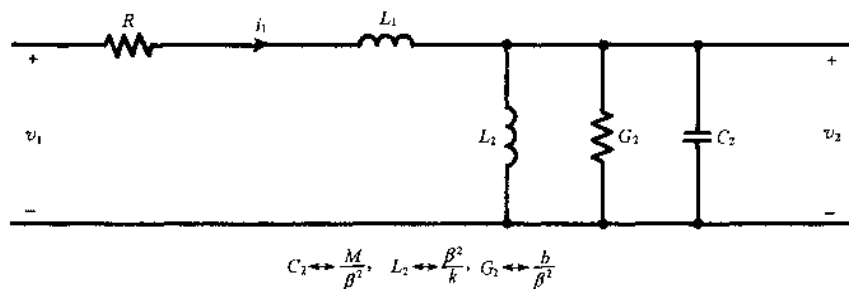


图 3-19

3.40 求取图 3-20 所示机械系统的电气模拟。

答案: 见图 3-21

3.41 在静态工作点 ( $X_0, I_0, V_0$ )，对于小扰动 ( $x_1, i_1, v_1$ )，将下列方程线性化。

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \frac{d}{dt} \left( \frac{i}{x} \right) + 3i + 4ix = v \\ \text{(b)} \quad & \frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{1}{x} \right) + 2x^2 + i^2 = 0 \\ \text{(c)} \quad & \frac{di}{dt} + 4i + 2i \frac{dx}{dt} = v \end{aligned}$$

3.42 对于线性磁路，

$$W_m = \frac{i^2 L(x)}{2} = \frac{\lambda^2}{2L(x)}$$

证明:

$$\frac{\partial W_m(i, x)}{\partial x} = - \frac{\partial W_m(\lambda, x)}{\partial x}$$

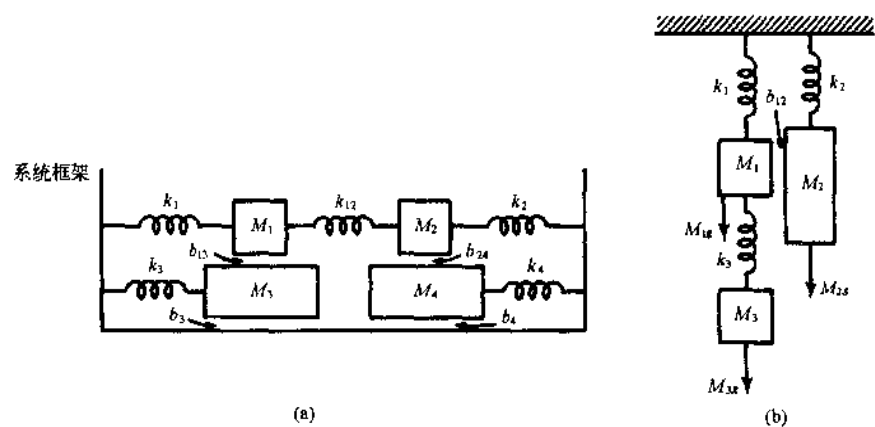


图 3-20

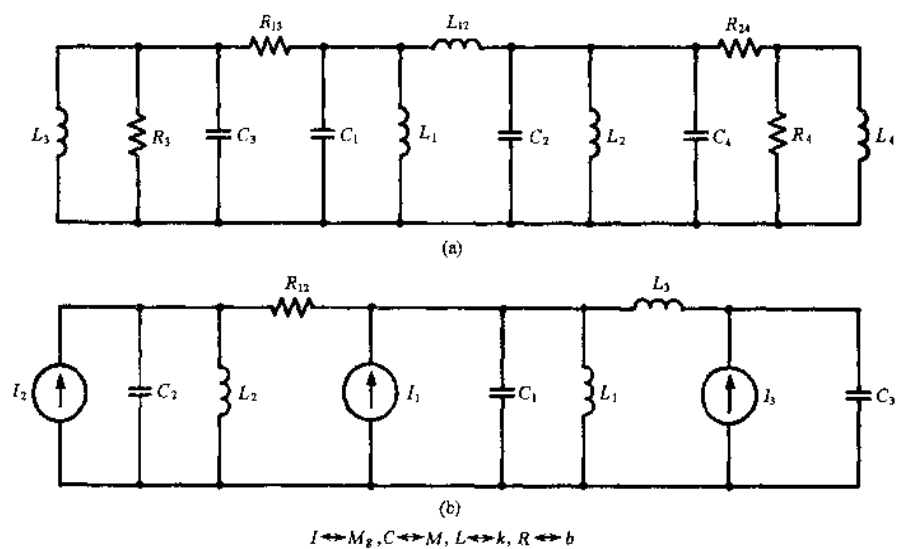


图 3-21

## 第4章 直流电机

### 4.1 工作原理

正如第3章所述,大多数电动机均是在载流导体和电磁场的相互作用下运行的。尤其是发电机的工作过程是根据法拉第电磁感应定律(2.1)实现的。该定律表明若导体垂直于磁力线方向运动,就会在导体中产生电压(电动势)。即如果长度为  $l$  的直导体以速度  $\mathbf{u}$  (沿垂直于其长度方向)穿过均匀磁场  $\mathbf{B}$  运动。导体本身垂直于  $\mathbf{B}$ 。那么只有正交于  $\mathbf{B}$  的速度分量  $u_{\perp}$  用于感应电压  $e$ 。事实上,  $B\mathbf{u}$  定律描述为

$$e = B l u_{\perp} \quad (4.1)$$

在均匀磁场  $\mathbf{B}$  中,轴向长度为  $l$ 、半径为  $r$  的  $N$  匝矩形线圈以恒定角速度  $\omega$  旋转,则感应电压  $e$  为

$$e = 2BNl r \omega \sin \omega t = BNA \omega \sin \omega t \quad (4.2)$$

式(4.2)的第二种形式适用于面积为  $A$  的任意平面线圈。此电压可在滑环(或电刷)处得到,如图4-1所示。

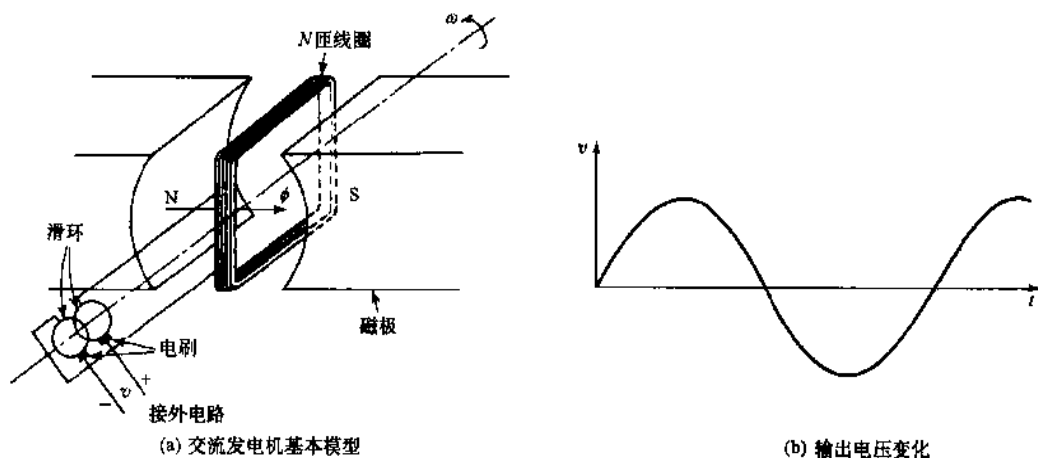


图 4-1

感应电压的方向通常根据右手定则确定,如图4-2(a)所示。明显地,该定律等价于式(4.1)的矢量描述:

$$\text{emf} = \int (\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}$$

电动机的运行是基于安培定律(1.2)实现的,称为  $B\mathbf{i}$  定律:

$$\mathbf{F} = B(\mathbf{i} \times \mathbf{l})_{\perp} \quad (4.3)$$

在此,  $F$  是作用于载流导体上力的大小。导体内流过的直流电流  $i\mathbf{L}$  在均匀磁场  $\mathbf{B}$  法线方向上分量为  $(\mathbf{i} \times \mathbf{l})_{\perp}$ 。作用力方向可根据左手定则得到,如图4-2(b)所示。

正如在发电机端子处可得到交流正弦电压一样,在通过电刷接入交流电源的线圈中所产生的转矩在本质上是交变的,其对时间的平均值为零。若线圈接入直流电源,产生的转矩将与线圈水平(处于中性位置),如图4-1(a)。力矩的时间平均值将为零。



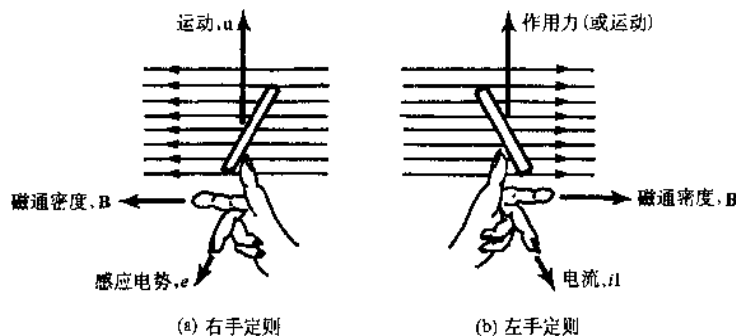


图 4-2

#### 4.2 换向器的作用

为了在电刷上得到单方向的电压极性,或是在磁场中的线圈中获取单方向转矩,将图 4-1 (a)中的滑环-电刷结构改成图 4-3(a)所示的形式。注意在此将一个滑环平分为相互绝缘的两部分,以取代原先的两个滑环。电刷在这些被称为换向片的半滑环上滑动。应用右手定则很容易证明,采用这种换向器-电刷结构可以保证电刷间的电压极性固定,相应的输出电压波形如图 4-3(b)所示。则此时平均输出电压不为零,在电刷端得到相应的直流输出。

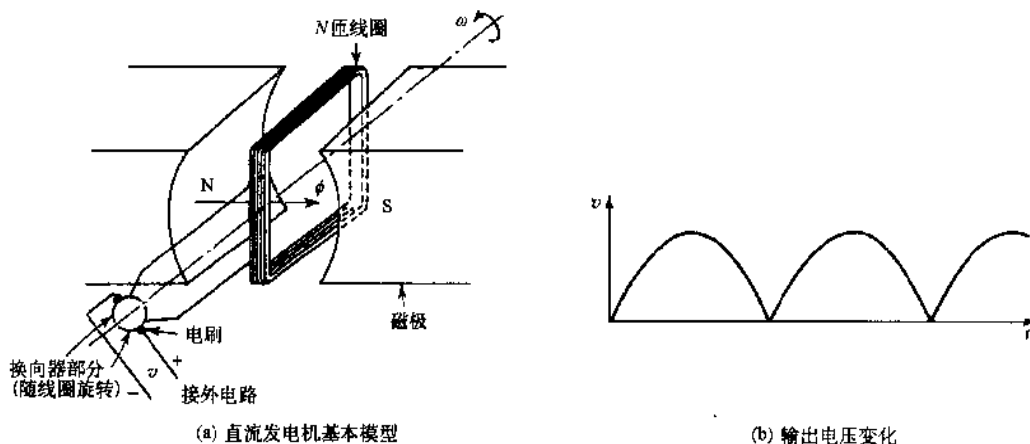


图 4-3

应用右手定律也可证明,如果将与换向器-电刷系统相连的线圈接入直流电源,获得的转矩是单方向的。

在常用直流电机中,换向器-电刷结构是一个整体。惟一的例外是单极电机或法拉第圆盘(见题 7.24)。

#### 4.3 电枢绕组及物理特征

直流电机的某些重要部分和物理特征如图 4-4 所示(GNP 和 MNP 的含义见 4.8 节)。将用于产生所需磁通的磁极安装在定子上,并且磁极上装有被称为励磁绕组或励磁线圈的绕组。在某些电机的同一磁极铁心上套有几组励磁绕组。为了便于装配绕组,磁极铁心是由钢冲片叠压而成。(由于在励磁绕组中通入直流电流,所以在电气上对铁心的叠压结构并无要求。)然而对于极面而言,由于其邻近电枢绕组,需要将其叠压而成。嵌有电枢绕组的电枢铁心通常安装在转子上。它是由钢冲片叠压而成。片间采用云母绝缘的冷拉铜质换向片构成换向器。如图 4-5 所示,电枢绕组与换向片相连,换向片上滑动的碳刷作为电气连接的引线,电枢绕组是负载绕组。

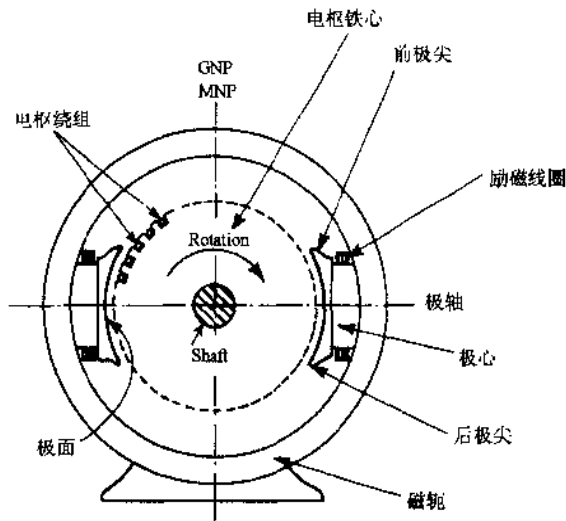


图 4-4

电枢绕组可以是叠绕组[图 4-5(a)]或波绕组[图 4-5(b)]。绕组中的线圈可采用串—并联形式连接,在单叠绕组中并联支路数  $a$  等于磁极数  $p$ ,而在单波绕组中并联支路数始终为 2。

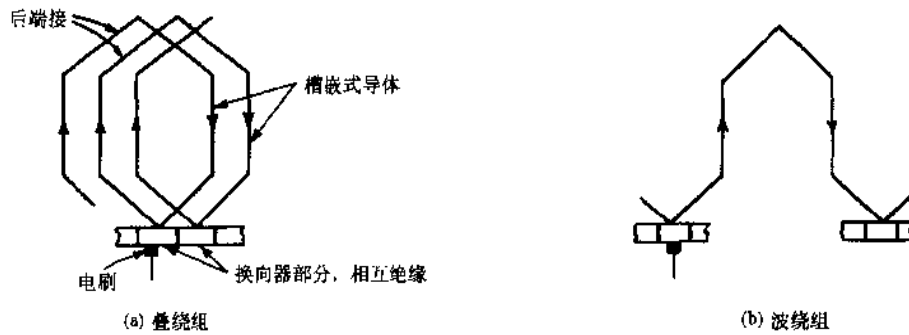


图 4-5

#### 4.4 电动势方程

考虑导体在每极磁通为  $\phi$ 、极数为  $p$  的磁场中以转速  $n$  r p m 旋转。导体旋转  $n$  圈切割的全磁通是  $p\phi n$ 。所以每秒切割的磁通,即感应电压  $e$  为

$$e = \frac{P\phi n}{60} \quad (\text{V}) \quad (4.4)$$

如果将电枢中的  $z$  个导体连接成  $a$  条并联支路,则在电枢绕组中产生总电压  $E$  的串联有效导体数为  $z/a$ 。所以对于整个绕组,式(4.5)描述了电动势方程:

$$E = \frac{P\phi n}{60} \frac{z}{a} = \frac{z\phi}{2\pi a} \omega_m \quad (\text{V}) \quad (4.5)$$

其中  $\omega_m = 2\pi n/60$  (rad/s)。上式亦可写为

$$E = k_a \phi \omega_m = k_g \phi n \quad (4.6)$$

其中  $k_a = zp/2\pi a$  (无量纲常数),  $k_g = zp/60a$ 。若磁路是线性的(即磁路不饱和),则

$$\phi = k_f i_f \quad (4.7)$$

其中  $i_f$  是励磁电流,  $k_f$  是比例系数,则式(4.6)变为

$$E = k i_f \omega_m \quad (4.8)$$

其中  $k = k_f k_a$ , 为常数。对于非线性磁路,在转速一定时  $E$  与  $I_f$  之间的关系是一条非线性曲线,如图 4-6 所示。

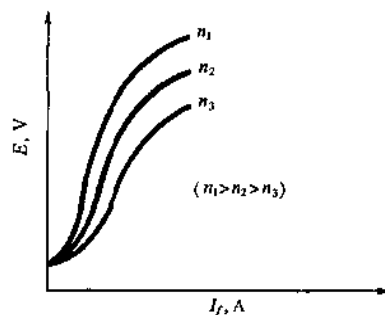


图 4-6

#### 4.5 转矩方程

电枢产生的机械功率为  $T_e \omega_m$ , 其中  $T_e$  是(电磁)转矩,  $\omega_m$  是电枢旋转角速度。当电枢(感应)电压为  $E$ , 电枢电流为  $i_a$  时产生该转矩, 则电枢功率是  $Ei_a$ 。于是忽略电枢中所有损耗, 有

$$T_e \omega_m = Ei_a$$

由式(4.6), 上式变为

$$T_e = k_a \phi i_a \quad (4.9)$$

该式即为转矩方程。对于线性磁路, 由式(4.7)、式(4.9)得到

$$T_e = k i_f i_a \quad (4.10)$$

其中与式(4.8)一样,  $k \equiv k_f k_a$ 。因此  $k$  可被称为机电能量转换常数。

注意在由式(4.7)到式(4.10)中小写字母用于标记瞬时值。但在稳态情况下这些等式同样有效。

#### 4.6 转速方程

直流电动机电枢可采用图解描述, 如图 4-7 所示。稳态时,

$$V - E = I_a R_a \quad (4.11)$$

将式(4.6)代入式(4.11), 得到

$$\omega_m = \frac{V - I_a R_a}{k_a \phi} \quad (4.12)$$

对于线性磁路, 上式变为

$$\omega_m = \frac{V - I_a R_a}{k I_f} \quad (4.13)$$

式(4.13)变形为

$$n = \frac{V - I_a R_a}{k_m I_f} = \frac{V - I_a R_a}{k_a \phi} \quad (\text{rpm}) \quad (4.14)$$

其中  $k_m \equiv 2\pi k / 60 (\Omega \cdot \text{min})$ 。式(4.13)或式(4.14)即为转速方程。

#### 4.7 电机分类

基于励磁绕组和电枢绕组的相互连接方式可对直流电机进行分类。见图 4-8(a)~(g)。

#### 4.8 气隙磁场和电枢反应

在上述所有讨论中, 假设励磁绕组产生的磁场和电枢绕组中流过的电流所产生的磁场之间不存在相互作用。但实际情况并非如此。考虑图 4-9(a)所示的两极电机。若电枢中没有通入电流(即电机空载), 气隙磁场的形式如图 4-9(b)所示。几何中性面和磁场中性面(分别是 GNP 和 MNP)是重合的。(注: 磁力线与 MNP 垂直相交。)为了获得最大的端电压, 将电刷放置在 MNP 处。现在假设电机负载运行, 电枢中流过电流。电枢导体中电流的方向依赖于电刷位置。在图 4-9(b)所示的情况下, 电流方向与感应电压的方向一致。总之, 载流电枢导体会产生各自的磁场, 如图 4-9(c)所示。此时, 气隙磁场是在励磁绕组和电枢绕组作用下的合成磁场。合成磁场呈现出图 4-9(d)所示的畸变形式。电枢和励磁绕组所产生的磁场之间的相互作用被称为电枢反应。在电枢反应的作用下, 气隙磁场发生畸变, 并且 MNP 与 GNP 将不再重合。为了获得最大的端电压, 仍将电刷放置在 MNP 处。由于 MNP 对 GNP 的偏离程度依赖于负载的大小(其大小大概总是变化的), 于是在电枢反应的作用下电刷必须经常移动。

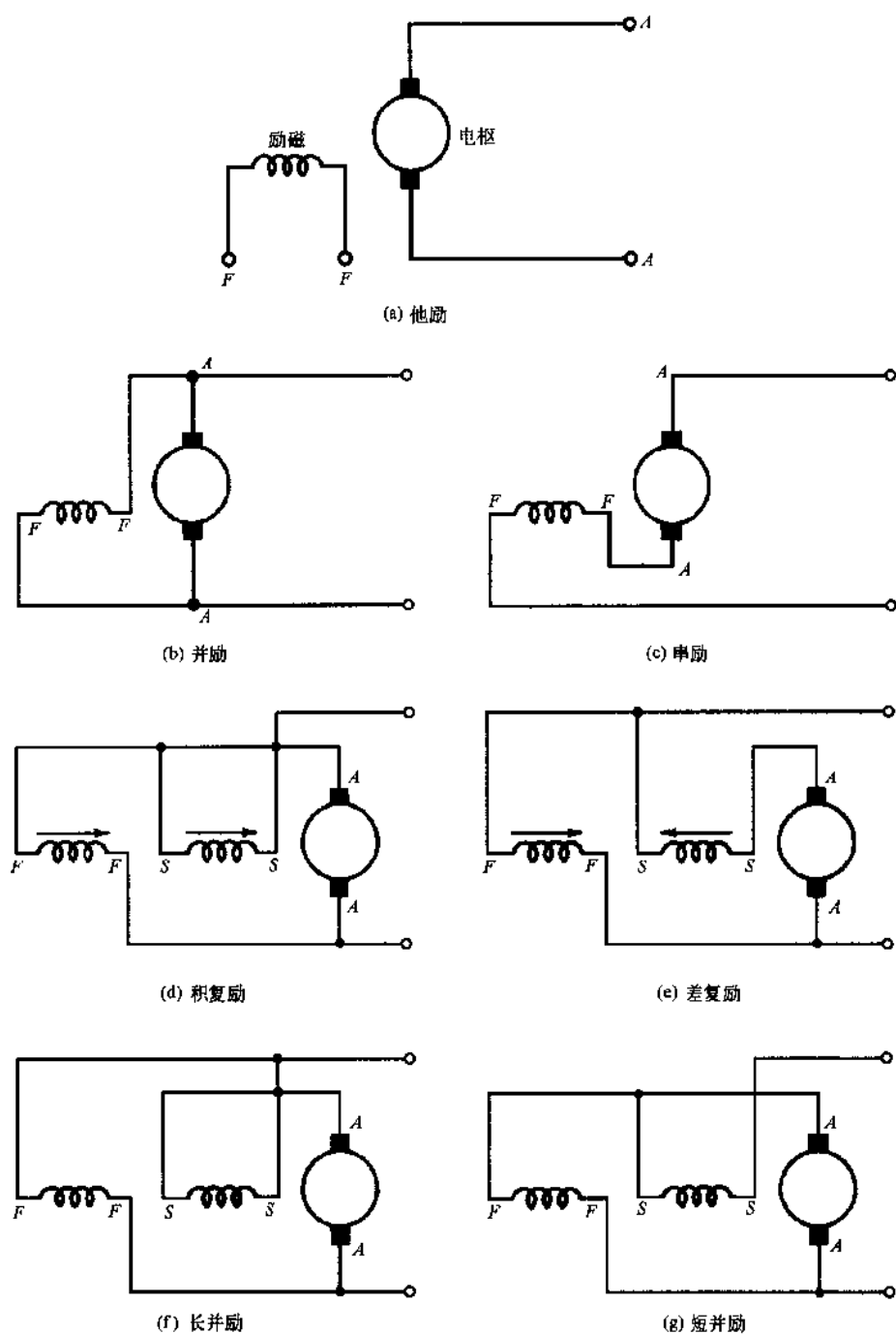


图 4-8

如图 4-10(a)所示,从正交磁化和去磁作用的角度分析电枢反应的效果。如图 4-10(b)所示,利用补偿绕组抑制正交磁化的作用。在磁极表面嵌放着与电枢绕组相串联的导体。导体中通入与电枢导体中电流方向相反的电流[图 4-10(b)]。一旦抑制了正交磁化效应,MNP 就不会随负载发生偏离。对于所有负载,MNP 均保持与 GNP 相重合。增加主磁极上的磁动势可以补偿去磁效应。由于能够抑制电枢反应的净效应,所以在前面和后续的讨论中可以假设电枢和励磁绕组之间没有“耦合”作用。

#### 4.9 电抗电动势和换向

在讨论换向器的功能时已知,当电刷由一个换向片移到另一个换向片时,在换向作用下线圈里的电流将会反向。其图解形式见图 4-11。在三个不同时刻线圈  $\alpha$  中的电流如图所示。假

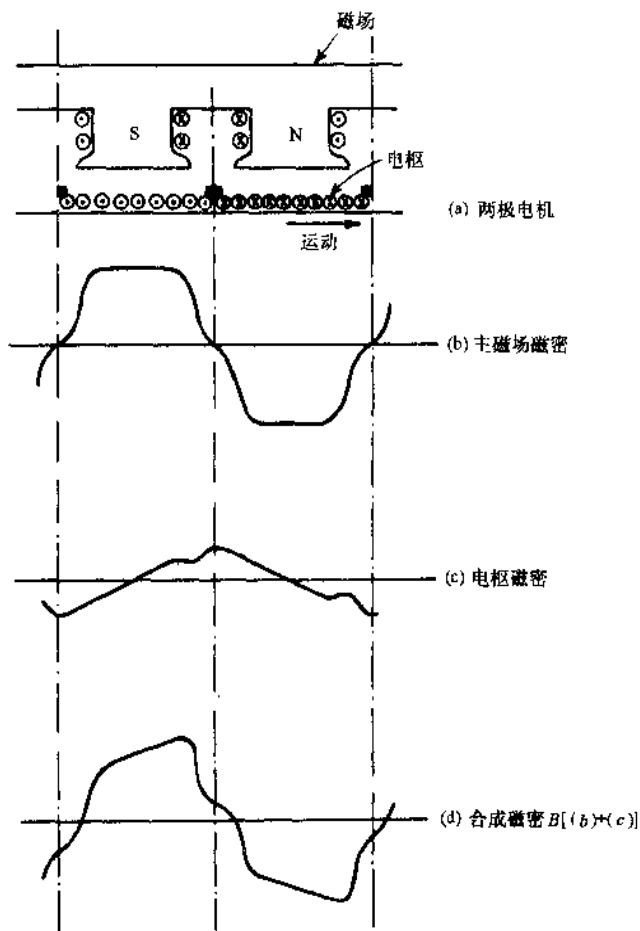


图 4-9

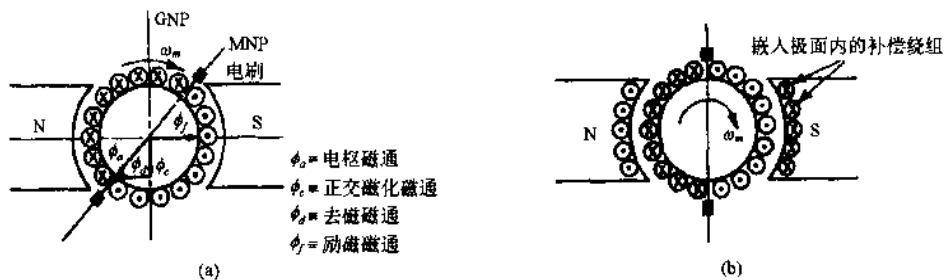


图 4-10

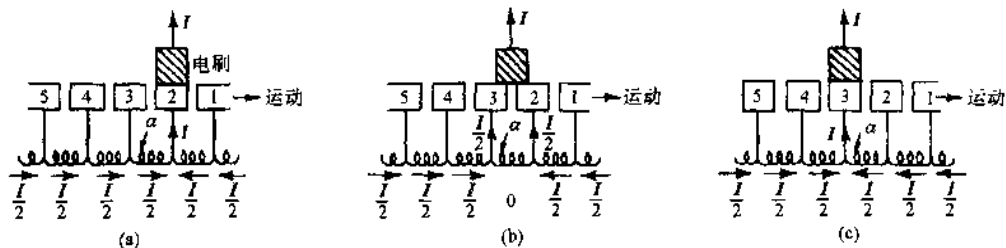


图 4-11

设流经换向片的电流正比于电刷与换向片的接触面积,那么为了良好换向,当电刷由换向片 2 移到换向片 3 时,线圈  $\alpha$  中的电流流向必须迅速改变[图 4-11(a)、(c)]。该理想情况如图 4-12 中的直线所示,它被称为直线换向。由于线圈中含有电感量  $L$ ,则在时间  $\Delta t$  内电流的变化  $\Delta I$  将会在线圈中产生感应电压  $L(\Delta I/\Delta t)$ 。根据楞次定律,此被称为电抗电压,其电压方向与产生该电压的电流变化( $\Delta I$ )方向相反。因此,当电刷由一个换向片移到另一个换向片时,线圈

中的电流不能迅速换向。这部分“不换向”电流会在换向片和电刷之间引起火花,从而损坏换向器表面。这种情形与理想换向的差别如图 4-12 所示。

电流流向和电抗电压的方向如图 4-13(a)所示。其中感应电压的方向取决于电枢导体的旋转方向和气隙磁场方向,它满足  $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$  (或右手定则)。其次,电流流向取决于电刷的位置(或抽头点)。再次,电抗电压的方向取决于电流流向的变化,并且可根据楞次定律进行判断。若电刷位置如图 4-13(a)所示,电抗电压阻碍电流的换向。若在电枢旋转方向上电刷位置超前(用作发电机),由图 4-13(b)可知,(旋转)感应电压与电抗电势反向。所以与图 4-13(a)中只存在电抗电压作用的情况相比,电流换向受到较小的阻碍作用。进一步观察可知,在靠近 S 极极尖位置的线圈换向时 S 极磁场的作用很弱。基于此,考虑将电刷前置以改善换向。但此方案在实际中并不可行。如果将电刷放置于 GNP 或 MNP,如图 4-13(a),引入合适的绕线式辅助磁极,称为换向极,就可以达到同样或更好的改善换向的目的[见图 4-13(c)]。

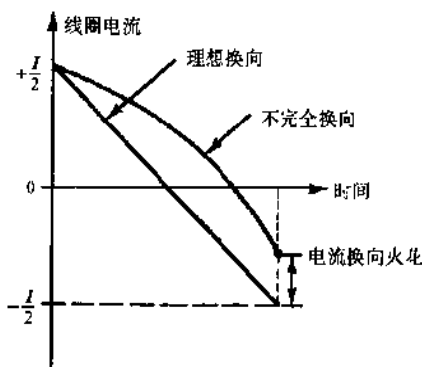


图 4-12

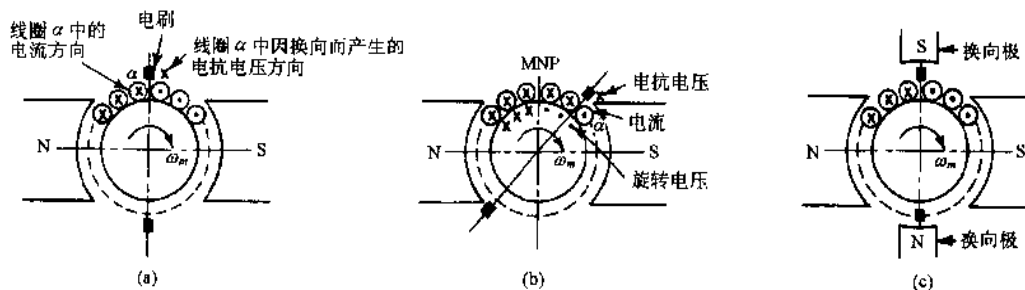


图 4-13

#### 4.10 并励发电机中电压上升时的饱和效应

饱和是影响直流电机性能的重要因素。为了研究其作用,在此以图 4-8(b)所示的自激并励发电机为例加以考虑。稳态时,

$$V = I_f R_f \quad E = V + I_a R_a = I_f R_f + I_a R_a$$

这些方程可由图 4-14(a)中上方的直线描述。其中电压  $V$  和  $E$  继续增大,并且不会达到平衡点。另一方面,若考虑饱和效应,如图 4-14(b),定义励磁电阻线相交于饱和曲线的交点  $P$  为平衡点。

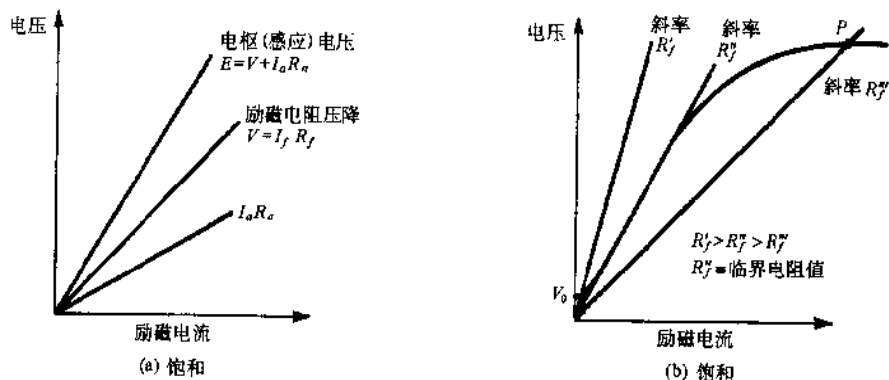


图 4-14 并励发电机的空载特性

在图 4-14(b) 中不仅利用很小的电压  $V_0$  衡量其中的剩磁; 而且采用临界电阻对其加以描述。即若(在某一给定转速下)励磁电阻大于临界电阻, 则在并励发电机中就无法建立合适的电压。最后必须保证励磁绕组的极性正确, 使绕组中的电流所产生的磁通能增强剩磁。若两种磁通相互抵消, 则电机电压将无法建立。总之, 并励发电机中建立电压的条件包括存在剩磁(产生起动电压)、小于临界电阻的励磁电阻和励磁绕组的合适极性。

#### 4.11 损耗和效率

除伏-安特性和转速-转矩特性之外, 也可采用效率来衡量电机的性能:

$$\text{效率} = \frac{\text{输出功率}}{\text{输入功率}} = \frac{\text{输出功率}}{\text{输出功率} + \text{损耗}}$$

因此, 可以从负载试验或损耗测定中确定效率的大小。不同损耗的分类如下:

- ① 电气损耗: (a) 各种绕组的铜损, 例如电枢绕组和不同的励磁绕组; (b) 电刷(与换向器之间的)接触电阻损耗。
- ② 磁损耗: 包括铁损和各种磁路中的磁滞和涡流损耗, 主要包括电枢铁心和极面。
- ③ 机械损耗: 包括轴承摩擦损耗、通风损耗和电刷摩擦损耗。
- ④ 杂散负载损耗: 包括以上未提及的其他负载损耗, 将其估算为输出的 1% (作为经验规律)。

直流发电机或电动机的功率流向如图 4-15 所示, 其中将  $T_e$  定义为轴转矩。

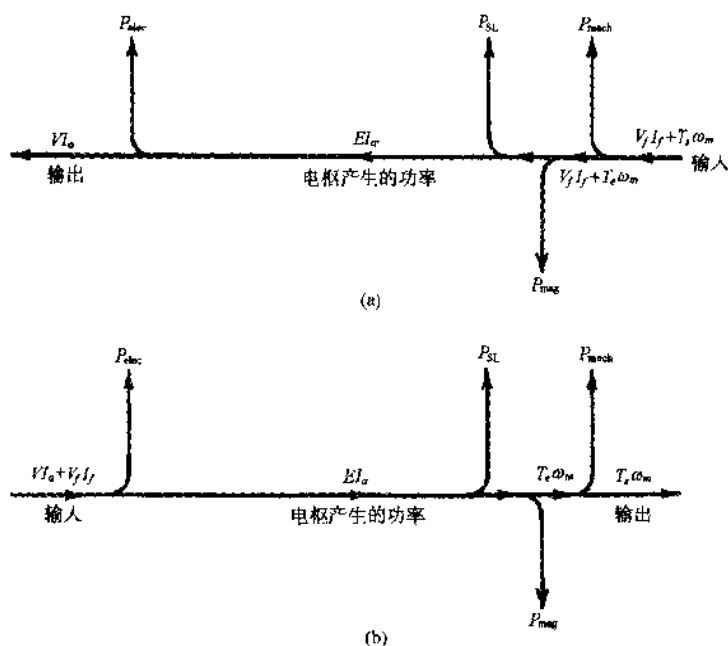


图 4-15

#### 4.12 电动机和发电机特性

在确定电动机械的应用场合时, 通常根据电动机和发电机的负载特性进行。在某些情况下(如图 4-14), 空载特性也非常重要。直流发电机的典型负载特性如图 4-16 所示。图 4-17 描述了直流电动机的转矩速度特性。

#### 4.13 直流电动机动态特性

一台他励电动机如图 4-18 所示。(理想电机的)电枢回路满足

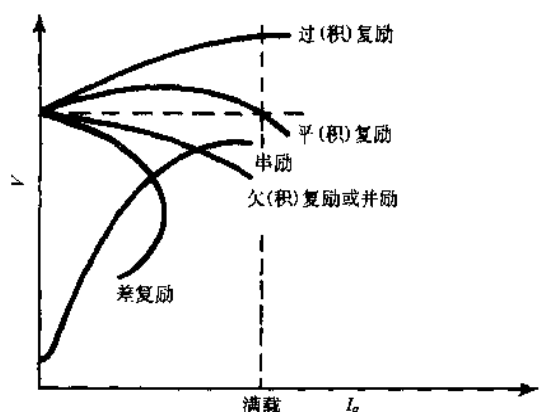


图 4-16 直流发电机的负载特性

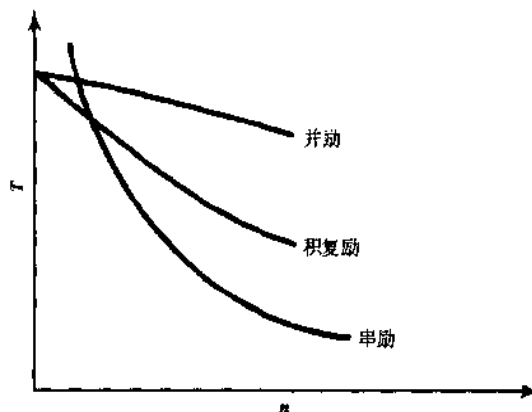


图 4-17 直流电动机的转矩-速度特性

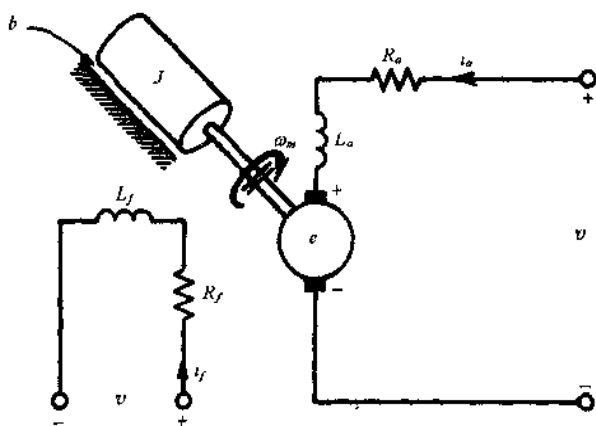


图 4-18

$$v = e + i_a R_a + L_a \frac{di_a}{dt} \quad (4.15)$$

$$e = k i_f \omega_m \quad (4.16)$$

对于励磁回路,

$$v_f = i_f R_f + L_f(i_f) \frac{di_f}{dt} \quad (4.17)$$

励磁回路电感可采用  $i_f$  的非线性函数  $L_f(i_f)$  表示, 从而得到该方程组的一般性描述。此非线性函数与电机的磁化曲线或电机磁路中的磁通—安匝特性有关。电机轴上作用的转矩之和为

$$T_e = b \omega_m + J \frac{d\omega_m}{dt} \quad (4.18)$$

$$T_e = k i_f i_a \quad (4.19)$$

其中  $b(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad})$  表示机械损耗的黏滞阻尼系数;  $J(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$  是包括电机转子、负载、联轴接和轴的整个旋转系统的转动惯量。

不仅由于方程中含有非线性系数, 如  $L_f$  和  $b$ ; 而且由于式(4.16)和式(4.19)中的乘积形式, 使得方程组(4.15)~式(4.19)是非线性的。在分析大多数电机问题时, 采用状态方程组等效描述上述方程组是非常有用的。为了应用这些方程, 在分析过程中必须引入对特殊问题的物理条件描述。这些条件包括  $R$ 、 $L$ 、 $k$ 、 $b$ 、 $J$  的数值; 输入量  $v$  和  $v_f$  描述; 状态变量的初始条件。而且这些方程的变形同样适用于其他的电路形式(例如串励)。

## 习 题 解 答

4.1 一台 4 极、1800rpm 的直流电动机, 电枢绕组是叠绕组, 其导体数为 728, 计算电枢绕组中



的感应电压。每极下的磁通是 30mWb。

由于电枢绕组是叠绕组,  $p = a$ , 则

$$E = \frac{p n z}{60} \left( \frac{\phi}{a} \right) = \frac{(30 \times 10^{-3})(1800)(728)}{60} = 655.2 \text{ V}$$

- 4.2 若电枢绕组是波绕组, 题 4.1 中电机电枢中的感应电压是多少?

对于波绕组电枢,  $a = 2$ , 则

$$E = \frac{(30 \times 10^{-3})(1800)(728)}{60} \left( \frac{4}{2} \right) = 1310.4 \text{ V}$$

- 4.3 如果设计题 4.1 中电枢可通入的最大线电流为 100A, 电枢中产生的最大电磁功率是多大?

因为在电枢叠绕组中有 4 条并联支路 ( $a = p = 4$ ), 每条支路中的最大电流为

$$\frac{I_a}{a} = \frac{100}{4} = 25 \text{ A}$$

然而, 电枢产生的最大功率为

$$P_d = EI_a = (655.2)(100) = 65.5 \text{ kW}$$

- 4.4 将题 4.1 中的电枢绕组连接为波绕组, 产生的功率将如何变化?

在这种情况下 ( $a = 2$ ), 线电流  $I_a = 2 \times 25 = 50\text{A}$  (每条支路的限流值是 25A)。所以

$$P_d = (1310.4)(50) = 65.5 \text{ kW}$$

- 4.5 计算题 4.1 的电枢中产生的电磁转矩。

根据能量转换方程  $EI_a = T_e \omega_m$  和题 4.3 的结果,

$$T_e = \frac{EI_a}{\omega_m} = \frac{65.5 \times 10^3}{2\pi(1800)/60} = 347.6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- 4.6 一个 4 极直流电机、波绕组, 电枢槽数为 46, 并且每一槽内的导体数为 16。如果电机转速为 1200rpm 时电枢的感应电压是 480V, 求取每极下的磁通。

在此  $z = 16 \times 46 = 736$ , 所以由电动势方程, 得

$$\phi = \frac{60E}{n z} \left( \frac{a}{p} \right) = \frac{(60)(480)}{(1200)(736)} \left( \frac{2}{4} \right) = 16.3 \text{ mWb}$$

- 4.7 假设题 4.6 中每极下的磁通始终是 16.3mWb, 但由于漏磁使得感应电压的测量值仅为 410V, 估算漏磁系数  $\sigma$ 。其中,  $\sigma = \frac{\text{总磁通}}{\text{有效磁通}}$ 。

根据电动势方程, 可测电压正比于有效磁通。所以,

$$\sigma = \frac{\text{无漏磁电压}}{\text{有漏磁电压}} = \frac{480}{410} = 1.17$$

- 4.8 一个 4 极、叠绕组电枢有 144 个槽且每一槽中有两个线圈边, 每个线圈的匝数是 2 匝。若每极磁通是 20mWb, 电枢转速是 720rpm, 感应电压是多少?

将  $p = a = 4$ ,  $n = 720$ ,  $\phi = 0.020$ ,  $z = 144 \times 2 \times 2 = 576$  代入电势方程, 得到

$$E = \frac{(0.020)(720)(576)}{60} \left( \frac{4}{4} \right) = 138.24 \text{ V}$$

- 4.9 将一个 10 匝、宽度是 200mm 的矩形线圈安装在直径为 200mm 的圆柱体上。该圆柱体在 1.1T 的均匀磁场内以转速 1800rpm 旋转。求取线圈内感应电压的最大值。

由式(4.2), 得到

$$E_{\max} = BN\omega a = (1.1)(10)(0.200)^2(2\pi \times 1800)/60 = 82.94 \text{ V}$$

- 4.10 一个 100kW、230V 的并励发电机,  $R_a = 0.05$ ,  $R_f = 57.5\Omega$ 。若发电机在额定电压下工作, 计算(a)满载和(b)半载时的感应电压。忽略电刷接触压降。

见图 4-19,  $I_f = 230/57.5 = 4\text{A}$

$$(a) \quad I_L = \frac{100 \times 10^3}{230} = 434.8 \text{ A}$$

$$I_a = I_L + I_f = 434.8 + 4 = 438.8 \text{ A}$$

$$I_a R_a = (438.8)(0.05) = 22 \text{ V}$$

$$E = V + I_a R_a = 230 + 22 = 252 \text{ V}$$

$$(b) \quad I_L = 217.4 \text{ A}$$

$$I_a = 217.4 + 4 = 221.4 \text{ A}$$

$$I_a R_a = 11 \text{ V}$$

$$E = 230 + 11 = 241 \text{ V}$$

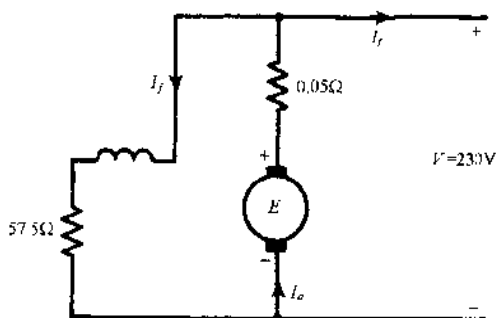


图 4-19

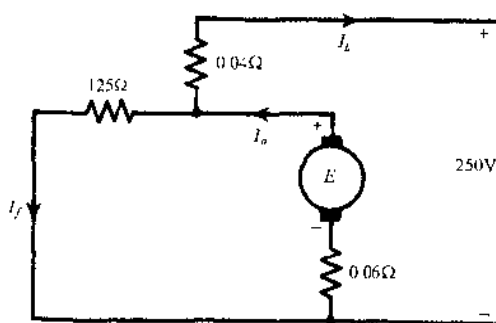


图 4-20

- 4.11 已知 50kW、250V 的短并复励发电机的数据如下:  $R_a = 0.06\Omega$ ,  $R_{se} = 0.04\Omega$ ,  $R_f = 125\Omega$ 。计算在额定负载和额定端电压情况下的电枢感应电压。取全部的电刷接触压降为 2V。

解 见图 4-20。

$$I_L = \frac{50 \times 10^3}{250} = 200 \text{ A}$$

$$I_L R_{se} = (200)(0.04) = 8 \text{ V}$$

$$V_f = 250 + 8 = 258 \text{ V}$$

$$I_a = 200 + 2.06 = 202.06 \text{ A}$$

$$I_a R_a = (202.06)(0.06) = 12.12 \text{ V}$$

$$E = 250 + 12.12 + 8 + 2 = 272.12 \text{ V}$$

- 4.12 对于长并复励连接方式(图 4-21),重新求解题 4.11。

解

$$I_L = 200 \text{ A}$$

$$I_f = \frac{250}{125} = 2 \text{ A}$$

$$I_a = 200 + 2 = 202 \text{ A}$$

$$I_a (R_a + R_{se}) = 202(0.06 + 0.04) = 20.2 \text{ V}$$

$$E = 250 + 20.2 + 2 = 272.2 \text{ V}$$

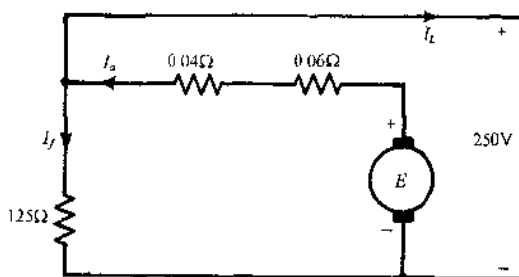


图 4-21

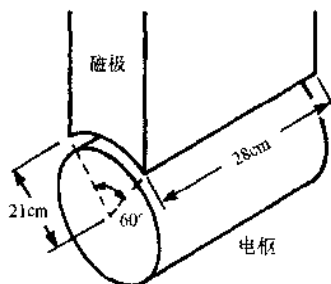


图 4-22

- 4.13 题 4.10 中的发电机是 4 极电机。电枢绕组是导体数为 326 的叠绕组。满载时电机转速是 650rpm。若电机内径是 42cm(直径), 轴向长度是 28cm。每个极对 60°角。求取气隙磁通密度。

图 4-22 表示了电机中的一部分。由题 4.10, 得

$$E = 252 = \frac{\phi \pi z}{60} \left( \frac{p}{a} \right) \quad \phi = 71.35 \text{ mWb}$$

极面的面积是

$$A = r\theta l = (0.21)(\pi/3)(0.28) = 0.0616 \text{ m}^2$$

所以

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{71.35 \times 10^{-3}}{0.0616} = 1.16 \text{ T}$$

- 4.14 具有不变损耗  $P_c$  (W) 的他励直流发电机工作于电压  $V$  和电枢电流  $I_a$ 。电枢电阻为  $R_a$ 。当  $I_a$  为多大时, 发电机的效率达到最大值?

$$\text{输出} = VI_a$$

$$\text{输入} = VI_a + I_a^2 R_a + P_c$$

$$\text{效率 } \eta = \frac{VI_a}{VI_a + I_a^2 R_a + P_c}$$

若  $\eta$  达到最大, 则  $d\eta/dI_a = 0$ , 或

$$V(VI_a + I_a^2 R_a + P_c) - VI_a(V + 2I_a R_a) = 0 \quad I_a = \sqrt{\frac{P_c}{R_a}}$$

换言之, 当电枢损耗  $I_a^2 R_a$  等于不变损耗  $P_c$  时, 效率达到最大。

- 4.15 题 4.10 中发电机的机械和铁心损耗为 1.8 kW。计算 (a) 满载时发电机的效率; (b) 满载时拖动发电机的原动机输出功率 (马力)。

根据题 4.10,  $I_f = 4 \text{ A}$ ,  $I_a = 438.8 \text{ A}$ 。所以,

$$I_f^2 R_f = (16)(57.5) = 0.92 \text{ kW}$$

$$I_a^2 R_a = (438.8)^2 (0.05) = 9.63 \text{ kW}$$

$$\text{全部损耗} = 0.92 + 9.63 + 1.8 = 12.35 \text{ kW}$$

(a)

$$\text{输出} = 100 \text{ kW}$$

$$\text{输入} = 100 + 12.35 = 112.35 \text{ kW}$$

$$\text{效率} = \frac{100}{112.35} = 89\%$$

(b)

$$\text{原动机输出} = \frac{112.35 \times 10^3 \text{ W}}{746 \text{ W/hp}} = 150.6 \text{ hp}$$

- 4.16 (a) 在多大负载时, 题 4.10 和 4.15 中的发电机工作效率达到最大? (b) 最大效率值是多少?

(a) 根据题 4.15, 不变损耗是

$$P_c = 920 + 1800 = 2720 \text{ W}$$

所以, 由题 4.14 得到

$$I_a = \sqrt{\frac{2720}{0.05}} = 233.24 \text{ A}$$

$$I_L = I_a - I_f = 233.24 - 4 = 229.24 \text{ A}$$

(b) 输出功率 =  $(229.24)(230) = 52.72 \text{ kW}$

$$I_a^2 R_a = P_c = 2.72 \text{ kW (根据题 4.14)}$$

$$\text{输入功率} = 52.72 + 2(2.72) = 58.16 \text{ kW}$$

$$\text{最大效率} = \frac{52.72}{58.16} = 90.6\%$$

- 4.17 转速为 1200 rpm 时, 并励发电机的空载 (或饱和) 特性如图 4-23 所示。每极下的励磁绕组为 500 匝。(a) 求取转速为 1200 rpm 时, 电机实现自励所要求的临界电阻值。(b) 若感应电压是 230 V, 励磁回路总阻值是多少?

根据图 4-23, 得到

$$(a) \quad \text{临界励磁电阻值} = \frac{200}{1500/500} = 66.67 \Omega$$

(b)  $230\text{V}$  时的励磁电阻值  $= \frac{230}{2500/500} = 46 \Omega$

4.18 若图 4-23 表示一台串励电动机在  $1200\text{rpm}$  时的饱和曲线。式(4.6)中的电机参数  $k_a = 40$ 。每极下的匝数为 8 匝。串励回路和电枢回路的总阻值分别为  $25\text{m}\Omega$  和  $50\text{m}\Omega$ 。求取每极下的磁通:(a)  $E = 200\text{V}$ , (b) 每极下磁动势为  $2600\text{At}$ 。

(a) 由式(4.6), 得

$$\phi = \frac{E}{k_a \omega_m} = \frac{200}{40(2\pi \times 1200)/60} = 39.8 \text{ mWb}$$

(b) 每极下是  $2600\text{At}$  时,  $E \approx 232\text{V}$  (由图 4-23 中得到)。所以,

$$\phi = \frac{232}{200}(39.8) = 46.15 \text{ mWb}$$

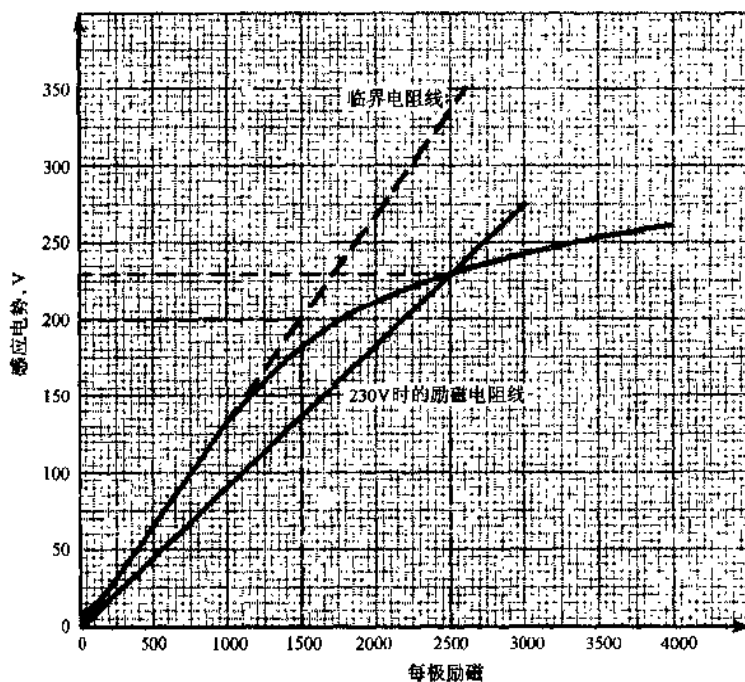


图 4-23

4.19 负载一定, 题 4.18 中的电机在电压  $200\text{V}$ 、电流  $325\text{A}$  的情况下正常运转。若铁心损耗是  $220\text{W}$ , 摩擦和通风损耗是  $40\text{W}$ , 求取(a)产生的电磁转矩;(b)电机转速;(c)机械输出功率;(d)电机效率。

每极下的磁动势为  $325 \times 8 = 2600\text{At}$ , 则根据题 4.18(b), 每极下的磁通是

$$\phi = 0.04615 \text{ Wb}$$

(a)  $T_e = k_a \phi I_a = (40)(0.04615)(325) = 600 \text{ N}\cdot\text{m}$

$$E = 200 - (325)(0.025 + 0.050) = 175.6 \text{ V}$$

(b)  $\omega_m = \frac{E}{k_a \phi} = \frac{175.6}{(40)(0.04615)} = 95.14 \text{ rad/s}$

或  $n = 908 \text{ rpm}$

(c) 输出功率  $= (600)(95.14) = 57.084 \text{ kW}$

$$\text{欧姆损耗} = (325)^2(0.025 + 0.050) = 7922 \text{ W}$$

$$\text{铁心损耗} = 220 \text{ W}$$


(d) 通风和摩擦损耗  $= 40 \text{ W}$

$$\text{全部损耗} = 8182 \text{ W}$$


$$\text{效率} = \frac{57084}{57084 + 8182} = 8.5\%$$

4.20 如果题 4.18 中不存在电机饱和, 图 4-23 中的临界电阻线即为在同样转速下的电机空载

特性。从定性上讲,题 4.19 的答案将会如何变化?

 磁通增大;转速减小;转矩增大;功率近似不变;效率提高。

- 4.21 若在电枢反应的作用下,题 4.19 中电动机的主磁通磁动势每极减小了 500At,定性分析题 4.19 的答案将会如何变化?

 磁通减小;转速上升;转矩减小;功率近似不变;效率略微提高。

- 4.22 一台 20hp、250V 的并励电动机,电枢回路(包括电刷和极间)电阻为  $0.22\Omega$ ,励磁回路电阻为  $170\Omega$ 。在空载和额定电压条件下,电机转速是 1200rpm,电枢电流是 3.0A。在满载和额定电压条件下,线电流是 55A。磁通比空载运行时减少了 6% (由于电枢反应的作用)。满载时电机转速是多大?



$$E_{\text{空载}} = 250 - (3.0)(0.22) = 249.3 \text{ V}$$

$$I_f = \frac{250}{170} = 1.47 \text{ A}$$

$$E_{\text{满载}} = 250 - (55 - 1.47)(0.22) = 238.2 \text{ V}$$

根据式(4.6),  $\omega_m$  正比于  $E/\phi$ ; 而

$$n_{m, \text{满载}} = 1200 \left( \frac{238.2}{249.3} \right) \left( \frac{1}{0.94} \right) = 1220 \text{ rpm}$$

- 4.23 230V 并励电动机在转速为 1800rpm 时的空载(电枢电流为零)磁化特性如图 4-23 所示。满载时电枢电流是 100A;电枢回路(包括电刷和极间)电阻为  $0.12\Omega$ 。(a)在满载和空载条件下电机转速均为 1800rpm,求取满载时电枢反应的去磁作用,即每极下的安匝数。(b)长并励迭加串励的励磁绕组在每极下的匝数是 8 匝,电机附加电阻值为  $0.08\Omega$ 。求取满载电流和额定电压下的转速。



$$(a) \quad E_{\text{满载}} = 230 - (100)(0.12) = 218 \text{ V}$$

重新利用转速公式(4.12)。既然在由空载到满载运行的过程中,  $V - I_a R_a$  减小。则每极下的磁动势必须正比于  $\omega_m$  下降,以维持电势恒定。

$$\text{mmf}_{\text{满载}} = \frac{218}{230}(2500) = 2370 \text{ At 每极}$$

假设在此范围内磁场线性,则

$$\text{磁动势的减小值} = 2500 - 2370 = 130 \text{ At 每极}$$

$$(b) \quad E_{\text{满载}} = 230 - (100)(0.12 + 0.08) = 210 \text{ V}$$

$$\text{mmf}_{\text{满载}} = 2370 + (100)(8) = 3170 \text{ At per pole}$$

在该磁动势作用下,电势  $\approx 247\text{V}$  (根据图 4-23)。既然  $n$  正比于  $E/\phi$  或  $E/\text{mmf}$ , 则

$$n_2 = 1800 \left( \frac{210}{218} \right) \left( \frac{2370}{3170} \right) = 1296 \text{ rpm}$$

- 4.24 一台 10hp、230V 并励电动机的满载线电流是 40A。电枢和励磁电阻分别是  $0.25\Omega$  和  $230\Omega$ 。电刷接触总压降是 2V。铁心和摩擦损耗为 380W。计算电机的效率。假设杂散负载损耗是输出的 1%。



$$\text{输入} = (40)(230) = 9200 \text{ W}$$

$$\text{励磁电阻损耗} = \left( \frac{230}{230} \right)^2 (230) = 230 \text{ W}$$

$$\text{电枢电阻损耗} = (40 - 1)^2 (0.25) = 380 \text{ W}$$

$$\text{铁损和摩擦损耗} = 380 \text{ W}$$

$$\text{电刷接触损耗} = (2)(39) = 78 \text{ W}$$

$$\text{杂散负载损耗} = \frac{10}{100} \times 746 = 78 \text{ W}$$

$$\text{全部损耗} = 1143 \text{ W}$$

$$\text{输出功率} = 9200 - 1143 = 8057 \text{ W}$$

$$\text{效率} = \frac{8057}{9200} = 87.6\%$$

- 4.25 230V 并励电动机在转速为 1120rpm 时轴输出功率是 30hp。若在此负载条件下电机效率达到 87%。求取(a)全部的输入功率;(b)线电流;(c)如果由于摩擦和通风损耗,使得轴输出转矩减小了 7%,计算产生的转矩。

(a) 输入功率 =  $\frac{\text{输出}}{\text{效率}} = \frac{(30)(746)}{0.87} = 25.72 \text{ kW}$

(b) 输入电流 =  $\frac{\text{输入功率}}{\text{输入电压}} = \frac{25720}{230} = 111.8 \text{ A}$

(c) 输出转矩 =  $\frac{\text{输出功率}}{\text{角速度}} = \frac{(30)(746)}{(2\pi \times 1120)/60} = 190.8 \text{ N}\cdot\text{m}$

产生的转矩 =  $(1.07)(190.8) = 204.2 \text{ N}\cdot\text{m}$

- 4.26 10kW、250V 的并励发电机,电枢电阻为  $0.1\Omega$ ,励磁电阻为  $250\Omega$ 。在额定电压下可以实现转速为 800rpm 的满载运行。若此时该电机作为 10kW、250V 的电动机使用,电动机的转速是多少?忽略电刷接触压降。

作为发电机:

$$I_f = \frac{250}{250} = 1 \text{ A} \quad I_L = \frac{10 \times 10^3}{250} = 40 \text{ A}$$

$$I_a = 40 + 1 = 41 \text{ A} \quad I_a R_a = (41)(0.1) = 4.1 \text{ V}$$

$$E_g = 250 + 4.1 = 254.1 \text{ V}$$

作为电动机:

$$I_L = \frac{10 \times 10^3}{250} = 40 \text{ A} \quad I_f = \frac{250}{250} = 1 \text{ A}$$

$$I_a = 40 - 1 = 39 \text{ A} \quad I_a R_a = (39)(0.1) = 3.9 \text{ V}$$

$$E_m = 250 - 3.9 = 246.1 \text{ V}$$

在此,

$$\frac{n_m}{n_g} = \frac{E_m}{E_g} \quad n_m = \frac{E_m}{E_g} n_g = \frac{246.1}{254.1} (800) = 774.8 \text{ rpm}$$

- 4.27 图 4-24 描述了用于控制电机 M 转速的华特—利奥纳系统(直流发电机电动机系统)。输入是发电机的励磁电压  $v_{fg}$ , 输出是电动机转速  $\omega_m$ 。假设均为理想电机,推导系统的传递函数描述。电动机负载为  $J\dot{\omega}_m + b\omega_m$ 。发电机以恒定角速度  $\omega_g$  运转。

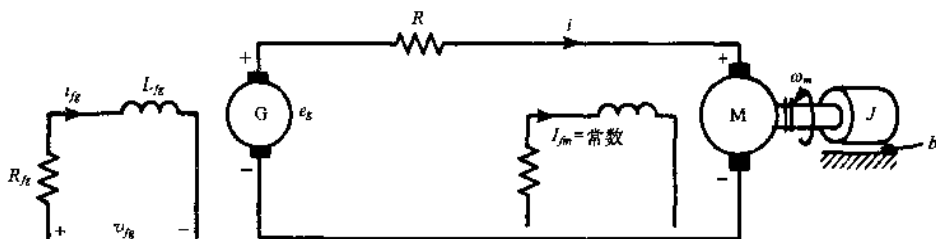


图 4-24

根据图 4-24、式(4.16)和式(4.19),得到运动方程是

$$v_{fg} = R_{fg} i_{fg} + L_{fg} \frac{di_{fg}}{dt} \quad V_{fg} = (R_{fg} + L_{fg}s) I_{fg}$$

$$e_g = k_g \omega_g i_{fg} = Ri + k_m I_{fm} \omega_m \quad k_g \omega_g I_{fg} = RI + k_m I_{fm} \Omega_m$$

$$T_m = k_m I_{fm} i = J\dot{\omega}_m + b\omega_m \quad k_m I_{fm} I = (b + Js) \Omega_m$$

所以

$$G(s) \equiv \frac{\Omega_m(s)}{V_{fg}(s)} = \frac{k_g \omega_g k_m I_{fn}}{(R_{fg} + L_{fg}s)(k_m^2 I_{fm}^2 + bR + Js)}$$

- 4.28 当他励发电机以某一恒定角速度  $\omega_m$  驱动时,可将其看作为功率放大器。根据图 4-25 中给出的参数和式(4.8)中的比例常数  $k\omega_m$ ,推导电压增益  $V_L(s)/V_f(s)$  描述。

根据图 4-25,得到频域内的方程是

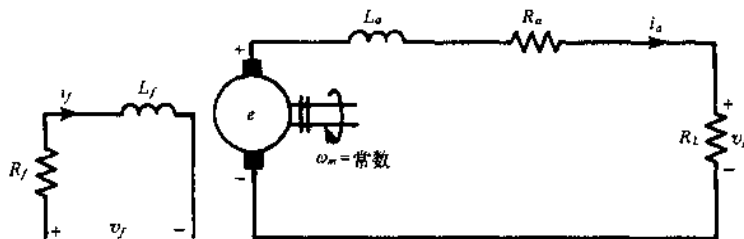


图 4-25

$$V_f = (R_f + L_f s) I_f \quad \mathcal{E} = k \omega_m I_f$$

而且,  $\mathcal{E} = (R_a + R_L + L_a s) I_a$  和  $V_L + R_L I_a$ 。因此,

$$\frac{V_L(s)}{V_f(s)} = \frac{R_L k \omega_m}{R_f (R_a + R_L)} \cdot \frac{1}{(1 + \tau_f s)(1 + \tau_a s)}$$

其中,  $\tau_f = L_f / R_f$ ,  $\tau_a = L_a / (R_a + R_L)$ 。

- 4.29 在题 4.28 中,  $R_a = 0.1 \Omega$ ,  $R_f = 10 \Omega$ ,  $R_L = 0.5 \Omega$ ,  $k \omega_m = 65 \text{ V/A}$ 。(a) 电压增益是多少? (b) 励磁电压为 25V, 发电机工作于稳态时的功率增益是多少?

注意在稳态时  $di/dt$  项趋于零, 即  $s \rightarrow 0$ 。因此,

$$(a) \text{ 电压增益} = \frac{R_L k \omega_m}{R_f (R_a + R_L)} = \frac{(0.5)(65)}{(10)(0.1 + 0.5)} = 5.42$$

$$(b) \text{ 磁场的输入功率} = \frac{(25)^2}{10} = 62.5 \text{ W}$$

$$E = k \omega_m I_f = (65) \left( \frac{25}{20} \right) = 162.5 \text{ V}$$

$$I_a = \frac{162.5}{0.1 + 0.5} = 270.8 \text{ A}$$

$$\text{输出功率} = (270.8)^2 (0.5) = 36675 \text{ W}$$

$$\text{功率增益} = \frac{36675}{62.5} = 587$$

- 4.30 具有恒定励磁电流的他励直流电动机拖动惯性负载, 由静止开始加速运转。采用等效电路形式描述该系统。在图 4-26(a)中已对各符号分别加以定义。

运动方程是

$$v = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e$$

$$e = k I_f \omega_m$$

$$T_e = k I_f i_a = J \dot{\omega}_m$$

由这些方程, 得

$$v = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + \frac{(k I_f)^2}{J} \int i_a dt$$

此式相似于

$$v = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

相应的电路如图 4-26(a)所示。等效关系是:  $R \leftrightarrow R_a$ ,  $L \leftrightarrow L_a$ ,  $C \leftrightarrow J/(k I_f)^2$ 。

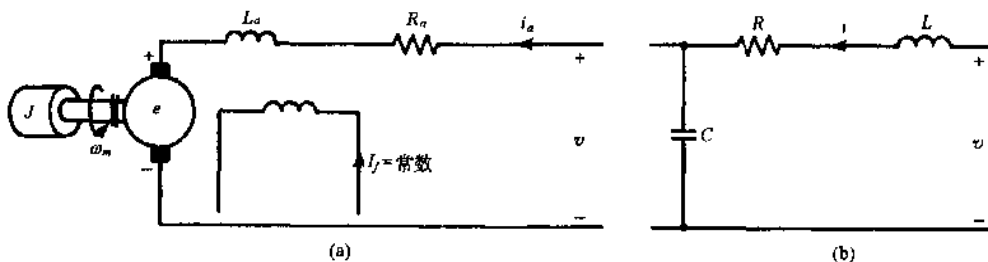


图 4-26

## 补充习题

- 4.31 由式(2.1)推导式(4.2)。
- 4.32 6极、叠绕组结构的直流发电机电枢中包含720极有效导体。设计该发电机使其转速为1720rpm时产生420V电压。求取每极磁通。
- 答案:20.35mWb
- 4.33 将题4.32中的发电机电枢绕组连接为波绕组,则发电机的转速为多少时才能在电枢中感应630V电压?
- 答案:860rpm
- 4.34 直流发电机电枢的运转速度是多大(rpm)时,才能在转矩为4605N·m时产生572.4kW的功率?
- 答案:1187rpm
- 4.35 直流发电机电枢的转速为1200rpm,流过的电流为45A。如果感应的电枢电压是130V,则产生的转矩是多大?
- 答案:46.5 N·m
- 4.36 串励发电机的饱和特性如图4-23所示,且每极下的线圈匝数为8匝。求取:(a)发电机工作电压为220V时的负载电阻值;(b)在该负载作用下的电枢电流。
- 答案:(a) $\approx 0.8\Omega$ ;(b)272A
- 4.37 自激并励发电机具有图4-27所示的饱和特性。(a)求临界励磁电阻值(大于该值将无法建立发电机的输出电压);(b)若励磁回路电阻值是50 $\Omega$ ,空载端电压是多少?
- 答案:(a)56 $\Omega$ ;(b)250V

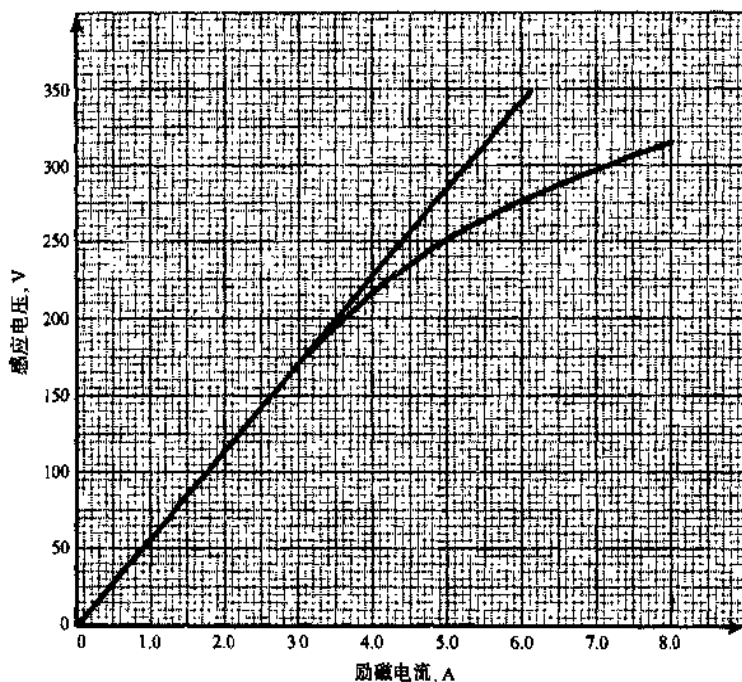


图4-27

- 4.38 自激并励发电机在电压为125V时的输出功率为12.5kW。励磁电阻是25 $\Omega$ ,电枢电阻是0.1 $\Omega$ 。由于电刷接触和此负载作用下的电枢反应造成的总压降为3.5V。计算感应的电枢电压。
- 答案:139V
- 4.39 根据图4-23,如果励磁回路电阻为66.67 $\Omega$ ,每极下的励磁线圈有500匝。求取实现并励发电机自激的最小转速。
- 答案:1200rpm
- 4.40 6极、包含720极导体的叠绕组电枢在20.35mWb的磁场中旋转。(a)若电枢电流是78A,产生的转矩是多大?(b)若感应的电枢电压是420V,电动机的转速是多大?



答案:(a)181.9 N·m;(b)1720rpm

- 4.41 他励电动机在恒定励磁电流作用下以转速 1045rpm 运转,而且电压为 120V 时电枢电流是 50A。电枢电阻为  $0.1\Omega$ 。如果改变电动机负载,使得电压为 120V 时电枢电流是 95A。确定该负载条件下电动机的转速。

答案:1004rpm

- 4.42 电压为 230V 时长并复励发电机可提供的功率为 230kW,励磁回路和电枢回路的全部电阻值分别为  $46\Omega$  和  $0.03\Omega$ ,电刷接触压降是 2V,确定电压调节率。

答案:3.77%

- 4.43 若在题 4.42 中,串联励磁电阻为  $0.02\Omega$ ,电枢回路阻是  $0.01\Omega$ ,采用短并励连接方式。电压调节率是多少?

答案:3.72%

- 4.44 某台他励直流发电机的数据如下:电枢电阻为  $0.04\Omega$ ;励磁电阻为  $110\Omega$ ;总的铁心和机械损耗为 960W;励磁电压为 230V。发电机可提供给负载的端电压为 230V。计算(a)发电机效率达到最大值时的电枢电流;(b)发电机效率的最大值。

答案:(a)189.8A;(b)93.8%

- 4.45 在并励电动机中,每极磁通为 25mWb。采用叠绕组结构,其中包含 2 极、360 根导体。电枢电阻值为  $0.12\Omega$ 。设计电动机,使其满载运行时电压是 115V,电枢电流是 60A。(a)为了保证起动电枢电流不大于满载电流的二倍,求取需要串入电枢回路的外部电阻值。(b)当电动机转速达到 400rpm 且外部电阻减少 50%时,那么在该转速下的电枢电流是多少?(c)当电动机转速达到最大值时将外部电阻完全切断,则电枢电流达到满载值。计算电动机转速。

答案:(a) $0.838\Omega$ ;(b)102A;(c)718.6rpm

- 4.46 计算题 4.45 中(a)、(b)、(c)中产生的转矩。

答案:(a)172N·m;(b)146N·m;(c)80N·m

- 4.47 一台 230V 并励电动机,电枢电阻为  $0.05\Omega$ ,励磁电阻为  $75\Omega$ 。轻载运行转速为 1120rpm 时线电流为 7A。给定负载作用下的线电流为 46A。确定(a)给定负载作用时电动机的转速;(b)电动机效率;(c)总的铁心和机械损耗。

答案:(a)1110.5rpm;(b)83.9%;(c)903.9W

- 4.48 若在给定负载作用时,将题 4.47 中电动机的励磁回路电阻增加到  $100\Omega$ ,其他条件保持不变。电动机新的转速是多大?

答案:1480rpm

- 4.49 某一种直流电动机的磁化特性是由方程  $\phi = 0.001I_f$  所定义的直线。其中  $\phi$ (Wb)是每极磁通, $I_f$  是励磁电流。电动机采用他励方式。 $R_a = 0.05\Omega$ ,  $k_a = 100$ 。当  $I_f$  等于 10A 且电枢端电压是 400V 时,电机以 3000rpm 旋转。确定  $I_a$ 、 $E$  和电磁转矩。忽略电枢反应; $R_a$  是电枢回路总电阻。

答案:1720A;314V;1720N·m

- 4.50 直流串励电动机拖动恒转矩负载,即需要产生与电机转速无关的恒定电磁转矩。忽略由电枢和串联励磁电阻引起的压降、电枢反应和饱和效应。(a)当线电压由 230V 下降到 200V 时电动机转速将变化百分之几?(b)假设是并励电动机,重新计算(a)。(c)简述饱和效应对(a)和(b)中求解结果的影响。

答案:(a)13%;(b) $\approx 0$

- 4.51 一台并励电动机在电压为 230V 时,以转速 1100rpm 运行,产生线电流 40A。(轴上的)输出功率是 10.8hp。各种损耗包括铁心损耗 200W、摩擦和通风损耗 180W、电刷接触引起的电损耗 37W、杂散负载损耗 37W。电枢回路和励磁回路电阻分别为  $0.25\Omega$  和  $230\Omega$ 。计算(a)电动机效率;(b)电动机输出功率减少 50% 时的电机转速。

答案:(a)88.69%;(b)1125rpm

- 4.52 由 728 根导体构成叠绕组结构的 4 极电动机中,每极下磁通为 25mWb。电枢电流是 50A。因电枢反应的去磁作用将减少 5% 的气隙磁通。计算产生的转矩。

答案:137.6N·m

- 4.53 如果题 4.52 中电动机的电枢绕组是波绕组,除电枢电流之外其他数据保持不变。证明产生的转矩大小不变。

- 4.54 对于具有  $0.1\Omega$  电枢电阻和  $0.15\Omega$  励磁电阻的串励电动机,当电压为 230V 且转速为 720rpm 时产生电

流 48A。全部的铁心和摩擦损耗是 650W。忽略杂散负载和电刷接触损耗,计算(a)产生的转矩;(b)轴上的输出功率;(c)电动机的效率。

答案:(a)138.8N·m;(b)13.16hp;(c)88.9%

- 4.55 减小题 4.54 中的电动机负载,使得电机电枢电流为 32A。求取(a)电机转速;(b)转矩变化率。忽略饱和。

答案:(a)1100rpm;(b)55.6%

- 4.56 一台 250V、10hp 的并励电动机,电枢电阻为  $0.5\Omega$ ,励磁电阻为  $250\Omega$ 。电机的空载电流是 5A,额定电流是 37.1A。确定额定负载时的效率。

答案:79.7%

- 4.57 查阅直流电动机的转速方程,叙述可改变电动机转速的可能途径。

- 4.58 图 4-26(a)中的电动机在恒定励磁电流  $I_f$  作用下由静止起动。忽略  $L_a$ ,当电机转速达到稳态时,电阻  $R_a$  消耗的能量等于在旋转部分所存储的能量。若  $V=120\text{V}$ 、 $R_a=0.1\Omega$ 、 $kI_f=4\text{N}\cdot\text{m}/\text{A}$ 、 $J=40\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ,该能量值是多大?

答案:18kJ

- 4.59 一台恒速运行的他励直流发电机拖动一个由  $0.9\Omega$  电阻串接 1-H 电感构成的负载。电枢电阻为  $0.1\Omega$ ,其电感可忽略。阻值为  $50\Omega$  且电感值为 5H 的励磁回路突然接至 100V 电源上。若发电机的电压常数  $k\omega_m=40\text{V}/\text{A}$ ,确定产生的电枢电流值。

答案: $i_a(t)=80\left(1-\frac{10}{9}e^{-t}+\frac{1}{9}e^{-10t}\right)\text{A}$

- 4.60 他励电动机拖动大小为  $300\dot{\omega}_m+\omega_m(\text{N}\cdot\text{m})$  的负载运行。电枢电阻为  $1\Omega$ ,其电感可忽略。若突然向电枢提供 100V 电压,励磁电流  $I_f$  恒定,推导由其产生的电机转速描述形式。电动机的转矩常数  $kI_f=7\text{N}\cdot\text{m}/\text{A}$ 。

答案: $\omega_m(t)=14(1-e^{-t/6})(\text{rad/s})$

- 4.61 220V 直流并励电动机中电枢电阻为  $0.2\Omega$ ,励磁电阻为  $110\Omega$ 。空载运行时转速为 1000rpm,线电流是 7A。满载运行时输入功率是 11kW。(a)计算满载时的电机转速;(b)确定满载时产生的转矩。

答案:(a)960.7rpm;(b)100.38N·m

- 4.62 一台 8 极、波绕组直流并励发电机,包含 778 根导体。在电压为 250V 时以转速 500rpm 拖动大小为  $12.5\Omega$  的阻性负载。电枢电阻为  $0.24\Omega$ ,励磁电阻为  $250\Omega$ 。计算(a)电枢电流;(b)每极磁通。

答案:(a)21.0A;(b)9.83mWb

- 4.63 200V 直流并励电动机以 700rpm 运行时,空载线电流为 7A。励磁和电枢回路的电阻分别为  $100\Omega$  和  $0.6\Omega$ 。负载运行时电动机的输入功率为 8kW。在该负载作用下确定(a)转速和(b)产生的转矩。

答案:(a)624rpm;(b)103N·m

- 4.64 采用叠绕组连接方式的他励直流发电机包含 728 根导体。每极磁通为 20mWb。电枢电阻为  $0.1\Omega$ 。若要求发电机提供阻性负载 50A 电流,则其以多大转速运行时才能保证端电压为 220V?

答案:927.2rpm

- 4.65 当电枢电流为 35A 时,他励直流电动机可产生  $700\text{N}\cdot\text{m}$  的转矩。(a)输入电流为 70A 时转矩为多大?(b)若电枢电流为 35A 时反电势是 200V,计算电动机转速(rpm)。

答案:(a)1400N·m;(b)95.5rpm

### 5.1 概述

感应电动机可能是所有电动机中最常用的一种。如同直流电机,感应电动机包括定子和转子。其中后者安装在轴承上,且与定子之间隔有气隙。由冲片(叠片)构成的定子铁心上装有槽嵌式导体。以一定形式相互连接而成的这些导体形成电枢绕组。

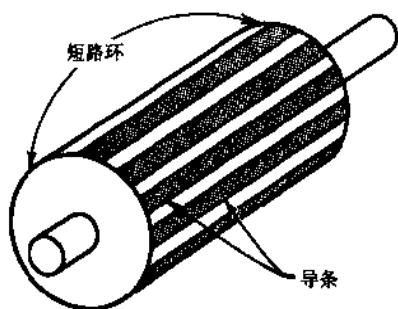


图 5-1

定子绕组中通入交变电流。转子绕组中的电流是由定子电流的磁场感应产生。感应电机转子是圆柱形,并且装有(1) 两端采用导体环短路的导条,如鼠笼电机(图 5-1);或是(2) 为了用于外部连接,将引线端与滑环相连的多相绕组,如绕线式转子电机(图 5-2)。绕线式转子绕组与定子绕组相似。有时鼠笼电机被称为无刷电机,绕线转子电机被称为滑环电机。

在感应的转子电流和气隙磁场的相互作用下运行感应电动机。如果由该相互作用所产生的转矩使得转子旋转,此电机将用作电动机。另一方面,由外部因素

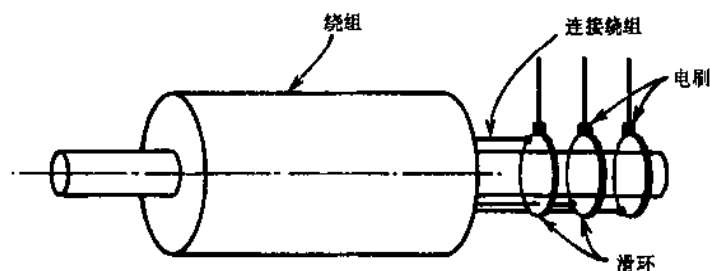


图 5-2

驱动转子超过一定转速使得电机开始输送电能,则它可用作感应发电机。通常感应电机都用作电动机。

### 5.2 电枢绕组的磁动势

如同直流电机中,在感应电动机的定子上通常装有几组独立绕组。例如,在如图 5-3 所示的三相绕组中每个槽内嵌有两个线圈边。这种绕组是双层绕组。由图 5-3 亦可知此为四极绕组,但(九齿的)极间距稍大于(八齿的)线圈间距。所以,此为分数极距(或短矩)绕组。其次可知在这种情况下每相每极下有三个槽。若每相每极下的槽数是非整数,此绕组被称为分数槽绕组。

由于相互连接的线圈构成电枢绕组,所以分析单个  $N$  匝整距绕组的磁动势是非常有用的。很明显,由图 5-4(a)可知该电机包括两极;而且由安培定律可得线圈边间的磁动势为恒定值  $Ni$  ( $At$ ),如图 5-4(b)所示。所以,如图 5-4(c)所示,每极下的磁动势为  $Ni/2$ 。这也是磁通密度分布的另一种表示方式。对图 5-4(c)所示的磁动势分布进行傅里叶分析,得到基波分量为

$$\mathcal{F}_1(x, t) = \frac{4}{\pi} \left( \frac{Ni}{2} \right) \cos \frac{\pi x}{\tau} \quad (5.1)$$

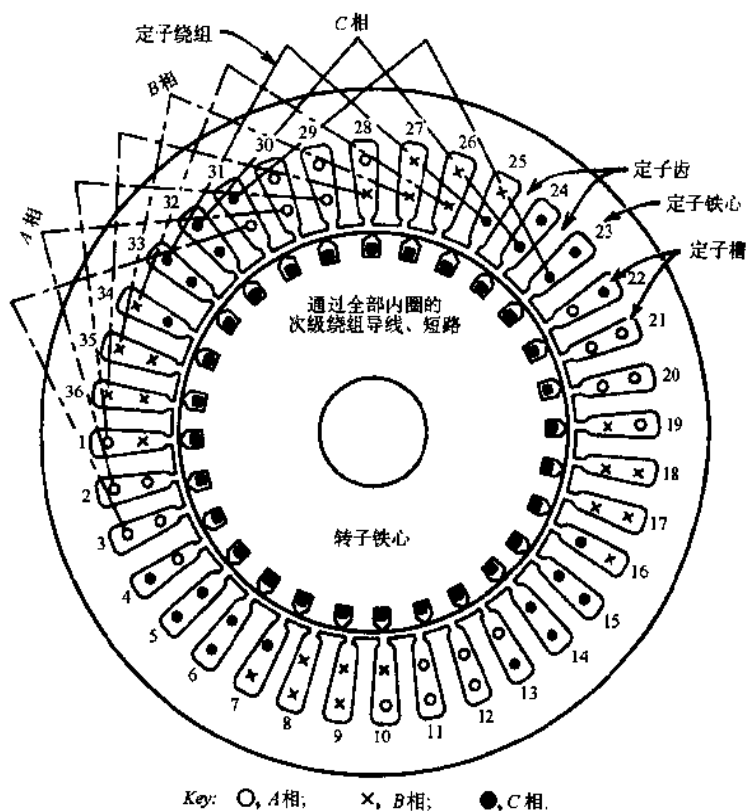


图 5-3

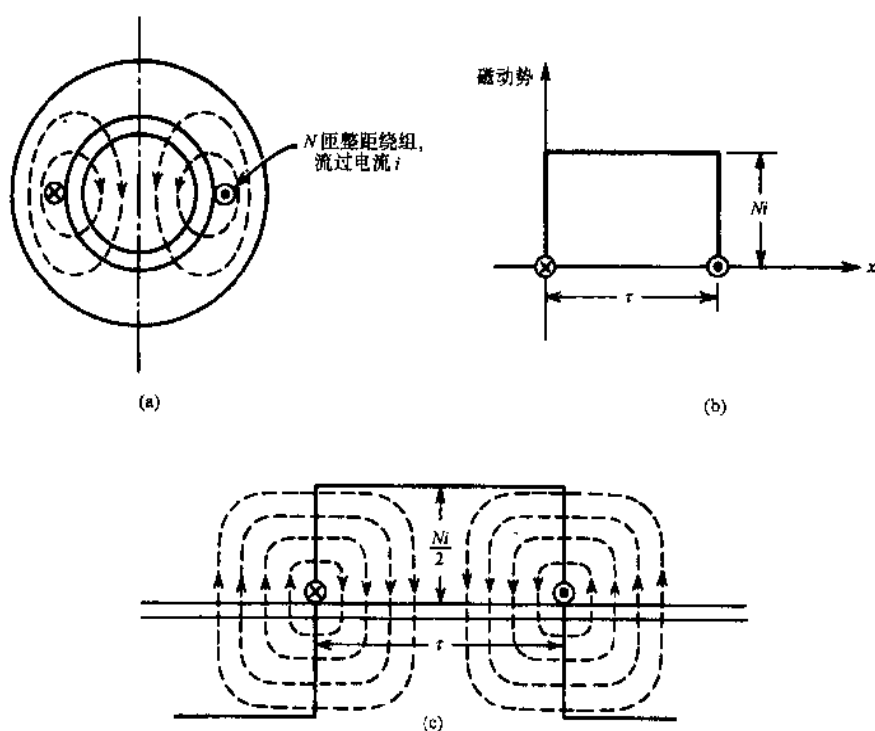


图 5-4

其中  $x$  表示定子的圆周距离, 极距 (或线圈间距)  $\tau$  表示相邻极间的圆周距离。若  $i = I\sqrt{2}\sin\omega t$ , 式(5.1)变为

$$\mathcal{F}_1(x, t) = 0.9NI \sin \omega t \cos \frac{\pi x}{\tau} \quad (\text{At}) \quad (5.2)$$

$I$  为  $i$  的有效值。

为了减小磁动势谐波,电枢绕组合理分布于定子球面,如图 5-3 所示。所以可假设(三相绕组的)每相产生的磁动势在空间上是正弦的。三相感应电机中的磁动势在空间上互差  $120^\circ$  电角度:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_A &= \mathcal{F}_m \sin \omega t \cos \frac{\pi x}{\tau} \\ \mathcal{F}_B &= \mathcal{F}_m \sin (\omega t - 120^\circ) \cos \left( \frac{\pi x}{\tau} - 120^\circ \right) \\ \mathcal{F}_C &= \mathcal{F}_m \sin (\omega t + 120^\circ) \cos \left( \frac{\pi x}{\tau} + 120^\circ \right)\end{aligned}\quad (5.3)$$

其中  $\mathcal{F}_m$  是每个磁动势的幅值。对于  $N$  匝线圈,只考虑基波分量。

### 5.3 旋转磁场的形成

将式(5.3)中三个磁动势相加,得到合成磁动势为

$$\mathcal{F}(x, t) = 1.5 \mathcal{F}_m \sin \left( \omega t - \frac{\pi x}{\tau} \right) \quad (5.4)$$

可以看出磁动势是幅值为  $1.5 \mathcal{F}_m$  的波,其相对于定子的旋转速度是

$$v_s \equiv \frac{\tau \omega}{\pi} (\text{m/s}) \quad (5.5)$$

$v_s$  被称为同步速度。其波长为

$$\lambda = \frac{2\pi v_s}{\omega} = 2\tau (\text{m}) \quad (5.6)$$

若电机极数是  $p$ , 式(5.5)可重写为如下形式:

$$n_s \equiv \text{同步速} = \frac{120f_1}{p} (\text{rpm}) \quad (5.7)$$

其中  $f_1 = \omega/2\pi$  是定子电流(和旋转磁动势)的频率。

等式(5.4)描述了感应电动机定子产生的旋转磁场。该磁场切割转子导体,从而在这些导体中感应出电压。感应电压产生转子电流。电流与气隙磁场相互作用产生转矩。只要旋转磁场和感应转子电流存在,该转矩始终存在。随后电机在旋转磁场方向上以转速  $n < n_s$  开始旋转。(见题 5.26)

### 5.4 转差;电机等效电路

转子的实际速度  $n$  通过转差或转差百分率,  $100s$ , 与同步速度  $n_s$  相关:

$$s \equiv \frac{n_s - n}{n_s} \quad (5.8)$$

在停车状态( $s=1$ ), 定子产生的旋转磁场相对于转子绕组的转速与其相对于定子绕组的转速相同。于是转子电流的频率  $f_2$  等于定子电流的频率  $f_1$ 。在同步速度( $s=0$ ), 旋转磁场与转子之间没有相对运动, 转子电流的频率为零。(实际上转子电流是零。)在中间速度, 转子电流频率正比于转差:

$$f_2 = sf_1 \quad (5.9)$$

其中  $f_2$  称为转差频率。既然转子电流的频率是转差频率, 可得图 5-5(a)中(每一相)的转子等效电路。其中转子电流为

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{R_2^2 + (sX_2)^2}}$$

在此  $E_2$  是停车时的转子感应电动势;  $X_2$  是停车时转子每相漏电抗;  $R_2$  是转子每相电阻。此式也可写为

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{(R_2/s)^2 + X_2^2}} \quad (5.10)$$

对于式(5.10), 可将图 5-5(a)中的电路重画为图 5-5(b)的形式。

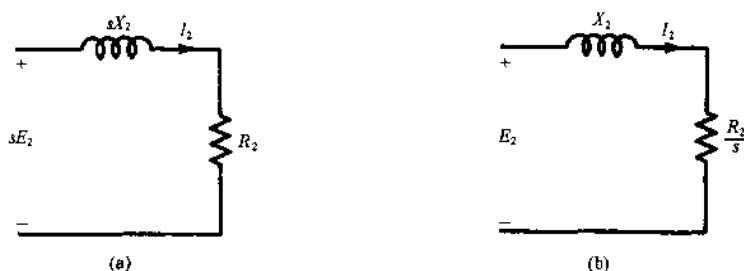


图 5-5

为了分析定子电路, 可将感应电动机看作为带有气隙、二次侧电阻可变的变压器[见式(5.10)]。所以对于感应电动机的每一相, 变压器原边对应于电机定子, 二次侧对应于转子。然而由于气隙的缘故, 与实际变压器相比, 其磁化电抗  $X_m$  小。在变压器中, 转子和定子之间的互磁链可采用磁化电抗和不同的漏磁通表示。例如转子全部漏磁通可由图 5-5(b)中的  $X_2$  表示。如同变压器的副边与其原边相耦合一样, 考虑转子耦合于定子, 可得到图 5-6 所示的电路。为了进一步分析该电路, 需要像描述定子一样表示转子量。为此就像变压器中一样, 必须已知变比。

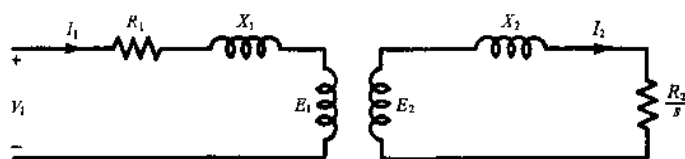


图 5-6

了解感应电动机中的电压变比需要将定子和转子绕组分布的效应考虑在内。对于鼠笼电机, 相对于定子的转子每相电阻  $R'_2$  为

$$R'_2 = a^2 R_2 \quad \text{其中} \quad a^2 \equiv \frac{m_1}{m_2} \left( \frac{k_{w1} N_1}{k_{w2} N_2} \right)^2 \quad (5.11)$$

在此  $k_{w1}$  每相串联匝数为  $N_1$  的定子绕组系数;

$k_{w2}$  每相串联匝数为  $N_2 = p/4$  的转子绕组系数, 对于鼠笼转子  $p$  为极数;

$m_1$  定子相数;

$m_2$  每对极的导条数;

$R_2$  一根导条的电阻。

同样

$$X'_2 = a^2 X_2 \quad (5.12)$$

其中  $X'_2$  是相对于定子的转子每相漏电抗。

尤其注意感应电动机和变压器之间的相似点和不同点。根据图 5-6 中相对于定子的转子量得到图 5-7(a) 所示的准确(单相)等效电路。为了清楚起见, 将  $R_2/s$  分为

$$\frac{R'_2}{s} \equiv R'_2 + \frac{R'_2}{s}(1-s)$$

得到图 5-7(b)所示的电路。在此  $R'_2$  仅是相对于定子的单相静止转子电阻。 $R'_2(1-s)/s$  为依赖于转子转速且与电动机负载相对应的单相动态电阻。注意图 5-7 中所示的所有参数均为静止值。

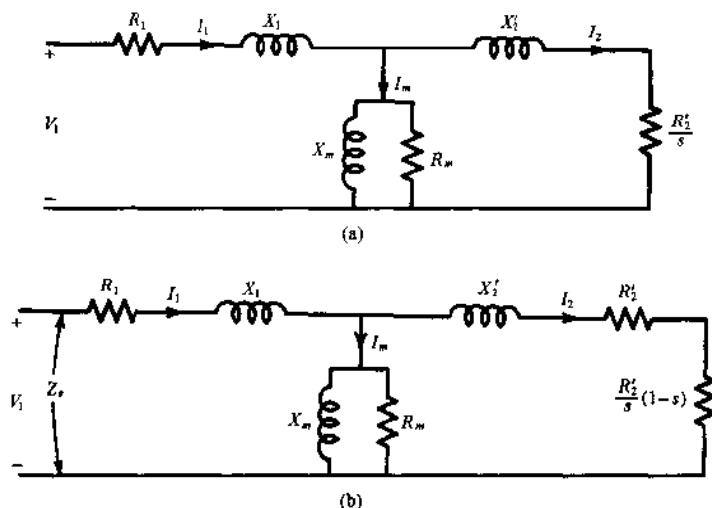


图 5-7

### 5.5 等效电路计算

感应电动机等效电路的主要用途在于进行性能计算。假设电机运行于稳态,则所有的计算都是基于单相电路展开的,全部物理量即可通过采用合适的相乘因子获得。

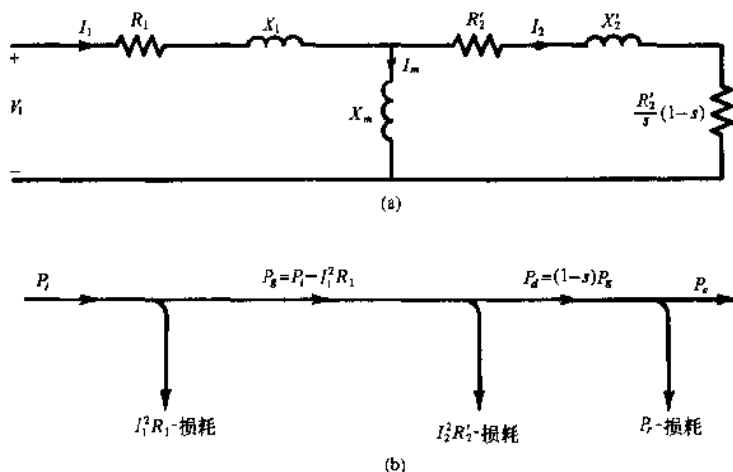


图 5-8 感应电动机中的功率流

忽略图 5-7(b)中的  $R_m$  得到图 5-8(a)。(定子中的大部分铁心损耗将只在效率计算中考虑在内。)在图 5-8(b)中近似描述了电机单相的功率流和不同的功率损耗。输入功率,  $P_i = V_1 I_1 \cos \theta_1$ , 与定子电阻损耗之差即为穿过气隙的功率  $P_g$ 。也就是

$$P_g = P_i - I_1^2 R_1 \quad (5.13)$$

此功率是纯电阻  $R_2/s$  中的损耗功率,由此

$$P_g = I_2^2 \frac{R_2'}{s} \quad (5.14)$$

如果从  $P_g$  中减去转子(静止)电阻损耗,得到所产生的电磁功率  $P_d$  为

$$P_d = P_g - I_2^2 R_2' = (1-s)P_g \quad (5.15)$$

此为与负载相对应的电阻  $R_2(1-s)/s$  上的功率。从  $P_d$  中减去旋转(机械)损耗  $P_r$  得到轴输出功率  $P_o$ , 则

$$P_o = P_d - P_r \quad (5.16)$$

效率  $\eta$  是比值  $P_o/P_i$ 。

### 5.6 能量-效率感应电动机

据报道,一台 10hp 感应电动机每年运行 4000h,其年能量消耗已由 1972 年的 \$ 850 增加到 1980 年的 \$ 1950。70 年代中期石油价格的上涨使得电动机制造商寻求各种方法,以提高电机的效率。为了提高电机效率,必须对损耗分布情况加以研究。对于一台典型的标准三相 50hp 电动机,表 5-1 给出了满载时的损耗分布情况。在该表中描述了标准感应电动机平均损耗分布对全部损耗的百分率。将表 5-1 中的单位损耗定义为损耗/(hp × 746)。

表 5-1 标准感应电机中的损耗分布

损耗分布	50hp 电动机			标准电动机的 平均损耗百分数
	瓦	损耗百分数	标称损耗	
定子损耗 $I^2R$	1540	38	0.04	37
转子损耗 $I^2R$	860	22	0.02	18
磁极铁心损耗	765	20	0.02	20
摩擦及通风损耗	300	8	0.01	9
杂散负载损耗	452	12	0.01	16
全部损耗	3917	100	0.10	
输出(W)	37300			
输入(W)	41217			
效率(%)	90.5			

在提高电动机效率的过程中,必须设计电机使其在各种损耗之间实现平衡,同时满足其他特殊要求,例如制动转矩、转子堵转电流和转矩以及功率因数。对于电机设计者而言,清楚理解损耗的分布非常重要。其中,可以通过增加电动机中材料的数量减少损耗。如果不改动其他主要设计,满载时的损耗可减少约 10%。若采用低损耗叠片改善磁路设计,可进一步减少损耗约 10%。用于提高效率的费用随着电动机输出功率(hp)的增大而增加。基于刚刚提及的改善方法提高电机效率,得到能量-效率电动机和标准电动机的效率对比如图 5-9 所示。

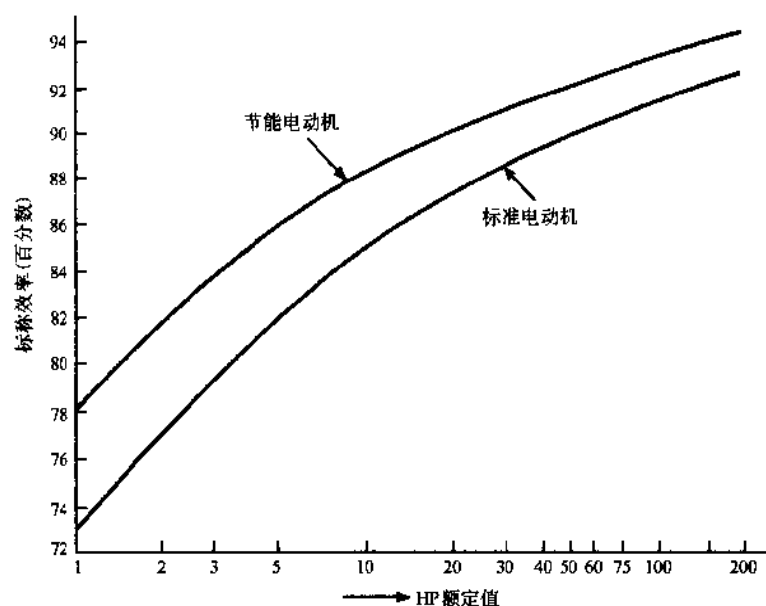


图 5-9

几家主要的感应电动机制造商已经开发了能量-效率电机的系列产品。可通过电机商标对其加以区分,比如:E+系列,节能器,XE-节能系列,Mac II 高效系列。

由于能量-效率电动机需要较多材料,所以与标准电动机相比,其尺寸相对较大。



**例 5.1** 一个家用和办公用空调的主要制造商使用了一台 1/2hp 的单相感应电动机。该电机在其达到平均功率输出等级时的效率为 72%。大量顾客表示如果在 2 年保修期内能够收回增加的投资,在空调上他们愿意付出较大的初期投资。对于典型的办公用空调主要要求它可以在亚特兰大一年中的 140 个等效工作日中每天大约工作 8 小时。制造商使用电机的批发价格为 \$ 45。如果电机供应商通过改善材料和设计可提高平均效率达到 85%,则在仍然满足顾客要求的条件下,电动机的批发价格将要增加多少?

**解** 一台现有电机 2 年内消耗的能量 =  $\frac{1}{2} \times \frac{746}{0.72} \times \frac{140 \times 8 \times 2}{1000} = 1160 \text{ kWh}$

效率是 0.85 时所消耗的能量 =  $\frac{1}{2} \times \frac{746}{0.85} \times \frac{140 \times 8 \times 2}{1000} = 983 \text{ kWh}$

节约的能量 =  $1160 - 983 = 177 \text{ kWh}$

能量花费是 7¢/kWh, 节约的能量费用 =  $177 \times 0.07 = \$ 12.39$

于是需在电机的初始投资(\$ 45)中增加 \$ 12.39。

### 5.7 根据试验数据得到的近似等效电路参数

在某些情况下,感应电动机的等效电路可采用图 5-10 中的近似形式。通过下面两个试验可获得近似电路中的参数。

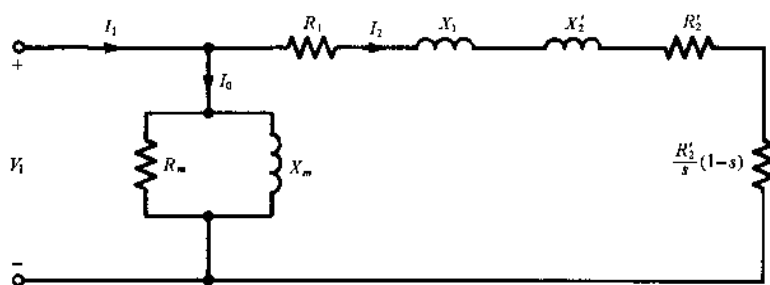


图 5-10

#### 空载试验

在试验中,电机在额定电压作用下空载运行。输入功率(用于补偿摩擦和通风损耗)、电压和电流可测。分别被定义为  $P_0$ 、 $V_0$  和  $I_0$  的上述各量减小至单相值。当电机空载运行时转差率接近于零,且图 5-10 中电路的右侧并联支路可看成开路。于是参数  $R_m$  和  $X_m$  可由下式求得:

$$R_m = \frac{V_0^2}{P_0} \quad (5.17)$$

$$X_m = \frac{V_0^2}{\sqrt{V_0^2 I_0^2 - P_0^2}} \quad (5.18)$$

#### 转子堵转试验

在试验中,电机转子堵转( $s=1$ )。电机接通较小电压,使得定子绕组中流过额定电流。记录输入功率、电压和电流,并将其减至单相值。这些物理量分别被定义为  $P_s$ 、 $V_s$  和  $I_s$ 。假设在该试验中忽略铁损,图 5-10 中电路的并联支路可考虑去掉。于是由下式中得到参数为

$$R_r = R_1 + a^2 R_2 = \frac{P_s}{I_s^2} \quad (5.19)$$

$$X_r = X_1 + a^2 X_2 = \frac{\sqrt{V_s^2 I_s^2 - P_s^2}}{I_s^2} \quad (5.20)$$

在式(5.19)和式(5.20)中常数  $a^2$  与式(5.11)中的相同。其中可直接测量定子的每相电阻  $R_1$ ; 已知  $R_r$ , 由式(5.19)可确定转子相对于定子的电阻  $R_2' = a^2 R_2$ 。求取  $X_1$  和  $X_2' = a^2 X_2$

没有简单方法。有时将由式(5.20)求出的和值等分为  $X_1$  和  $X_2$ 。

### 习 题 解 答

- 5.1 如图 5-3 所示,由分布于槽中的线圈构成  $N$  匝绕组,这些线圈中的感应电压相位互差槽角度  $\alpha$ ,则  $N$  匝绕组的合成端电压是线圈电压的相量和。求取分布系数  $k_d$  的描述形式,其中

$$k_d = \frac{\text{合成电压的幅值}}{\text{单个线圈电压的幅值之和}}$$

令  $p$  为极数,  $Q$  为槽数,  $m$  为相数, 则  $Q = q p m$ , 其中  $q$  是每相每极下的槽数。槽角度  $\alpha$  (电角度) 为

$$\alpha = \frac{(180^\circ)P}{Q} = \frac{180^\circ}{mq}$$

电压 ( $q=3$ ) 的相量加法如图 5-11 所示。根据其中的几何关系得到

$$k_d = \frac{E_r}{qE_c} = \frac{2l \sin(q\alpha/2)}{q[2l \sin(\alpha/2)]} = \frac{\sin(q\alpha/2)}{q \sin(\alpha/2)} \quad (5.21)$$

此即为所期望的结果。

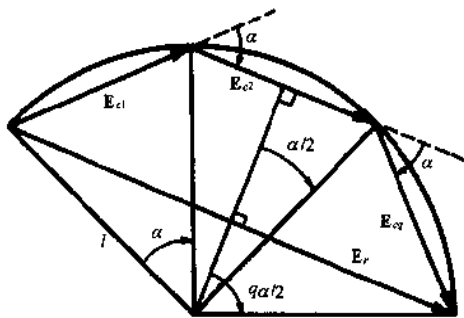


图 5-11

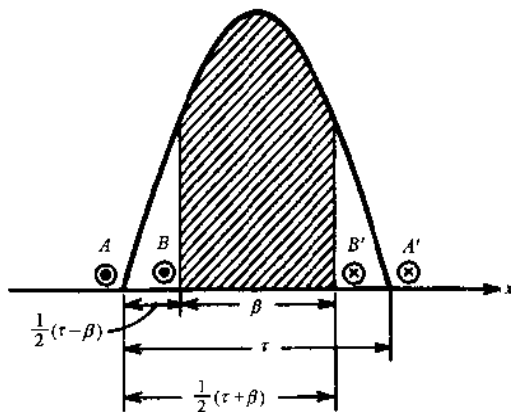


图 5-12

- 5.2 与整距线圈中的感应电压相比,短距线圈中的感应电压按某一系数减小。此系数被称为短距系数  $k_p$ 。推导短距系数描述形式。

整距和短距线圈的正弦分布磁通密度如图 5-12 所示。整距线圈的线圈节距等于极距  $\tau$ 。如图,令短距线圈的线圈节距  $\beta < \tau$ 。交链于短距线圈的磁通正比于图 5-12 中的阴影面积,而交链于整距线圈的磁通正比于曲线下的全部面积,因此短距系数即为阴影面积对全部面积的比值:

$$k_p = \frac{\int_{(\tau-\beta)/2}^{(\tau+\beta)/2} \sin \frac{\pi x}{\tau} dx}{\int_0^{\tau} \sin \frac{\pi x}{\tau} dx} = \sin \frac{\pi \beta}{2\tau} \quad (5.22)$$

注意式(5.22)中  $\beta$  和  $\tau$  可采用任意通用单位测量。

- 5.3 对于图 5-3 中的定子绕组,计算分布系数(题 5.1)、短距系数(题 5.2)和绕组系数  $k_w = k_d k_p$ 。

由图 5-3,  $m=3$ ,  $p=4$ ,  $Q=36$ , 则

$$q = \frac{36}{(4)(3)} = 3 \quad \alpha = \frac{180^\circ}{(3)(3)} = 20^\circ$$

将其代入式(5.21),得到

$$k_d = \frac{\sin 30^\circ}{3 \sin 10^\circ} = 0.96$$

而且图 5-3 表明  $\tau=9$  槽,  $\beta=8$  槽。因此,由式(5.22)得

$$k_p = \sin \frac{8\pi}{18} = \sin 80^\circ = 0.985$$

和

$$k_{\alpha} = k_a k_p = (0.96)(0.985) = 0.945$$

- 5.4 一台4极、三相感应电动机由60Hz电源供电。在一定负载条件下以转差率0.03运行。确定:(a)转子转速, rpm; (b)转子电流频率, Hz; (c)转子旋转磁场相对于定子机座的转速, rpm; (d)转子旋转磁场相对于定子旋转磁场的转速, rpm。

$$n_s = \frac{120f_1}{p} = \frac{120(60)}{4} = 1800 \text{ rpm}$$

$$(a) \quad n = (1-s)n_s = (1-0.03)(1800) = 1746 \text{ rpm}$$

$$(b) \quad f_2 = s f_1 = (0.03)(60) = 1.8 \text{ Hz}$$

(c) P极定子可在转子上感应出相同的极数。目前将推导式(5.4)的过程同样适用于转子。子是转子产生的旋转磁场相对于转子的转速为

$$n_r = \frac{120f_2}{p} = \frac{120s f_1}{p} = s n_s$$

但转子相对于定子的转速为  $n = (1-s)n_s$ 。则转子磁场相对于定子的转速为

$$n_s' = n_r + n = n_s$$

即此时为1800rpm。

(d)零。

- 5.5 2极、60Hz感应电动机以3510rpm运行。计算(a)同步转速;(b)百分转差率。

$$(a) \quad n_s = \frac{120f_1}{p} = \frac{120(60)}{2} = 3600 \text{ rpm}$$

$$(b) \quad s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{3600 - 3510}{3600} = 0.025 = 2.5\%$$

- 5.6 图5-5(b)中的转子等效电路表明当感应电动机的转子电阻(被看作变量)等于其漏电抗时,电机将产生最大起动转矩。所有量均基于单相电路得到。

由图5-5(b),产生的功率  $P_d$  为

$$P_d = I_2^2 \frac{R_2}{s} = I_2^2 R_2 = T_e \omega_m \quad (1)$$

转子电流  $I_2$  是

$$I_2^2 = \frac{E_2^2}{(R_2/s)^2 + X_2^2} \quad (2)$$

而且,机械角速度为

$$\omega_m = (1-s)\omega_s \quad (3)$$

其中  $\omega_s$  是同步角速度。由上述三个等式得

$$T_e = \frac{E_2^2 s}{\omega_s} \frac{R_2}{R_2^2 + s^2 X_2^2} \quad (4)$$

对于最大转矩  $T_e$  满足  $\partial T_e / \partial R_2 = 0$ , 所以

$$R_2^2 + s^2 X_2^2 - 2R_2^2 = 0 \quad \text{或} \quad R_2 = sX_2$$

起动时,  $s=1$ , 使得  $R_2 = X_2$ 。

- 5.7 如果电动机以780rpm运行时,其每相最大转矩为  $T_e^* = 300\text{N}\cdot\text{m}$ ,在此仅利用转子电路(如同题5.6中),计算一台6极、60Hz、三相感应电动机在转差率为5%时每相产生的转矩。转子漏电抗为每相  $3.0\Omega$ 。

$$n_s = \frac{120(60)}{6} = 1200 \text{ rpm}$$

转速为780rpm时,

$$s^* = \frac{1200 - 780}{1200} = 0.35$$

所以  $s^*/s = 0.35/0.05 = 7$ 。由题5.6的(4)可得

$$\frac{T_e}{T_e^*} = \frac{s}{s^*} \frac{R_2^2 + s^{*2} X_2^2}{R_2^2 + s^2 X_2^2} = \frac{2(s^*/s)}{1 + (s^*/s)^2}$$

其中  $R_2 - s^* X_2$ 。因此,

$$T_e = \frac{2(7)}{1 + (7)^2} (300) = 84 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- 5.8 三相、60Hz、4极感应电动机的转子在3Hz时的输入功率为120kW。确定(a)转子转速;(b)转子铜损。

$$\begin{aligned} (a) \quad s &= \frac{f_2}{f_1} = \frac{3}{60} + 0.05 \quad n_s = \frac{120f_1}{p} = \frac{120(60)}{4} = 1800 \text{ rpm} \\ n &= (1-s)n_s = (1-0.05)(1800) = 1710 \text{ rpm} \end{aligned}$$

(b) 由式(5.15),

$$\text{转子铜损} = s \times (\text{转子输入}) = (0.05)(120) = 6 \text{ kW}$$

- 5.9 题5.8的电机中包括定子铜损3kW、机械损耗2kW和定子铁心损耗1.7kW。计算(a)电动机轴上的输出功率;(b)效率。忽略转子铁心损耗。

根据题5.8,转子输入功率为120kW,转子铜损为6kW。

$$(a) \text{ 电动机输出} = 120 - 6 - 2 = 112 \text{ kW}$$

$$(b) \text{ 电动机输入} = 120 + 3 + 1.7 = 124.7 \text{ kW}$$

$$\text{效率} = \frac{\text{输出}}{\text{输入}} = \frac{112}{124.7} = 89.8\%$$

- 5.10 6极、3相、60Hz感应电动机在转速为1140rpm时的输入功率为48kW。定子铜损为1.4kW、定子铁损为1.6kW、转子机械损耗为1kW。求取电动机效率。

$$n_s = \frac{120f_1}{p} = \frac{120(60)}{6} = 1200 \text{ rpm} \quad s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1200 - 1140}{1200} = 0.05$$

$$\text{转子输入} = \text{定子输出} = (\text{定子输入}) - (\text{定子损耗}) = 48 - (1.4 + 1.6) = 45 \text{ kW}$$

$$\text{转子输出} = (1-s) \times (\text{转子输入}) = (1-0.05)(45) = 42.75 \text{ kW}$$

$$\text{电动机输出} = (\text{转子输出}) - (\text{转子机械损耗}) = 42.75 - 1 = 41.75 \text{ kW}$$

$$\text{电动机效率} = \frac{41.75}{48} = 87\%$$

- 5.11 当每相转子电阻是  $0.2\Omega$  时,同步速度为1800rpm的滑环感应电动机以  $n = 1710\text{rpm}$  运转。电机需要产生一个恒定转矩,使其转速降至  $n^* = 1440\text{rpm}$ 。利用图5-5(b)的转子电路,解释如何实现该目的。电机停车时转子漏电抗是每相  $2\Omega$ 。

由题5.6中的(4)可得

$$T_e = k \frac{sR_2}{R_2^2 + s^2 X_2^2}$$

其中  $k = E_2^2 / \omega s$  是正常数。很容易地证明  $\partial T_e / \partial s$  和  $\partial T_e / \partial R_2$  总为正。因此如果随着  $s$  的增大(即转速下降)  $T_e$  仍保持不变,  $R_2$  也必须连续增大,达到其对应于  $s^*$  的最大值。则得该最大值  $R_2^*$  的二次方程为

$$\frac{sR_2}{R_2^2 + s^2 X_2^2} = \frac{s^* R_2^*}{R_2^{*2} + s^{*2} X_2^2}$$

代入数据

$$s = \frac{1800 - 1710}{1800} = 0.05 \quad s^* = \frac{1800 - 1440}{1800} = 0.2$$

$$R_2 = 0.2\Omega \quad X_2 = 2\Omega$$

解得  $R_2^* = 0.8\Omega$ 。于是必须在转子电路中串入最大阻值为  $0.8 - 0.2 = 0.6\Omega$  的可连续调节的外部电阻。

- 5.12 感应电动机的同步转速为900rpm。在转子堵转的条件下,电动机在193.6A的输入功率是45kW。每相定子电阻为  $0.2\Omega$ 。变比是  $a = 2$ 。计算(a)转子电阻每相的欧姆值;(b)电动机起动转矩。定子和转子均为Y联接方式。

(a) 由式(5.19),

$$R_1 + \alpha^2 R_2 = \frac{P_i}{I_1^2} \quad \text{或} \quad 0.2 + 4R_2 = \frac{(45 \times 10^3)/3}{(193.6)^2}$$

其中  $R_2 = 0.05\Omega$ 。

(b) 在定子侧, 每相转子电阻是  $R_2' = \alpha^2 R_2 = 0.2\Omega$ , 则

$$\text{起动转矩} = \frac{3I_1^2 R_2'}{\omega_s} \approx \frac{3(193.6)^2 (0.2)}{2\pi(900)/60} = 238.6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- 5.13 三相感应电动机的单相电路参数如图 5-13 所示。在多大的转差率时产生的功率可达到最大值?

每相产生的功率为

$$P_d = I_2^2 \frac{R_2}{s} (1-s) \quad (1)$$

由电路得

$$I_2^2 = \frac{V_1^2}{(R_1 + R_2/s)^2 + (X_1 + X_2')^2}$$

将其代入(1), 且代入数值, 得到

$$P_d = \text{constant} \times \frac{s(1-s)}{(s+1)^2 + 36s^2}$$

令  $\partial P_d / \partial s = 0$ , 得到  $s$  的二次方程, 解得答案为  $s \approx 0.14$ 。

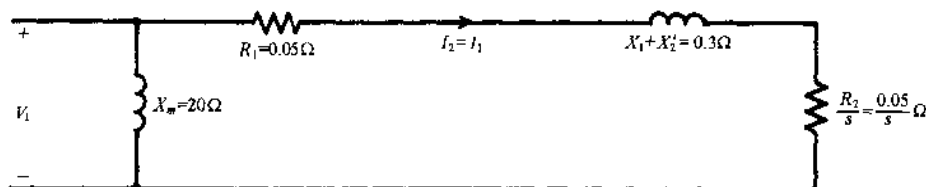


图 5-13

- 5.14 对于一台 400V、60Hz、三相、Y 连接、4 极感应电动机, 图 5-8(a) 中等效电路的单相参数是

$$R_1 = 2R_2' = 0.2\Omega \quad X_1 = 0.5\Omega \quad X_2' = 0.2\Omega \quad X_m = 20\Omega$$

如果在 1755rpm 时所有的机械和铁心损耗为 800W。计算 (a) 输入电流; (b) 输入功率; (c) 输出功率; (d) 输出转矩; (e) 效率 (所有均在 1755rpm 的条件下)。

$$n_s = \frac{120(60)}{4} = 1800 \text{ rpm} \quad s = \frac{1800 - 1755}{1800} = \frac{1}{40}$$

由给定电路, 可得每相等效阻抗为

$$\begin{aligned} Z_e &= (0.2 + j0.5) + \frac{(j20)(4 + j0.2)}{4 + j(20 + 0.2)} \\ &= (0.2 + j0.5) + (3.77 + j0.944) = 4.223 \angle 20^\circ \Omega \end{aligned}$$

相电压为  $400/\sqrt{3} = 231\text{V}$ 。

$$(a) \text{ 输入电流} = \frac{231}{4.223} = 54.65\text{A}$$

$$(b) \text{ 全部输入功率} = \sqrt{3}(400)(54.65)(\cos 20^\circ) = 35.58 \text{ kW}$$

(c) 穿过气隙的总功率  $P_g$  是三个  $3.77\Omega$  电阻中的功率 (见上面对  $Z_e$  的描述), 则

$$P_g = 3(54.65)^2 (3.77) = 33.789 \text{ kW}$$

或减去定子损耗,  $P_g = 35.58 - 3(54.65)^2 (0.2) = 33.788 \text{ kW}$ 。则产生的全部功率是

$$P_d = (1-s)P_g = (0.975)(33.79) = 32.94 \text{ kW}$$

全部的输出功率是

$$P_o = P_d - (800\text{W}) = 32.14 \text{ kW}$$

$$(d) \text{ 输出转矩} = \frac{P_o}{\omega_m} = \frac{32140}{2\pi(1755)/60} = 174.9 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$(e) \text{ 效率} = \frac{32.14}{35.58} = 90.3\%$$

### 5.15 三相、Y连接的感应电动机的空载和堵转试验结果如下:

空载试验:线电压 = 400V

输入功率 = 1770W

输入电流 = 18.5A

摩擦和通风损耗 = 600W

堵转试验:线电压 = 45V

输入功率 = 2700W

输入电流 = 63A

确定近似等效电路(图 5-10)的参数。

由空载试验数据,得到

$$V_0 = \frac{400}{\sqrt{3}} = 231 \text{ V} \quad P_0 = \frac{1}{3}(1770 - 600) = 390 \text{ W} \quad I_0 = 18.5 \text{ A}$$

则由式(5.17)和式(5.18),可得

$$R_m = \frac{(231)^2}{390} = 136.8 \Omega$$

$$X_m = \frac{(231)^2}{\sqrt{(231)^2(18.5)^2 - (390)^2}} = 12.5 \Omega$$

由堵转试验数据,得

$$V_s = \frac{45}{\sqrt{3}} = 25.98 \text{ V} \quad I_s = 63 \text{ A} \quad P_s = \frac{2700}{3} = 900 \text{ W}$$

则由式(5.19)和式(5.20),

$$R_e = R_1 + a^2 R_2 = \frac{900}{(63)^2} = 0.23 \Omega$$

$$X_e = X_1 + a^2 X_2 = \frac{\sqrt{(25.98)^2(63)^2 - (900)^2}}{(63)^2} = 0.34 \Omega$$

- 5.16 (a) 采用图 5-8(a)所示电路的戴维宁等效电路代替该电路。并且利用图 5-8(a)中的电路参数和电压  $V_1$ , 描述戴维宁电压  $V_{Th}$  和阻抗  $Z_{Th} = R_{Th} + jX_{Th}$ 。(b) 图 5-8(a)中单相电路参数与题 5.14 中的相同。其他数据也保证一致。绘制电动机的一种戴维宁等效电路。

(a) 由图 5-8(a), 得

$$V_{Th} = \frac{jX_m}{R_1 + j(X_1 + X_m)} V_1 \quad Z_{Th} = \frac{jX_m(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_m)}$$

(b) 戴维宁电路如图 5-14 所示, 其数据为

$$V_{Th} = \frac{400}{\sqrt{3}} \frac{j20}{0.2 + j20.5} \quad \text{或} \quad V_{Th} = 225.3 \text{ V}$$

$$R_{Th} + jX_{Th} = \frac{j20(0.2 + j0.5)}{0.2 + j20.5} = 0.19 + j0.49 \Omega$$

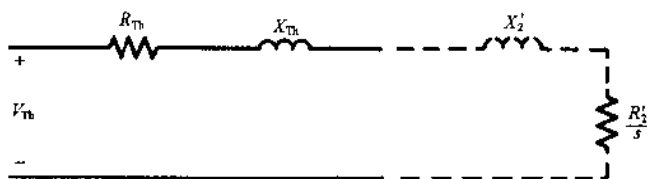


图 5-14

- 5.17 计算题 5.16 中电动机的起动电流和起动转矩。

利用图 5-14 中的完整电路, 其中的数据(见题 5.16(b)和题 5.14)为

$$V_{Th} = 225.3 \text{ V}, \quad R_{Th} = 0.19 \Omega, \quad X_{Th} = 0.49 \Omega,$$

$$X'_2 = 0.2\Omega, \quad \frac{R'_2}{s} = R'_2 = 0.1\Omega$$

于是

$$I_{s=1} = \frac{225.3}{[(0.19 + 0.1)^2 + (0.49 + 0.2)^2]^{1/2}} = 301 \text{ A}$$

根据题 5.12(b)中推导出的描述,得到起动转矩为

$$T_{s=1} = \frac{3(301)^2(0.1)}{2\pi(1800)/60} = 144.2 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- 5.18 对于题 5.14 的数据,利用图 5-14 的完整电路,计算电机的(a)穿过气隙的功率;(b)电磁功率;(c)输出功率;(d)输出转矩。与题 5.14 中的相应结果相比较。

根据图 5-14,  $s = 1/40$ ,

$$\mathbf{Z}_e = \mathbf{Z}_{th} + \frac{R'_2}{s} + jX'_2 = 0.19 + j0.49 + 4 + j0.2$$

其中,  $\mathbf{Z}_e = 4.246\Omega$ , 而且, 按题 5.16(b)中的计算,  $V_{th} = 225.3 \text{ V}$ 。于是,

$$I'_2 = \frac{V_{th}}{\mathbf{Z}_e} = \frac{225.3}{4.246} = 53.06 \text{ A}$$

- (a)  $P_g = 3I'^2_2 \frac{R'_2}{s} = 3(53.06)^2(4) = 33.784 \text{ kW}$   
 (b)  $P_d = (1-s)P_g = (0.975)(33.784) = 32.939 \text{ kW}$   
 (c)  $P_o = P_d - (800\text{W}) = 32.139 \text{ kW}$   
 (d)  $T_o = \frac{P_o}{\omega_m} = \frac{32139}{2\pi(1755)/60} = 174.9 \text{ N} \cdot \text{m}$

上述结果与题 5.14 中得到的答案完全一致。

- 5.19 大型感应电动机通常采用降压起动。该电压可利用自耦变压器得到。如果电机以满载转矩的 50% 起动, 并且全压起动电流是满载电流的 5 倍。确定供电电压的降压百分比 (即自耦变压器上的百分抽头)。满载转差率为 4%。

重写

$$T = \frac{I'^2_2 R'_2}{s\omega_s} \quad \text{其中} \quad I'_2 = I_1 \quad (1)$$

令  $(I'_2)_{SFV} \equiv$  全压起动时的转子电流;

$(I'_2)_s \equiv$  降压起动时的转子电流;

$k \equiv$  降压与全压的比率。

对于给定转差率, 尤其是  $s = 1$  时, 转子电流正比于供电电压。因此,

$$\frac{(I'_2)_s}{(I'_2)_{SFV}} = k$$

$$(I'_2)_s = k(I'_2)_{SFV} \approx k5I'_{2FL} \quad (2)$$

在降压起动和满载运行时, 运用(1), 代入(2), 得到

$$\frac{T_s}{T_{FL}} \approx \left( \frac{k5I'_{2FL}}{I'_{2FL}} \right) \frac{S_{FL}}{1} \quad \text{或} \quad \frac{1}{2} \approx (25k^2)(0.04)$$

由此, 可得  $k \approx 0.707 = 70.7\%$ 。

- 5.20 3 相、400V、Y 连接的感应电动机在 450V、转子堵转时以满载电流运行。满载转差率为 4%。为了将起动电流限制为满载电流的 4 倍, 计算三相自耦变压器的分接系数  $k$ 。

根据电压-电流的(近似)比值:

$$\frac{I_b}{I_{FL}} = \frac{400}{45} \quad \text{和} \quad \frac{I_s}{I_b} = k$$

其中  $I_b$  是全压堵转电流;  $I_{FL}$  是满载电流;  $I_s$  是起动电流。但是

$$\frac{I_s}{I_{FL}} = 4$$

因此

$$k = \frac{I_s/I_{FL}}{I_b/I_{FL}} = \frac{4}{400/45} = 45\%$$

由题 5.19 的 (1), 得

$$\frac{T_s}{T_{FL}} = \left( \frac{I_s}{I_{FL}} \right)^2 S_{r1} = (4)^2 (0.04) = 0.64$$

- 5.21 题 5.20 中的电动机采用图 5-15 中所示的 Y- $\Delta$  起动器; 即起动时相位接为 Y 型, 电机运行时将其切换为  $\Delta$  型。满载转差率为 4%。若电机直接由主电路起动, 起动电流大约是满载电流的 9 倍。确定起动转矩与满载转矩的比值。

当相位切换为  $\Delta$  型时, 相电压及相应的满载电流是 Y 型连接方式的  $\sqrt{3}$  倍。则由题 5.20 中最后的等式可得

$$\frac{T_s}{T_{FL}} = \left( \frac{9}{\sqrt{3}} \right)^2 (0.04) = 1.08$$

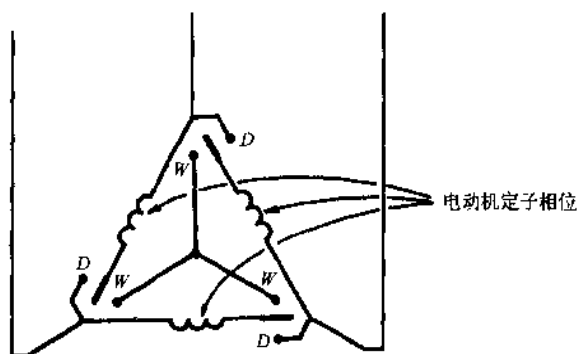


图 5-15 切换至 W 连接成 Y 型, 切换至 D 连接成  $\Delta$  型

- 5.22 在鼠笼式电机中为了获得高的起动转矩, 采用双笼转子。两笼的导条及其槽的形式如图 5-16 所示。与内笼相比, 外笼具有较高的电阻值。起动时由于集肤效应, 外笼的影响显著, 于是将产生高的起动转矩。该转子的近似等效电路如图 5-17 所示。假设某一电动机的单相值为

$$R_i = 0.1\Omega \quad R_o = 1.2\Omega \quad X_i = 2\Omega \quad X_o = 1\Omega$$

确定 (a) 起动和 (b) 转差率为 2% 时双笼所提供的转矩比值。

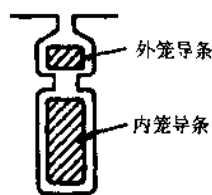


图 5-16

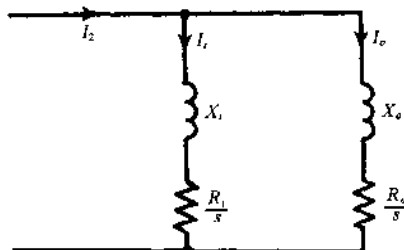


图 5-17

(a) 根据图 5-17, 当  $s=1$  时,

$$Z_1^2 = (0.1)^2 + (2)^2 = 4.01 \Omega^2$$

$$Z_o^2 = (1.2)^2 + (1)^2 = 2.44 \Omega^2$$

$$\text{内笼的输入功率} \equiv P_i = I_i^2 R_i = 0.1 I_i^2$$

$$\text{外笼的输入功率} \equiv P_o = I_o^2 R_o = 1.2 I_o^2$$

$$\frac{\text{内笼转矩}}{\text{外笼转矩}} = \frac{T_i}{T_o} = \frac{P_i}{P_o} = \frac{0.1 \left( \frac{I_i}{I_o} \right)^2}{1.2 \left( \frac{Z_o}{Z_i} \right)^2} = \frac{0.1 \left( \frac{2.44}{4.01} \right)}{1.2} \approx 0.05$$

(b) 同样,  $s=0.02$  时,

$$Z_1^2 = \left( \frac{0.1}{0.02} \right)^2 + (2)^2 = 29 \Omega^2$$



$$Z_o^2 = \left( \frac{1.2}{0.02} \right)^2 + (1)^2 = 3601 \Omega^2$$

$$\frac{T_i}{T_o} = \frac{0.1}{1.2} \left( \frac{3601}{29} \right) = 10.34$$

5.23 停车时感应电动机内笼和外笼的阻抗(单相值)为

$$Z_i = 0.02 + j2 \Omega \quad Z_o = 0.2 + j1 \Omega$$

在转差率为多大时两笼提供的转矩相等? 采用图 5-17 中的电路,

令  $s$  是所需的转差率。则

$$Z_i^2 = \left( \frac{0.02}{s} \right)^2 + (2)^2 = \frac{4 \times 10^{-4}}{s^2} + 4$$

$$Z_o^2 = \left( \frac{0.2}{s} \right)^2 + (1)^2 = \frac{4 \times 10^{-2}}{s^2} + 1$$

$$P_i = I_i^2 \frac{R_i}{s} \quad P_o = I_o^2 \frac{R_o}{s}$$

$$\frac{T_i}{T_o} = \left( \frac{I_i}{I_o} \right)^2 \frac{R_i}{R_o} = \left( \frac{Z_o}{Z_i} \right)^2 \frac{R_i}{R_o} = 1$$

需要

$$(0.02) \left( \frac{4 \times 10^{-2}}{s^2} + 1 \right) = (0.2) \left( \frac{4 \times 10^{-4}}{s^2} + 4 \right) \quad \text{或} \quad s = 0.03$$

5.24 题 5.23 中的三相电动机在转差率为 3% 时转子输入相电压是 45V。计算(a)电机线电流;(b)双笼产生的转矩。电机极数为 4, 且运行于 60Hz。

当  $s = 0.03$  时,

$$Z_i = 0.67 + j2 \Omega \quad Z_o = 6.67 + j1 \Omega$$

二者并联构成  $Z_e$ 。因此

$$Z_e = \frac{(0.67 + j2) + (6.67 + j1)}{(0.67 + j2) + (6.67 + j1)} = 0.95 + j1.5 = 1.8 \angle 58^\circ \Omega$$

$$(a) \quad I_2 = \frac{V_2}{Z_e} = \frac{45}{1.8} = 25 \text{ A}$$

$$n_s = \frac{120(60)}{4} = 1800 \text{ rpm}$$

$$(b) \text{ 全部转矩} = \frac{3I_2^2 R_2}{s\omega_s} = \frac{3(25)^2 (0.95)}{(0.03)(1800 \times 2\pi/60)} = 315 \text{ N}\cdot\text{m}$$

根据题 5.23, 可知在  $s = 0.03$  时, 每笼可提供转矩  $315/2 = 157.5 \text{ N}\cdot\text{m}$ 。

## 补 充 习 题

5.25 证明(a)式(5.4)、(b)式(5.7)的正确性。

5.26 解释感应电动机为什么不能运行在(a)同步速度、(b)以旋转磁场的相反方向。

5.27 三相分布电枢绕组包含 12 极、180 槽。线圈节距为 14 槽。计算(a)分布系数;(b)节距系数;(c)绕组系数。

答案:(a) 0.957;(b) 0.995;(c) 0.9517

5.28 三相、60Hz 感应电动机极数为 8。在一定负载条件下以转差率 0.05 运行。计算(采用 rpm 单位)(a)转子相对于定子的转速;(b)转子相对于定子磁场的转速;(c)转子磁场相对于转子的转速;(d)转子磁场相对于定子的转速;(e)转子磁场相对于定子磁场的转速。

答案:(a) 855 rpm;(b) 45 rpm;(c) 45 rpm;(d) 990 rpm;(e) 0

5.29 三相、60Hz、6 根感应电动机(a)以 1160 rpm 空载运行;(b)以 1092 rpm 满载运行。确定空载和满载时的转差率和转子电流频率。

答案:(a) 0.034, 2 Hz;(b) 0.09, 5.4 Hz

5.30 8 根感应电动机采用 50 Hz 电源供电, 以转速 720 rpm 运转。计算感应的转子电流频率。

答案: 2 Hz

- 5.31 三相、4极、Y连接、440V、60Hz 感应电动机的单相近似等效电路如图 5-13 所示。电机以 1710rpm 旋转。如果每相电路参数为:  $X_1 = X_2' = 0.25\Omega$ ;  $R_1 = R_2 = 0.1\Omega$ ;  $X_m = 50\Omega$ 。计算(a)产生的电磁转矩;(b)输入功率因数。

答案:(a)450.6N·m;(b)0.962 相位滞后

- 5.32 仅考虑题 5.31 中电动机的转子回路,确定电机达到最大转矩时的转速。

答案:1080rpm

- 5.33 三相、600V、60Hz、4极、Y连接感应电动机的近似等效电路,如图 5-8(a),各参数值为:  $R_1 = 0.75\Omega$ ,  $R_2' = 0.8\Omega$ ,  $X_1 = X_2' = 2\Omega$ ,  $X_m = 50\Omega$ 。求取其戴维宁等效电路的参数值和电压值。

答案:  $Z_{Th} = 0.69 + j1.93\Omega$ ;  $V_{Th} = 333V$

- 5.34 由戴维宁电路,图 5-14,推导(a)转矩达到最大时的转差率  $s_m$  为

$$s_m = \frac{R_2'}{\sqrt{R_{Th}^2 + (X_{Th} + X_2')^2}}$$

(b) 相应的最大转矩  $T_m$  (基于单相电路)可表示为

$$T_m = \frac{V_{Th}^2}{2\omega_s \{ R_{Th} + [(X_{Th} + X_2')^2 + R_{Th}^2]^{1/2} \}}$$

- 5.35 利用题 5.34 和题 5.33 中的数据,计算(a)电机产生的最大总转矩;(b)相应的转速。

答案:(a)188N·m;(b)1440rpm

- 5.36 三相、60Hz、4极感应电动机,每相转子漏电抗为  $0.8\Omega$ ,每相转子电阻为  $0.1\Omega$ 。转子回路中需要串入多大附加电阻,才能使电机具有最大的起动转矩?在计算中应用图 5-8(a)中的转子电路。

答案:  $0.7\Omega$

- 5.37 20hp、三相、400V、60Hz、4极感应电机以 5% 的转差率满载运行。机械旋转损耗是 400W。计算(a)电磁转矩;(b)轴转矩;(c)转子铜损。

答案:(a)85.5 N·m;(b) 83.3N·m;(c)806.3W

- 5.38 三相、6极感应电动机在额定功率输出时的额定值为:400Hz、150V、10hp、3% 转差率。额定转速时的通风和摩擦损耗为 200W。当电机运行于额定电压、频率、转差率和功率输出时,确定(a)转子转速;(b)转子电流频率;(c)转子铜损;(d)穿过气隙的功率;(e)输出转矩。

答案:(a) 7760rpm;(b)12Hz;(c)237W;(d)7897W;(e)9.2N·m

- 5.39 三相、Y连接感应电动机的其中一相可采用图 5-13 中的等效电路和阻抗值表示。转差率为 0.05、相电压为 100V 时,计算(a)转子电流;(b)电机输出功率(包括通风和摩擦损耗);(c)转子铜损;(d)最大转矩对应的转差率。

答案:(a) 91.57;(b)23.89kW;(c)1.258kW;(d)0.14(或仅考虑转子回路时的 0.33)

- 5.40 三相、Y连接、12极感应电动机的额定值为 500hp、220V、60Hz。每相定子电阻为  $0.4\Omega$ 。定子侧的每相转子电阻是  $0.2\Omega$ 。定子侧每相转子和定子的全部电抗是  $2\Omega$ 。在额定电压和频率下电机转差率是 0.02。在此条件下求取每相的(a)定子电流(忽略磁化电流);(b)产生的转矩;(c)转子功率输入;(d)转子铜损。

答案:(a)120A;(b)2292 N·m;(c)144kW;(d)2880W

- 5.41 三相、12极感应电动机额定值为 500hp、220V、60Hz。在额定电压和频率下空载运行时线电流是 20A,输入功率是 14kW。假设 Y 连接绕组在 75℃ 时每相定子电阻是  $0.4\Omega$ ,定子侧每相转子电阻是  $0.2\Omega$ ,每相等效电抗( $X_1 + X_2'$ )是  $2\Omega$ 。在额定频率输入额定电压,电机负载运行直至转差率为 2%。在此条件下(和给定温度下),计算(a)定子侧的转子电流;(b)定子电流;(c)产生的转矩;(d)输出功率;(e)效率;(f)功率因数。

答案:(a)118.2A;(b)125A;(c)6644 N·m;(d)410kW(或 550hp);(e)91%;(f)0.945 滞后

- 5.42 三相、220V、Y连接、6极 60Hz 感应电动机的近似单相等效电路如图 5-8(a)所示。其中  $R_1 = 0.3\Omega$ ;  $X_1 = 0.4\Omega$ ;  $R_2' = 0.4\Omega$ ;  $X_2' = 0.6\Omega$ ;  $X_m = 15\Omega$ 。对于给定数值计算(a)每相的输入电流、功率和功率因数;(b)产生的全部(或电磁)转矩。电动机转矩是 1080rpm。

答案:(a)30.18A; 10.302kW; 0.896 滞后;(b)75.45 N·m

- 5.43 三相感应电动机的近似单相等效电路如图 5-10 所示。此电动机的试验数据为:

空载试验:定子电压 = 120V/相

输入电流 = 5A/相

输入功率 = 480W/相

堵转试验: 定子电压 = 20V/相

输入电流 = 40A/相

输入功率 = 480W/相

忽略摩擦和通风损耗, 计算电路参数  $R_m$ 、 $X_m$ 、 $(R_1 + R'_2)$  和  $(X_1 + X'_2)$ 。

答案: 30Ω; 40Ω; 0.3Ω; 0.4Ω

- 5.44 某一 10hp、110V、三相、Y 连接、60Hz、4 极感应电动机具有如下试验数据:

空载: 110V、21A、650W

堵转: 24V、51A、1040W

端间定子电阻: 0.08Ω

(a) 确定近似等效电路(图 5-10)的常数(单相值)。(b) 确定电动机全部的摩擦、通风和铁心损耗。

答案: (a)  $R_m = 18.62\Omega$ ;  $X_m = 5.45\Omega$ ;  $R_1 = 0.04\Omega$ ;  $R'_2 = 0.36\Omega$ ;  $X_1 + X'_2 = 0.247\Omega$ ; (b)  $\approx 632W$

- 5.45 题 5.44 电动机包含一个绕线转子。假设定子和转子绕组均采用 Y 连接。(a) 如果定子通入全压, 转子端短路, 电动机得到的起动电流是多大? (b) 若电动机转子包含很多匝数, 其每相变比是 2。当定子由额定电压供电时, 为了限制电机起动电流为 75A, 转子每相需串入多大电阻?

答案: (a) 233.7A; (b) 2.72Ω

- 5.46 三相、12 极感应电动机的额定值为 500hp、220V、60Hz。在额定电压和频率下空载运行时, 线电流是 20A, 功率是 14kW。假设绕组 Y 连接, 每相定子电阻是 0.4Ω, 定子侧每相转子电阻是 0.2Ω, 每相定子和转子电抗(在定子侧)是 1Ω。在额定频率输入额定电压, 电机负载运行直至转差率为 2%。在额定电压和额定频率下, 计算(a) 定子侧的转子电流; (b) 定子电流; (c) 产生的转矩; (d) 输出功率; (e) 效率; (f) 功率因数。

答案: (a) 120.0A; (b) 129.3A; (c) 6875 N·m; (d) 409.4kW(或 548hp); (e) 88.4%; (f) 0.94 滞后

- 5.47 将某一给定电压接入 Y-Δ 连接的起动器原边(题 5.21), 副边由 Y 型变为 Δ 型。求取(a) 起动电流、(b) 起动转矩的比值。

答案: (a)  $I_Y/I_\Delta = 1/\sqrt{3}$ (相值); (b)  $T_Y/T_\Delta = 1/3$

- 5.48 由于“B 类”感应电动机具有较大的漏电感, 所以其起动电流低于“A 类”电机。漏电感的增大将会如何影响(a) 最大电机转矩; (b) 最大转矩对应的转差率; (c) 额定负载时的转矩。

答案: (a) 降低; (b) 降低; (c) 不变

- 5.49 感应电动机通常采用反接制动方式实现快速制动。在该方式下将电机的供电电压相序接反。假设接入 60Hz 无穷长母线(独立负载的电压源)的 4 极电机以转速 1750rpm 运行。定子的两个电源引线端突然互相交换。(a) 新的转差率是多大? (b) 新的转子电流频率是多大?

答案: (a) 1.97; (b) 118.33Hz

- 5.50 利用图 5-8(a) 的电路, 忽略励磁电抗。证明当产生的功率达到最大时, 必须满足

$$\frac{R'_2}{s}(1-s) = \sqrt{(R_1 + R'_2)^2 + (X_1 + X'_2)^2}$$

- 5.51 (a) 证明与题 5.50 中最大功率相对应的转差率为

$$s_m = \frac{R'_2}{R_2 + \sqrt{R_2^2 + X_2^2}}$$

其中,  $R_2 = R_1 + R'_2$ ,  $X_2 = X_1 + X'_2$ 。

(b) 确定(每相)端电压是  $V_1$  时, 在该转差率产生的功率。

答案: (b) 每相  $\frac{V_1^2 \sqrt{R_2^2 + X_2^2}}{(R_2 + \sqrt{R_2^2 + X_2^2})^2 + X_2^2}$

- 5.52 当产生的起动转矩是满载转矩的 25% 时, 感应电动机采用降压起动, 使得起动电流不超过满载电流的四倍, 满载转差率是 3%。确定电机起动时端电压降低的系数。

答案: 0.722

- 5.53 感应电动机的双笼转子等效电路如图 5-17 所示。单相电路参数为  $R_o = 10\Omega$ ,  $R_i = 0.4\Omega$ ,  $X_o = 4\Omega$ ,  $X_i = 0.8\Omega$ 。估算起动时外笼和内笼所提供的转矩比值。

答案:  $T_o/T_i = 32$

- 5.54 题 5.53 中电动机的转子等效相电压为 50V, 以转差率 4% 满载运行。计算(a) 转子电流; (b) 内、外笼所提供的转矩。

答案: (a) 43A; (b)  $T_i = 1518\text{N}\cdot\text{m}$ ,  $T_o = 250\text{N}\cdot\text{m}$

## 第6章 同步电机

### 6.1 类型和结构特点

同步电机是三种最常见的电机类型之一。由于在稳态时它们能够以恒定转速、恒定频率运行,所以称为同步电机。如同大多数的旋转机械一样,同步电机既可作为电动机、也可作为发电机运行。

同步发电机基于法拉第电磁感应定律运行。在发电机中根据导体和磁通的相对运动产生电动势,该工作过程非常类似于直流发电机。然而,同步发电机不含有直流发电机中的换向器。同步电机的两个基本部分包括装有直流激励绕组的励磁磁场结构和电枢。电枢通常由产生交流电动势的三相绕组组成。几乎所有的现代同步电机均由静止电枢和旋转磁场结构组成。旋转磁场结构上的直流绕组通过滑环和电刷与外部电源相连。[回顾图 4-1(a)所示的基本交流发电机和第 5 章中滑环型感应电动机结构。]某些磁场结构没有电刷,而是采用旋转二极管实现无刷激励。在某些方面,装有电枢绕组的定子类似于多相感应电动机的定子(图 5-3)。

除了电枢和励磁绕组,同步电机转子上含有阻尼条。它们在过渡过程和起动过程中发挥作用(见 6.2 节)。

根据转子结构,同步电机既可以是隐极式(图 6-1),也可是凸极式(图 6-2)。(注意图 6-1 和 6-2 中没有表示电枢。)前一种类型可用于高速电机,比如气轮发电机。而后一种类型适用于低速电机,如水轮发电机。

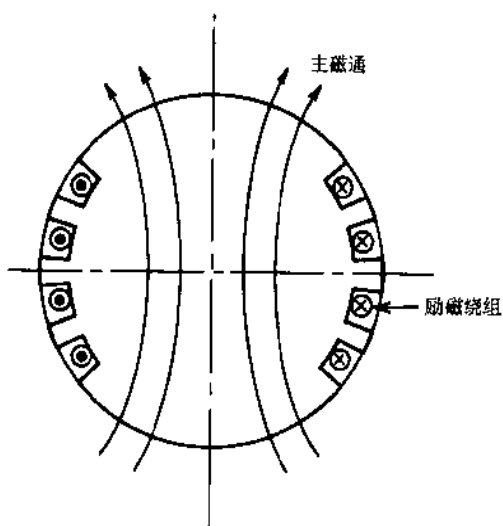


图 6-1 隐极转子上的励磁绕组

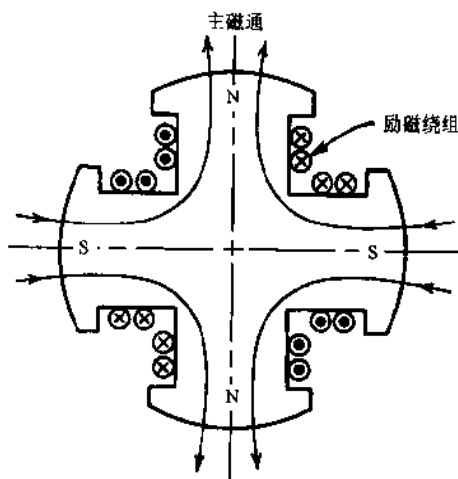


图 6-2 凸极转子上的励磁绕组

### 6.2 发电机和电动机运行;电动势方程

为了理解发电机的运行,首先分析含有集中绕组的三相、隐极式电机(见图 6-3)。由(4.2)可得 A 相感应的电压为

$$v_A = V_m \sin \omega t$$

其中  $\omega$  是转子角速度。代换 A 和互差的  $120^\circ$ , 得到 B 和 C 相的电压为

$$v_B = V_m \sin(\omega t - 120^\circ) \quad v_C = V_m \sin(\omega t + 120^\circ)$$

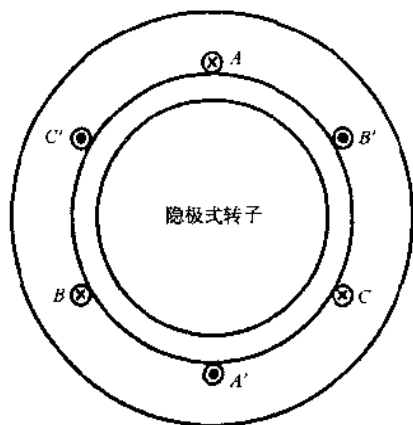


图 6-3 三相、隐极式同步电机

图 6-4 中简略绘制了这些电压,从而产生了频率为  $f = \omega/2\pi(\text{Hz})$  的三相电压。

其次,考虑图 6-5 所示的凸极发电机。令由直流励磁绕组产生的气隙磁通密度分布是

$$B(\theta) = B_m \cos\theta$$

其中相对于转子轴的  $\theta$  可测,如图 6-5 所示。令对应于 A 相的  $N$  匝电枢线圈半径为  $r$ , 轴向长度为  $l$ 。于是,当转子处于角位置  $\alpha = \omega t$  时(见图 6-5),交链于线圈的磁链为

$$\lambda = N \int_{(\pi/2)-\alpha}^{(3\pi/2)-\alpha} B(\theta) l r d\theta = -2NB_m l r \cos\alpha$$

因此,根据法拉第定律,线圈中感应的电压是

$$v_A = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{d\lambda}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = V_m \sin\omega t \quad (6.1a)$$

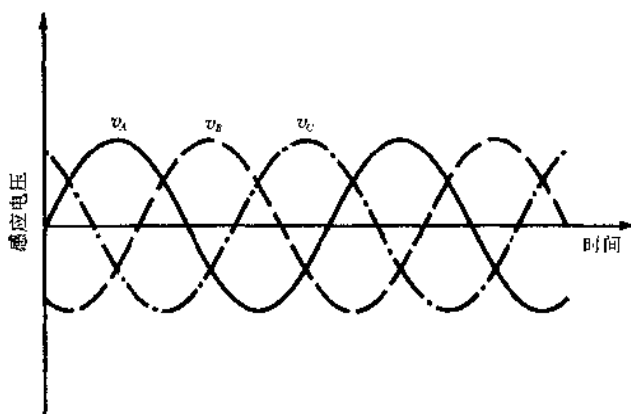


图 6-4

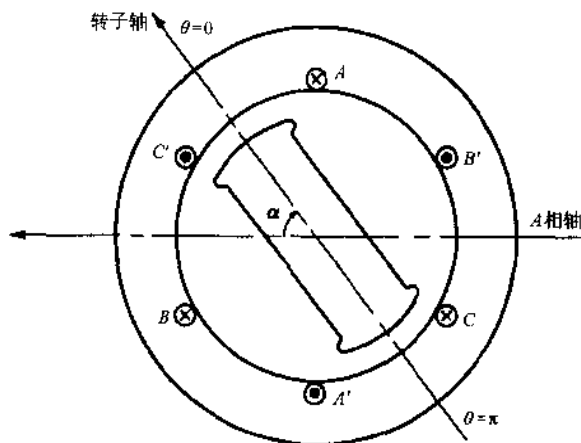


图 6-5 三相、凸极同步电机

其中  $V_m = 2NB_m l r \omega$ ; 与之相似的描述也适用于 B 相和 C 相。被称为同步发电机电势方程的式(6.1)适用于隐极式和凸极式发电机。

重新分析感应电压的幅值  $V_m$ , 由式(6.1)可得

$$V_m = 2B_m l r \omega N \quad (6.1b)$$

该式对 2 极电机也有效。通常,如果电机包含  $P$  极(或  $P/2$  极对),式(6.1b)可变为

$$V_m = \frac{2}{P} (2B_m l r \omega N) = \frac{4}{P} B_m l r \omega N \quad (6.1c)$$

很清楚,若  $P=2$ , 式(6.1c)可化简为式(6.1b)。

在此分析三相同步电动机的运行过程,考虑凸极式电机(图 6-5),如同感应电机一样(5.3 节),三相电枢(定子)绕组将在气隙中产生旋转磁场。磁场的旋转速度,即同步转速  $n_s$  为

$$n_s = \frac{120f}{p} (\text{rpm}) \quad (6.2)$$

其中  $p$  是极数,  $f$  是电枢供电电压的频率。但是由于转子上没有短路导体,电机不能自起动。如果凸极电机的转子转速接近于  $n_s$  (借助于某些辅助方法),那么即使转子上没有励磁激励,但由于存在磁阻转矩(题 3.24),就可使转子校准,并可随定子的旋转磁场旋转。

很清楚,在图 6-3 的隐极式电机中不存在磁阻转矩。然而对于任一种接近于同步转速运行的电机,如果当转子磁场的  $N$  极恰好位于定子磁场  $S$  极的相反位置时,激励转子上的励磁绕组,则两个磁场锁定且转子将以同步转速旋转。

为了实现同步电动机自起动,需要安装类似于感应电动机鼠笼的阻尼条,用于提供起动转矩。一旦转子随旋转定子磁场牵入步进且运行于同步转速,阻尼条即失去作用。任何对同步转速的偏离都会在阻尼条中感应电流,用于恢复同步转速。

### 6.3 发电机空载、短路和电压调节特性

同步发电机的空载或开路电压特性与直流发电机的特性相似。图 6-6 表示考虑磁饱和效应时的电机特性。此时如果发电机的引线端短路,内部的感应电压将会下降。短路电流特性也如图 6-6 所示。其数学描述(相值)是

$$\mathbf{V}_0 = \mathbf{I}_a \mathbf{Z}_s - \mathbf{I}_a (R_a + jX_s) \quad (6.3)$$

式(6.3)中  $\mathbf{V}_0$  是某一励磁电流下的空载电枢电压;  $\mathbf{I}_a$  是在相同励磁电流作用下的短路电枢电流。阻抗  $\mathbf{Z}_s$  被称为同步阻抗;  $R_a$  是电枢电阻,  $X_s$  被定义为同步电抗。由于在隐极式发电机中,同步电抗与转子的位置无关,则其易于测量。但在凸极发电机中,同步电抗依赖于转子位置(见 6.6 节)。

在大多数同步电机中,  $R_a \ll X_s$ , 所以按照图 6-6, 有

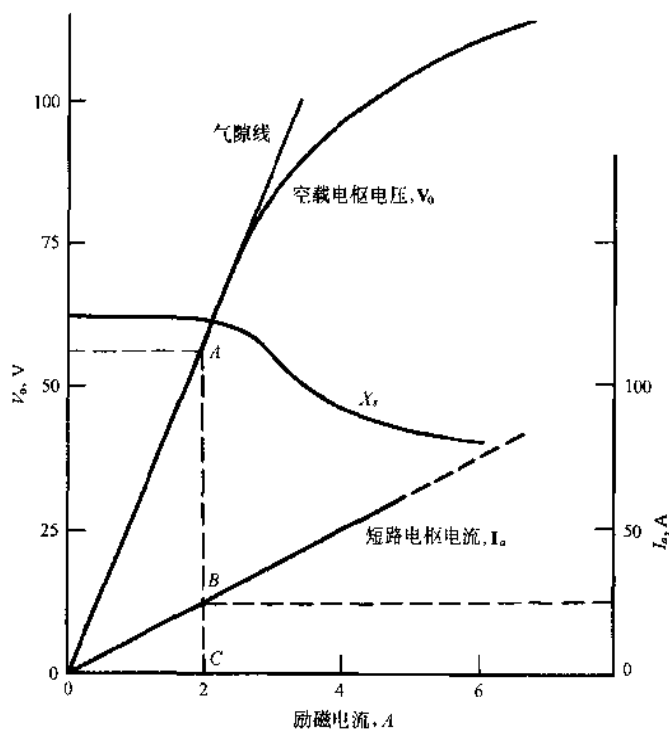


图 6-6

$$X_s \approx Z_s = \frac{\bar{A}\bar{C}}{\bar{B}\bar{C}}$$

于是,如图 6-6 中的下降曲线(由饱和引起)所示,  $X_s$  随励磁电流变化。但是,在大多数计算中将利用  $X_s$  的线性(常数)值。

如同变压器或直流发电机一样,定义给定负载下的同步发电机电压调节率为

$$\text{电压调节率} \equiv \frac{V_0 - V_t}{V_t} \times 100\% \quad (6.4)$$

其中  $V_t$  是负载运行时每相端电压;  $V_0$  是空载时每相端电压。已知  $X_s$  (对于隐极式发电机)和  $V_t$ , 可由式(6.3)求取  $V_0$ , 从而确定电压调节率。

与直流发电机中的情况不同,依赖于功率因数和负载的同步发电机电压调节率可以是零,甚至可为负值(见题 6.9、6.10 和 6.11)。忽略电枢电阻,图 6-7 是用于表示滞后和超前功率因数的相量图。

#### 6.4 隐极式电机的功率角特性

参考图 6-7,  $\phi$  是功率因数角。  $V_0$  超前于  $V_t$  的角度  $\delta$  被定义为功率角。为了对其加以验证,由图 6-7 得

$$I_a X_s \cos \phi = V_0 \sin \delta \quad (6.5)$$

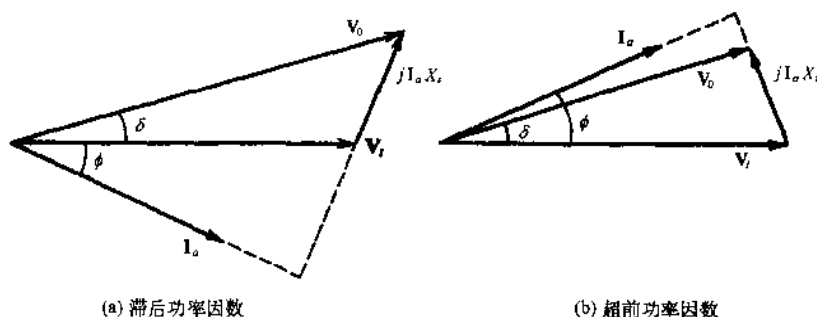


图 6-7 同步发电机的相量图

其中假设  $\delta > 0$  (发电机作用)。但发电机(每相)产生的功率  $P_d$  是提供给负载的功率。于是,

$$\text{发电机: } P_d = V_t I_a \cos \phi \quad (6.6)$$

比较式(6.5)和式(6.6), 得到

$$P_d = \frac{V_0 V_t}{X_s} \sin \delta \quad (6.7)$$

该式表明发电机产生的功率正比于  $\sin \delta$ 。

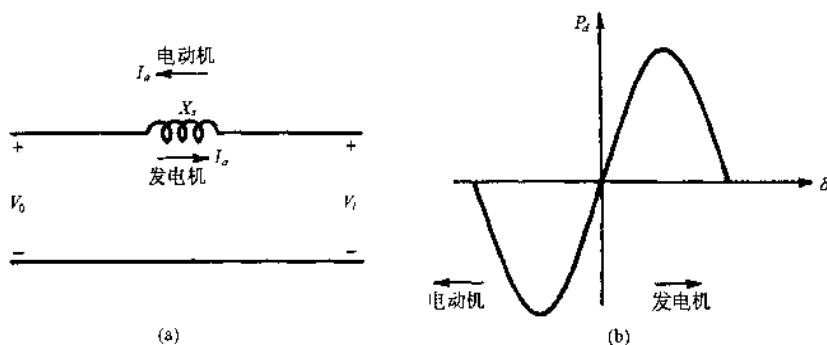


图 6-8 隐极式电机

正如图 6-8(a) 所示, 如果忽略电枢电阻, (隐极式)电动机消耗的电功率为每相  $V_t I_a \cos \phi$ 。因此定义电动机产生的功率为

电动机:  $P_d = -V_t I_a \cos \phi$

在此意义下, 式(6.7)对隐极式电动机也有效, 其中  $\delta$  和相应的  $\sin \delta$  均为负 ( $V_t$  超前于  $V_0$ )。简言之, 式(6.7)是隐极式同步电机的功率角特性; 图形描述如图 6-8(a)。

### 6.5 隐极式电动机的特性

对于电动机, 由图 6-8(a)得

$$V_t = V_0 + jI_a X_s \quad (6.8)$$

如果电动机以恒定功率运行, 则式(6.5)和式(6.7)表示对于给定端电压  $V_t$ , 满足

$$V_0 \sin \delta = I_a X_s \cos \phi = \text{constant} \quad (6.9)$$

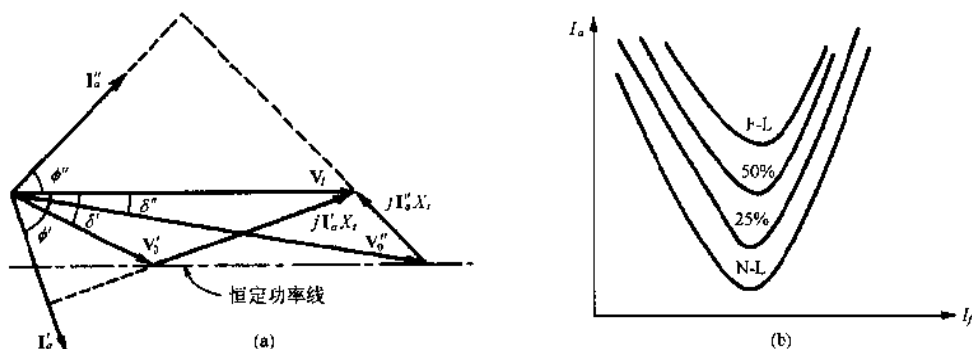


图 6-9 恒定功率的隐极式电动机运行

在此,  $V_0$  与励磁电流  $I_f$  有关。考虑两种情况: (1) 调节  $I_f$  使得  $V_0 < V_t$  (电机欠励); (2) 将  $I_f$  增大至某值, 使得  $V_0 > V_t$  (电机过励)。这两种情况的电压-电流关系如图 6-9(a) 所示。其中带有单撇的符号表示欠励运行; 带有双撇的符号表示过励运行。根据式(6.9), 在恒定功率点,  $V_0 > V_t$  时的  $\delta$  值是小于  $V_0 < V_t$  时  $\delta$  值的负数。注意欠励电动机运行于滞后功率因数 ( $I_a$  滞后于  $V_t$ ), 而过励电动机运行于超前功率因数。所以, 电动机磁场激励的变化 (通过改变  $V_0$ ) 控制着其运行功率因数。此为同步电动机非常重要的特性。励磁电流变化时, 式(6.9)所述的负载恒定条件下的电枢电流轨迹如图 6-9(a) 所示。由此可知电枢电流  $I_a$  随着励磁电流  $I_f$  (对应于  $V_0$ ) 的变化。图 6-9(b) 中绘制了几种不同负载时的结果。这些曲线被称为同步电动机的 V 形曲线。同步电动机的用途之一就在于功率因数校正。

### 6.6 凸极式同步电机

前面已经间接提及到欠励凸极电机, 即题 3.24 中的磁阻电动机。在图 3-17(b) 中, 间接定义了直轴和交轴电感量  $L_d$  和  $L_q$ , 即转子和定子轴对准和相垂直时电感的大小。相应地, 对于凸极同步电机, 定义  $d$  轴和  $q$  轴的同步电抗为  $X_d$  和  $X_q$ 。于是, 作为发电机运行时的相量图如图 6-10。注意  $I_a$  已被表示为其  $d$  轴和  $q$  轴 (假设的) 分量  $I_d$  和  $I_q$ 。借助于相量图, 可得

$$I_d = I_a \sin(\delta + \phi) \quad I_q = I_a \cos(\delta + \phi) \quad (6.10)$$

$$V_t \sin \delta = I_q X_q = I_a X_q \cos(\delta + \phi) \quad (6.11)$$

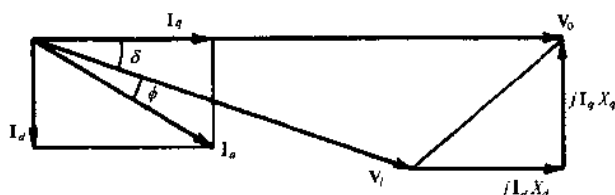


图 6-10 凸极发电机的相量图



式(6.11)展开,得

$$\tan \delta = \frac{I_a X_q \cos \phi}{V_t + I_a X_q \sin \phi} \quad (6.12)$$

已知  $\delta$  (采用  $\phi$  表示), 计算电压调节率:

$$V_0 = V_t \cos \delta + I_a X_d$$

$$\text{调节率} = \frac{V_0 - V_t}{V_t} \times 100\%$$

事实上, 相量图描述了电机的全部运行特性。

**例 6.1** 利用图 6-10 推导凸极发电机的功率角特性。若忽略电枢电阻, 应用式(6.6)。在此根据图 6-10, 得到  $I_a$  在  $V_t$  上的投影是

$$\frac{P_d}{V_t} = I_a \cos \phi = I_q \cos \delta + I_d \sin \delta \quad (6.13)$$

解得

$$I_q X_q = V_t \sin \delta \quad I_d X_d = V_0 - V_t \cos \delta$$

将  $I_q$  和  $I_d$  代入式(6.13), 得到

$$P_d = \frac{V_0 V_t}{X_d} \sin \delta + \frac{V_t^2}{2} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta \quad (6.14)$$

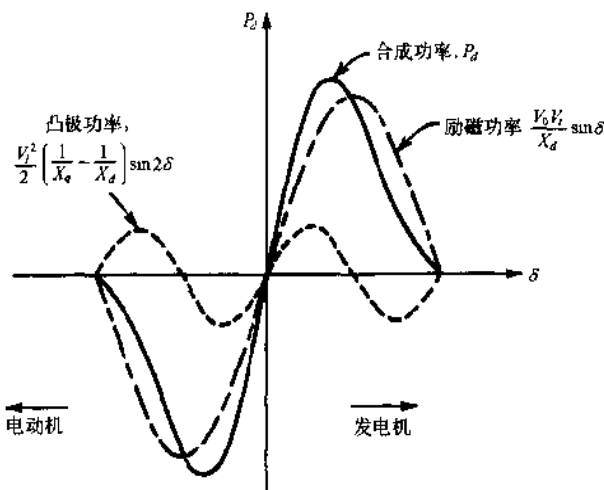


图 6-11 凸极电机

对于凸极电动机 ( $\delta < 0$ ), 等式(6.14)同样成立。式(6.14)的图形描述如图 6-11。如果  $X_q = X_d = X_s$ , 式(6.14)可化简为隐极式等式(6.7)。

## 6.7 同步电机的过渡过程

### 电枢端子突然短路

考虑一台三相发电机, 流过恒定励磁电流且以同步转速空载运行, 突然三相短路。对称的电枢短路电流如图 6-12 所示。注意电流  $i_a$  在最初的几个周期内快速衰减, 这段持续时间被称为次瞬变周期。在以后的几个周期内, 电流下降得有些慢, 这段时间被称为瞬变周期。最终电流达到其稳态值。上述电流分别受到次瞬变电抗  $x'_d$ 、瞬变电抗  $x''_d$  和同步电抗  $X_d$  (或  $X_s$ ) 的限制。由于存在阻尼条, 则必有次瞬变电抗; 瞬变电抗则因励磁绕组而存在; 同步电抗是因电枢绕组而存在的电抗。可知瞬态电枢电流的包络线(图 6-12 中的短划曲线)为

$$i_a^* = \pm V_0 \left[ \left( \frac{1}{x''_d} - \frac{1}{x'_d} \right) e^{-t/\tau''_d} + \left( \frac{1}{x'_d} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-t/\tau'_d} + \frac{1}{X_d} \right] \quad (6.15)$$

其中,  $\tau''_d$  为次瞬变时间常数;  $\tau'_d$  为瞬变时间常数;  $V_0$  为开路电枢相电压。

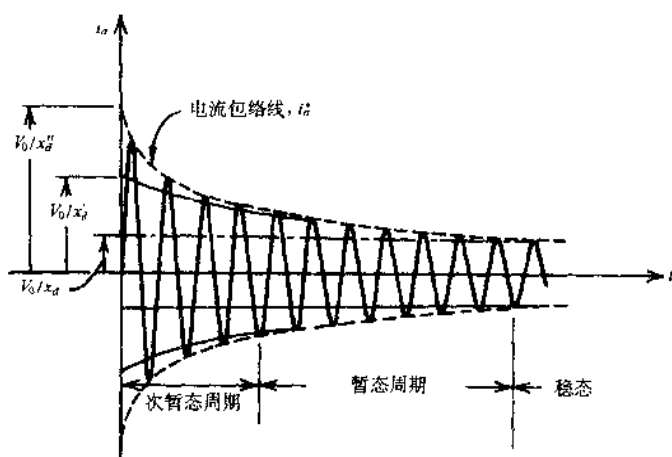


图 6-12

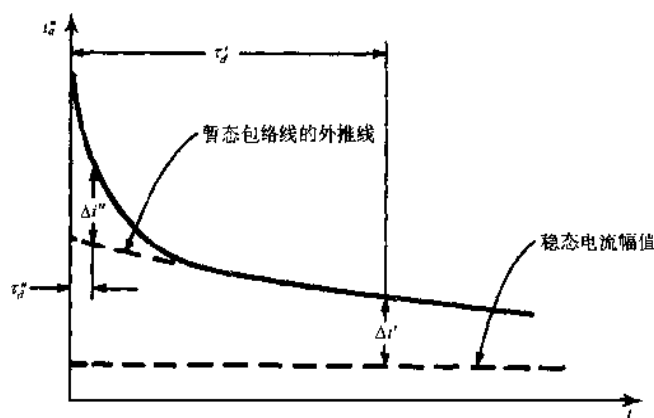


图 6-13

包络线上方的分支曲线在图 6-13 中单独表示。

根据设计数据可确定电抗和时间常数,但其详细过程却相当得麻烦。另一方面,如题 6.30 所示,它们可根据试验数据和图 6-12、图 6-13 确定。在图 6-13 中,

$$\Delta i'' = 0.368(i_d'' - i_d') \quad \Delta i' = 0.368(i_d' - i_d)$$

其中  $i_d'' \equiv V_0/x_d''$ ,  $i_d' \equiv V_0/x_d'$ ,  $i_d \equiv V_0/X_d$ 。表 6-1 给出了同步电机常数的典型值;其中标么值均是基于电机的额定值得到。

表 6-1 同步电机的电抗标么值和时间常数

常 数	凸极式电机	隐极式电机
$X_d(\Omega)$	1.0~1.25	1.0~1.2
$X_q$	0.65~0.80	1.0~1.2
$x_d'$	0.35~0.4	0.15~0.25
$x_d''$	0.20~0.30	0.10~0.15
$\tau_d(s)$	0.15	0.15
$\tau_d'$	0.9~1.1	1.4~2.0
$\tau_d''$	0.03~0.04	0.03~0.04

负载突变

同步发电机的运动机械方程是

$$J \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} + b \frac{d\theta_m}{dt} + T_e = T_m \quad (6.16)$$

其中  $T_e$  是电机产生的电磁转矩;  $T_m$  是方向相反的外转矩;  $J$  是旋转部分(转子和原动机械)的转动惯量;  $b$  是包括电气阻尼的摩擦系数。

考虑三相、2 极、隐极式电机, 假设(由某些扰动引起的)机械振荡的频率较低, 就可利用稳态功率角特性进行分析。式(6.7)所示电机所产生的全部功率为

$$\frac{3V_0 V_t}{X_s} \sin \delta = T_e \omega_m \quad (6.17)$$

其中  $V_0$ ,  $V_t$  和  $X_s$  均是相值; 转子角速度  $\omega_m$  与稳态条件下的同步角速度相等。令负载突变转矩  $\Delta T_m$ , 使得  $\theta_m$  和  $T_e$  中分别变化  $\Delta \theta_m$  和  $\Delta T_e$ 。则由式(6.16)得到

$$J \frac{d^2(\Delta \theta_m)}{dt^2} + b \frac{d(\Delta \theta_m)}{dt} + \Delta T_e = \Delta T_m \quad (6.18)$$

由式(6.17), 电磁转矩的变化为

$$\Delta T_e = \frac{3V_0 V_t}{\omega_m X_s} \Delta(\sin \delta) \approx \frac{3V_0 V_t}{\omega_m X_s} \frac{d(\sin \delta)}{d\delta} = \frac{3V_0 V_t \cos \delta}{\omega_m X_s} \Delta \delta \quad (6.19)$$

[在题 6.25(b) 中可得到等效于式(6.19)的结果, 其中  $\Psi = \Delta \delta$ 。] 将式(6.19)右侧  $\Delta \delta$  的乘法因子表示为转矩常数  $k_e$ , 其中功率角取其稳态值。则对于两极电机(见题 6.26),  $\Delta \theta_m = \Delta \delta$ 。代替式(6.18)中的  $\Delta \theta_m$  和  $\Delta T_e$ , 得

$$J \frac{d^2(\Delta \delta)}{dt^2} + b \frac{d(\Delta \delta)}{dt} + k_e \Delta \delta = \Delta T_m \quad (6.20)$$

此为  $\Delta \delta$  的线性二阶微分方程。如果将式(6.20)与机械系统的二阶微分方程相比较, 振荡的自然频率和阻尼比是

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_e}{J}} \text{ (Hz)} \quad \zeta = \frac{b}{2\sqrt{k_e J}} \quad (6.21)$$

在大多数电机中,  $0.2 \text{ Hz} \leq f_n \leq 2.0 \text{ Hz}$ 。

## 习 题 解 答

- 6.1 由 60Hz 同步发电机供电的 4 极感应电动机以 5% 的转差率运行, (a) 计算电动机转速; (b) 如果发电机有 6 极, 其转速是多大?

$$(a) \quad n = (1-s)n_s = (1-0.05) \frac{120(60)}{4} = 1710 \text{ rpm}$$

$$(b) \quad n_s = \frac{120f}{p} = \frac{120(60)}{6} = 1200 \text{ rpm}$$

- 6.2 对于 60Hz 同步发电机, 列出极数和转速的 6 种可能组合。

由

$$f = \frac{pn_s}{120}$$

必有  $pn_s = 120(60) = 7200 \text{ rpm}$ 。由此得到表 6-2。

表 6-2

极 数	转 速, rpm
2	3600
4	1800
6	1200
8	900
10	720
12	600

- 6.3 60Hz、4 极、凸极电机的磁通密度是幅值为 0.6T 的正弦波。如果电枢的轴长及其内部直

径都是 100mm, 计算电枢上一个 15 匝线圈中感应电压的瞬时值和有效值。

在式(6.1c)中代入数值, 得到

$$v = \frac{4}{\pi} (150)(0.6)(0.100)(0.50)(377) \sin 377t = 169.65 \sin 377t (\text{V})$$

$$V = \frac{169.65}{\sqrt{2}} = 119.96 \text{ V}$$

#### 6.4 在采用交流励磁磁绕组的同步电机中, 磁通密度分布为

$$B(\theta, t) = B_m \sin \omega_1 t \cos \theta$$

若转子(或磁场)以  $\omega_2$  旋转, 求取  $N$  匝线圈中感应的电枢电压。对特殊情况  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$  加以考虑。

与式(6.1)的推导过程一样,

$$\lambda = -2NlrB_m \sin \omega_1 t \cos \omega_2 t$$

于是

$$v = \frac{d\lambda}{dt} = -2NlrB_m (\omega_1 \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t - \omega_2 \sin \omega_1 t \sin \omega_2 t)$$

当  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$  时, 上式简化为

$$v = -2NlrB_m \omega \cos 2\omega t$$

即一台双频发电机。

#### 6.5 一台四极、三相同步电机包含 48 个槽。计算电枢绕组分布系数。

由题 5.1 重新代入:

$$k_d = \frac{\sin(q\alpha/2)}{q \sin(\alpha/2)}$$

在该情况下

$$q \equiv \text{slots/pole/phase} = \frac{48}{(4)(3)} = 4 \quad \alpha = \frac{180^\circ}{mq} = \frac{180^\circ}{(3)(4)} = 15^\circ$$

其中  $m \equiv$  相数 = 3。所以

$$k_d = \frac{\sin 30^\circ}{4 \sin 7.5^\circ} = 0.958$$

一些三相绕组的分布系数如下:

$q$	2	3	4	5	6	8	$\infty$
$k_d$	0.966	0.960	0.958	0.957	0.957	0.956	0.955

#### 6.6 一台三相、8 极、60Hz、Y 连接的凸极同步发电机包含 96 槽, 每相下的每个槽内 4 个导体串联。线圈节距是 10 槽。如果气隙磁通的最大值是 60mWb, 气隙中的磁通密度呈正弦分布。确定(a)相电压的有效值;(b)线电压的有效值;(c)如果每相流过电流 650A, 则电机的 kVA 额定值是多大?

(a) 相电压的有效值为

$$E_{rms} = k_w (4.44 f N \phi_m) (\text{V})$$

[在  $\frac{2}{P} B_m (2\tau) = \frac{2}{P} B_m A = \phi_m$  和  $\omega = 2\pi f$  的条件下, 由式(6.1)得到上式], 其中绕组系数  $k_w = k_p k_d$  (题 5.3)。与题 6.5 中相同, 存在  $q = 4$ , 所以  $k_d = 0.958$ 。由题 5.2 中可知, 节距系数是

$$k_p = \sin \frac{\pi\beta}{2\tau}$$

此时

$$\tau \equiv \text{整距线圈的节距} = \frac{96}{8} = 12 \text{ 槽}$$

$$\beta \equiv \text{短距线圈的节距} = 10 \text{ 槽}$$

所以

$$k_p = \sin \frac{10\pi}{24} = 0.966$$

每相匝数是每相导体数的一半:

$$N = \frac{1}{2} \left( \frac{96}{3} \right) (4) = 64$$

于是

$$E_{rms} = \frac{2}{8} (0.966) (0.958) (4.44) (60) (64) (60 \times 10^{-3}) = 236.7 \text{ V}$$

(b) 线电压的有效值  $\sqrt{3}(236.7) = 410 \text{ V}$

(c) 电机额定容量  $= 3 \times 0.2367 \times 650 = 461.565 \text{ kVA}$

- 6.7 如果题 6.6 中电机的气隙磁通密度中含有 6% 的三次谐波, 且包含一个整距绕组。相电压的有效值是多大?

基波电压的有效值为

$$E_{1rms} = k_2 (4.44 f N \phi_m) = (0.958) (4.44) (60) (64) (60 \times 10^{-3}) = 980 \text{ V}$$

对于三次谐波, 槽间角增加为原来的三倍, 即

$$\alpha = \frac{540^\circ}{mq} = \frac{540^\circ}{(3)(4)} = 45^\circ$$

所以

$$k_{d3} = \frac{\sin 90^\circ}{4 \sin 22.5^\circ} = 0.65$$

在此, 如果由  $B_3(\theta) = B_{m3} \cos 3\theta$  开始重新推导式(6.1), 求取包含附加系数 1/3 的  $\lambda$  描述。因此,

$$\phi_{m3} = \frac{2}{8} \times \frac{1}{3} (0.06) (60 \times 10^{-3}) = 0.3 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$E_{3rms} = k_{d3} (4.44 f_3 N \phi_{m3}) = (0.65) (4.44) (3 \times 60) (64) (0.3 \times 10^{-3}) = 10 \text{ V}$$

$$E_{rms} = \sqrt{E_{1rms}^2 + E_{3rms}^2} = \sqrt{(236.7)^2 + (10)^2} = 236.9 \text{ V}$$

- 6.8 三相、60Hz、2 极、Y 连接发电机的电枢绕组在每相每极下的槽数是 6。极矩为 10 槽, 线圈节距为 9 槽。双层绕组每相为 30 匝。如果气隙磁通呈正弦分布, 则线电压为 600V 时该磁通的最大值必须是多大?

对于  $q=6$ 、 $k_d=0.957$  (题 6.5) 和  $\beta=9$ 、 $r=10$ ,

$$k_p = \sin \frac{9\pi}{20} = 0.987$$

那么, 与题 6.6(a) 中的相同,

$$\frac{600}{\sqrt{3}} = (0.987) (0.957) (4.44) (60) (30) \phi_m$$

而  $\phi_m = 45.89 \text{ mWb}$ 。

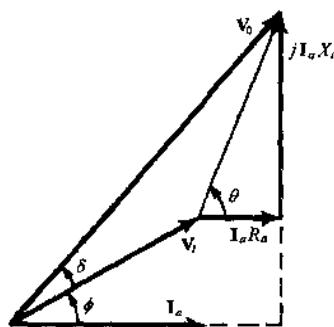


图 6-14

- 6.9 三相、Y 连接、额定值为 10kVA、230V 的隐极式同步发电机, 同步电抗是每相  $1.2\Omega$ , 电枢电阻是每相  $0.5\Omega$ 。计算电机以 0.8 滞后功率因数满载运行时的电压调节百分数。

相量图如图 6-14 所示, 由此( $\phi$  是负数)可得

$$V_0 = \sqrt{(V_t \cos \phi + I_a R_a)^2 + (I_a X_a + V_t \sin \phi)^2}$$

代入

$$V_t = \frac{230}{\sqrt{3}} = 132.8 \text{ V} \quad I_a = \frac{(10 \times 10^3)/3}{230/\sqrt{3}} = 25.1 \text{ A}$$

由其他数据得到

$$V_0 = \sqrt{(106.24 + 12.55)^2 + (79.68 + 30.12)^2} = 161.76 \text{ V}$$

则

$$\frac{V_0 - V_t}{V_t} \times 100\% = \frac{161.76 - 132.8}{132.8} \times 100\% = 21.8\%$$

6.10 针对 0.8 超前功率因数的情况重新求解题 6.9。其他数据保持不变。

令  $V_t = 132.8 + j0$  V 为参考相量。则

$$I_a = 25.1(0.8 + j0.6) \text{ A}$$

$$Z_s = 0.5 + j1.2 \Omega$$

$$I_a Z_s = -8 + j31.6 \text{ V}$$

$$V_0 = V_t + I_a Z_s = 124.8 + j31.6 \text{ V}$$

或  $V_0 = 128.7$  V。于是

$$\text{调节百分数} = \frac{128.7 - 132.8}{132.8} \times 100\% = -3.1\%$$

注意求解该问题的过程中没有利用相量图。以 0.8 超前功率因数满载运行时的电压调节率是负数。

6.11 对于题 6.9 中的发电机, 确定使得满载时电压调节率为零时的功率因数。

令  $\phi$  是所要求的功率因数角, 所以  $I_a = 25.1 \angle \phi$  A。则

$$Z_s = 0.5 + j0.2 = 1.3 \angle 67.38^\circ \Omega$$

$$I_a Z_s = 32.63 \angle (\phi + 67.38^\circ) = 32.63 \cos(\phi + 67.38^\circ) + j32.63 \sin(\phi + 67.38^\circ) \text{ V}$$

$$V_0 = 132.8 + j0 + 32.63 \cos(\phi + 67.38^\circ) + j32.63 \sin(\phi + 67.38^\circ) \text{ V}$$

对于零电压调节,  $V_0 = V_t = 132.8$  V, 即

$$(132.8)^2 = [132.8 + 32.63 \cos(\phi + 67.38^\circ)]^2 + [32.63 \sin(\phi + 67.38^\circ)]^2$$

得到

$$\cos(\phi + 67.38^\circ) = \frac{-32.63}{2(132.8)} \quad \phi = +29.67^\circ$$

所以,  $\cos \phi = 0.869$  超前。

6.12 某一三相、隐极式同步发电机的额定值是 150MW、12.6kV、60Hz 和 1800rpm 功率因数为 0.85。每个绕组的相电阻是  $1.535 \text{ m}\Omega$ 。空载磁化曲线的相关数据为

励磁电流, A	200	300	400	500	600	700	800	900
电枢线电压, kV	3.8	5.8	7.8	9.8	11.3	12.6	13.5	14.2

由短路电枢电流试验可得到一条通过原点的直线, 且在励磁电流是 700A 时穿过额定电枢电流点。(a) 确定单相未饱和同步阻抗; (b) 确定单相饱和同步阻抗; (c) 绘制相量图, 并且确定在额定负载和 0.85 滞后功率因数的条件下的电压调节率; (d) 针对额定负载和 0.85 功率因数超前的条件, 重解(c)。饱和曲线和短路试验数据如图 6-15 所示。

$$(I_a)_{\text{sat}} = \frac{(150 \times 10^6)/3}{[(12.6 \times 10^3)/\sqrt{3}](0.85)} = 8086 \text{ A}$$

$$(a) Z_s (\text{未饱和}) = \frac{7.8/\sqrt{3}}{4.6} = 0.979/\text{per phase} \approx X_s$$

$$(b) Z_s (\text{饱和}) = \frac{13.5/\sqrt{3}}{9.2} = 0.847/\text{per phase} \approx X_s$$

(c)  $\phi = \cos^{-1} 0.85 = -31.8^\circ$ 。相量图如图 6-16(a) 所示。所以

$$V_0 = \frac{12.6 \times 10^3}{\sqrt{3}} + (8086)(1.535 \times 10^{-3}) \angle -31.8^\circ + (8086)(0.979) \angle 58.2^\circ$$

$$= 7275 + (10.6 - j6.5) + (4171 + j6728) = 11455 + j6721 = 13281 \angle 30.4^\circ \text{ V}$$

(利用不饱和同步电抗值 0.979, 得到在磁化曲线饱和区域内  $V_0$  的大小。这就意味着需要采用迭代过程, 以求取  $V_0$ 。但仍采用一次近似值。)

$$\text{调节率} = \frac{13281 - 7275}{7275} = 82.6\%$$

(d) 对于  $\phi = +31.8^\circ$ 。相量图如图 6-16(b) 所示。所以

$$V_0 = 7275 + (10.6 + j6.5) + (-4171 + j6728) = 3115.6 + j6734.5 = 7420 \angle 65.2^\circ \text{ V}$$

$$\text{调节率} = \frac{7420 - 7275}{7275} = 2.0\%$$

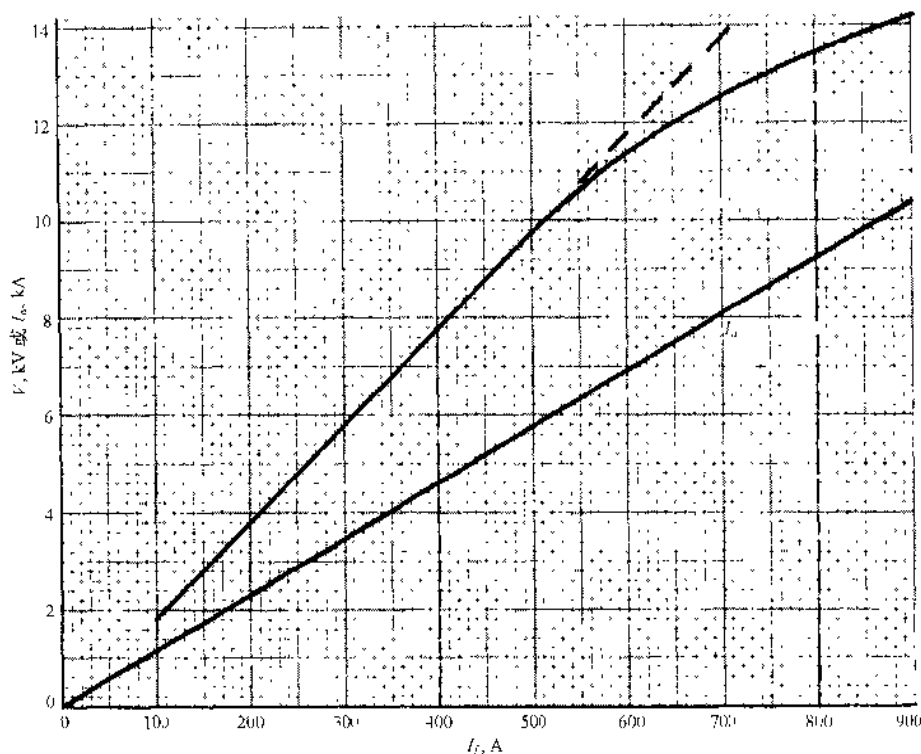


图 6-15

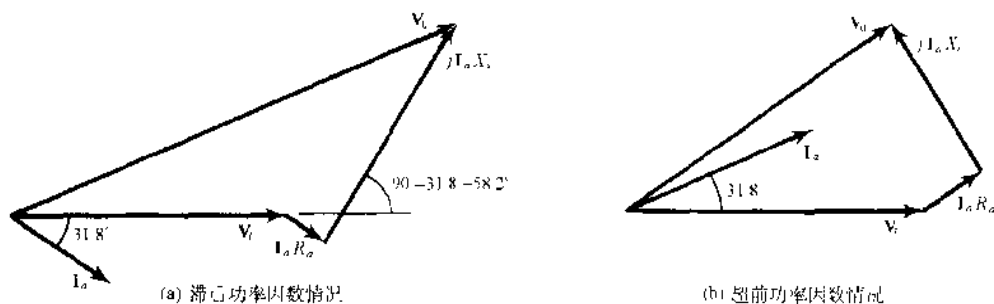


图 6-16

- 6.13 20kVA、220V、Y连接、三相、凸极式同步发电机以 0.707 滞后功率因数拖动额定负载。每相电抗是  $X_d = 2X_q = 4\Omega$ 。忽略电枢电阻, 确定 (a) 功率角; (b) 电压调节百分数。

解: (a) 根据式(6.12)和图 6-10 所示的相量图, 以及

$$V_t = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ V} \quad I = \frac{(20 \times 10^3)/3}{220/\sqrt{3}} = 52.5 \text{ A} \quad \phi = \cos^{-1}(0.707) = 45^\circ$$

得到

$$\tan \delta = \frac{I X_d \cos \phi}{V_t + I X_q \sin \phi} = \frac{(52.5)(2)(0.707)}{127 + (52.5)(2)(0.707)} = 0.369 \quad \text{或} \quad \delta = 20.25^\circ$$

$$(b) V_0 = V_t \cos \delta + I_d X_d = V_t \cos \delta + I_a X_q \sin(\delta + \phi)$$

$$= 127 \cos 20.25^\circ + (52.5)(4) \sin(20.25^\circ + 45^\circ) = 309.8 \text{ V}$$

$$\text{电压调节率} = \frac{309.8 - 127}{127} \times 100\% = 144\%$$

- 6.14 (a) 确定题 6.13 的发电机产生的功率, 并且证明该功率等于提供给负载的功率。 (b) 由于凸极性所产生的功率是多少?

解: (a) 由式(6.14)得到每相产生的功率是

$$P_d = \frac{(309.8)(127)}{4} \sin 20.25^\circ + \frac{(127)^2}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \sin 40.50^\circ \right)$$

$$= 3404.46 + 1309.37 = 4713.8 \text{ W}$$

$$\text{每相的负载功率是 } (20 \times 10^3)(0.707)/3 = 4713.3 \text{ W}$$

(b) 根据(a), 由于凸极性所产生的功率是  $3(1309.37) = 3928 \text{ W}$

- 6.15 三相、凸极、440V、Y连接的同步发电机以  $20^\circ$  功率角运行, 产生的功率是 36kW。电机每相常数为  $X_d = 2.5\Omega$ ,  $X_q = 5\Omega$ ;  $R_a$  可忽略。计算在给定运行条件下的电压调节率。

$$V_t = \frac{440}{\sqrt{3}} = 254\text{V} \quad \delta = 20^\circ \quad P_d = \frac{36 \times 10^3}{3} = 12000 \text{ W}$$

由式(6.14), 得

$$12000 = \frac{V_0(254)}{5} \sin 20^\circ + \frac{(254)^2}{2} \left( \frac{1}{2.5} - \frac{1}{5} \right) \sin 40^\circ \quad \text{或} \quad V_0 = 452\text{V}$$

$$\text{调节率} = \frac{452 - 254}{254} = 78\%$$

- 6.16 在线电压是 220V、滞后功率因数为 0.707 的条件下, 三相、Y 连接的负载中流过电流 50A。每相同步电抗为  $1.27\Omega$  的三相、Y 连接、隐极式电动机与负载并联。电动机在  $30^\circ$  功率角时产生的功率是 33kW。忽略电枢电阻, 计算(a)电动机的无功功率(千乏); (b)电动机和负载的全部功率因数。

(a) 单相电路和相量图如图 6-17 所示。由式(6.7), 得

$$P_d = \frac{33 \times 10^3}{3} = \frac{220}{\sqrt{3}} \frac{V_0}{1.27} \sin 30^\circ \quad \text{或} \quad V_0 = 220\text{V}$$

根据并联方式[图 6-17(a)],  $I_a X_t = V_t = 220/\sqrt{3}\text{V}$ 。那么, 由图 6-17(b)中的等腰三角形, 得

$$2\delta + 90^\circ - \phi_a = 180^\circ \quad \text{或} \quad \phi_a = 90 - 2\delta = 30^\circ$$

$$\text{电动机无功功率} = 3V_t I_a \sin \phi_a = 3 \frac{V_t^2}{X_t} \sin \phi_a$$

$$= 3 \frac{(220/\sqrt{3})^2}{1.27} \left( \frac{1}{2} \right) = 19000\text{var} = 19 \text{ kvar}$$

(b) 由图 6-17(b),  $I$  在  $V_t$  上的投影是

$$I \cos \phi = I_a \cos \phi_a + I_L \cos \phi_L$$

其垂直于投影是(考虑到  $\phi_L$  是负的)

$$I \sin \phi = I_a \sin \phi_a + I_L \sin \phi_L$$

所以

$$\tan \phi = \frac{I_a \cos \phi_a + I_L \cos \phi_L}{I_a \sin \phi_a + I_L \sin \phi_L}$$

代入数值

$$I_a = \frac{220/\sqrt{3}}{1.27} = 100 \text{ A} \quad I_L = 50 \text{ A} \quad \phi_a = 30^\circ \quad \phi_L = -45^\circ$$

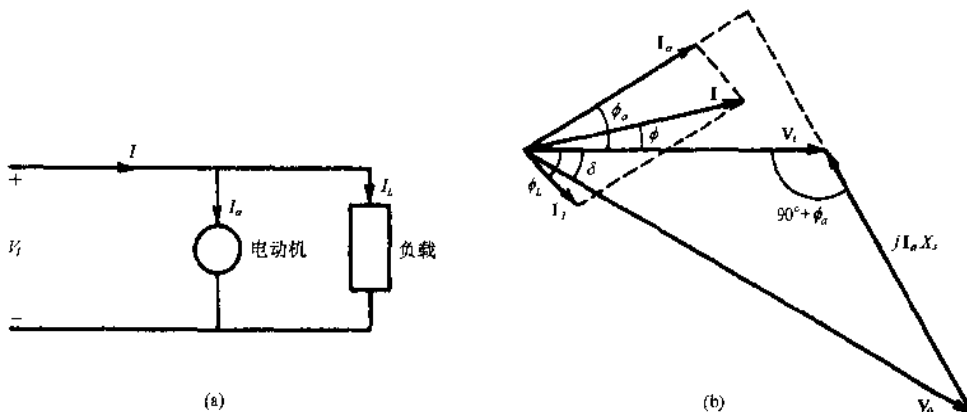


图 6-17



得到

$$\tan \phi = 0.120 \quad \text{或} \quad \cos \phi = 0.993 \text{ 超前}$$

**6.17** 将电枢电阻  $R_a$  的作用考虑在内, 隐极式同步电动机产生的功率(单相值)为

$$P_d = -\frac{V_0 V_t}{Z_s} \cos(\delta + \theta) + V_0^2 \frac{R_a}{Z_s^2}$$

其中  $V_t$  是电动机端电压,  $V_0$  是内部(或感应)电压,  $Z_s$  是同步阻抗,  $\theta$  是阻抗角,  $\delta$  是功率角( $\delta < 0$ )。

作为电动机运行时, 正确的相量图如图 6-20。存在

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_a &= \frac{\mathbf{V}_t - \mathbf{V}_0}{\mathbf{Z}_s} = \frac{V_t \angle 0^\circ - V_0 \angle \delta}{Z_s \angle \theta} = \frac{V_t}{Z_s} \angle -\theta - \frac{V_0}{Z_s} \angle (\delta - \theta) \\ &= \left[ V_t Z_s \cos \theta - \frac{V_0}{Z_s} \cos(\delta - \theta) \right] + j \left[ V_t Z_s \sin \theta - \frac{V_0}{Z_s} \sin(\delta - \theta) \right] \end{aligned}$$

和  $\mathbf{V}_0 = V_0 \cos \delta + j V_0 \sin \delta$ 。产生的功率可描述为(其中 ' 表示复共轭)

$$\begin{aligned} P_d &= -\operatorname{Re}(\mathbf{V}_0 \mathbf{I}_a^*) = -(V_0 \cos \delta) \left[ \frac{V_t}{Z_s} \cos \theta - \frac{V_0}{Z_s} \cos(\delta - \theta) \right] - (V_0 \sin \delta) \left[ \frac{V_t}{Z_s} \sin \theta - \frac{V_0}{Z_s} \sin(\delta - \theta) \right] \\ &= -\frac{V_0 V_t}{Z_s} \cos(\delta + \theta) + \frac{V_0^2}{Z_s} \cos \theta \end{aligned}$$

但  $\cos \theta = R_a / Z_s$ , 期望的结果如下。

如题 6.25 中所示[见(1)], 当  $P_d = +R_a(V_0 \mathbf{I}_a^*)$  和  $\delta > 0$  时, 由发电机作用中也可得到相同的结果。在  $R_a \rightarrow 0$  的限制条件下,  $P_d$  的描述形式与式(6.7)相一致。

**6.18** 2300V、三相、Y 连接、隐极式同步电动机, 每相  $X_s = 2\Omega$ , 每相  $R_a = 0.1\Omega$ 。当线电流是 350A 时电动机以 0.866 的超前功率因数运行。求取感应相电压的有效值和功率角。

作为电动机运行时,

$$\mathbf{V}_t = \mathbf{I}_a \mathbf{Z}_s - \mathbf{V}_0$$

代入

$$\mathbf{V}_t = \frac{2300}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 1328 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\mathbf{I}_a = 350 \angle 30^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{Z}_s = 0.1 + j2 = 2 \angle 87^\circ \Omega$$

得到

$$1328 \angle 0^\circ = 700 \angle 117^\circ + \mathbf{V}_0 \quad \text{或} \quad 1328 = -318 + j624 + \mathbf{V}_0$$

而

$$\mathbf{V}_0 = 1646 - j624 = 1760 \angle -21^\circ \text{ V}$$

所以,  $V_0 = 1760 \text{ V}$  和  $\delta = -21^\circ$ 。

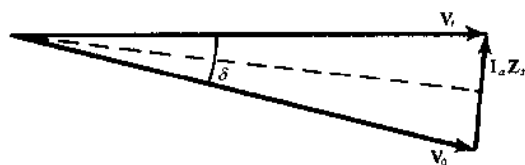


图 6-18

**6.19** 2300V、三相、Y 连接、隐极式同步电动机, 每相同步电抗是  $3\Omega$ , 每相电枢电阻是  $0.25\Omega$ 。电动机以功率角  $-15^\circ$  负载运行。调节激励, 使得内部感应电压与端电压的幅值相等。确定 (a) 电枢电流; (b) 电动机的功率因数。

(a) 由相量图 6-18,

$$I_a = \frac{2V}{Z_s} \left| \sin \frac{\delta}{2} \right|$$

其中

$$V_0 = V_t = V = \frac{2300}{\sqrt{3}} = 1328 \text{ V}$$

$$Z_s = \sqrt{(3)^2 + (0.25)^2} = 3\Omega$$

$\delta = -15^\circ$ 。于是

$$I_a = \frac{2(1328)}{3} \sin 7.5^\circ = 115.6 \text{ A}$$

(b) 忽略  $R_a$ , 得

$$|P_{\text{e}}| = V_t I_a \cos \phi = \frac{V_0 V_t}{X_s} \sin \delta$$

或

$$\cos \phi = \frac{1328}{(115.6)(3)} \sin 15^\circ \approx 0.991 \text{ 滞后}$$

- 6.20 一台三相、Y连接、额定值为 15hp、400V 的同步电动机, 满载效率是 90%。单相同步电抗是  $3\Omega$ , 电枢电阻是每相  $0.15\Omega$ 。电动机满载运行, 超前功率因数为 0.8。确定 (a) 功率角; (b) 励磁电流。饱和特性如图 6-19 所示。

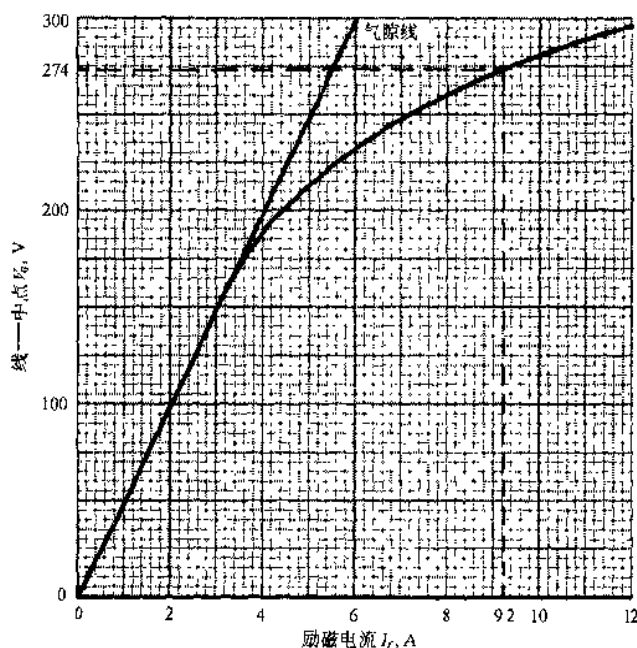


图 6-19

(a) 相电压  $V_t = \frac{400}{\sqrt{3}} = 231 \text{ V}$

$$\text{电机输入} = \frac{15 \times 746}{0.90} = 12433 \text{ W}$$

$$\text{电枢电流 } I_a = \frac{12433/3}{(231)(0.8)} \approx 22.4 \text{ A}$$

$$I_a Z_s = (22.4) \sqrt{(3)^2 + (0.15)^2} = 67.2 \text{ V}$$

相量图如图 6-20 所示, 其中

$$\phi = \cos^{-1} 0.8 = 36.87^\circ \quad \theta = \tan^{-1} \frac{3}{0.15} = 87.13^\circ$$

根据余弦定律,

$$\begin{aligned} V_0^2 &= V_t^2 + (I_a Z_s)^2 - 2V_t(I_a Z_s) \cos(\theta + \phi) \\ &= (231)^2 + (67.2)^2 - 2(231)(67.2) \cos 124^\circ = 75237 \end{aligned}$$

或  $V_0 = 274 \text{ V}$ 。则根据正弦定律,

$$\sin \delta = \frac{I_a Z_s}{V_0} \sin(\theta + \phi) = \frac{67.2}{274} \sin 124^\circ = 0.203 \quad \text{或者} \quad \delta = -11.7^\circ$$

或  $\delta = -11.7^\circ$ 。

(b) 由图 6-19, 对应于  $V_0 = 274 \text{ V}$  的励磁电流是  $I_f = 9.2 \text{ A}$ 。

- 6.21 对于题 6.20 中的电动机, 计算其最小线电流。而且, 确定相应的励磁电流。忽略  $R_a$ 。

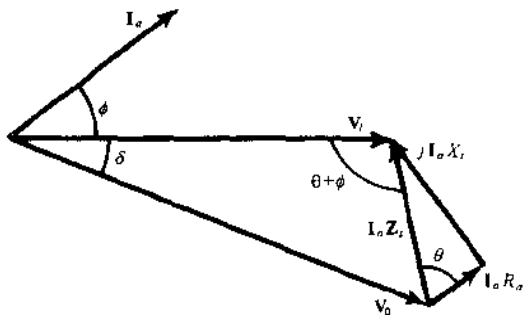


图 6-20

最小的电枢电流是

$$I_a = \frac{12433/3}{231} = 17.94\text{A}$$

对应于  $\cos\phi = 1$ 。由图 6-20,  $\theta = 90^\circ$  和  $\phi = 0^\circ$ , 存在

$$V_0^2 = V_t^2 + (I_a X_s)^2 = (231)^2 + (53.8)^2$$

得到  $V_0 = 237.2\text{V}$ 。那么, 由图 6-19,  $I_f = 6.2\text{A}$ 。

**6.22** 题 6.20 中的电动机在 10A 电流激励下运行, 电枢电流是 25A。忽略电枢电阻, 确定产生的功率和功率因数。

根据图 6-19,  $I_f = 10\text{A}$  时  $V_0 = 280\text{V}$ 。既然  $\theta = 90^\circ$ , 根据图 6-20, 得

$$V_0^2 = V_t^2 + (I_a X_s)^2 - 2V_t(I_a X_s)\cos(90^\circ + \phi)$$

$$(280)^2 = (231)^2 + (75)^2 + 2(231)(75)\sin\phi$$

得到  $\cos\phi = 0.83$  超前。于是

$$\text{产生的功率} = \text{输入功率} = \sqrt{3}(400)(25)(0.83) = 14.35\text{kW}$$

**6.23** 题 6.20 中的电动机包括 4 极, 额定运行于 60Hz。如果调节  $I_f$ , 使得  $V_0 = V_t$ , 且电动机内流过 20A 电流。忽略  $R_a$ , 确定产生的转矩。

与题 6.22 中相同, 存在:

$$(231)^2 = (231)^2 + (60)^2 + 2(231)(60)\sin\phi$$

而  $\cos\phi = 0.99$  超前, 因此

$$\text{产生的功率} = \sqrt{3}(400)(20)(0.99) = 13.74\text{ kW}$$

$$\text{同步转速} = \frac{120(60)}{4} = 1800\text{ rpm}$$

$$\text{产生的转矩} = \frac{13740}{2\pi(1800)/60} = 72.9\text{ N}\cdot\text{m}$$

**6.24** 感应电动机拖动负载时, 在 0.707 滞后功率因数的条件下产生功率 350kW。一台过励同步电动机与该感应电动机并联, 产生功率 150kW。如果全部功率因数(两台电动机之和)为 0.9 滞后, 计算同步电动机的 kVA 额定值。

感应电动机:

$$\text{功率} = 350\text{ kW}$$

$$\text{视在功率} = \frac{350}{0.707} = 495\text{ kVA}$$

$$\text{无功功率} = 495\sin(-45^\circ) = -350\text{ kvar}$$

全部的电动机负载:

$$\text{功率} = 150 + 350 = 500\text{ kW}$$

$$\text{视在功率} = \frac{500}{0.9} = 555.5\text{ kVA}$$

$$\text{无功功率} = 555.5\sin(\arccos 0.9) = -242.16\text{ kvar}$$

同步电动机:

$$\text{功率} = 150\text{ kW}$$

$$\text{无功功率} = -242.16 - (-350) = 107.84\text{ kvar}$$

$$\text{视在功率} = \sqrt{(150)^2 + (107.84)^2} = 184.74\text{ kVA}$$

**6.25** 隐极式同步发电机的每相同步阻抗为  $Z_s$ , 每相端电压是  $V_t$ 。该电机并联于无穷大母线运行(即不管负载波动, 电压保持恒定)。相量图如图 6-21 所示。由于某些干扰, 功率角将变化  $\psi$ (如图示  $V_0' = V_0$ )。其将使电机产生附加功率, 以保持同步性。这部分附加

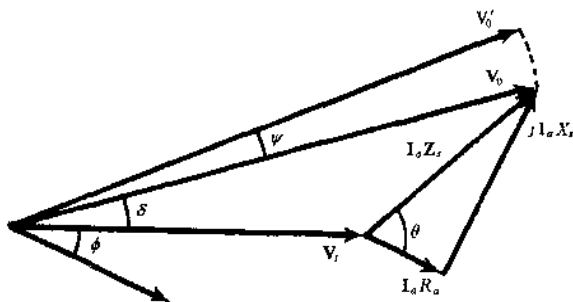


图 6-21

功率被称为同步功率。推导每相同步功率的一般描述形式;并且对特殊情况(a)  $\psi$  非常小, (b)  $\psi$  很小且  $R_a \ll X_s$  加以讨论。

根据相量图,

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_a &= \frac{V_0 \angle \delta - V_t \angle 0^\circ}{Z_s \angle \theta} = \frac{1}{Z_s} [V_0 \angle (\delta - \theta) - V_t \angle -\theta] \\ &= \frac{1}{Z_s} [V_0 \cos(\delta - \theta) - V_t \cos \theta] + \frac{j}{Z_s} [V_0 \sin(\delta - \theta) + V_t \sin \theta] \end{aligned}$$

$$\mathbf{V}_0 = V_0 \cos \delta + j V_0 \sin \delta$$

则内部产生的功率是

$$\begin{aligned} P_d &= \operatorname{Re}(\mathbf{V}_0 \mathbf{I}_a^*) = \frac{V_0}{Z_s} \cos \delta [V_0 \cos(\delta - \theta) - V_t \cos \theta] + \frac{V_0}{Z_s} \sin \delta [V_0 \sin(\delta - \theta) + V_t \sin \theta] \\ &= \frac{V_0}{Z_s} [V_0 \cos \theta - V_t \cos(\theta + \delta)] \end{aligned} \quad (1)$$

当  $\delta$  变为  $\delta + \psi$ , 由(1)得到新的内部功率

$$P'_d = \frac{V_0}{Z_s} [V_0 \cos \theta - V_t \cos(\theta + \delta + \psi)] \quad (2)$$

从(1)中减去(2), 得到同步功率是

$$P_s = P'_d - P_d = \frac{V_0 V_t}{Z_s} \left[ \sin \psi \sin(\theta + \delta) + 2 \cos(\theta + \delta) \sin^2 \frac{\psi}{2} \right] \quad (3)$$

此为通解。

(a) 当  $\psi$  非常小, 使得  $\sin^2(\psi/2) \rightarrow 0$  和  $\sin \psi \rightarrow \psi$ , 那么

$$P_s = \frac{V_0 V_t}{Z_s} \psi \sin(\theta + \delta)$$

(b) 而且, 若  $R_a \ll X_s$ , 则  $\theta \approx 90^\circ$

$$P_s = \frac{V_0 V_t}{X_s} \psi \cos \delta$$

- 6.26 一台 1000kVA、3300V、60Hz、4 极、三相、Y 连接、隐极式的同步发电机, 每相同步电抗是 1Ω。电枢电阻可忽略。发电机在无穷大母线上以 0.8 滞后功率因数满载运行。若干扰使功率角摆动某一个(机械)角度, 计算每相同步功率和每相同步转矩。

电角度和机械角度之间的关系满足

$$\theta(\text{电角度}) = [\theta(\text{机械角度})] \times (\text{极对数})$$

于是, 功率角的变化是

$$\psi = 1 \times \frac{4}{2} = 2^\circ \text{ 电角度}$$

在此,  $\mathbf{V}_0 = \mathbf{V}_t + j \mathbf{I}_a X_s$ 。选择  $\mathbf{I}_a$  作为参考相量。于是

$$\mathbf{V}_t = \frac{3300}{\sqrt{3}} (0.8 + j0.6) = 1524 + j1143 \text{ V}$$

$$\mathbf{I}_a = \frac{1000}{\sqrt{3}(3.3)} = 175 + j0 \text{ A}$$

$$j \mathbf{I}_a X_s = 0 + j175 \text{ V}$$

$$V_0 = 1524 + j1318 = 2015 \angle 41^\circ$$

$$\phi = \cos^{-1} 0.8 = 37^\circ$$

$$\delta = 41^\circ - 37^\circ = 4^\circ$$

代入题 6.25 的(3)中

$$P_1 = \frac{(2015)(3300/\sqrt{3})}{1} [\sin 2^\circ \sin(90^\circ + 4^\circ) + 2 \cos(90^\circ + 4^\circ) \sin^2 1^\circ] = 133.6 \text{ kW}$$

$$T_1 = \frac{133600}{2\pi(1800)/60} = 709 \text{ N} \cdot \text{m}$$

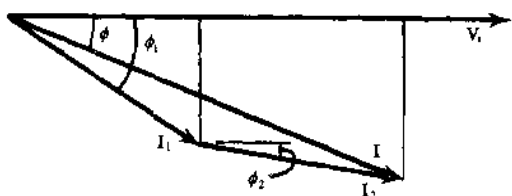


图 6-22

6.27 两台相似的三相、Y 连接的同步发电机以 33kV 和 0.8 滞后功率因数共同拖动 10MW 负载。每台电机的同步电抗为每相  $6\Omega$ 。电枢电阻可忽略。若调节其中一台电机的磁场激励,使其流过 125A 滞后电流,则第二台电机提供的电流是多少? 原动机对两台电机的输入相等。

电流分解相量图如图 6-22 所示,其中  $I_1 = 125\text{A}$ 。由于两台电机相似且原动机对两台电机的输入相等,每台电机均提供相同的有效功率。

$$I_1 \cos \phi_1 = I_2 \cos \phi_2 = \frac{1}{2} I \cos \phi$$

在此,

$$I = \frac{10 \times 10^6}{\sqrt{3}(33 \times 10^3)(0.8)} = 218.7 \text{ A}$$

而

$$I_1 \cos \phi_1 = I_2 \cos \phi_2 = \frac{1}{2} (218.7)(0.8) = 87.5 \text{ A}$$

所以第一台的无功电流是

$$I_1 \sin \phi_1 = \sqrt{(125)^2 - (87.5)^2} = 89.3 \text{ A}$$

全部的无功电流是

$$I \sin \phi = (218.7)(0.6) = 131.2 \text{ A}$$

第二台电机的无功电流是

$$I_2 \sin \phi_2 = 131.2 - 89.3 = 41.9 \text{ A}$$

所以

$$I_2 = \sqrt{(87.5)^2 + (41.9)^2} = 97 \text{ A}$$

6.28 考虑题 6.27 中的两台电机,如果第一台电机的功率因数是 0.9 滞后,且负载被两台电机平均分担。第二台电机的功率因数和电流是多少?

负载: 功率 = 10000 kW  
视在功率 = 12500 kVA  
无功功率 = -7500 kvar

第一台电机: 功率 = 5000 kW

$$\phi_1 = \arccos 0.9 = -25.8^\circ$$

$$\text{无功功率} = 5000 \tan \phi_1 = -2422 \text{ kvar}$$

第二台电机: 功率 = 5000 kW

$$\text{无功功率} = -7500 - (-2422) = -5078 \text{ kvar}$$

$$\tan \phi_2 = \frac{-5078}{5000} = -1.02$$

$$\cos \phi_2 = 0.7$$

$$I_2 = \frac{5000}{\sqrt{3}(33)(0.7)} = 124.7 \text{ A}$$

- 6.29 同步电动机的转动惯量是  $20\text{kg}\cdot\text{m}^2$ , 阻尼系数是  $15\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$ 。如果电机的同步转矩常数是  $800\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$ , 确定小扰动作用下振荡的自然频率和阻尼比。

根据(6.20), 如果功率角的微小变化  $\psi \equiv \Delta\delta$ ,

$$J\ddot{\psi} + b\dot{\psi} + k_e\psi = 0$$

那么, 根据式(6.21),

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_e}{J}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{800}{20}} \approx 1 \text{ Hz}$$

$$\zeta = \frac{b}{2\sqrt{k_e J}} = \frac{15}{2\sqrt{(800)(20)}} = 0.06$$

- 6.30 根据同步发电机上的三相短路试验, 得到电枢电流的包络线如图 6-13 所示。已知:  $V_0 = 231\text{V}$ ;  $\Delta i'' = 113\text{A}$ ;  $\Delta i' = 117\text{A}$ ; 稳态短路电流是  $144\text{A}$ 。确定 (a)  $X_d$ ; (b)  $x'_d$ ; (c)  $x''_d$ 。

(a)  $X_d = \frac{V_0}{i_d} = \frac{231}{144} = 1.6 \Omega$

(b)  $\Delta i' = 0.368(i'_d - i_d)$   
 $117 = 0.368(i'_d - 144)$   
 $i'_d = 462 \text{ A}$

$$x'_d = \frac{V_0}{i'_d} = \frac{231}{462} = 0.5 \Omega$$

(c)  $\Delta i'' = 0.368(i''_d - i'_d)$   
 $113 = 0.368(i''_d - 462)$   
 $i''_d = 769 \text{ A}$

$$x''_d = \frac{V_0}{i''_d} = \frac{231}{769} = 0.3 \Omega$$

- 6.31 题 6.30 的电机额定值是  $100\text{kVA}$ 、 $400\text{V}$ , 采用 Y 连接。描述  $X_d$ 、 $x'_d$  和  $x''_d$  的标么值。

视在功率基值 =  $100 \text{ kVA}$

相电压基值 =  $\frac{400}{\sqrt{3}} = 231\text{V}$

电流基值 =  $\frac{100 \times 10^3}{\sqrt{3}(400)} = 144.3 \text{ A}$

阻抗基值 =  $\frac{231}{144.3} = 1.6 \Omega$

所以

$$X_d \text{ 标么值} = \frac{1.6}{1.6} = 1 \text{ pu}$$

$$x'_d \text{ 标么值} = \frac{0.5}{1.6} = 0.31 \text{ pu}$$

$$x''_d \text{ 标么值} = \frac{0.3}{1.6} = 0.19 \text{ pu}$$

### 补 充 习 题

- 6.32 一台 (a)  $60\text{Hz}$ 、(b)  $50\text{Hz}$  同步电机运行的最大转速是多少?

答案: (a)  $3600\text{rpm}$ ; (b)  $3000\text{rpm}$

- 6.33  $1200\text{rpm}$ 、 $60\text{Hz}$  同步电机的气隙磁通密度分布是  $B(\theta) = 0.7 \cos\theta$ 。电枢在每相下均包含一个  $80$  匝线圈, 且为 Y 连接。如果电枢的轴长是  $160\text{mm}$ , 直径是  $120\text{mm}$ , 确定线电压的有效值。

答案:  $165.5\text{V}$

- 6.34 在题 6.33 的电机中包含  $108$  槽, 每槽内的导体数是  $4$ ; 而且还包含一个线圈节距为  $16$  槽的分布绕组。确定相电压的有效值。

答案: 74.8V

- 6.35 对于题 6.34 中的电机, 计算分布系数、节距系数、绕组系数。

答案: 0.9561; 0.9848; 0.9416

- 6.36 如果题 6.34 的电机气隙磁通密度中含有 10% 三次谐波。电枢绕组是整距绕组。确定相电压的有效值。

答案: 98.84V

- 6.37 直径为 120mm、轴向长度为 100mm 的电枢上装有一个 60 匝线圈, 且在 0.5T 的均匀磁场内以 3000rpm 内旋转。线圈中感应的瞬时电压是多少?

答案:  $113\sin 314t$  (V)

- 6.38 绘制凸极同步电机的草图。定义直轴和交轴同步电抗。哪一个值最大? 为什么?

- 6.39 一台 25kVA、三相、Y 连接、400V 的同步发电机, 同步阻抗为每相  $0.05 + j1.6\Omega$ , 确定当 (a) 0.8 功率因数滞后; (b) 功率因数为 1; (c) 0.8 功率因数超前时的满载电压调节率。

答案: (a) 22.2%; (b) 10.6%; (c) -5.5%

- 6.40 确定题 6.39 中三种情况的功率角。

答案: (a)  $7.2^\circ$ ; (b)  $13^\circ$ ; (c)  $15^\circ$

- 6.41 题 6.39 中的发电机在满载时的电压调节率是零。忽略电枢电阻, 求取运行的功率因数和产生的功率。

答案: 0.997 超前; 12.5kW

- 6.42 一台 500kVA、6 极、500V、三相、Y 连接的同步发电机, 同步阻抗为每相  $0.1 + j1.5\Omega$ , 如果发电机以转速 1000rpm 拖动, 产生的电压频率是多少? 确定在满载和 0.8 滞后功率因数的条件下励磁电压和功率角。

答案: 50Hz; 1078V;  $37.6^\circ$

- 6.43 一台 100kVA、400V、Y 连接的凸极同步发电机以 0.8 超前功率因数满载运行。如果每相  $X_d = 2X_q = 1.1\Omega$ ,  $R_a$  可忽略。计算 (a) 电压调节率; (b) 功率角; (c) 产生的功率。

答案: (a) -26.4%; (b)  $19^\circ$ ; (c) 80kW

- 6.44 由图 6-15 的数据, 绘制  $X_d$  对  $I_f$  的曲线。

- 6.45 一台 30kVA、三相、230V、Y 连接同步发电机的同步电抗为每相  $0.8\Omega$ , 电枢电阻可忽略。计算当 (a) 0.8 功率因数超前, 满载运行; (b) 功率因数为 1, 半载运行; (c) 0.8 功率因数滞后, 25% 负载运行时的电压调节率。

答案: (a) -18.7%; (b) 2.5%; (c) 7.2%

- 6.46 针对题 6.45 三种情况中的每一种计算功率角。

答案: (a)  $26.5^\circ$ ; (b)  $12.8^\circ$ ; (c)  $4.8^\circ$

- 6.47 由式 (6.12) 证明, 若  $X_q = X_d$ , 题 6.18 中得到的功率角是正确的。

- 6.48 参考题 6.17, (a) 电动机产生最大电功率时的功率角是多少? (b) 此 (每相) 最大功率的幅值是多大? (c) 相应的激励限幅是多大?

答案: (a)  $\delta = -\theta$ ; (b)  $|P_m| = \frac{V_0 V_t}{Z_s} - \frac{V_0^2 R_s}{Z_s^2}$ ; (c)  $V_0 = \frac{Z_s}{2R_s} \left( V_t - \sqrt{V_t^2 - 4R_s |P_m|} \right)$

- 6.49 一台三相、Y 连接、隐极式同步发电机, 每相  $X_s = 1.2\Omega$ ,  $R_a = 0.4\Omega$ 。发电机以 220V 和 0.8 功率因数滞后向 30kVA 负载供电。励磁特性如图 6-19 所示。计算功率角和励磁电流。

答案:  $15^\circ$ ; 5.2A

- 6.50 一台三相、Y 连接、220V (线电压) 同步发电机向每相  $5 \angle -30^\circ \Omega$  的容性负载供电。每相同步电抗是  $j5\Omega$ 。电枢电阻可忽略。计算 (a) 电压调节率; (b) 功率角; (c) 在上述负载条件下由发电机提供的视在功率。

答案: (a) 0; (b)  $60^\circ$ ; (c) 9678.7VA

- 6.51 当产生最大功率时, 题 6.50 中的电机可作为过励同步电动机运行。如果激励电压 ( $V_0$ ) 是 127V/相, 计算电枢电流。

答案: 35.92A

- 6.52 一台同步电动机拖动一台风机以功率因数为 1 运行。定性方式 (若需要可利用相量图) 讨论 (a) 当励磁电流增大 10%, 端电压保持恒定; (b) 当端电压增大 10%, 励磁电流保持恒定, 对电动机功率因数、电枢电流、功率角和转速的影响。

答案: (a) 功率因数超前,  $I_a$  增大,  $\delta$  减小, 转速无变化; (b) 功率因数滞后,  $I_a$  略为减小,  $\delta$  减小, 转速无

变化。

- 6.53 同步电动机半载运行,励磁电流的增大将导致其电枢电流的减小。在励磁电流变化之前,电枢电流是超前还是滞后于端电压?证明之。

答案:滞后

- 6.54 同步电动机在额定负载和功率因数为1的条件下运行。励磁电流增大20%。在相量图上对所有的电压和电流相量的变化加以表示。

- 6.55 当一台400V、三相、Y连接、隐极式同步电动机产生的功率为60kW时运行于功率因数为1。如果同步电抗是每相 $1.0\Omega$ ,电枢电阻可忽略,计算(a)每相感应电压;(b)功率角。

答案:(a)246.6V;(b) $-20.5^\circ$

- 6.56 一台过励的2300V、三相、Y连接同步电动机以功率角 $-21^\circ$ 运行。每相同步电抗是 $0.1 + j2\Omega$ 。若电动机的线电流是350A,确定功率因数。

答案:0.87超前

- 6.57 如果内部感应电压等于线电压,功率角是 $-20^\circ$ ,题6.56电动机的(a)功率因数和(b)线电流是多少?(c)并且确定产生的功率?

答案:(a)0.99滞后;(b)242A;(c)938kW

- 6.58 一台400V、三相、隐极式同步电动机,当(轴上)传送18hp功率时的效率为92%。每相同步阻抗是 $0.5 + j1.5\Omega$ 。如果电动机以0.9滞后功率因数运行,确定(a)功率角和(b)励磁电流。电动机的饱和特性如图6-19所示。

答案:(a) $-7.4^\circ$ ;(b)4.5A

- 6.59 题6.58的电动机包含6极,额定运行于60Hz。若磁场激励是8A,电动机获得20A电流,计算产生的转矩。

答案: $50\text{N}\cdot\text{m}$

- 6.60 一台过励同步电动机与100kVA、具有0.8滞后功率因数的感性负载相连。空载运行时电机获得10kW功率。若全部的功率因数为1,计算电动机的kVA额定值。该电动机不用于拖动负载。

答案:60.8kVA

- 6.61 隐极式同步发电机以线电压2300V,接至无穷大母线上运行。发电机采用Y连接,每相同步电抗是 $2\Omega$ 。电枢电阻可忽略。当功率因数为0.8滞后时提供300A电流。在干扰作用下,功率角偏移 $2^\circ$ 电角度。确定每相同步功率。

答案:122kW

- 6.62 并联运行的两个Y连接的相似同步发电机在11kV和0.8滞后功率因数的条件下平均分担1MW负载。若其中一台发电机以滞后功率因数提供电流40A。确定(a)电流和(b)第二台电机的功率因数。

答案:(a)27.8A;(b)0.94滞后

- 6.63 求取题6.27中第二台发电机的功率因数和感应电压。

答案:0.9滞后;19.3kV

- 6.64 一台同步电动机在3600rpm时传送转矩 $50\text{N}\cdot\text{m}$ 。负载转矩突然减至零,可以看到功率角最初在 $12^\circ$ (电角度)的范围内振荡0.1s。6s后振荡减至 $4^\circ$ 。计算同步转矩常数和零负载条件下的J和b。

答案: $k_s = 239\text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ ;  $J = 0.06\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ;  $b = 0.00817\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$

- 6.65 三相、800kVA、11kV(线电压)、Y连接的同步发电机中 $R_a = 1.5\Omega/\text{相}$ ,  $X_s = 25\Omega/\text{相}$ 。对于600kW、0.8超前功率因数负载,计算(a)电压调节百分数;(b)全部的内部(或产生的)功率。

答案:(a) $-7.13\%$ ;(b) $7.4^\circ$ ;(c)607kW

- 6.66 三相、400V(线电压)、Y连接的同步发电机中 $X_s = 1.0\Omega/\text{相}$ ,电枢电阻可忽略。调节励磁电流,使得内部(感应)电压是270V/相,而电机由电源中吸收40kW功率。计算(a)电动机的功率因数和(b)电动机提供给电源的无功功率。

答案:(a)0.87超前;(b) $-22.72\text{kvar}$



## 第7章 单相电动机和永磁电机

### 7.1 小型交流电动机

几乎所有的小型交流电动机都是单相电动机。由于单相绕组产生的磁场是脉动磁场,而不是旋转磁场,所以它们不能自起动。为了实现电动机的自起动,需要安装辅助起动绕组使得电机在起动过程中如同一台不平衡的两相电机。(见7.3节)

本章主要阐述了单相感应电动机和属于小型同步电动机类型的磁滞电动机,如用于钟表和转盘的电机,而且也简要讨论了永磁电机。

### 7.2 单相感应电动机分析

基于下述脉动磁场,对单相感应电动机进行分析:

$$B(\theta, t) = B_m \cos k\theta \sin \omega t \quad (7.1)$$

由电动机主绕组产生的该磁场也可描述为

$$B(\theta, t) = \frac{B_m}{2} \sin(\omega t - k\theta) + \frac{B_m}{2} \sin(\omega t + k\theta) \quad (7.2)$$

所以,存在两个相反的旋转磁场。基于此概念的理论即被称为双旋转电机理论。定义旋转的正方向是转子的旋转方向。于是可定义转子相对于正向旋转磁场的转差率  $s_f$  为

$$s_f \equiv s = \frac{n_s - n}{n_s} \quad (7.3)$$

其中  $n_s = (60\omega/2\pi k)(\text{rpm})$ 。注意  $s_f$  与多相感应电动机的转差率  $s$  相似。也可定义转子相对于反向旋转磁场的转差率  $s_b$  为

$$s_b = \frac{-n_s - n}{-n_s} = 2 - s \quad (7.4)$$

多相感应电动机的转矩关系适用于单相电动机两个旋转磁场中的每一个,只是每个旋转磁场的大小是交变磁场幅值的二分之一。这将使励磁电抗和漏电抗平分,得到近似等效电路如图7-1(a)所示,转矩-转速特性如图7-1(b)所示。获得等效电路后,单相电动机的性能计算与多相电动机相似。(见题7.1至7.7)

### 7.3 单相感应电动机的起动

已知由于不存在旋转磁场,则当单相感应电动机的转子静止时,它不会自起动。起动单相电动机的两种方法包括引入换向器和电刷,如在推斥电动机中;或是借助于辅助绕组产生旋转磁场,如利用分相。在此研究后一种方法。

根据多相感应电动机理论,可知为了产生旋转磁场,必须至少存在两种在空间上互相偏移的磁动势且流过具有不同时间相位的电流。因此在单相电动机中,定子上装有起动绕组,用于提供第二个磁动势。第一个磁动势是由定于主绕组产生。下面将对获得主绕组和起动绕组磁动势之间时间和空间相位偏移的不同方法加以总结。

#### 分相电动机

该类型电动机如图7-2(a)中的简图描述。其中主绕组包含一个相对小的电阻和一个大电抗。然而,如图所示,起动绕组包括一个大电阻、一个小电抗和一个离心式开关。两个电流  $I_m$  和  $I_s$  之间的相角约为  $30^\circ$  到  $45^\circ$ 。起动转矩为

$$T_s = K I_m I_s \sin \alpha \quad (7.5)$$

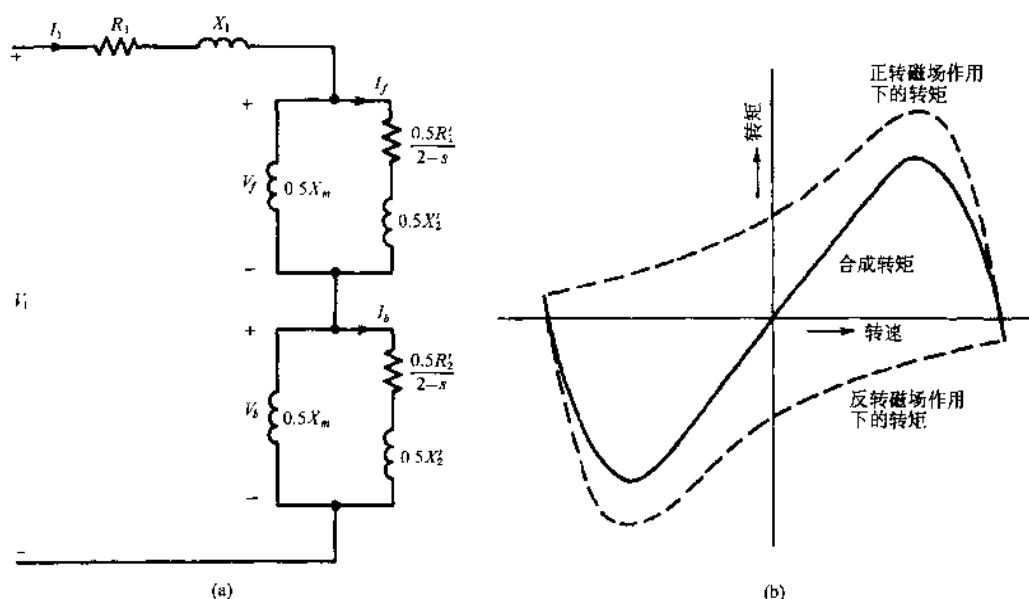


图 7-1

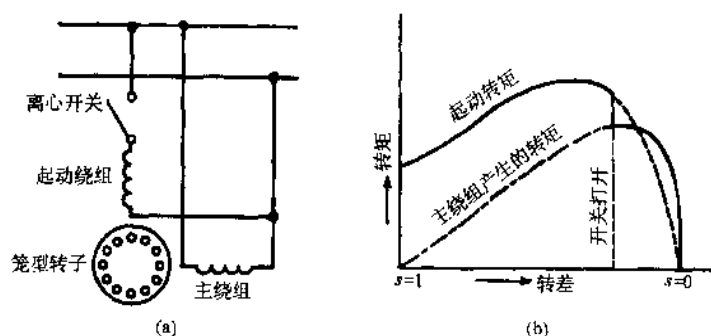


图 7-2

其中  $K$  是常数。当电机达到某一转速(约为其最终转速的 75%)时,离心开关动作,将起动绕组从电路中断开。分相电动机的转矩-转速特性如图 7-2(b)所示。此类电机适用于通风机、鼓风机等,其额定值可达到 1/2hp。

在起动绕组中串入一系列电阻器,可以使分相电动机产生较大的起动转矩。在主要绕组中串入一系列感性电抗器可得到与之相似的效果。当电动机转速上升时,将此电抗器短路。

#### 电容器起动电动机

将电容器与起动绕组串联,如图 7-3 所示,式(7.5)中角度  $\alpha$  会增大。通过此途径,可使电动机产生较大的起动转矩。此类电动机并不仅限制于小额定功率,可额定运行至 10hp。电压为 110V 时,一台 1hp 电动机需要电容值  $400\mu\text{F}$ 。然而对于 1/8hp 电动机,  $70\mu\text{F}$  电容就足够了。一般所用的电容器都是廉价的电解类型,并且可产生约四倍于额定转矩的起动转矩。

如图 7-3 所示,电容器仅仅有助于起动;且当电动机达到预定转速时,通过离心式开关将其断开。但是,某些电动机中没有离心式开关。在此类电机中,起动绕组和电容始终处于运行中,且电容很小。例如,一台 110V、1/2hp 电动机需要一个  $15\mu\text{F}$  电容。

第三种电容器电动机中使用了两个电容器:一个电容与起动绕组一起始终保留在电路中;另一个电容可通过离心式开关断开。实际上,这些电动机是不平衡的两相感应电动机。

#### 罩极式电动机

微型单相感应电动机的另一种起动方法是在磁极上使用短路环,如图 7-4 所示,其中主单相绕组也是安装在凸极上。简单地讲,短路环是缠绕于磁极某一部分上的短路铜环。此类电机被称为罩极式电动机。安装短路环的目的在于(及时)减少穿过该环的、且与穿出极面剩余

部分的磁通相关的磁通部分。则未罩部分的磁通先于被罩部分的磁通达到最大。磁通将沿着由磁极未罩部分到被罩部分的方向顺序移动。如图 7-4 所示。磁通的顺序移动与旋转磁通达到相似效果,所以短路环可产生起动转矩。罩极电动机是小功率电动机中最为廉价的一种,一般额定功率可达到 1/20hp。

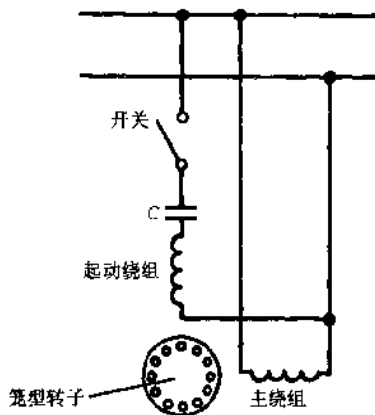


图 7-3

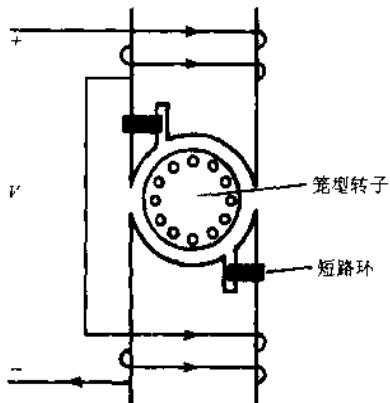


图 7-4

#### 7.4 永磁电机

永磁电机(PM)属于可用于电动和发电模式的一种常见电机类型。在注重结构简单和初期投资较低的应用场合中,永磁电机已经得到了长期使用。在低成本电气控制应用和改善永久磁铁特性方面,永磁电机也可满足更多的应用需求。与绕线励磁式直流电机的许多类型和单相同步电机相比,现代 PM 电机通常在性能和成本方面具有一定竞争力。高能量的永久磁铁和固态功率半导体器件相结合构成了新型电机的基本框架,通常称为“无刷直流电机”,更恰当地称之为“自同步电机”。利用永久磁铁的能量转换机构具有多种结构形式,如电动机、发电机、同步发电机、步进电动机、直线电动机、传动装置、变频器、控制电动机、转速表、无刷直流电动机和其他。在下述讨论中,主要阐述:

1. 普通的(换向器)直流电动机/发电机;
2. 同步发电机;
3. 无刷直流电动机;
4. 数字电机。

##### 永磁电机的独特特征

在常用的分类方法中,永磁电机被称为“双激励”电机。它包括两个激励源——通常被称为电枢和磁场(或励磁)。在传统的同步和直流换向器电机中,这些激励源均是与外部电源相连的电气绕组。在永磁电机中,采用永久磁铁代替励磁绕组的激励,不需要外部电源。在其他方面,永磁电机与普通的同步或直流-换向器电机相同。永磁电机中的电枢绕组和励磁电路与普通电机相似。永磁电机与单激励电机,如感应电动机或磁滞电动机之间没有任何区别或相似点。然而,永磁电机通常具备单激励电机的结构简单性。所以,通常在价格、易于安装、尺寸和体积方面,将它们与单激励电机相比较。

##### 永久磁铁材料

在 1.9 节中已间接提到了永久磁铁及其某些特性。在此对其加以详细考虑。

在 20 世纪,尤其是在后半叶出现了大量永磁材料。而且一些倾向和现象表明新型永磁材料将会在近几年内陆续出现。因此在大多数设计,永磁电机制造商可以对多种永磁材料加以考虑;而且在最小尺寸、重量、成本或其他设计规范方面,可以通过选择永磁材料进行优化设计。大多数工业用磁体属于六种常见类型。这些类型有助于简化那些至少本已对其有些认识的磁体特性。在这些类型的每一种内部,许多参数仍不固定。但这些主要是由于材料制造商

之间的差别和制造技术造成的。因此,当在某一特殊应用场合需要精确的磁场参数时,设计者必须建立得到制造商认可的准确说明书。

#### 铝镍钴合金磁铁

铝镍钴合金永久磁铁是铝、镍、钴、铁金属的合金,属于最早发现的高能量永磁材料。铝镍钴合金磁铁通常是由相对高的剩磁通密度( $B_r$ )和相对低的矫顽力( $H_c$ )特性描述。从电机的观点,后一种特性是不需要的。已被发现的某些铝镍钴合金的特定等级,比如 8HC 级,就能补偿该弱点,但会消耗较低的剩磁密。在图 1-11 中对几种常见铝镍钴合金等级的特性加以总结。铝镍钴合金磁铁被制造成“普通级别”中的 1 到 9 级,其中每一级中含有许多变化。这些级别通常表示其特性被工业等级标注的时间次序。

#### 陶瓷磁铁

在物理特性上,陶瓷磁铁与被称为陶瓷的其他材料类型相似,因此得名。然而,陶瓷永久磁铁可准确定义为钡或锶的铁氧氧化物,用于表示其铁磁特性。由于材料的类型和所采用的制造过程,以每单位能量积的成本形式考核,陶瓷磁铁通常是最廉价的磁体。至今为止在几乎全部应用中,包括旋转电机,陶瓷磁铁是所有永久磁铁中使用最为广泛的一种。

陶瓷磁铁可由相对低的剩磁通密度( $B_r$ )和相对高的矫顽力( $H_c$ )特性描述。由于后一种特性,陶瓷磁铁能够抵抗电枢反应磁场,没有去磁作用,非常适用于电机。尽管通常陶瓷磁铁的机械和结构特性差,但在常见磁铁类型中它们的密度最轻。这一般作为机械应用中的显著优点,以弥补因低剩磁密而需要增大的极面面积;而且在常见磁铁中,陶瓷磁铁具有最低的反冲磁透率,此为电机应用中的一个稳定系数。

#### 钕钐合金磁铁

在能量积中,钕钐合金磁铁的“变化的数量级”超过陶瓷磁铁和大多数其他类型磁铁。钕钐合金磁铁具有可与铝镍钴合金相比的剩磁通密度,且其矫顽力是陶瓷磁铁的三到五倍。与铝镍钴合金和陶瓷相比,这些磁铁通常也具有较好的物理特性。从技术的观点,将它们应用于旋转电机是很理想的。

某种钕钐合金磁铁的去磁特性如图 7-5 所示。

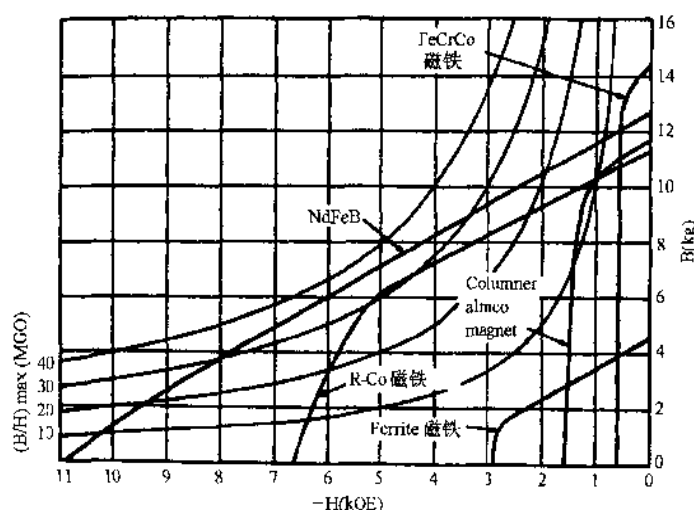


图 7-5

#### 钕铁硼(NdFeB)合金磁铁

钕铁硼(NdFeB)永磁材料为优于陶瓷磁铁特性的优良永磁材料带来了最大希望。此类材料已在实验室中出现,具有所有永磁材料中最高的能量积。而且这些实验室样本的工业改型也具有优于钕钐合金材料的能量积。也许更重要的是,钕铁硼磁铁在产量方面具有相对低成本的应用前景。

在可应用的工业磁铁中,钕铁硼合金具有最高的矫顽力。因此,它最适用于电机。而且与

铝镍钴合金中性能最佳的种类相比,其剩磁通密度相对较高。如上所述,目前其能量积是可用种类中最高的。这种材料的局限性在于其非常差的温度特性。在低温应用时要求比高温运行具有更大的尺寸。这就丧失了钕铁硼合金在减小尺寸和重量方面的优点。

钕铁硼磁铁的商标是 Magnaquench。其特性如图 7-6 所示。

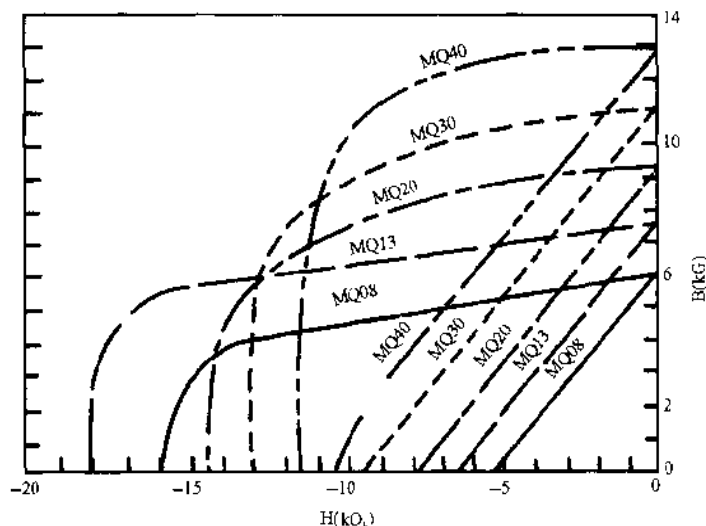


图 7-6

#### 永磁直流电机

永磁直流电机的电枢与第四章讨论的励磁直流电机电枢非常相似。然而永磁直流电机的励磁是由永久磁铁提供。在这方面,永磁直流电机与带有恒定励磁的普通并励电机相似。于是永磁直流电机的控制方程变为

$$T_d = \frac{ZP}{2\pi a} (\phi I_a) = K\phi I_a \quad (7.6)$$

$$E = K\phi\omega_m \quad (7.7)$$

$$V = E \pm I_a R_a \quad (7.8)$$

$$\phi = \frac{\pi D l B_g}{P} \quad (7.9)$$

其中,  $T_d$  为产生的转矩, N·m;  $E$  为产生的电动势, V;  $I_a$  为电枢电流, A;  $\phi$  为每极磁通, Wb;  $V$  为端电压, V;  $R_a$  为电枢(包括电刷)电阻, ohm;  $\omega_m$  为电枢旋转速度, rad/s;  $D$  为定子内径, m;  $l$  为定子叠片组长度, m;  $K$  为绕组系数 =  $ZP/(2\pi a)$ ;  $Z$  为全部的电枢导体;  $P$  为极数;  $a$  为电枢并联支路数。

结合式(7.6)和式(7.9),得到

$$T_d = \frac{Z(DlB_g I_a)}{2a} \quad (7.10)$$

令  $ZI_a/(2a) = X\pi D$ , 得

$$T_d = \pi D^2 l B_g X - 4(\text{vol}) B_g X \quad (7.11)$$

其中  $X$  为电枢中的电气负载, A/m; vol 为磁体体积 =  $\pi D^2 l/4$ 。

对于特定转矩和电气负载,式(7.11)可描述为

$$(\text{vol}) B_g = \frac{T_d}{X} = \text{常量} \quad (7.12)$$

对于任何类型的直流换向器电机,由于前面的等式均有效,则等式(7.12)也有效。但它在永磁电机的评估和设计中尤其有用。在电机中  $B_g$  是用于励磁的永久磁铁类型的函数。注意式(7.12)忽略了电机耐热极限,其通常为减小电机体积的基本限制因素。

由式(7.6)可知,永磁直流电动机的转矩/转速特性是线性的。

### 永磁同步电机

属于中小功率范围的大量同步电机结构可分为两类:普通型和无刷型。永磁电机属于后一类。通常永磁同步电机与一般的同步电机具有相同的运行和性能特点:运行于同步速;由一个单相或多相交流电源向电枢绕组供电;在功率极限之上以同步转速运行是不稳定的;可逆功率流;满足起动和稳定性要求的阻尼(笼型)绕组;电枢和励磁相量之间的转矩角等等。永磁电机与缺少滑环和励磁绕组的普通同步电机在结构上大致相似。当然,这种结构上的缺少造成了永磁电机和普通同步电机之间的主要差别:功率因数或无功功率控制的不足及与之相关的端电压调节。

图 7-7 表示了一台简单的永磁同步电机横截面。将磁铁安装在转子上,该电机可作为无刷直流电动机使用。

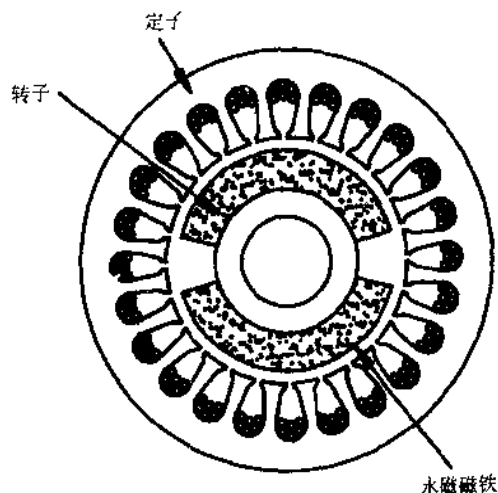


图 7-7

在性能和结构上,永磁同步电机与普通同步电机密切相关;而且大多数同步电机的定子均相似。因此,从定子端对永磁同步电机的理论分析与普通同步电机理论有密切联系。遵循电机分析中的惯例,下述等式和分析均是基于单相电路展开的。下标具有如下含义:

$d$  表示直轴分量;  $q$  表示交轴分量;  $m$  表示一个互电抗分量;  $r$  表示转子部分;  $l$  表示漏电抗或电阻分量;  $i$  表示内部分量(漏阻抗之后);  $e$  表示励磁电压;  $c$  表示铁心损耗分量。其中,大写字母用于表示有效值。标准符号用于表示阻抗、电压、电流和功率。此外,  $\theta$  表示功率因数角;  $\delta$  表示功率(或转矩)角;  $a$  表示电枢中的并联支路数;  $m$  表示相数;  $Z$  表示全部电枢导体数;  $V$  表示端电压;  $I$  表示端/相电流; 分布、节距和斜槽系数的乘积  $K_w$  表示绕组系数。

忽略铁心损耗,考虑稳态运行的同步电动机。一台欠励同步电动机相量图的三角法分析如下所示:

$$V \sin \delta = I_q X_q - I_d R_l \quad (7.13)$$

$$V \cos \delta = E_o + I_d X_d + I_q R_l$$

对于同步发电机,改变图 7-8 中电抗和电阻的压降符号可绘出相似的相量图。当然,(对于电动机)也可通过假设超前功率因数分析过励的情形。求解分量电流,得到

$$I_d = \frac{V(X_q \cos \delta - R_l \sin \delta) - E_o X_q}{X_d X_q + R_l^2} \quad (7.14)$$

$$I_q = \frac{V(R_l \cos \delta + X_d \sin \delta) - E_o R_l}{X_d X_q + R_l^2} \quad (7.15)$$

由于电流分量与端电压  $V$  同相位,  $m$  相的全部输入功率是

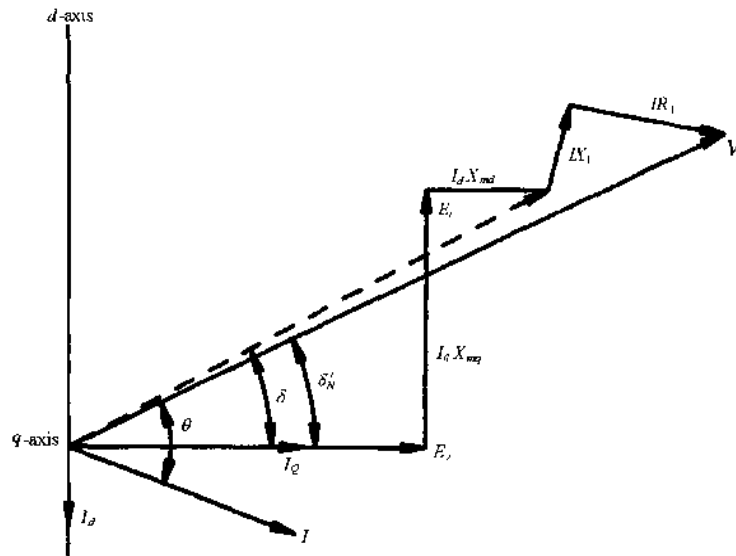


图 7-8

$$P_{in} = mV(I_q \cos \delta - I_d \sin \delta) \quad (7.16)$$

调整该值, 可以减小转矩角  $\delta$  的函数, 为

$$P_{in} = m[I_q E_o + I_d I_q (X_d - X_q) + I^2 R_l] \quad (7.17)$$

产生的气隙电磁功率可描述为

$$P_e = m[I_q E_o + I_d I_q (X_{md} - X_{mq})] \quad (7.18)$$

也可描述为普遍形式

$$P_e = m[I_q E_{i,q} - I_d E_{i,d}] \quad (7.19)$$

另一种描述(以“内在功率角”形式)为

$$P_e = m \left[ \frac{E_o E_i}{X_{md}} \sin \delta_i + \frac{E_i^2 (X_{md} - X_{mq})}{2 X_{md} X_{mo}} \sin 2\delta_i \right] \quad (7.20)$$

注意

$$\begin{aligned} X_d &= X_{md} + X_l \\ X_q &= X_{mq} + X_l \end{aligned} \quad (7.21)$$

利用端值, 而不是内部值可对式(7.20)进行近似。即意味着采用  $V$  代替  $E_i$ ,  $X_d$  代替  $X_{md}$ ,  $\delta$  代替  $\delta_i$  等等。

在上述分析中有几个要点需要注意。尽管该分析与普通同步电机的分析密切相关, 但仍有许多重要的区别。在包括常见内部类型在内的多种永磁电机中,  $X_d < X_q$ ; 而且在其他大多数类型中, 两种电抗在幅值上相当接近。这两种情况都与普通的凸极同步电机相反。这些电抗相对值的首要因素在于永磁体自身很低的磁导率。在内部类型和许多其他结构中该磁导率处于直轴方向上。参考式(7.20)必须注意这些电抗的含义。该等式的第二项通常被称为“磁阻转矩”, 而且在多数永磁电机中该项可以是负的。只有在横向类型中, 主要是磁阻电机, 该项产生合适的正转矩。在永磁电机的其他多数类型中, 式(7.20)中的第一项主要用于产生正转矩。正如所期望的, 作为该电抗关系的必然结果, 当转矩角  $\delta$  大于  $90^\circ$  时由永磁电机的一种内部类型和一些其他类型均产生最大功率。而当转矩角小于  $90^\circ$  时普通凸极电机中产生最大功率。

## 7.5 磁滞电动机

如同磁阻电动机一样, 磁滞电动机没有直流激励。然而, 与磁阻电动机不同的是磁滞电动机没有凸极转子。取而代之, 磁滞电动机的转子上有一个特殊磁材料构成的圆环, 例如铬、钢

或钴。该圆环安装在铝质或其他非磁性材料圆柱体上,如图 7-9 所示。该电动机的定子与感应电动机定子相似。磁滞电机与感应电动机的起动相同。

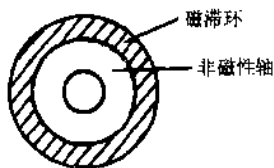


图 7-9

为了理解磁滞电动机的运行过程,在此分析转子中的磁滞和涡流损耗。可知在感应电动机中转子含有一定的等效电阻。该电阻上消耗的功率决定着电动机产生的电磁转矩,如第五章中所讨论的内容。因此磁滞电动机产生的电磁转矩包括两部分:一部分由涡流损耗产生的;另一部分由磁滞损耗产生。其中涡流损耗可表示为

$$P_e = K_e f_2^2 B^2 \quad (7.22)$$

其中,  $K_e$  为常数;  $f_2$  为涡流频率;  $B$  为磁通密度。

利用转差率  $s$ , 转子频率  $f_2$  与定子频率  $f_1$  的关系如下:

$$f_2 = s f_1 \quad (7.23)$$

则由式(7.22)和式(7.23)可得

$$P_e = K_e s^2 f_1^2 B^2 \quad (7.24)$$

与  $P_e$  有关的转矩  $T_e$  (见第 5 章)是

$$T_e = \frac{P_e}{s \omega_s} \quad (7.25)$$

所以由式(7.24)和式(7.25), 得到

$$T_e = K' s \quad (7.26)$$

其中  $K' = K_e f_1^2 B^2 / \omega_s$  = 常数。

其次, 对于磁滞损耗  $p_h$ , 存在

$$p_h = K_h f_2 B^{1.6} = K_h s f_1 B^{1.6} \quad (7.27)$$

相对应的转矩  $T_h$  为

$$T_h = K'' \quad (7.28)$$

其中  $K'' = K_h f_1 B^{1.6} / \omega_s$  = 常数。

注意式(7.26)表示的分量  $T_e$  正比于转差率, 并且随转子转速开始上升而下降。该值在同步速时最终为零。该转矩分量在电动机起动时发挥作用。式(7.28)中表示的第二个分量  $T_h$  在所有的转子转速时保持恒定; 并且当转子达到同步速时其为惟一转矩。

## 习 题 解 答

7.1 针对一台 230V、单相感应电动机, 图 7-1(a)所示的等效电路参数是  $R_1 = R_2 = 8\Omega$ ,  $X_1 = X_2 = 12\Omega$ ,  $X_m = 200\Omega$ 。转差率为 4% 时, 计算(a)输入电流; (b)输入功率; (c)产生的功率; (d)产生的转矩(额定电压时)。电动机转速是 1728rpm。

根据图 7-1(a),

$$Z_f = \frac{(j100) \left( \frac{4}{0.04} + j6 \right)}{j100 + \frac{4}{0.04} + j6} = 47 + j53 \Omega$$

$$Z_b = \frac{(j100) \left( \frac{4}{1.96} + j6 \right)}{j100 + \frac{4}{1.96} + j6} = 1.8 + j5.7 \Omega$$

$$Z_1 = R_1 + jX_1 = 8 + j12 \Omega$$

$$Z_{\text{total}} = 56.8 + j67.7 = 8 + j12 \Omega$$



(a) 输入电流  $= I_1 = \frac{230}{88.4} = 2.6 \text{ A}$

(b) 功率因数  $= \cos 50^\circ = 0.64$  滞后

输入功率  $= (230)(2.6)(0.64) = 382.7 \text{ W}$

(c) 与题 5.14(c) 中的求解方法相同, 存在:

$$\begin{aligned} P_d &= [I_1^2 \operatorname{Re}(Z_f)](1-s) + [I_1^2 \operatorname{Re}(Z_b)][1-(2-s)] \\ &= I_1^2 [\operatorname{Re}(Z_f) - \operatorname{Re}(Z_b)](1-s) = (2.6)^2 (47 - 1.8)(1 - 0.04) \\ &= 293.3 \text{ W} \end{aligned}$$

(d) 转矩  $= \frac{P_d}{\omega_m} = \frac{293.3}{2\pi(1728)/60} = 1.62 \text{ N}\cdot\text{m}$

7.2 为了简化数学计算, 忽略图 7-1(a)  $Z_b$  中的  $0.5X_m$ , 在低转差率时反向电路的转子电阻为  $0.25 R_2$ 。在这些近似条件下, 重复题 7.1 的计算且比较结果。

$$Z_f = 47 + j50 \Omega$$

$$Z_b = 2 + j6 \Omega$$

$$Z_1 = 8 + j12 \Omega$$

$$Z_{\text{total}} = 57 + j68 = 88.7 \angle 50^\circ \Omega$$

(a)  $I_1 = \frac{230}{88.7} = 2.6 \text{ A}$

(b)  $\cos \phi = 0.64$

输入功率  $= (230)(2.6)(0.64) = 382.7 \text{ W}$

(c)  $P_d = (2.6)^2 (47 - 2)(1 - 0.04) = 292.0 \text{ W}$

(d) 转矩  $= \frac{292.0}{2\pi(1728)/60} = 1.61 \text{ N}\cdot\text{m}$

7.3 针对一台单相、110V、60Hz、4 极感应电动机, 在图 7-1(a) 所示的等效电路中包括下述常数:  $R_1 = R_2 = 2\Omega$ ,  $X_1 = X_2 = 12\Omega$ ,  $X_m = 50\Omega$ 。铁心损耗是 25W, 摩擦和通风损耗是 10W。转差率是 10% 时, 计算 (a) 电动机输入电流; (b) 效率。

$$Z_f = \frac{(j25) \left( \frac{1}{0.1} + j1 \right)}{j25 + \frac{1}{0.1} + j1} = 8 + j4 \Omega$$

$$Z_b = \frac{(j25) \left( \frac{1}{1.9} + j1 \right)}{j25 + \frac{1}{1.9} + j1} = 0.48 + j0.96 \Omega$$

$$Z_1 = 2 + j2 \Omega$$

$$Z_{\text{total}} = 10.48 + j6.96 = 12.6 \angle 33.6^\circ \Omega$$

(a)  $I_1 = \frac{110}{12.6} = 8.73 \text{ A}$

(b) 产生的功率  $= (8.73)^2 (8 - 0.48)(1 - 0.10) = 516 \text{ W}$

输出功率  $= 516 - 25 - 10 = 481 \text{ W}$

输入功率  $= (110)(8.73)(\cos 33.6^\circ) = 800 \text{ W}$

效率  $= \frac{481}{800} = 60\%$

7.4 当题 7.3 中电动机在转差率为 10% 时运行, 合成正向旋转磁通与合成反向旋转磁通的相对幅值是多少?

图 7-1(a) 中的电压  $V_f$  和  $V_b$  分别正比于两个合成磁通的幅值。则

$$\frac{\phi_f}{\phi_b} = \frac{V_f}{V_b} = \frac{Z_f}{Z_b} = \frac{\sqrt{(8)^2 + (4)^2}}{\sqrt{(0.48)^2 + (0.96)^2}} = \frac{4}{0.48} = 8.33$$

7.5 对于题 7.1 的电动机, 当 (a) 电动机空载运行,  $s = 0$ ; (b) 转子堵转,  $s = 1$  时, 计算等效电路中的不同元件流过的电流。这两种情况均是在输入额定电压的条件下。

对于这两种情况, 电路如图 7-10 中所示。

(a)

$$Z_f = j100 \Omega$$

$$Z_b = \frac{(j100)(2 + j6)}{2 + j106} = 1.78 + j5.7 \Omega$$

$$Z_1 = 8 + j12 \Omega$$

$$Z_{\text{total}} = 9.78 + j117.7 = 118 \angle 85^\circ \Omega$$

$$I_1 = \frac{230 \angle 0^\circ}{118 \angle 85^\circ} = 1.95 \angle -85^\circ \text{ A}$$

$$V_b = I_1 Z_b = (1.95 \angle -85^\circ)(5.97 \angle 73^\circ) = 11.64 \angle -12^\circ \text{ V}$$

$$j100 \text{ 中的电流} = \frac{11.64 \angle -12^\circ}{100 \angle 90^\circ} = 0.1164 \angle -102^\circ \text{ A}$$

$$(2 + j6) \text{ 中的电流} = \frac{11.64 \angle -12^\circ}{6.32 \angle 72^\circ} = 1.84 \angle -84^\circ \text{ A}$$

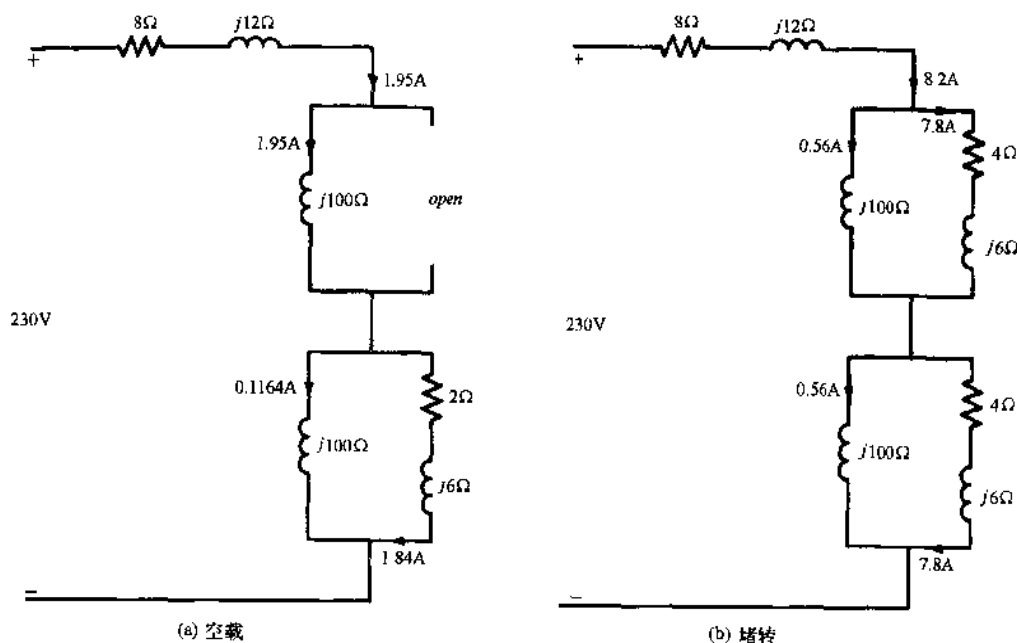


图 7-10

上述电流如图 7-10(a) 所示。

(b)

$$Z_f = Z_b = \frac{(j100)(4 + j6)}{4 + j106} = 3.5 + j5.8 \Omega$$

$$Z_1 = 8 + j12 \Omega$$

$$Z_{\text{total}} = 15 + j23.6 = 28 \angle 57^\circ \Omega$$

$$I_1 = \frac{230}{28} = 8.2 \text{ A}$$

$$V_f = V_b = I_1 Z_f = (8.2) \sqrt{(3.5)^2 + (5.8)^2} = 56 \text{ V}$$

$$j100 \text{ 中的电流} = \frac{56}{100} = 0.56 \text{ A}$$

$$(4 + j6) \text{ 中的电流} = \frac{56}{\sqrt{4^2 + 6^2}} = 7.8 \text{ A}$$

上述电流如图 7-10(b) 所示。

7.6 基于题 7.5 的计算过程,说明由空载和堵转试验如何近似确定单相感应电动机的等效电路参数。

题 7.5 表明在空载试验中由于流过  $0.5X_m$  (或  $j100$ ) 支路的电流远小于  $0.5(R_2' + jX_2')$  中的电流,则可将  $Z_0$  中的  $0.5X_m$  (或  $j100$ ) 忽略。所以空载时,满足

$$Z_0 = (R_1 - jX_1) + j0.5X_m + (0.25R_2' + j0.5X_2')$$

在堵转条件下,励磁电流也很小,  $X_m$  可忽略,得

$$Z_s = (R_1 + jX_1) + (R_2' + jX_2')$$

如题 7.7 中所示,假设  $X_1 = X_2'$ , 测量  $R_1$ , 就可确定  $X_1$ 、 $X_2'$ 、 $X_m$ 、 $R_2'$ 。

7.7 根据单相感应电动机的空载试验,得到以下数据:输入电压 110V;输入电流 3.7A;输入功率 49.5W;摩擦和通风损耗 7W。堵转试验结果是:输入电压 48V;输入电流 5.6A。假设  $X_1 = X_2'$ , 定子电阻是  $2.1 \Omega$ , 确定图 7-1(a) 双旋转磁场等效电路的参数。

根据空载试验[见题 7.6 的(1)],

$$Z_0 = 110/3.7 = 29.7 \Omega$$

$$I_0^2 (R_1 + 0.25R_2') = (3.7)^2 (2.1 + 0.25R_2') = 49.5 - 7 \approx 42.5 \text{ W}$$

由此得,  $R_2' = 4.0 \Omega$ 。根据堵转试验,  $Z_s = 48/5.6 = 8.56 \Omega$  和题 7.6 中的(1)得到

$$(8.56)^2 = (6.1)^2 + (2X_1)^2$$

由此得,  $X_1 = X_2' = 3 \Omega$ 。在此采用题 7.6(1)中的  $Z_0$ 、 $R_1$ 、 $R_2'$ 、 $X_1$  和  $X_2'$  的值,

$$(29.7)^2 = (2.1 + 1.0)^2 + (4.5 + 0.5X_m)^2 \text{ 或 } X_m = 50 \Omega$$

总之,  $R_1 = 2.1 \Omega$ ,  $R_2' = 4.0 \Omega$ ,  $X_1 = X_2' = 3.0 \Omega$ ,  $X_m = 50 \Omega$ 。

7.8 针对图 1-20(a)的磁路(第 1 章),存在  $l_g = 1\text{mm}$ ,  $l_m = H = 5\text{cm}$ , 铁心截面  $= 9\text{cm}^2$  (全部电路中)。磁铁是由铝镍钴合金 V 制成(见图 1-11)。计算气隙磁通密度。假设电路含铁部分的磁导率无穷大,忽略漏磁和边缘效应。

由图 1-11

$$\mu_r \mu_0 = \frac{1.23 - 1.125}{24 \times 10^3} = 4.375 \times 10^{-6} \text{ H/m}$$

反冲线相交于  $(-40 \times 10^3, 0.99)$ 。该线方程是

$$B = 1.165 + 4.375 \times 10^{-6} H \quad -40 \times 10^3 < H < 0$$

磁路的磁阻是

$$\begin{aligned} R = R_m + R_g &= \frac{5 \times 10^{-2}}{4.375 \times 10^{-6} \times 9 \times 10^{-4}} + \frac{1 \times 10^{-2}}{4\pi \times 10^{-7} \times 9 \times 10^{-4}} \\ &= 12.7 \times 10^6 + 0.884 \times 10^6 = 13.584 \times 10^6 \text{ H}^{-1} \end{aligned}$$

于是,相应的磁通是

$$\begin{aligned} \phi_r &= B_m A_m = 1.165 \times 9 \times 10^{-4} = 1.049 \times 10^{-3} \text{ Wb} \\ \phi_g &= \frac{R_m}{R_m + R_g} \phi_r = \frac{12.7 \times 10^6}{13.584 \times 10^6} \times 1.049 \times 10^{-3} = 0.981 \times 10^{-3} \text{ Wb} \end{aligned}$$

因此,磁通密度是

$$B_g = \frac{\phi_g}{A_g} = \frac{0.981 \times 10^{-3}}{9 \times 10^{-4}} = 1.09 \text{ T}$$

7.9 参考图 1-20(a)的磁路和题 7.8 中得出的数据,求取磁铁中的磁通密度  $B_m$  和磁场强度  $H_m$  之间的关系。由此定义负载线,并根据图形确定气隙磁通密度。

对于给定的磁路,存在

$$H_g l_g + H_m l_m = 0 \quad H_g = -\frac{l_m}{l_g} H_m$$

$$\phi = B_g A_g = B_m A_m \quad B_g = \frac{A_m}{A_g} B_m = \mu_0 H_g$$

于是

$$B_m = -\mu_0 \left( \frac{A_r}{A_m} \right) \left( \frac{l_m}{l_g} \right) H_m$$

$$= -10\mu_0 H_m = -12.56 \times 10^{-6} H_m$$

此为负载线方程。由去磁曲线, 得到  $B_g = 1.1 \text{ T}$ 。

- 7.10 在式(1.26)中已推导出关于磁铁体积的一种描述。在此通过整形“磁极”调整图 1-20 的电路, 将其气隙横截面减至  $6 \text{ cm}^2$ 。确定能够得到  $0.8 \text{ T}$  气隙磁通密度的最小磁铁体积。利用题 7.8 中得出的数据。

对于最小磁铁体积, 工作点位于最大能量积。由图 1-11, 该工作点在于  $B = 1.0 \text{ T}$  和  $H_m = -4500 \text{ A/m}$ 。在此

$$A_m = \frac{B_g A_r}{B_m} = \frac{0.8}{1.0} \times 6 = 4.8 \text{ cm}^2$$

$$l_m = -l_r \frac{H_g}{H_m} = -1 \times 10^{-3} \frac{B_g}{\mu_0 H_m} = -1 \times 10^{-3} \frac{0.8}{4\pi \times 10^{-7} (-45 \times 10^3)} = 1.415 \text{ cm}$$

$$\text{体积} = 1.415 \times 4.8 = 6.8 \text{ cm}^3$$

- 7.11 电动机中使用的永磁材料对于电动机特性具有深远影响。例如, 陶瓷(铁淦氧)磁铁使电动机工作于相对低的气隙磁通密度。但由于没有去磁作用, 电机可经受程度相对较高的电枢反应。按照下列步骤, 对陶瓷电动机和使用铝镍钴合金 VI 的电动机加以比较。

(a) 可知铝镍钴合金 VI 可运行于比陶瓷材料更高的磁导率。既然磁导率是外部磁路磁导, 主要是气隙长度的函数。那么若将铝镍钴合金 VI 电动机中有效的实际气隙长度比作陶瓷电动机中的气隙长度, 其含义是什么?

(b) 假设铝镍钴合金 VI 的磁导率( $B_d/H_d$ )是 50, 则陶瓷磁铁的磁导率是多少?

(c) 在磁通密度降到  $0.8B_r$  之前铝镍钴合金 VI 所能忍受的电枢反应(以磁场强度的形式)是多少? 铝镍钴合金 VI 的特性是  $B_r = 10.5 \text{ kG}$ ;  $H_c = 770 \text{ (Oe)}$ ;  $\mu_{\text{recl}} = 4.9$ ; 最大能量积  $G\text{-Oe} \times 10^6 = 3.8$ 。

(a) 气隙一般较短。陶瓷磁铁的去磁曲线如图 7-11 所示, 其中 OA 是运行线。该图也表明了固有磁场强度, 即被定义为在磁铁里某点的磁感应与在相同磁力作用下的真空中磁感应之间的增量差,  $\vec{B}_i = \vec{B} - \mu_0 \vec{H}$ 。

OA 偏离于 MB 的  $H_c$  表征电枢反应, 在 A 点, 存在

$$\text{磁导率} = \frac{3280}{700} = 4.7$$

(b) 比值  $\frac{B_d}{H_d} = 50$ , 或  $H_d = \frac{8000}{50} = 160 \text{ Oe}$ ;  $0.8B_r = 8000 \text{ gauss}$ 。

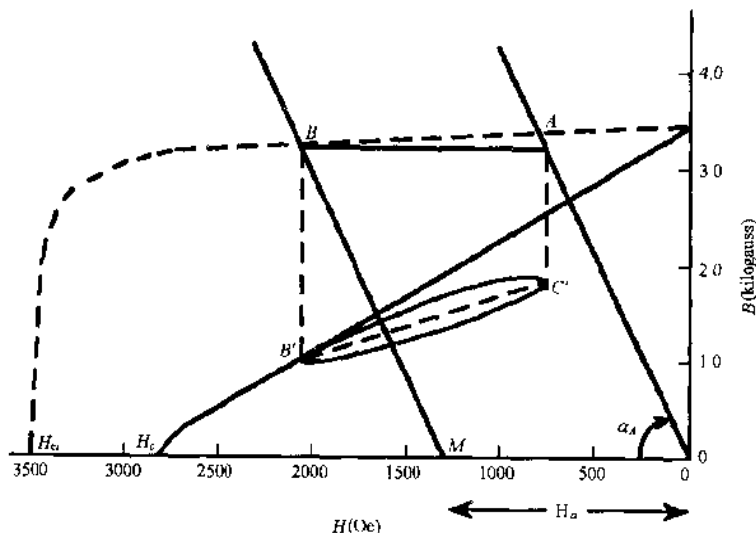


图 7-11

(c) 可允许的电枢反应 = 240 Oe

$$\frac{E_{\text{Alnico}}}{E_{\text{ferrite}}} = \frac{8000}{3280} = 2.4$$

电磁功率是

$$P_e \alpha E_a = 0.8 B_r \times OM \quad OM \approx \text{电枢反应磁动势}$$

于是, 对于铝镍钴合金 VI,  $P_e \alpha 8000 \times 240 = 1.92 \times 10^6$

对于铁淦氧,  $P_e \alpha 3250 \times 1350 = 4.388 \times 10^6$

$$\frac{(P_e)_{\text{ferrite}}}{(P_e)_{\text{Alnico}}} = \frac{4.388}{1.92} = 2.285$$

7.12 永磁直流电动机在气隙磁通密度为 0.6T 时产生最大转矩  $2\text{N}\cdot\text{m}$ 。电动机的轴向长度是 6cm, 内径是 10cm。计算所需的电枢电气负荷。

由式(7.11), 得到

$$2 \approx \pi(10 \times 10^{-2})^2 6 \times 10^{-2} \times 0.6 X$$

解得  $X = 1768 \text{ A/m}$

7.13 如果题 7.12 的电动机含有 2 极和 144 个有效导体, 计算电枢电流。而且如果在电动机产生最大转矩时电枢感应电压是 36V, 确定此时的转速(rpm)。

存在

$$\frac{ZI_a}{2a} = X\pi D \text{ 或者 } I_a = \frac{2\pi XaD}{Z}$$

根据题 7.11 中的数据, 得到

$$I_a = \frac{2\pi \times 1768 \times 2 \times 1}{144} = 15.43 \text{ A}$$

在此, 由  $T_e \omega_m = EI_a$  得到

$$\omega_m = \frac{2\pi n}{60} = \frac{EI_a}{T_e}$$

$$n = \frac{60EI_a}{2\pi T_e} = \frac{60 \times 36 \times 15.43}{2\pi \times 2} = 2652 \text{ rpm}$$

7.14 在三相、230V、Y 连接的永磁同步电动机中,  $d$  轴和  $q$  轴的电抗值相等, 均为每相  $1.1\Omega$ 。电枢电阻和铁心损耗可忽略。若电机运行于  $45^\circ$  功率角, 内部感应的相电压是 127V。计算电机产生的功率。

由式(7.20)(在假定的近似条件下), 得

$$P_d = 3 \left[ \frac{V_r E_o}{X_d} \sin \delta + \frac{V_r^2 (X_d - X_q)}{2X_d X_q} \sin 2\delta \right]$$

$$= 3 \times \frac{230}{\sqrt{3}} \times \frac{127}{1.1} \sin 45^\circ + 0 = 32.5 \text{ kW}$$

7.15 如果电枢电阻是  $0.2\Omega$ , 内部感应的电压是每相 100V, 重新求解题 7.14。

根据题 7.15,  $V = 230/\sqrt{3} \approx 132.8\text{V}$ , 得

$$I_q = \frac{132.8(0.2 \cos 45^\circ + 1.145^\circ) - 100 \times 0.2}{1.1 \times 1.1 + 0.2^2}$$

$$= 81.66 \text{ A}$$

由于  $x_d = x_q$ , 式(7.18)中的第二项是零。所以

$$P_d = 3I_q E_o = 3 \times 81.66 \times 100 = 24.5 \text{ kW}$$

## 补充习题

7.16 单相感应电动机包括一个由主要绕组产生的气隙磁场, 为

$$B(0, t) = B_m \cos 2\theta \sin 377t$$

其同步转速是多少(rpm)?

答案:1800rpm

- 7.17 230V、单相、6极、60Hz 感应电动机的等效电路参数是:  $R_1 = R_2 = 10 \Omega$ ,  $X_1 = X_2 = 10 \Omega$ ,  $X_m = 100 \Omega$ 。在转差率为 5% 时, 计算(a)电动机转速;(b)输入电流;(c)功率因数;(d)产生的转矩。

答案:(a)1140rpm;(b)3.68A;(c)0.5 滞后;(d)1.84N·m

- 7.18 题 7.17 的电动机在 230V、1.2A 空载运行时的输入功率为 31.4W。在 5% 转差率时电动机的近似效率是多少?

答案:44.2%

- 7.19 忽略  $Z_0$  中的  $0.5X_m$  [图 7-1(a)], 将反向电路的转子电阻设为  $0.25R_2'$ , 重新计算题 7.17。

答案:(a)1140rpm;(b)3.65A;(c)0.5 滞后;(d)1.77N·m

- 7.20 110V、单相、4极、60Hz 感应电动机具有以下电路常数:  $R_1 = R_2 = 1.6 \Omega$ ,  $X_1 = X_2 = 1.8 \Omega$ ,  $X_m = 60 \Omega$ ; 铁心损耗是 16W; 摩擦和通风损耗是 12W。利用(a)准确等效电路和(b)近似等效电路(如题 7.19 所述)确定在 0.04 转差率时的电动机效率。

答案:(a) 0.69;(b)0.68

- 7.21 单相感应电动机的定子电阻是  $2.5 \Omega$ , 其漏电抗是  $2.0 \Omega$ 。空载时, 电机在 96V 和 0.25 滞后功率因数时得到 4A 电流。空载摩擦和通风损耗可忽略。在堵转条件下, 在 6A 和 42V 时的输入功率是 130W。求取等效电路参数。

答案:  $R_1 = 2.5 \Omega$ ;  $R_2 = 3.5 \Omega$ ;  $X_1 = 2 \Omega$ ;  $X_2 = 1.6 \Omega$ ;  $X_m = 50 \Omega$

- 7.22 图 3-17(a)的磁阻电动机由如下电压源激励:

$$v = V_m \cos \omega t$$

表明电动机产生的时变转矩如下式:

$$T_{\text{平均}} = \frac{V_m^2}{4\omega} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta$$

其中  $X_d$  和  $X_q$  分别是  $d$  轴和  $q$  轴电抗;  $\delta$  是功率角。

- 7.23 当永磁直流电动机在 110V 空载运行于 3300rpm 时, 产生可忽略的电流。电枢电路电阻是  $1.1 \Omega$ 。如果产生的电磁转矩是  $1.0 \text{ N}\cdot\text{m}$ , 计算电动机在 55V 时的转速。

答案:1546rpm

- 7.24 一台永磁托盘式直流发电机如图 7-12 所示。该盘外径是  $r_1$ , 内径是  $r_2$ 。如果它在均匀磁场  $B$  中以转速  $\omega_m$  旋转, 推导托盘中感应的电压的描述形式。

答案:  $\frac{1}{2} B \omega_m (r_1^2 - r_2^2)$

- 7.25 如果图 7-12 的托盘流入电流  $I$ , 电机产生的转矩是多少?

答案:  $\frac{1}{2} B I (r_1^2 - r_2^2)$

- 7.26 图 7-12 的托盘尺寸如下:  $r_1 = 80 \text{ mm}$ ,  $r_2 = 10 \text{ mm}$ ;  $b = 5 \text{ mm}$ 。托盘材料的传导率是  $5.7 \text{ MS/m}$ 。如果在磁通为  $45 \text{ mWb}$  的均匀分布磁场中电流为  $3150 \text{ A}$  时托盘以  $6000 \text{ rpm}$  旋转。计算(a)感应电压;(b)电磁转矩;(c)端电压;(d)电功率损耗;(e)输出功率。

答案:(a) 4.5V; (b) 22.56N·m; (c) 4.463V; (d) 115W; (e) 14kW

- 7.27 将一台永磁三相、Y 连接同步电动机看作为一台同步电抗为  $0.9 \Omega/\text{相}$  的整圆转子电机。当作为发电机运行时, 空载端电压是 60V。若作为电动机运行且供电电压是 60V 时电机产生 3kW 功率, 计算功率角。

答案:  $43.8^\circ$

- 7.28 题 7.27 电动机产生的最大功率是多少?

答案: 4.33kW

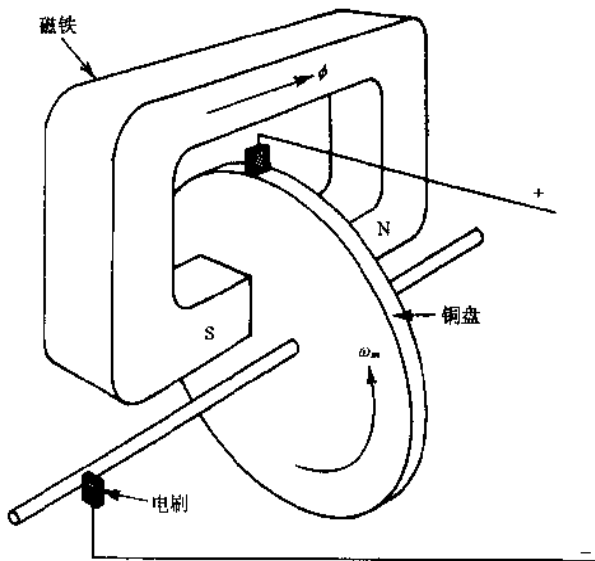


图 7-12

### 8.1 概述

电机控制系统的目的在于控制以下一个或多个参数:轴转速、轴角位置、轴加速度、轴转矩和机械输出功率。既然正是电机的这些输出机械参数受到输入电气参数的控制,单台电机的特性,即在输入电气量和输出机械量之间所遵循的特殊关系,在电气控制的设计和分析中就显得非常重要。图8-1是电气电机控制的基本框图。该图对包括负载和功率源在内的整个电动机系统进行举例说明。由于许多电动机控制方案是“开环”,则采用长划线表示反馈环。本章的基本核心将是“控制器”所标记的方框。

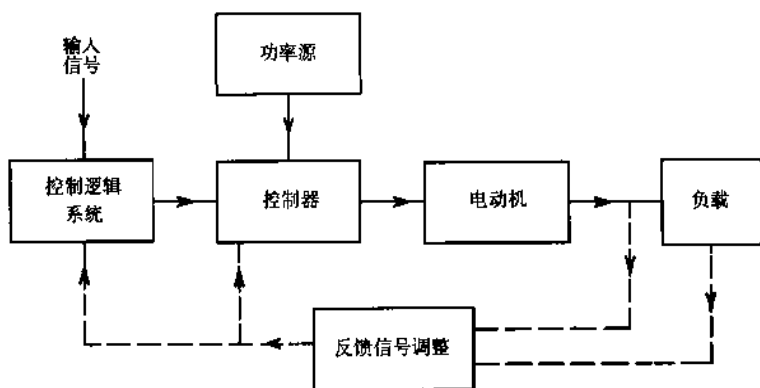


图 8-1

电动机控制的大多数方法都包括切换运行,即需要通过切换实现开环或闭环控制以达到期望的目标。由机械切换(如接触器)或是固态电气开关(如晶体管和晶闸管)实现转换开关的开或关,以调节电源。由于电动机和电力系统的功率电平和普通电子电路(如放大器、振荡器等)中的电平非常相似,则与电机和电力系统有关的电子电路研究被称为功率电子学。所以功率电子学的研究范围包括电动机和电力系统中的固态开关在功率控制和调制方面的应用。

大量的固态部件和系统用于控制电动机。在分析和应用方面,电机中的固态控制在近几年内取得的变化最具有戏剧性,而且对于将来电机特性的提高具有较大影响。

本章讨论了功率电子学中所使用的固态元件。该讨论将从电路的观点展开。然后,由于固态切换元件的输出波形都是非正弦的,需要对波形分析加以回顾。随后讨论了几种直流和交流电动机控制方案,包括晶闸管换向(或关断)技术的特征性问题。

### 8.2 功率固态元件

许多种固态元件均适合于功率电子学应用。在大多数情况下最大额定值,如电压、电流和元件的响应时间均是已知的。然而,在一个元件中很少同时得到这些数值。实际上主要是根据其电压或电流额定值选择元件。在此列出的元件均是  $pn$  结元件。其中,硅整流器中含有两层;功率晶体管中有三层;晶闸管中有四层。在此详细分析这些元件。[注意:在元件的符号描述中  $A$  表示阳极; $G$  表示门极; $K$  表示阴极; $B$  表示基极; $C$  表示集电极; $E$  表示发射极。]

#### 硅整流器

硅整流器是能够运行于高节点温度的大功率二极管。硅整流器的基本参数是反复峰值反电压(PRV)或阻塞电压、平均正向电流和最大运行节点温度( $\leq 125^{\circ}\text{C}$ )。一个典型硅整流器的终端  $iv$  特性如图8-2所示。该图也可表示理想二极管的切换特性。在其额定值内,所有电流

级别的硅整流器正向压降约为1V。

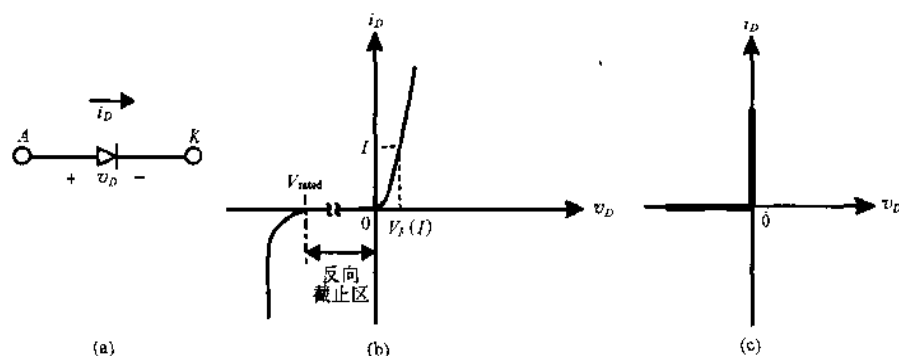


图 8-2

功率电子学中硅整流器的两个主要应用包括作为电动机控制器中的续流二极管(为电流提供旁路)使用;通常可作为整流器使用。

#### 可控硅整流器或晶闸管

可控硅整流器(或SCR)也被称为晶闸管,是一种四层  $p-n-p-n$  的半导体开关。与只有两端——阳极和阴极——的二极管不同,晶闸管包含三端——阳极、阴极和门极。晶闸管的反向特性与刚才讨论的硅整流器特性相似。但是晶闸管的正向导电性由门极实施控制。通常,除非向门极提供一个触发信号以“打开”晶闸管,晶闸管正向就不会导通。然而,晶闸管的完全导通并非瞬时实现。定义接通时间  $t_{on}$  是阳极电流达到其稳态值的 90% 的时间。一旦晶闸管开始导通,就连续导通,直至借助外部方法实现关断。晶闸管的关断被称为换向。图 8-3(a) 中的表述是晶闸管的符号描述,其  $i_v$  特性如图 8-3(b) 和 (c) 所示。晶闸管的最大额定值在 5000V 和 3000A 的范围内。

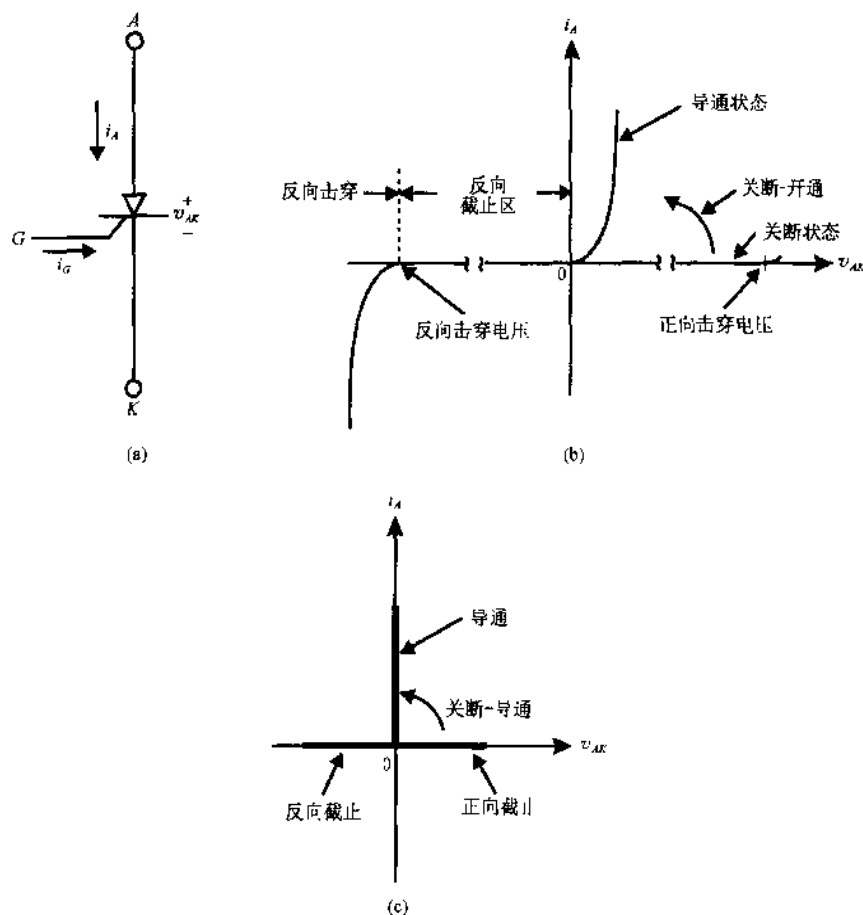


图 8-3



### 三端双向可控硅开关元件

通常被称为双向开关的三端双向可控硅元件近似等效为装配在单个半导体芯片上的一对背靠背或反并联晶闸管。它可在两个方向上产生触发导通。即三端双向可控硅元件是一种准双向元件。三端双向可控硅元件的应用包括光线调节、加热器控制和交流电动机转速控制。注意三端双向可控硅元件是一种只带有一个门极的三端元件。与反并联位置连接的两个独立晶闸管的时间响应相比,该门极对元件的时间响应有影响。三端双向可控硅元件与晶闸管有相同数量级的关断时间。这意味着在向三端双向可控硅元件提供反向电压之前,必须已知与关断时间近似相等的时间周期。然而,在反并联对中当一个晶闸管中的正向电流消失之后需要立即提供反向电压。目前三端双向可控硅元件不适用于与晶闸管同样高的电压和电流额定值,而是适用于额定功率相对较低的电动机控制。

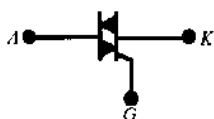


图 8-4

三端双向可控硅元件的符号描述如图 8-4 所示。时间响应为  $1\mu\text{s}$  时的额定值范围是  $1000\text{V}$  和  $2000\text{A}$ 。

### 多种晶闸管

除三端双向可控硅元件之外,其他形式的晶闸管包括以下几种:

1. 门极可关断晶闸管(GTO):该晶闸管在高温下可关断,所以不需要标准的换向电路。这种晶闸管具有高阻塞电压额定值,能够忍受大电流。
2. 门极辅助晶闸管(GAT):这种晶闸管需要大功率触发。其关断时间短,尤其适用于串联逆变器。
3. 光触发晶闸管(LAT 或 LASCR):这种晶闸管由光子或光导通。此类晶闸管适用于高电压直流传输。

上述各种晶闸管的符号描述如图 8-5 所示。当额定电流约为  $200\text{A}$  且响应时间是  $0.2\sim 2.0/\mu\text{s}$  时,这些晶闸管的额定电压在  $400\sim 1000\text{V}$  的范围内。

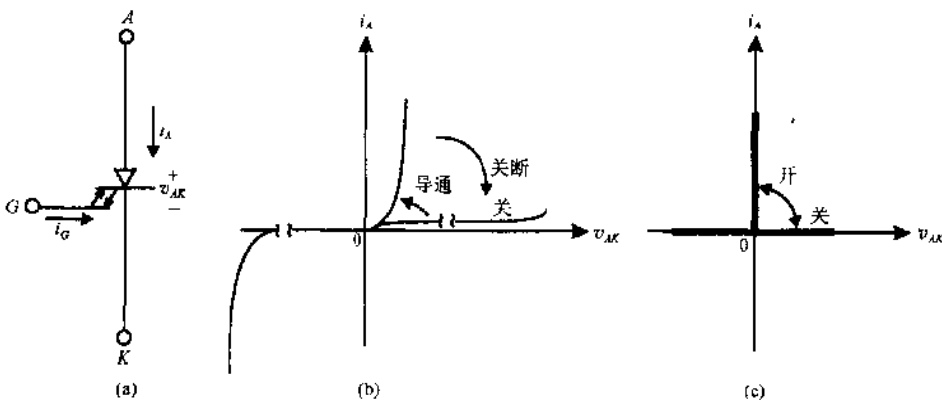


图 8-5

当晶闸管导通时,其  $i-v$  特性与图 8-5(b)和(c)中所示曲线相似。

### 功率晶体管

在电动机控制电路中,功率晶体管几乎总是运行于开关模式。晶体管进入饱和状态后,线性增益特性就没有意义了。由于在共发射极连接方式下具有高功率增益,因此这种结构最为常见。对于典型的功率晶体管,集电极-发射极饱和电压  $V_{CE(SAT)}$  是  $0.2\sim 0.8\text{V}$ 。与晶闸管导通状态下的阳极-阴极电压降相比,此范围相当低。因此功率晶体管中的平均功耗比具有相同额定功率晶闸管的平均功耗小。功率晶体管的切换次数一般也比晶闸管快,而且与晶闸管的关断和换向有关的问题在晶体管中几乎都不存在。但是功率晶体管比具有相同功率能力的晶闸管昂贵。此外,所用功率晶体管的电压和电流额定值比现有的晶闸管低许多。根据前述内容已知在单个元件中通常无法同时得到功率半导体器件的最大额定值。功率晶体管尤其如此。额定电压是  $1000\text{V}$  或以上的元件具有  $10\text{A}$  或更小的额定电流限定值。同样,具有较大额

定电流 50A 及以上的元件,电压额定值是 200V 或更小。对于在 200V 或以上电压等级需要很大额定电流的电机控制场合,通常采用具有较低电流额定值的并联晶体管。这就需要保证并联元件中的集电极电流等分和基极电流的准确同步。下面是某些通用的功率晶体管。

#### 双极性结型晶体管(BJT)

双极性结型晶体管(BJT)的符号和  $i$ - $v$  特性如图 8-6 所示。它需要足够大的基极电流,即

$$I > \frac{I_c}{h_{FE}} \quad (8.1)$$

其中  $h_{FE}$  (约为 5 至 10) 是 BJT 完全导通所需的直流增益;  $I_c$  是集电极电流。在这种情况下,电压  $V_{CE}$  约为 1 至 2V。BJT 是电流控制元件。它在导通状态运行时需要连续的基极电流。BJT 的额定值约为 1400V 和 200A。

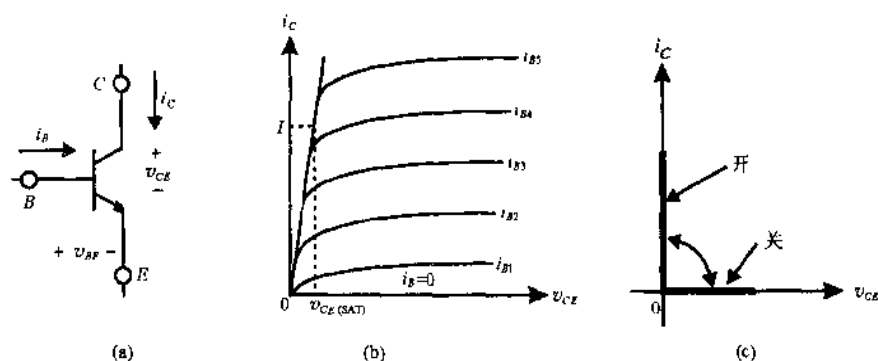


图 8-6

#### 功率达林顿管

这种设计通常是指安装在单个芯片上的著名达林顿连接的晶体管对。当然即使两个分立晶体管的封装较大、较复杂且较昂贵,但利用它们能得到相同的特性。达林顿元件的主要优点在于其较高的电流增益。前面讨论的晶体管运行参数和故障类型同样适用于达林顿。

达林顿放大器可用于直流换向器电动机控制中的斩波器和交流电动机控制中的逆变器,通常适合于低功率应用场合。近年来已生产了额定值高达 200A 和 100V 或是 100A 和 450V 的较大容量元件,并且已在起重机和工业电机车的牵引电动机控制中得以应用。在这些大电流等级中,电流增益已高达 1600A。

两种达林顿结构如图 8-7 所示。

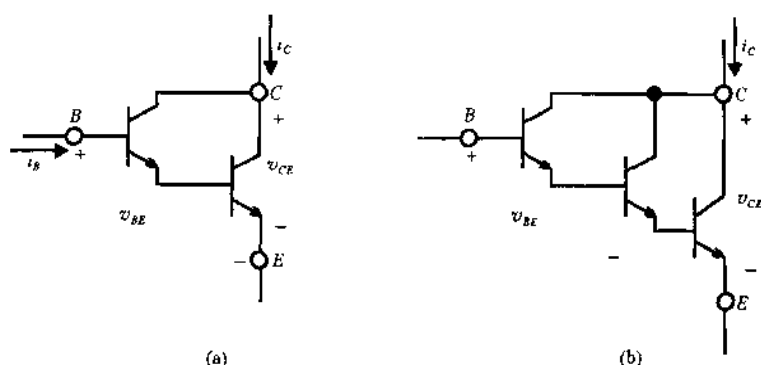


图 8-7

#### 金属氧化物半导体场效应晶体管(MOSFET)

MOSFET 的符号及其特性如图 8-8 所示。在足够大和连续的门极电源电压作用下, MOSFET 导通。MOSFET 额定值可超过 1000V 和 100A。但是,在电压相似时即可达到很大的电流额定值。

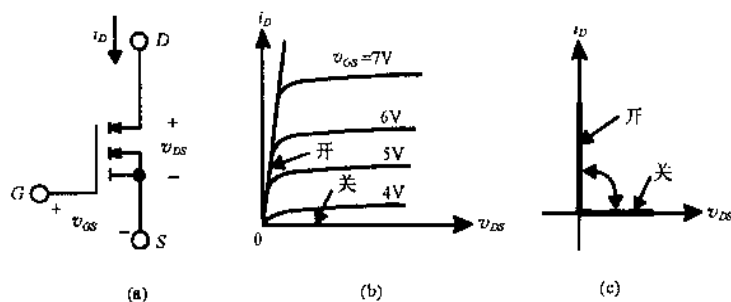


图 8-8

### 绝缘栅双极性晶体管(IGBT)

IGBT 的符号及其特性如图 8-9 所示。IGBT 具有 MOSFET、BJT 和 GTO 相结合的某些优点。但 MOSFET 具有更高的开关速度。IGBT 的额定值高达 1200V 和 100A。

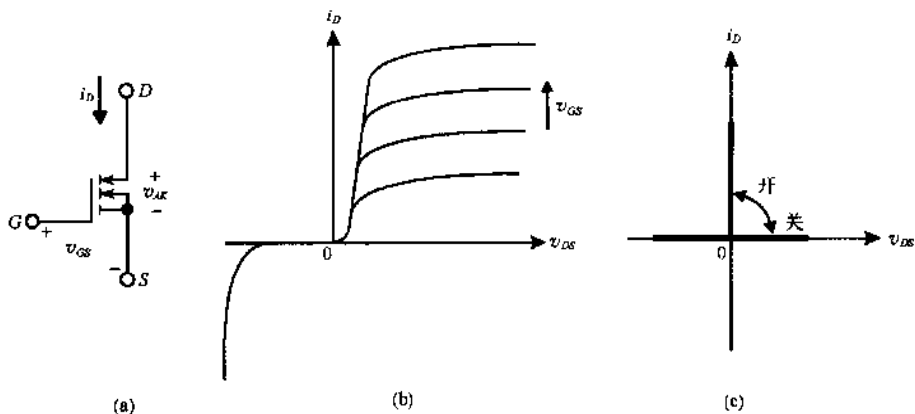


图 8-9

### 8.3 波形的有效值和平均值

在电动机控制、电力系统保护和高压直流传输中,电子控制系统特性的相关电压和电流是非正弦的,且经常是非连续的。此外,这些波形按工作电平的函数变化。

在电子控制系统中,为了计算电动机功率和转矩、了解导线和其他元件的发热情况、确定部件及使用仪器的尺寸,就需要计算电压和电流的平均值和有效值。为了完成这些计算,非常有必要对平均值和有效值的定义加以回顾。它们分别定义为

$$A_{avg} = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} a \, dt \quad (8.2)$$

$$A_{rms} \equiv A = \left( \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} a^2 \, dt \right)^{1/2} \quad (8.3)$$

其中  $a$  表示参数的瞬时值;  $T_0$  是估算平均(有效)值的周期。在涉及功率半导体器件的电机控制电路中,  $T_0$  通常是指“导通时间”。参考上述内容,信号的基频可定义为

$$f_p = \frac{1}{T_p} \quad (8.4)$$

其中  $T_p$  是整个周期的长度。

### 8.4 直流电动机控制

利用 SCR 调节电动机电枢和/或励磁电路的输入电压,实现直流电动机控制。在交流电源、直流电源和斩波器中采用了相控整流器。但在讨论这些电路之前,需要对一些包含二极管

或SCR的无源RL电路加以分析。

### 1. 带有RL负载的半波整流器

图8-10(a)中表示了带有RL负载的半波整流器。可知(见题8.23)在供电电压  $v =$

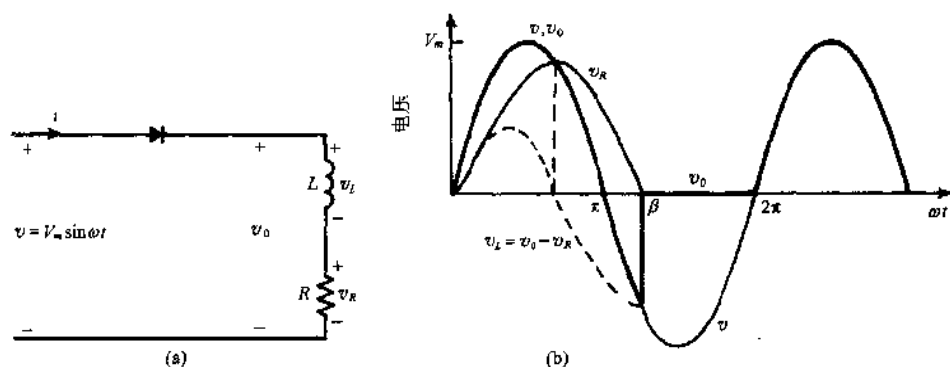


图8-10

$V_m \sin \omega t$  的一个周期内的电流为

$$i = \begin{cases} \frac{V_m}{Z} [\sin(\omega t - \phi) + e^{-(R/L)t} \sin \phi] & 0 < \omega t < \beta \\ 0 & \beta < \omega t < 2\pi \end{cases} \quad (8.5)$$

其中

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad \tan \phi = \frac{\omega L}{R}$$

关断时间(二极管停止导通的时间)是  $\beta/\omega$ ; 并且根据在关断时间内  $i$  是连续的, 可确定  $\beta$ 。于是

$$\sin(\beta - \phi) + e^{-\beta \cos \phi} \sin \phi = 0 \quad (8.6)$$

此为  $\beta$  的超越方程。在周期  $2\pi/\omega$  内的  $i(t)$  平均值是(见题8.2)

$$I_{avg} = \frac{V_m}{2\pi R} (1 - \cos \beta) \quad (8.7)$$

由于电感的平均电压是零, 负载两端的平均电压是

$$V_{avg} = V_{Ravg} = RI_{avg} = \frac{V_m}{2\pi} (1 - \cos \beta) \quad (8.8)$$

四种电压波形如图8-10(b)所示。

### 2. 带有直流电动机负载的半波整流器

电路如图8-11(a)所示。其中  $R$  和  $L$  分别是电枢电路的电阻和电抗;  $e'$  是电动机反电势, 假设其恒定。由电路分析可得到以下的电流描述:

$$i = \begin{cases} 0 & 0 < \omega t < \alpha \\ \frac{V_m}{Z} [\sin(\omega t - \phi) + B e^{-(R/L)t}] - \frac{e'}{R} & \alpha < \omega t < \beta \\ 0 & \beta < \omega t < 2\pi \end{cases} \quad (8.9)$$

其中

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad \tan \phi = \frac{\omega L}{R}$$

$$B = \left[ \frac{e'}{V_m \cos \phi} - \sin(\alpha - \phi) \right] e^{\alpha R / \omega L} \quad (8.10)$$

使得  $\omega t = \alpha$  时  $i$  是连续的。由式(8.9)可知  $\omega t = \alpha$  时二极管开始导通。根据  $v = e' + 0$  定义触发角  $\alpha$ 。即

$$\sin \alpha = \frac{e'}{V_m} \quad (8.11)$$

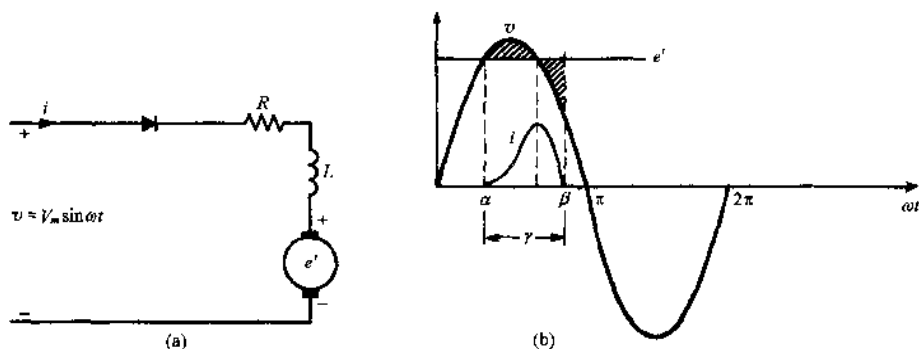


图 8-11

如图 8-11(b)所示,当  $v$  略小于  $e'$  时二极管并不关断。而是当  $\omega t = \beta$  时,在电流上升期间电感中储存的能量全部释放完后,二极管就停止导通。根据在  $\omega t = \beta$  点(8.9)的连续性可确定关断角  $\beta$ ,即

$$\sin(\beta - \phi) + Be^{-\beta \tan \phi} = \frac{\sin \alpha}{\cos \phi} \quad (8.12)$$

此为  $\beta$  的超越方程,其中由式(8.10)得到  $B$ 。在供电电压的一个周期内电流的平均值是

$$I_{\text{avg}} = \frac{1}{R} V_{R \text{ avg}} = \frac{V_m}{2\pi R} (\cos \alpha - \cos \beta - \gamma \sin \alpha) \quad (8.13)$$

其中  $\gamma = \beta - \alpha$  是导通角。图 8-10(b)表示了各波形。

#### SCR 控制直流电动机

在上面的例子中,直流电动机负载不受半波整流器控制,反电势保持恒定。这意味着二极管的循环触发和关断不会影响电动机转速。如图 8-12(a)所示,采用晶闸管代替二极管进行控制。图 8-12(b)中表示出了相应的波形。电动机转矩(或转速)随着  $\alpha$  的变化而变化。很明确,对于电枢,

$$v_m = Ri + L \frac{di}{dt} + e \quad (8.14)$$

在导通周期  $\alpha/\omega < t < \beta/\omega$  内积分。并且在此周期内  $v_m$  与线电压  $v$  一致。其结果为

$$V_m' = \frac{V_m (\cos \alpha - \cos \beta)}{\gamma} = RI' + E' \quad (8.15)$$

其中一撇表示导通周期内的平均值。在线电压的整个周期内,平均电枢电流是

$$I_{\text{avg}} = \frac{\gamma}{2\pi} I' \quad (8.16)$$

平均转矩是

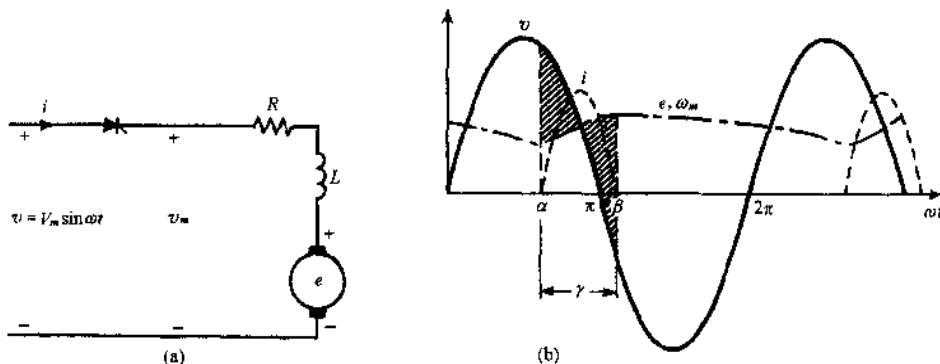


图 8-12

$$T_{\text{avg}} = kI_{\text{avg}} = \frac{k\gamma}{2\pi} I' \quad (8.17)$$

等式(8.15)、(8.16)和(8.17)决定着晶闸管控制的直流电动机的稳态性能。

#### 斩波器控制直流电动机

图8-13表示了电动机-斩波器简化电路及其相应的电压和电流波形。已知当晶闸管关断时供电电压  $v_m$  由  $V_t$  降到零。但是电枢电流  $i$  连续流过续流二极管支路,直至  $L$  中储存的能量全部消耗在  $R$  上。则  $v_m$  等于电动机的反电势并保持其大小,直到晶闸管导通,该值又重新等于  $V_t$ 。

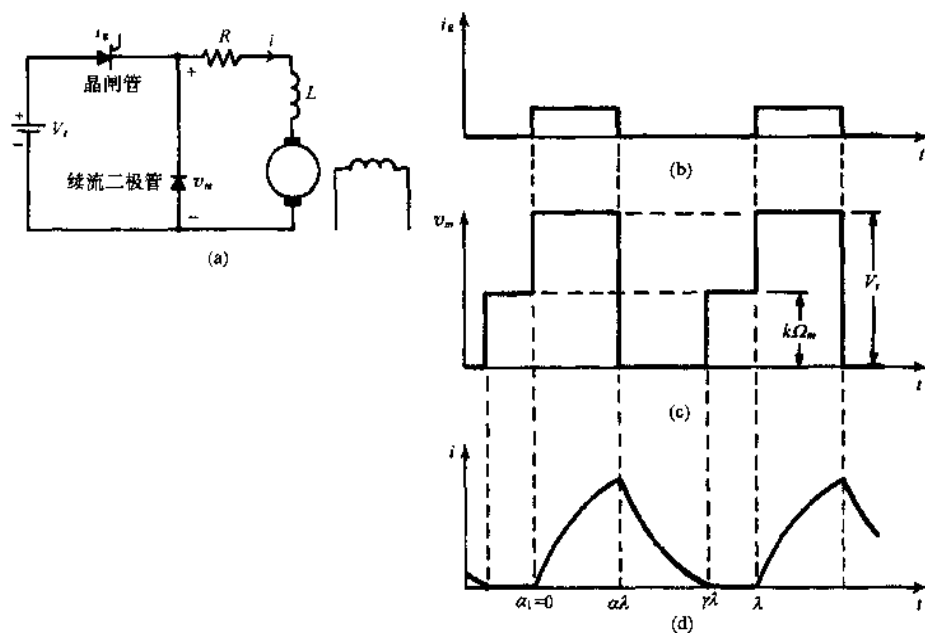


图 8-13

如果转速脉动很小,那么电动机的反电势可近似等于其平均值  $k\Omega_m$ ,即

$$L \frac{di}{dt} + Ri + k\Omega_m = v_m = \begin{cases} V_t & 0 < t < \alpha\lambda \\ 0 & \alpha\lambda < t < \gamma\lambda \\ k\Omega_m & \gamma\lambda < t < \lambda \end{cases} \quad (8.18)$$

此为系统的电气方程。在此,  $\lambda$  是晶闸管信号周期;  $\alpha$  是晶闸管导通周期的分数(占空系数);  $\gamma$  是电枢电流周期的分数。

在初始条件  $i(0)=0$  下,等式(8.18)满足

$$i = \begin{cases} \frac{V_t - k\Omega_m}{R} (1 - e^{-t/\tau}) & 0 < t < \alpha\lambda \\ \frac{k\Omega_m}{R} [e^{(\gamma\lambda - t)/\tau} - 1] & \alpha\lambda < t < \gamma\lambda \\ 0 & \gamma\lambda < t < \lambda \end{cases} \quad (8.19)$$

其中  $\tau \equiv L/R$  是电枢时间常数。根据式(8.19)在  $t = \alpha\lambda$  的连续性,得到  $\lambda$  的等式

$$\gamma = \frac{\tau}{\lambda} \ln \left( 1 + \frac{e^{\alpha\lambda/\tau} - 1}{\Omega^*} \right) \quad (8.20)$$

其中  $\Omega^* \equiv k\Omega_m/V_t$  是电动机的标称(无量纲)平均转速。很明显,如果  $\alpha$  足够大且  $\Omega^*$  足够小,由式(8.20)可得  $\gamma > 1$ ,这是不可能的。于是,必须对电机的两种运转模式加以区分。

模式 I: 由所有的  $(\alpha, \Omega^*)$  组合定义,满足

$$1 > \frac{\tau}{\lambda} \ln \left( 1 + \frac{e^{\alpha\lambda/\tau} - 1}{\Omega^*} \right)$$

在此模式中,由式(8.20)得到  $\gamma$ ; 式(8.19)所示的电枢电流在基本周期的  $1 - \gamma$  范围内趋于零。

模式 II: 由所有的  $(\alpha, \Omega^*)$  组合定义, 满足

$$1 \leq \frac{\tau}{\lambda} \ln \left( 1 + \frac{e^{\alpha/\tau} - 1}{\Omega^*} \right)$$

如果保持相等,  $\gamma = 1$  时式(8.19)有效。即只有在周期点上电枢电流等于零。如果保持不相等, 式(8.19)不再有效。为了获得确实可靠的解法, 必须改变微分方程式(8.18)和边界性条件, 对其仍然是  $\gamma = 1$ 。

现在推导电动机的平均转矩平均转速特性。在晶闸管的一个周期内, 由式(8.18)的积分得到

$$RI_{avg} + k \Omega_m = \alpha V_t + k \Omega_m (1 - \gamma)$$

另一方面, 电动机的转矩方程是

$$J \dot{\omega}_m + b \omega_m + t_0 = k i \quad (8.21)$$

其中  $t_0$  是负载转矩,  $b$  是旋转摩擦系数,  $J$  是转动惯量。积分得到

$$b \Omega_m + T_{0avg} = k I_{avg} \quad (8.22)$$

在式(8.21)和式(8.22)之间化简  $I_{avg}$ , 得到标称(无量纲)平均转矩  $T^* \equiv T_{0avg}/(kV_t/R)$  和  $\Omega^* \equiv k \Omega_m/V_t$  之间所期望的关系:

$$T^* = \alpha - \left( \frac{bR}{k^2} + \gamma \right) \Omega^*$$

即

$$T^* = \begin{cases} \alpha - \left[ \frac{bR}{k^2} + \frac{\tau}{\lambda} \ln \left( 1 + \frac{e^{\alpha/\tau} - 1}{\Omega^*} \right) \right] \Omega^* & \text{模式 I} \\ \alpha - \left( \frac{bR}{k^2} + 1 \right) \Omega^* & \text{模式 II} \end{cases} \quad (8.23)$$

图 8-14 表明了对于几种  $\alpha$  值的转矩-转速曲线形式。注意在与模式 II 相对应的区域内曲线的线性度。该区域与模式 I 区域之间采用长划线隔离。

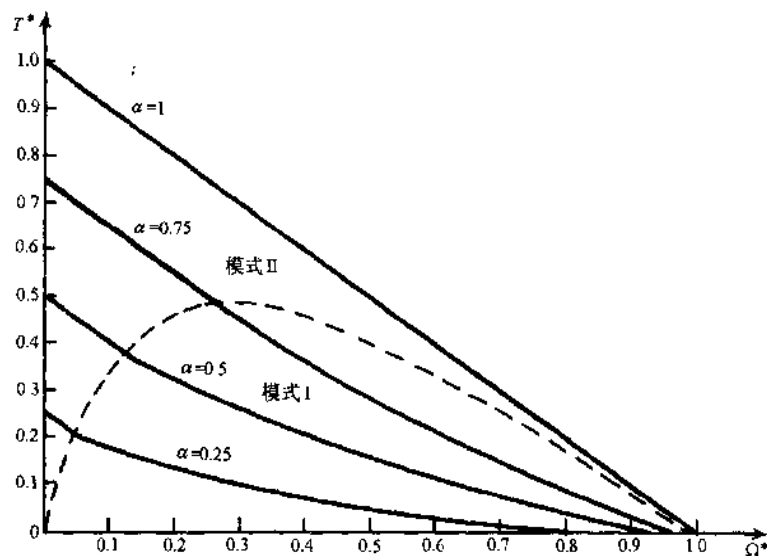


图 8-14

### 8.5 交流电动机的控制

大多数交流电动机的转速均可通过逆变器或双向离子变频器实现控制。有时采用 TRIAC 控制小型、单相交流电动机, 主要是调节电动机输入电压的相位。

### 逆变器

一台逆变器可将直流转换为具有期望电压和频率的交流。输出电压是非正弦的。谐波可能会对电动机性能产生不利影响。但已有一些方法可用于减少谐波。

一台简化的单相、半桥逆变器如图 8-15(a) 所示。很清楚, 由于  $\omega T = 2\pi$ , 输出频率  $\omega$  将取决于门周期  $T$ 。电路方程是

$$L \frac{di}{dt} + Ri = v = \begin{cases} V/2 & 0 < t < T/2 \\ -V/2 & T/2 < t < T \end{cases} \quad (8.24)$$

采用傅里叶级数表示  $v$ :

$$v = \frac{2V}{\pi} \sum_{n \text{ odd}} \frac{1}{n} \sin n\omega t \quad (8.25)$$

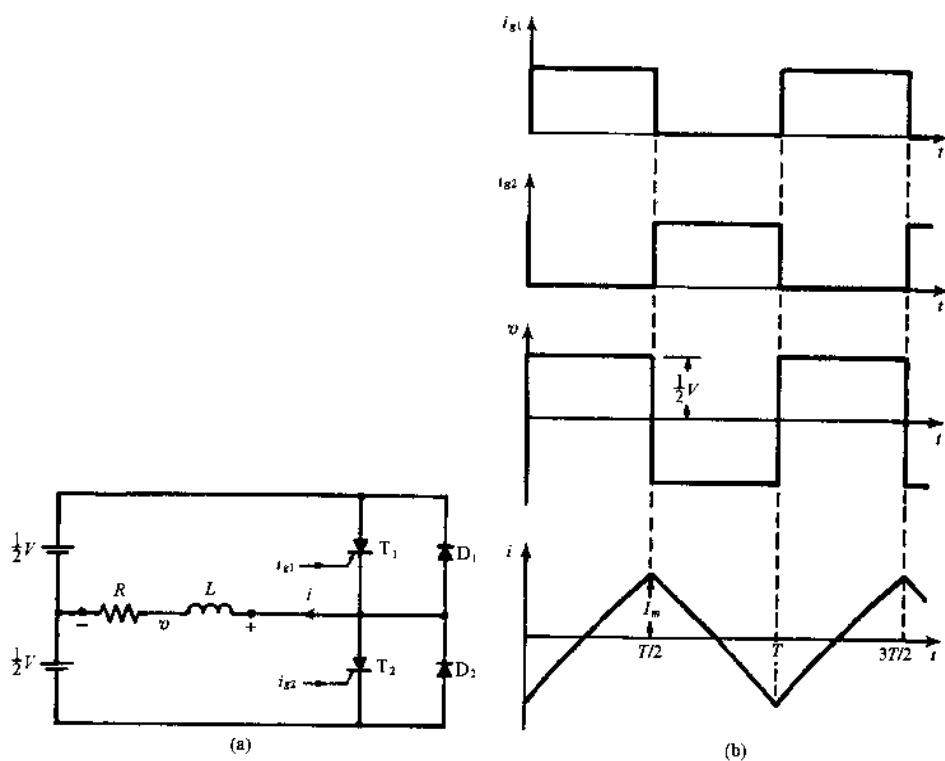


图 8-15

叠加求解式(8.24), 得到稳态电流

$$i = \frac{2V}{\pi} \sum_{n \text{ odd}} \frac{1}{nZ_n} \sin(n\omega t - \phi_n) \quad (8.26)$$

其中

$$Z_n = \sqrt{R^2 + (n\omega L)^2} \quad \tan \phi_n = \frac{n\omega L}{R}$$

在换向时刻 ( $t = 0, T/2, T, 3T/2, 2T, \dots$ ),

$$i = \mp I_m \equiv \mp \frac{2V}{\pi\omega L} \sum_{n \text{ odd}} \frac{1}{n^2 + (R/\omega L)^2} = \mp \frac{V}{2R} \tanh \frac{R\pi}{2\omega L} \quad (8.27)$$

当式(8.27)中取正号时, 需要强行换向(8.6节); 取负号时, 就无需换向。

通过改变频率实现交流电动机转速控制的两种方案的原理框图如图 8-16 所示。其中为了保证必要的恒定压频比, 使用与逆变器相连的机构, 如被控整流器或斩波器。由这种变频电源(恒  $V/f$ )供电的感应电动机的典型转矩-转速特性如图 8-17 所示。

### 双向离子变频器

双向离子变频器是一种可应用于由交流功率电源供电的变速电动机的控制装置。这是一



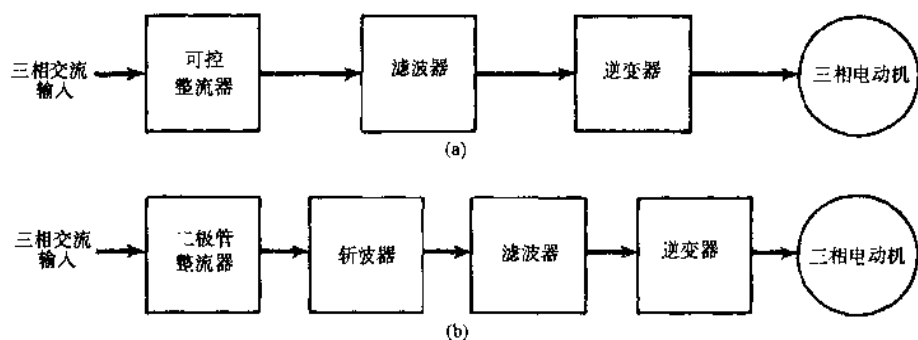


图 8-16

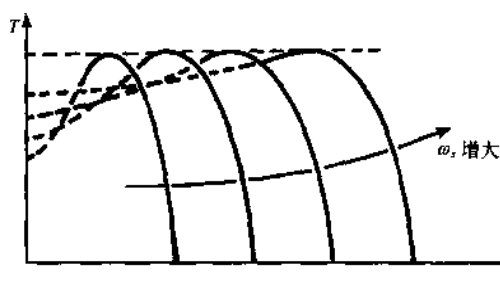


图 8-17

种将定压(峰值)定频的电源转换为变压变频输出的方法。电源频率必须至少是最大输出频率的三到四倍。一台单相、桥式双向离子变频器如图 8-18(a)所示。各种波形如图 8-18(b)所示,同时也表示了晶闸管的触发顺序。在图 8-18(b)中,  $\alpha_p$  表示换流器正组的最小延迟时间;  $\alpha_n$  表示反组的最大延迟时间。延迟的变化控制输出电压,决定着线电压的多少个半周组成负载电压基波的一个半周。

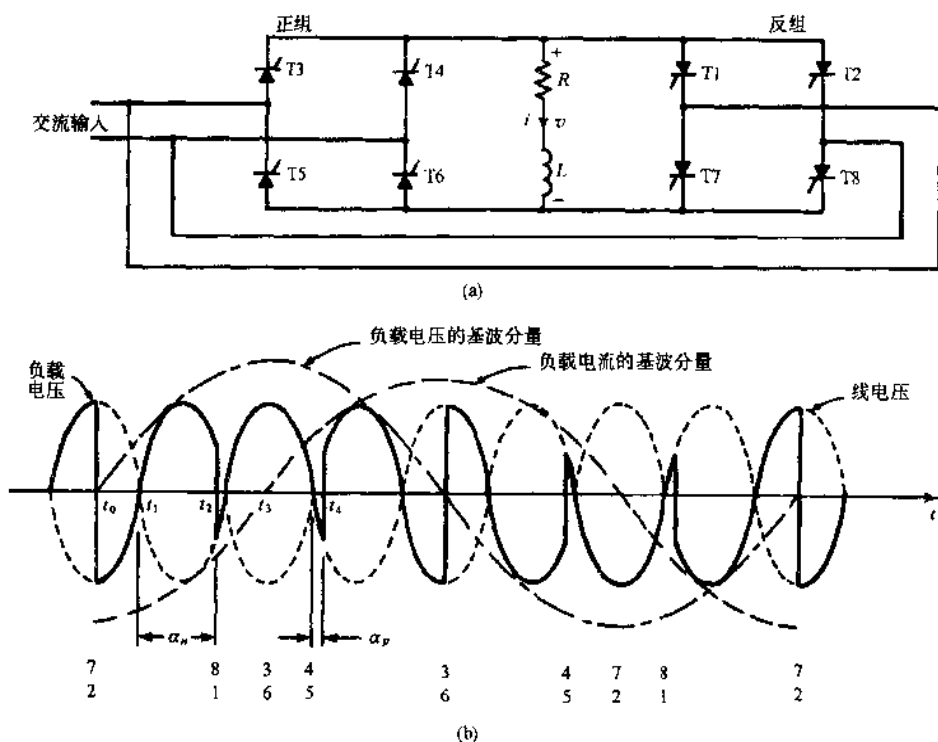


图 8-18

## 8.6 SCR 换向

在8.2节提到的SCR换向是指将其关断的过程。一旦导通,对于正向电流SCR就不会存在电阻作用;除非此电流降到零且至少在与关断时间相同的时间段内保持零电流。换向的三种基本方法如下。

### 线路换向

在这种情况下,电源是交流且与SCR串联。在一个周期内电流穿越零值;并且如果在大于关断时间的期间内保持零电流,SCR将关断,直至在正向电压周期内重新提供门极电流。(见题8.14)

### 负载换向

由于负载的特性,SCR中的电流会达到零,从而将其关断。这种换向方法主要应用于直流电路。(见题8.15和题8.16)

### 强迫换向

通过储能元件(电容和电感)的排列和附加开关元件(通常是SCR),在由直流电源供电的系统中实现强迫换向。在由交流电源供电的系统中,利用功率电源的周期电势反向实现强迫换向。借助于图8-19和图8-20,将对强迫换向结构加以解释。图8-19表示在换向期间SCR中必须存在的电压-电流关系。图8-20的 $T_1$ 满足此特性。其中 $i_1$ 是 $T_1$ 的阳极电流; $v_1$ 是阳极-阴极电势差。

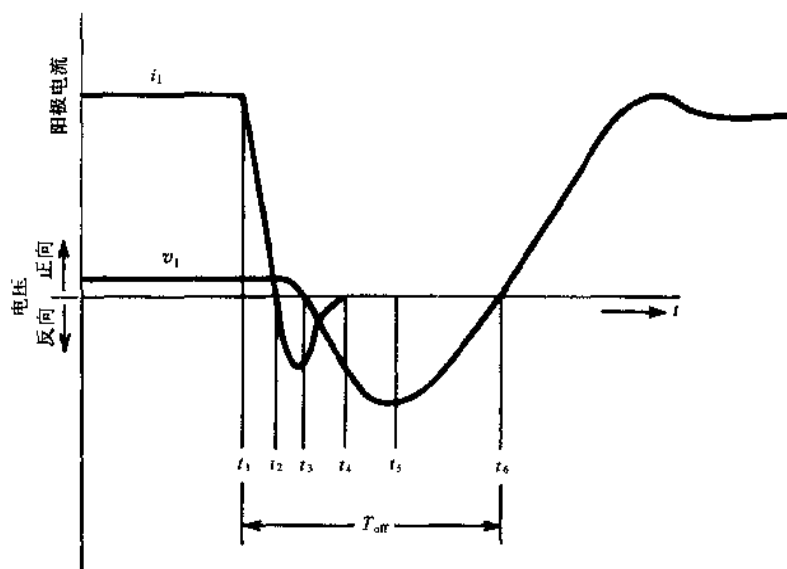


图 8-19

在 $t < t_1$ 内SCR处于特定的导通状态。在其中某一时刻,通过向阳极-阴极电路外加负电压使其开始换向。阳极-阴极电压降保持在低导通电平,直至在 $t_2$ 时刻阳极电流降为零;然后电压开始为负。在时间 $T_{off} = t_6 - t_1$ 内,阳极必须保持负(反向偏置)电势。这段略大于SCR关断时间的区间被称为电路关断周期。在阳极零电流之后,存在一个 $3\mu s$ 的反向恢复间隔: $t_4 - t_2$ 。

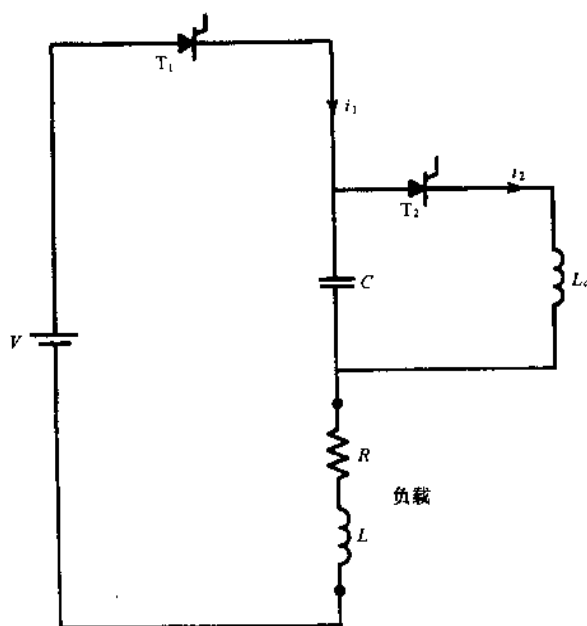


图 8-20

## 习 题 解 答

8.1 求取图 8-21 所示电压波形的有效值和平均值。

因为

$$a(t) = \begin{cases} \frac{1}{T_o}(\zeta - 1)A_m t + A_m & 0 < t < T_o \\ 0 & T_o < t < T_p \end{cases}$$

所以

$$A_{avg} = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_o} \left[ \frac{1}{T_o}(\zeta - 1)A_m t + A_m \right] dt = A_m K_A \frac{T_o}{T_p}$$

其中,  $K_A = (1 + \zeta)/2$ ; 并且

$$A = \left\{ \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} \left[ \frac{1}{T_o^2}(\zeta - 1)^2 A_m^2 t^2 + \frac{2}{T_o}(\zeta - 1)A_m^2 t + A_m^2 \right] dt \right\}^{1/2} = A_m \sqrt{K_f \frac{T_o}{T_p}}$$

其中,  $K_f = (1 + \zeta + \zeta^2)/3$ 。

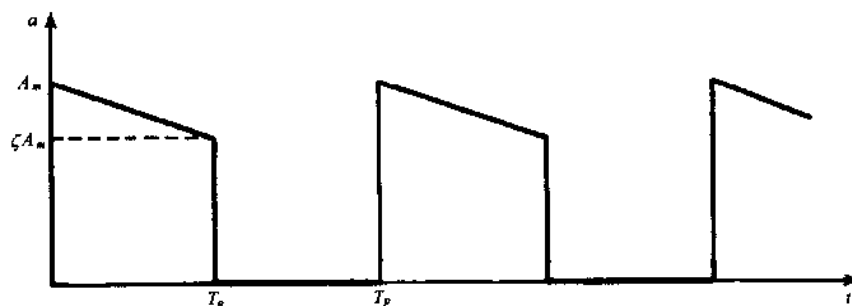


图 8-21

8.2 证明带有  $RL$  负载的半波整流器的平均电流如式(8.7)所示。

由图 8-5(a),

$$L \frac{di}{dt} + Ri = v_o$$

在一个周期  $T=2\pi/\omega$  内线电压的平均值:

$$\frac{L}{T} \int_0^T \frac{di}{dt} dt + RI_{avg} = \frac{1}{T} \int_0^T v_o dt$$

既然  $i$  也是周期  $T$  的周期函数, 左侧的积分等于  $i(T) - i(0)$ ; 右侧的积分等于

$$\int_0^{\beta/\omega} V_m \sin \omega t dt + \int_{\beta/\omega}^T 0 dt = \frac{V_m}{\omega} (1 - \cos \beta)$$

所以

$$RI_{avg} = \frac{V_m}{2\pi} (1 - \cos \beta)$$

该式等于式(8.7)和式(8.8)。

- 8.3 大小是  $2 + j2 \Omega$  的  $RL$  负载串联于一个与 110V 交流电源相并联的二极管。计算电阻两端的平均电压。

为了利用式(8.8), 必须已知  $\beta$ 。对于给定的  $\phi$ , 可由式(8.6)得到  $\beta$ 。式(8.6)的答案由图 8-22 图形描述。基于此, 当负载的相位角  $\phi = 45^\circ$  时  $\beta = 225^\circ$ 。于是, 由式(8.8)可得

$$V_{Ravg} = \frac{\sqrt{2}(110)}{2\pi} (1 - \cos 225^\circ) = 42.3V$$

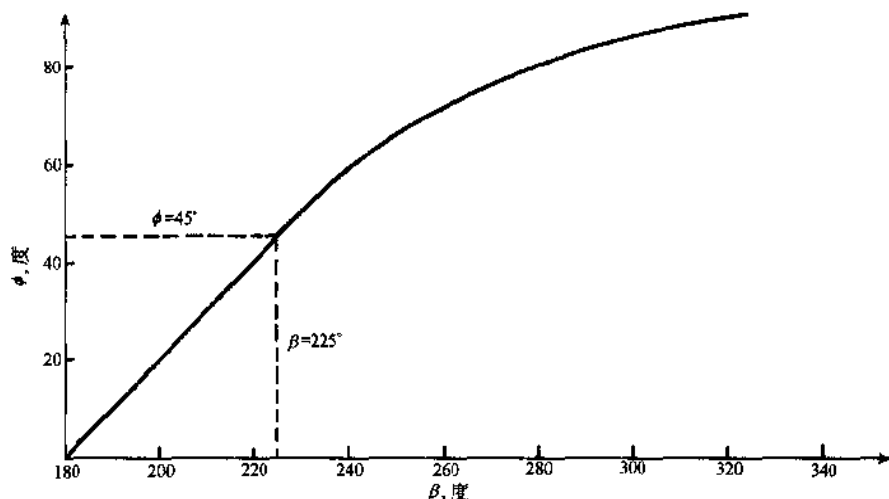


图 8-22

- 8.4 将与一个二极管相串联, 且具有  $0.51 \Omega$  电枢电阻和  $0.78\text{mH}$  电感的直流电动机接至 110V、60Hz 交流电源上。电动机需要以 970rpm 的恒定转速运行。电动机的反电势常数是  $0.08\text{V/rpm}$ 。确定电枢电流的平均值。

根据式(8.13)得到期望的电流, 其中  $\alpha$  和  $\beta$  分别由式(8.11)和式(8.13)确定。式(8.12)的图示答案如图 8-23 中所示, 其中,  $m = \sin \alpha$ ,  $\gamma = \beta - \alpha$ 。由题中的数据, 得

$$\tan \phi = \frac{\omega L}{R} = \frac{(120\pi)(0.78 \times 10^{-3})}{0.51} = 0.577 \quad \text{或者} \quad \phi = 30^\circ$$

$$\sin \alpha = \frac{e'}{V_m} = \frac{(0.08)(970)}{110\sqrt{2}} = 0.5 \quad \text{或者} \quad \alpha = 30^\circ$$

所以, 由图 8-23 可知,  $\gamma = 150^\circ$  和  $\beta = \alpha + \gamma$ 。于是

$$I_{avg} = \frac{110\sqrt{2}}{2\pi(0.51)} \left[ \cos 30^\circ - \cos 180^\circ - \left( \frac{150}{180}\pi \right) (0.5) \right] = 27 \text{ A}$$

- 8.5 求取题 8.4 的电动机产生的平均转矩。

$$T_{avg} = kI_{avg} = \left( \frac{0.08}{2\pi/60} \right) (27) = 20.6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

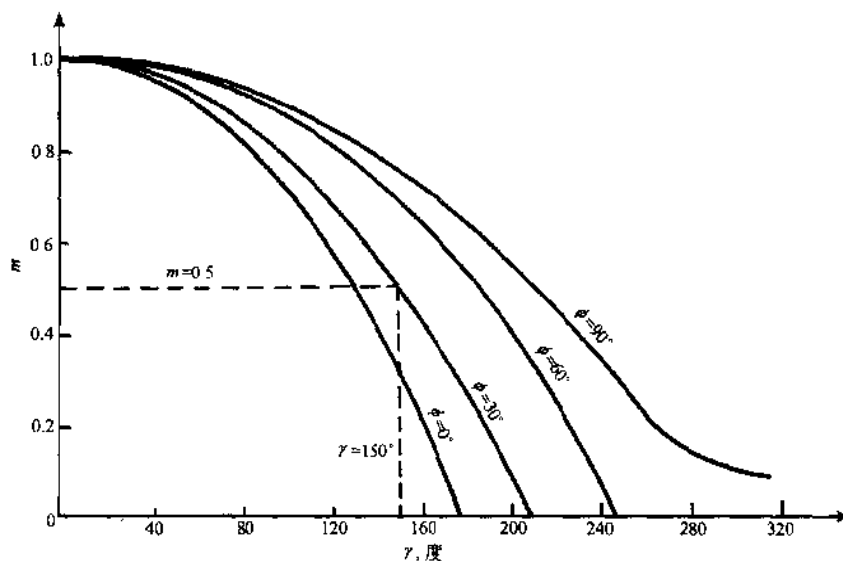


图 8-23

(注意  $k$  的适当单位转换。)

- 8.6 如果题 8.4 中的电感可忽略, 确定 (a) 触发角; (b) 导通角; (c) 电枢电流的平均值和有效值; (d) 交流电源传输的功率。

解 (a)  $\alpha = 30^\circ$

(b) 若  $L$  可忽略, 则一旦线电压  $v$  小于反电势  $e'$ , 导通截止。于是 [见图 8-11(b)]

$$180^\circ - \beta = \alpha \text{ 或者 } \gamma = \beta - \alpha = 180^\circ - 2\alpha = 120^\circ$$

其中,  $\gamma$  是导通角。该结果也可由图 8-23 中读取 ( $\phi = 0^\circ$ )

(c) 根据图 8-11(a), 或由式 (8.9) 中的限制步骤, 对于  $L \rightarrow 0$ , 存在

$$i = \begin{cases} 0 & 0 < \omega t < \alpha \\ \frac{V_m \sin \omega t - e'}{R} & \alpha < \omega t < \beta \\ 0 & \beta < \omega t < 2\pi \end{cases}$$

其中, 由 (a) 和 (b),  $\alpha = \pi/6$  和  $\beta = 5\pi/6$ 。由式 (8.13) 得

$$I_{avg} = \frac{110\sqrt{2}}{2\pi(0.51)} [\cos(\pi/6) - \cos(5\pi/6) - (2\pi/3)\sin(\pi/6)] = 33.25 \text{ A}$$

利用  $e' = V_m \sin \alpha = V_m/2$  积分:

$$\begin{aligned} I^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} \left( \frac{V_m \sin \theta - e'}{R} \right)^2 d\theta = \frac{V_m^2}{2\pi R^2} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} \left( \sin \theta - \frac{1}{2} \right)^2 d\theta \\ &= \frac{V_m^2}{2\pi R^2} \left( \frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{V_m^2}{R^2} (0.0433) \end{aligned}$$

所以

$$I = \frac{110\sqrt{2}}{0.51} (0.0433)^{1/2} + 63.44 \text{ A}$$

(d) 电源的输入功率是电阻和电动机消耗的功率之和:

$$P_{avg} = I^2 R + e' I_{avg} = (63.44)^2 (0.51) + \left( \frac{110\sqrt{2}}{2} \right) (33.25) = 4.63 \text{ kW}$$

- 8.7 题 8.4 电动机的转动惯量是  $0.1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , 以  $970 \text{ rpm}$  运行时的负载和摩擦转矩为  $65 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。如图 8-11(a) 所示, 电动机通过一个二极管与  $60 \text{ Hz}$  的交流电源相连。当导通状态截止时电动机的转速是  $970 \text{ rpm}$ 。此时电动机开始惯性滑行。确定直至二极管重新导通时的电动机速降。忽略电动机电感。

解 滑行段的运动方程是

$$J\dot{\omega}_m = b\omega_m = 0$$

解得

$$\omega_m = \Omega_0 e^{-bt/J}$$

根据题中的数据,得到

$$\Omega_0 = 970 \text{ rpm} \quad b = \frac{65}{970(2\pi)/60} = 0.64 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \quad J = 0.1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

所以

$$\omega_m = 970 e^{-6.4t} \text{ (rpm)} \quad (1)$$

其中  $t$  的单位是  $s$ 。根据图 8-11(b), 滑行时间的间隔长度是

$$t_1 = \frac{2\pi - \gamma}{\omega} = \frac{2\pi - (2\pi/3)}{60(2\pi)} = \frac{1}{90} \text{ s}$$

其中由题 8.6(b)中得到  $\gamma$  值。于是,由(1)得

$$\omega_m(t_0) = 970 e^{-6.4/90} = 903 \text{ rpm}$$

转速下降  $970 - 903 = 67 \text{ rpm}$ 。

- 8.8 如图 8-12 所示,题 8.4 和题 8.7 的电动机通过晶闸管运行于 60Hz。其中触发角  $\alpha$  是  $75^\circ$ , 关断角  $\beta$  是  $215^\circ$ 。确定滑行期间电动机的速降。

在此情况下,  $\gamma = 215^\circ - 75^\circ = 140^\circ = (7\pi/9)\text{rad}$ 。于是,滑行时间是

$$t_0 = \frac{2\pi - (7\pi/9)}{60(2\pi)} = 0.0102 \text{ s}$$

并且由 8.7 的(1),得

$$\omega_m(t_0) = 970 e^{-(6.4)(0.0102)} = 908 \text{ rpm}$$

速降是  $970 - 908 = 62 \text{ rpm}$ 。

- 8.9 题 8.4 和题 8.7 的电动机通过晶闸管电路运行于 110V、60Hz(图 8-7)。如果触发角是  $75^\circ$ , 关断角  $\beta$  是  $210^\circ$ , (a) 确定导通周期内的电动机平均电压; (b) 若电动机产生的平均转矩是  $4.8 \text{ N} \cdot \text{m}$ , 在导通周期内的平均电枢电流是多少? (c) 求取导通周期内的电动机平均转速。

(a) 根据式(8.15)和  $\gamma = 210^\circ - 60^\circ = 150^\circ = (5\pi/6)\text{rad}$ ,

$$V_m = \frac{110\sqrt{2}(\cos 60^\circ - \cos 210^\circ)}{5\pi/6} = 81.16 \text{ V}$$

(b) 根据题 8.4,

$$k = \frac{0.08}{2\pi/60} = \frac{2.4}{\pi} \text{ V} \cdot \text{s} = \frac{2.4}{\pi} \text{ N} \cdot \text{m/A}$$

则由式(8.17),得

$$I' = \frac{2\pi T_{\text{avg}}}{k\gamma} = \frac{2\pi}{(2.4/\pi)(5\pi/6)} (4.8) = 15 \text{ A}$$

(c) 由于  $E' = k\Omega'$ , 由式(8.15)得到

$$\Omega' = \frac{V_m - RI'}{k} = \frac{81.16 - (0.51)(15)}{2.4/\pi} = 30.63 \pi \text{ rad/s} = 919 \text{ rpm}$$

- 8.10 采用斩波器驱动的直流电动机如图 8-13(a)所示。电动机的相关数据是:  $R = 13 \text{ m}\Omega$ ,  $L = 0.148 \text{ mH}$ ,  $b = 1.074 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$ 。电动机的转矩常数是  $k = 0.04 \text{ N} \cdot \text{m/A}$  (其中  $k$  是由  $T_e = ki$  定义,  $i$  是电枢电流)。对于  $\alpha = 0.5$ ,  $\lambda = 33 \text{ ms}$  和  $V_i = 48 \text{ V}$ , 求取标志着由模式 I 到模式 II 转变的电动机稳态转速。相应的转矩是多少?

根据题中的数据,

$$\frac{\tau}{\lambda} = \frac{L}{R\lambda} = \frac{0.148}{13(33 \times 10^{-3})} = 0.345 \quad \alpha = 0.5$$

将上述数值代入分隔曲线的方程:

$$1 = \frac{\tau}{\lambda} \ln \left( 1 + \frac{e^{\omega/\tau} - 1}{\Omega'} \right)$$

得到

$$1 = 0.345 \ln \left( 1 + \frac{e^{0.5/0.345} - 1}{\Omega^*} \right) \quad \text{或者} \quad \Omega^* = \frac{1}{e^{0.5/0.345} + 1} = 0.19$$

$$\Omega_m = \frac{V_t \Omega^*}{k} = \frac{(48)(0.19)}{0.04} = 228 \text{ rad/s} = 2180 \text{ rpm}$$

根据式(8.23), 利用其右侧的任一种描述, 得到相应的标称转矩为

$$T^* = 0.5 - \left[ \frac{(1.074 \times 10^{-6})(13 \times 10^{-3})}{(0.04)^2} + 1 \right] (0.19) = 0.31$$

因此

$$T_{avg} = \frac{k V_t T^*}{R} = \frac{(0.04)(48)(0.31)}{13 \times 10^{-3}} = 45.8 \text{ N} \cdot \text{m}$$

8.11 考虑由斩波器驱动的直流串励电动机, 如图 8-24(a)所示。图 8-24(b) 中表示了电动机斩波器频率。所期望的稳态电枢电流形式如图 8-24(c)。电动机的饱和特性如图 8-25 中所示。电动机和斩波器的相关数据:  $R = 7.6 \text{ m} \Omega$ ,  $L = 0.03 \text{ mH}$ ,  $b = 1.074 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$ ,  $k_a = 8$  [见式(4.6)],  $\lambda = 1.0 \text{ s}$ ,  $\alpha = 0.5$  和  $V_t = 24 \text{ V}$ 。求得电动机转矩-转速和产生的功率-转速特性。

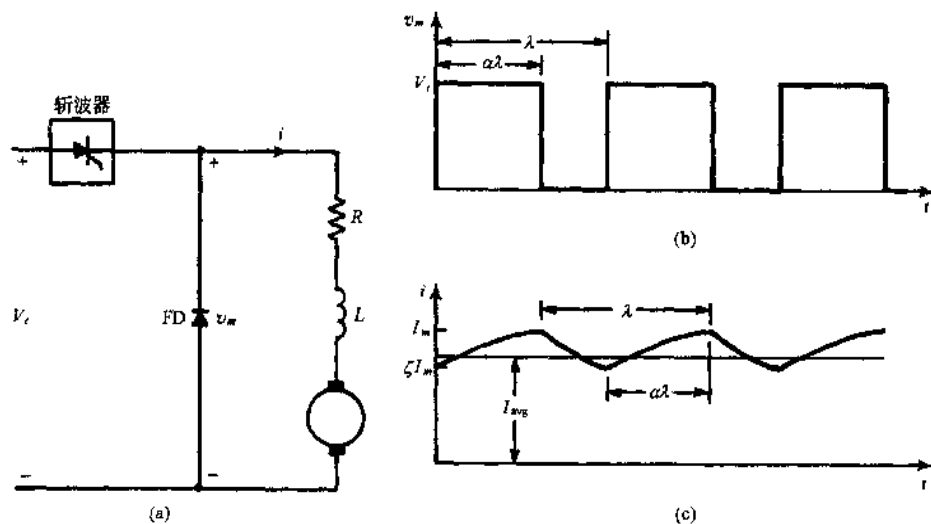


图 8-24

如果不采用数字计算机, 计算过程就过于烦琐。计算步骤如下所示:

- (i) 将  $\phi$  相对于  $I_{avg}$  的饱和曲线存入计算机。可采用图 8-25 中所示的三段直线近似。
- (ii) 在周期  $\lambda$  内对电路方程积分, 得到电机平均转速

$$\Omega_m = \frac{\alpha V_t - I_{avg} R}{k_a \phi} \quad (1)$$

令  $\Omega_m = 10 \text{ rad/s}$ , 由(i)中反复选取  $[I_{avg}, \phi(I_{avg})]$ , 直到满足(1); 最后的  $I_{avg}$  就是转速为  $10 \text{ rad/s}$  时的平均电枢电流。

- (iii) 对于一组均匀分布的  $\Omega_m$  值重复(ii), 从而得到  $I_{avg}(\Omega_m)$ 。

- (iv) 对于每个  $\Omega_m$ , 由下式计算相应的功率:

$$P_d = \alpha V_t I_{avg}(\Omega_m) - R [I_{avg}(\Omega_m)]^2$$

从而得到功率-转速特性。

- (v) 对于每个  $\Omega_m$ , 由(iv)计算,

$$T_{avg} = \frac{P_d}{\Omega_m}$$

得到转矩-转速特性。

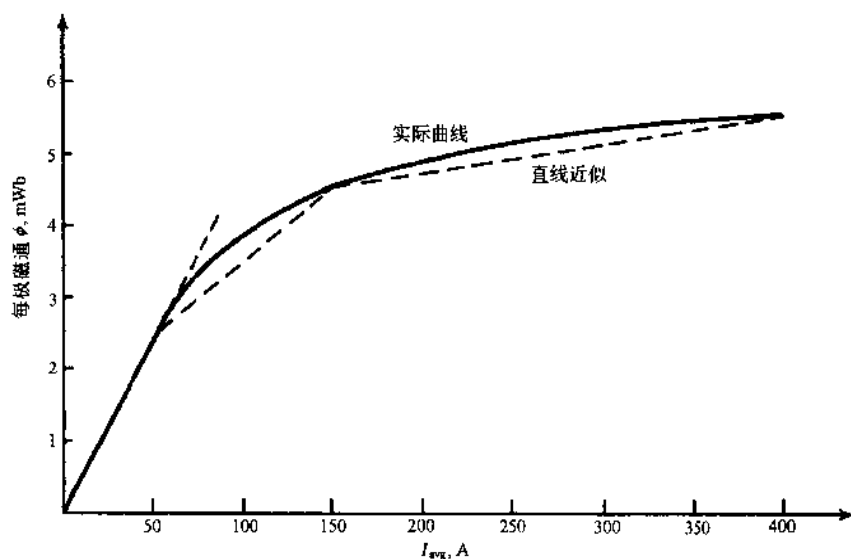


图 8-25

- 8.12 与图 8-15(a) 中单相逆变器相关的数据如下所示:  $V = 48\text{V}$ ,  $R = 1\ \Omega$ ,  $L = 5\text{mH}$ 。对于 50Hz 的基波频率, 计算由每一个电源提供给负载的功率基波分量。门信号如图 8-15(b) 所示。

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(50) = 314\text{ rad/s}$$

$$Z_1 = \sqrt{1^2 + (314 \times 0.005)^2} = 1.86\ \Omega$$

则由式(8.26), 得

$$\text{基波电流的有效值} = \frac{2(48)}{\sqrt{2\pi}(1.86)} = 11.6\text{ A}$$

$$\text{负载功率} = (11.6)^2(1) = 134.56\text{ W}$$

$$\text{每一个电源的供电功率} = \frac{1}{2}(134.56) = 67.28\text{ W}$$

- 8.13 图 8-15(a) 的逆变器负载变为  $R = 1\ \Omega$ ,  $\omega L = 6\ \Omega$ ,  $1/\omega C = 8\ \Omega$ 。其中所有的元件都是串联连接。若  $V = 48\text{V}$  和  $T = 3\text{ms}$ , (a) 确定提供给负载的平均功率; (b) 负载换向是可能的吗? 只考虑电流和电压中的基本分量。

(a) 与题 8.12 中相同,

$$I_1 = \frac{2(48)}{\sqrt{2\pi} \sqrt{1^2 + (6-8)^2}} = 9.66\text{ A}$$

$$\text{输出功率} = (9.66)^2(1) = 93.4\text{ W}$$

(b) 电流的相位角为

$$\tan \phi_1 = \frac{6-8}{1} = -2 \quad \text{或者} \quad \phi_1 = -0.35\pi\text{rad}$$

即电流超前电压  $0.35\pi$ 。所以, 用于关断的时间是

$$\frac{0.35\pi}{\omega} = (0.35\pi) \left( \frac{T}{2\pi} \right) = 0.175 T = (0.175)(3 \times 10^{-3}) = 525\ \mu\text{s}$$

该值远大于通用晶闸管的关断时间 ( $\sim 100\ \mu\text{s}$ )。因此有可能实现负载换向。

- 8.14 如图 8-26(a) 所示, 由交流电源供电的  $R-L$  电路与晶闸管串联。晶闸管在  $\alpha$  角触发。推导线路换向的条件, 并且确定晶闸管的导通周期。

电压方程是

$$L \frac{di}{dt} + Ri = V_m \sin \omega t \quad (1)$$

其中各符号的定义如图 8-26(a)。(1) 的答案形式(见 8.4 节)为



$$i = \frac{V_m}{Z} \sin(\omega t - \phi) + k e^{-(R/L)t} \quad (2)$$

其中  $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ ,  $\tan \phi = \omega L/R$ 。为了估算  $k$ , 利用(2)中  $\omega t = \alpha$  时  $i = 0$ , 得到

$$i = \frac{V_m}{2} [\sin(\omega t - \phi) - \sin(\alpha - \phi) e^{R(\alpha - \beta)/\omega L}] \quad (3)$$

为了获得线路换向的条件, 在图 8-26(b) 中  $\omega t = \beta$  时  $i = 0$ 。于是根据超越方程求得所需的换向条件是

$$\sin(\beta - \phi) = \sin(\alpha - \phi) e^{R(\alpha - \beta)/\omega L} \quad (4)$$

则导通角  $\gamma$  是

$$\gamma = \beta - \alpha \quad (5)$$

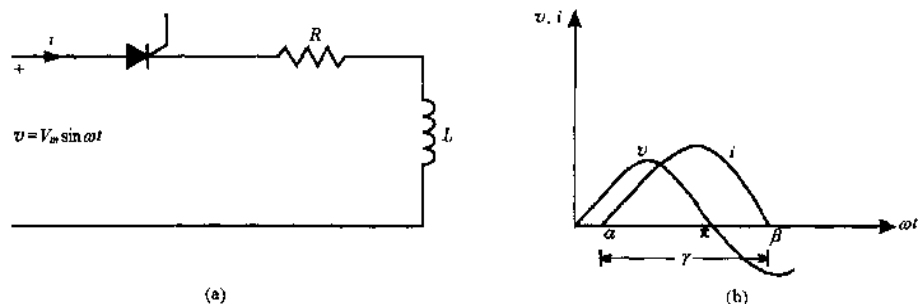


图 8-26

**8.15** 题 8.14 很清楚地表明只有在交流系统中才可能实现线路换向。相似地, 在直流系统中, 对于  $R-L$  电路, 负载换向是不可能的。但是, 如果电路电流可以是振荡的, 则在由直流电源供电的  $R-L-C$  电路中负载换向是可能的。对于图 8-27 所示电路, 推导控制换向时间的等式。

给定电路的电压方程是

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int_0^t i dt + v_c(0) = V \quad (1)$$

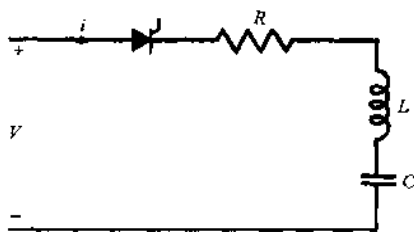


图 8-27

其中  $v_c(0)$  是在  $t=0$  时电容上的电荷。定义

$$\zeta = \frac{R}{2L} = \text{阻尼比} \quad (2)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \text{共振频率} \quad (3)$$

对于  $\zeta < \omega_0$ , (1) 的答案变为

$$i(t) = e^{-\zeta t} (A \cos \omega_r t + B \sin \omega_r t) \quad (4)$$

其中  $A$  和  $B$  是任意常数, 并且

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - \zeta^2} = \text{阻尼振荡频率} \quad (5)$$

由于电感的作用, 电路的电流不能突变。所以  $i(0) = 0$ , 将其代入(4)得到  $A = 0$ , 且(4)变为

$$i(t) = B e^{-\zeta t} \sin \omega_r t \quad (6)$$

换向时该电流必须等于零, 需要

$$\omega_r t = \pi \quad (7)$$

- 8.16 对于图 8-27 中所示的电路,  $V=96\text{V}$ ,  $L=50\text{mH}$ ,  $C=80\mu\text{F}$ ,  $R=40\ \Omega$ 。电容上的初始电荷是零。晶闸管将在何时关断?

由题 8.15 的(2)和(3), 得

$$\zeta = \frac{40}{2 \times 50 \times 10^{-3}} = 400$$

和

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{50 \times 10^{-3} \times 80 \times 10^{-6}}} = 500 \text{ rad/s}$$

由题 8.15 的(5),

$$\omega_r = \sqrt{500^2 - 400^2} = 300 \text{ rad/s}$$

最后, 根据题 8.15 的(7), 得到

$$300t = \pi$$

或

$$t = \frac{\pi}{300} = 10.47\text{ms}$$

- 8.17 在欠阻尼情况下, 分析图 8-20 中所示的强迫换向电路。(a)若初始条件  $i_1(0)=0$ , 确定  $i_1$ ; (b)求取电容两端的电压描述; (c)每个电流脉冲的宽度是多少? (d)电流脉冲在何时达到其最大值? (e)最大电流是多少?

(a) 当晶闸管  $T_1$  导通时,  $RLC$  电路中的电流满足

$$Ri_1 + L \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C} \int i_1 dt = V \quad (1)$$

对于欠阻尼,  $4L/C > R^2$ , 采用标准方法求解(1), 得到

$$i_1 = \frac{V_0}{Z_0} e^{-\alpha t} \sin \beta t \quad (2)$$

其中,  $V_0 \equiv V - V_{c0}$ ;  $Z_0 \equiv \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{4}}$  = 特征阻抗;  $\alpha \equiv \frac{R}{2L}$  = 衰减常数;  $\beta \equiv \frac{Z_0}{L}$  = 相位常数。

(b) 电容两端的电压  $v_c$  是

$$v_c = V - Ri_1 - L \frac{di_1}{dt} = V - \frac{V - V_{c0}}{\sin \epsilon} e^{-\alpha t} \sin(\beta t + \epsilon)$$

其中  $\tan \epsilon = \beta/\alpha$ 。

(c) 脉冲宽度  $= \frac{\pi}{\beta}$ 。

(d) 对(2)求微分, 得到

$$t_{max} = \frac{\epsilon}{\beta} \quad (3)$$

(e) 由(2)和(3), 得

$$I_{max} = \frac{V_0}{Z_0} e^{-\alpha/\beta} \sin \epsilon$$

- 8.18 对于图 8-20 电路,  $V=96\text{V}$ ,  $R=0.2\ \Omega$ ,  $L=0.05\text{mH}$ ,  $C=10\mu\text{F}$ 。确定电流脉冲宽度和 SCR 导通后电流脉冲立即达到最大值时的时间。如果当 SCR 导通时电容器放电, 最大电流值是多少?

根据题 8.17 的结果, 得到

$$Z_0 = \sqrt{\frac{5 \times 10^{-5}}{10 \times 10^{-6}} - \frac{(0.2)^2}{4}} = 2.23\ \Omega$$

$$\beta = \frac{2.23}{5 \times 10^{-3}} = 4.46 \times 10^4 \text{ rad/s}$$

$$\text{脉冲宽度} = \frac{\pi}{4.46 \times 10^4} = 70.3\mu\text{s}$$

$$\alpha = \frac{0.2}{2(5 \times 10^{-5})} = 2 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$$

$$\epsilon = \tan^{-1} \left( \frac{4.46 \times 10^4}{2 \times 10^3} \right) = 87.4^\circ = 1.53 \text{ rad}$$

$$t_{\max} = \frac{1.53}{4.46 \times 10^4} = 34.2 \mu\text{s}$$

$$V_\theta = 96 \text{ V}$$

$$I_{\max} = \frac{96}{2.23} e^{-(2 \times 10^3)(34.2 \times 10^{-6})} \sin 87.4^\circ = 40.2 \text{ A}$$

8.19 确定在电流脉冲的末端, 题 8.18 中 C 两端的电压。

根据题 8.17(b)和(c)的结果, 得到

$$v_c = V(1 + e^{-\alpha \omega \beta})$$

$$= 96[1 + e^{-(2 \times 10^3)(\pi)(3 \times 10^{-6})}] = 179.4 \text{ V}$$

8.20 图 8-24(c)中绘制了带有续流二极管的斩波器控制电动机的电流, 采用直线段近似曲线。最大电流是 60A, 最小电流是 40A。周期  $\lambda$  是 10ms, 占空系数  $\alpha$  是 0.6。确定(a)输入电流, (b)续流二极管电流, (c)负载电流的有效值和平均值。

(a) 输入电流波形与图 8-21 中的波形相似, 在题 8.1 中将其表示为

$$A = A_m \left[ \frac{T_o}{T_p} \frac{1}{3} (1 + \zeta + \zeta^2) \right]^{1/2}$$

在此条件下,

$$A_m = 60 \text{ A} \quad \zeta = \frac{40}{60} = \frac{2}{3} \quad \frac{T_o}{T_p} = \alpha = 0.6$$

所以

$$I = 60 \sqrt{0.6 \times \frac{1}{3} \left( 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} \right)} = 39 \text{ A}$$

同样, 根据题 8.1,

$$A_{\text{avg}} = \frac{T_o}{2T_p} A_m (1 + \zeta)$$

或

$$I_{\text{avg}} = \frac{0.6}{2} (60) \left( 1 + \frac{2}{3} \right) = 30 \text{ A}$$

(b) 续流二极管的电流也具有图 8-21 所示的波形, 只是在该条件下,

$$\frac{T_o}{T_p} = 1 - \alpha = 0.4$$

其他数值与上述(a)中的保持一致。于是,

$$I = 60 \sqrt{0.4 \times \frac{1}{3} \left( 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} \right)} = 31.8 \text{ A}$$

$$I_{\text{avg}} = \frac{0.4}{2} (60) \left( 1 + \frac{2}{3} \right) = 20 \text{ A}$$

(c) 对于图 8-24(c)中的线性化电流波形, 如题 8.1 中所示:

$$I = I_m \sqrt{\frac{1}{3} (1 + \zeta + \zeta^2)} = 60 \sqrt{\frac{1}{3} \left( 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} \right)} = 50.3 \text{ A}$$

$$I_{\text{avg}} = \frac{1}{2} I_m (1 + \zeta) = \frac{60}{2} \left( 1 + \frac{2}{3} \right) = 50 \text{ A}$$

8.21 一台斩波器驱动、他励直流电动机的电枢电阻是  $0.1 \Omega$ , 电感是  $0.25 \text{ mH}$ 。在额定励磁电流  $7.64 \text{ A}$  作用下的反电势常数[见式(4.8)]是  $0.05 \text{ V} \cdot \text{s/A}$ 。斩波器的输入电压  $V_i = 96 \text{ V}$ 。斩波器包含一个续流二极管, 并且电动机电枢电流的大小是由电流脉冲的导通时间决定。当脉冲频率是  $500 \text{ Hz}$  时, 求得在  $2000 \text{ rpm}$  可使电枢电流由  $10 \text{ A}$  达到  $200 \text{ A}$  所需

的导通时间脉宽范围。对于大平均电流,假设电流波形由图 8-28(a)中的分段线性曲线表示。

$$\text{电动机转速} = \frac{2\pi(2000)}{60} = 209.4 \text{ rad/s}$$

$$\text{电动机反电势} = V_0 = k\omega_m I_f = (0.05)(209.4)(7.64) = 80 \text{ V}$$

如果电动机的电阻可忽略,则在关断时间周期内电枢电流流过续流二极管,满足

$$L \frac{di}{dt} + V_0 = 0 \quad \text{或者} \quad \frac{di}{dt} = -\frac{V_0}{L}$$

于是,图 8-28(a)中曲线下降部分的斜率是  $-V_0/L$ 。由图可得

$$\frac{(1-\xi)I_m}{(\alpha-1)\lambda} = -\frac{V_0}{L} \quad (1)$$

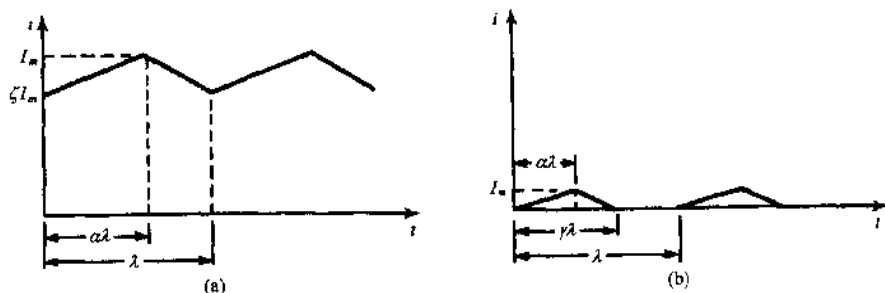


图 8-28

另一方面,在导通时间内,

$$L \frac{di}{dt} + V_0 = V_t \quad \text{或者} \quad \frac{di}{dt} = \frac{V_t - V_0}{L}$$

所以

$$\frac{(1-\xi)I_m}{\alpha\lambda} = \frac{V_t - V_0}{L} \quad (2)$$

(2)和(1)相除,得到

$$\alpha = \frac{V_0}{V_t} = \frac{80}{96}$$

在此,对应于 500Hz,

$$\lambda = \frac{1}{500} \text{ s} = 2 \text{ ms}$$

$$\alpha\lambda = \frac{80}{96}(2) = 1.67 \text{ ms}$$

这表示了所期望范围的上限。

假设波形如图 8-28(b)中所示,对于小电流值,  $i \approx 10$ 。如上所述,推导出

$$\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{V_0}{V_t} = \frac{80}{96} \quad (3)$$

并且

$$I_{avg} = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{1}{2} \gamma\lambda I_m \right) = \frac{1}{2} \gamma I_m \quad (4)$$

$$\frac{I_m}{\alpha\lambda} = \frac{V_t - V_0}{L} \quad (5)$$

由(3)、(4)和(5)估算  $\gamma$  和  $I_m$ , 得到

$$\alpha\lambda = \left[ \frac{2I_{avg}L\lambda}{(V_t - V_0)(V_t/V_0)} \right]^2 \quad (6)$$

在(6)中代入  $L = 0.25 \times 10^{-3} \text{ H}$ ,  $V_t = 96 \text{ V}$ ,  $V_0 = 80 \text{ V}$ ,  $\lambda = 2 \times 10^{-3} \text{ s}$  和  $I_{avg} = 10 \text{ A}$ , 得到

$$\alpha\lambda = \left[ \frac{2(10)(0.25 \times 10^{-3})(2 \times 10^{-3})}{(96 - 80)(96/80)} \right]^2 = 0.72 \text{ ms}$$

此为导通时间范围的下限。

## 补 充 习 题

8.22 确定图 8-29 中所示电流波形的有效值和平均值。

答案: (a)  $I_m(T_o/T_p)^{1/2}$ ,  $I_m(T_o/T_p)$ ; (b)  $I_m(T_o/3T_p)^{1/2}$ ,  $I_m(T_o/2T_p)$ ;

(c)  $\frac{I_m}{\sqrt{2T_o}} \left[ \frac{1}{2}(T_o - T_a) + \frac{T_o}{4\pi} \sin(2\pi T_a/T_o) \right]^{1/2}$ ,  $\frac{I_m T_o}{\pi T_p} [1 + \cos(\pi T_a/T_o)]$

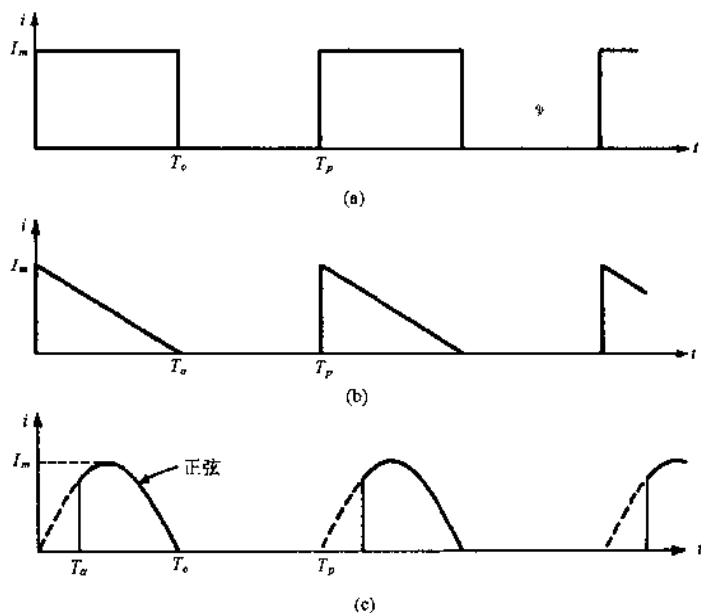


图 8-29

8.23 对于图 8-5(a) 的整流电路, 证明微分方程

$$L \frac{di}{dt} + r i = v_o$$

的有效解如(8.5)所示。

8.24 解释为什么图 8-5(a) 中电感不存在两端整流电压平均值。

8.25 一台电子电机控制器的断续、半波整流、正弦输出电压波形如图 8-30 所示。确定输出电压的平均值和有效值。

答案:  $\frac{2V_m}{\pi} \left( \frac{T_o}{T_p} \right)$ ;  $V_m \sqrt{\frac{T_o}{2T_p}}$

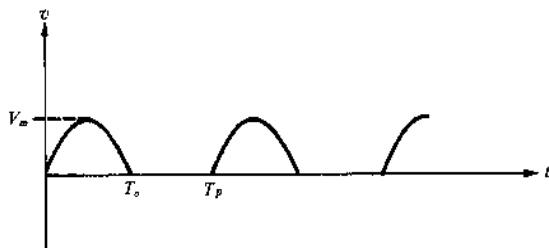


图 8-30

8.26 用于电池充电的半波整流器可采用图 8-31 所示的电路模拟。已知  $v_s = 14\sin 100t$ ,  $V_o = 10V$ ,  $R = 0.2 \Omega$ 。

(a) 绘制  $v_o$ ;

(b) 求取  $0 < \omega t < T$  区间内的  $i_o(t)$  的描述形式;

(c) 计算  $i_o$  的平均值和有效值;

(d) 确定传送给电池的功率;

答案: (a) 二极管在  $\alpha = 45.6^\circ$  和  $\beta = 134.4^\circ$  之间导通; (b)  $i_o(t) = 70\sin \omega t$ ,  $\alpha \leq \omega t \leq \beta$ , 其他均是零; (c)

7.2A;(d)42.94W

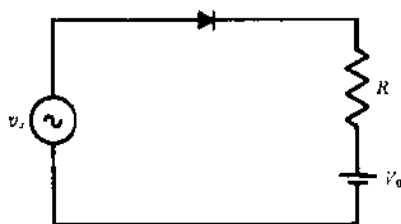


图 8-31

8.27 有效电压为  $V$  的交流电源,通过 SCR 向一个纯电阻负载供电。如果 SCR 的触发角是  $\alpha$ ,负载两端的平均电压是多少?

答案:  $0.225V(1 + \cos\alpha)$

8.28 确定下列整流电路中平均或整流电压的大小。(a)单相、半波;(b)单相、全波;(c)三相、半波;(d)三相、全波。假设在所有情况下的输入电压波形具有相同的最大值和相同的频率。

答案:(a)  $V_m/\pi$ ;(b)  $2V_m/\pi$ ;(c)  $3\sqrt{3}V_m/2\pi$ ;(d)  $3V_m/\pi$

8.29 220V、60Hz 交流电源通过一个独立的二极管向  $(3 + j4) \Omega$  的阻抗供电。电流的平均值是多少?

答案: 25.97A

8.30 由 220V、60Hz、半波整流器供电的直流电机运行于恒定转速 1100rpm。电机参数是:电枢电阻  $0.1 \Omega$ ;电枢电感  $0.46\text{mH}$ ;转动惯量  $0.9\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ;摩擦系数  $4.5\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$ ;反电势常数  $0.141\text{V}/\text{rpm}$ 。计算(a)电枢电流、(b)转矩、(c)产生功率的平均值。

答案:(a) 35A;(b)  $47\text{N}\cdot\text{m}$ ;(c) 5.43kW

8.31 在题 8.30 中,忽略电枢电路的电感。确定二极管开始导通的时间。

答案:  $\alpha = 30^\circ$

8.32 当二极管停止导通时,题 8.30 中的电机以 110rpm 运行;且直至下一次导通,电动机惯性滑行。忽略电枢电感,计算由初始转速开始的速度降落百分数。

答案: 12.4%

8.33 在 220V、60Hz 的晶闸管作用下,题 8.30 中的电机运转。其中晶闸管的触发角是  $160^\circ$ ,关断角是  $190^\circ$ 。确定(a)平均电枢电流;(b)平均电机转速。

答案:(a) 262A;(b) 749rpm

8.34 图 8-32 表示了由方波交流源通过 SCR 供电和控制的直流电动机。方波输入电压的幅值是 100V,频率是 100Hz。电枢电感是  $1\text{mH}$ 。如图示,电动机与一个续流二极管相连。电机稳态运行,使得其反电势  $V_o$  为 50V。负载具有足够大惯性,使得在电压的整个周期内此电势可假设恒定。而且在二极管导通期间,电枢电阻和续流二极管的压降可忽略。如果在输入电压正半周开始之后延迟  $60^\circ$  SCR 导通,(a)当 SCR 关断、二极管开始导通时,电枢电流的幅值是多少?(b)在此间隔内电感内储存了多大能量?(c)在电压下一个正半周的  $60^\circ$  点 SCR 重新导通之前,环绕电枢的续流回路电流会达到零值吗?(d)平均电枢电流是多少?(e)在 SCR 关断后的一段时间,SCR 两端(阳极-阴极)的电压是多少?

答案:(a) 167A;(b) 13.94J;(c) 会;(d) 111A;(e) -100V

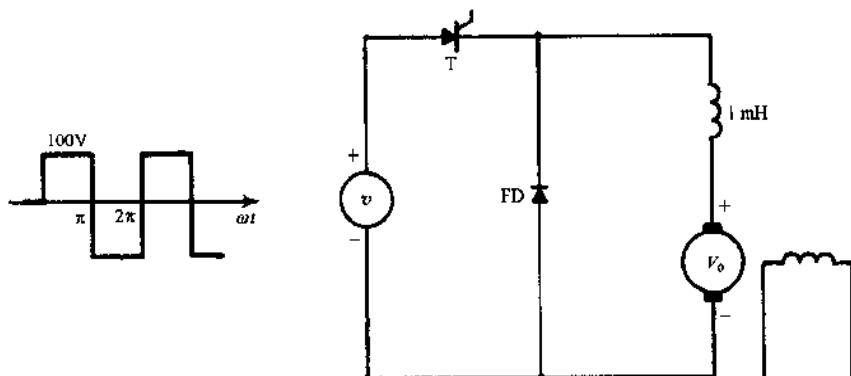


图 8-32

8.35 证明式(8.27)。

8.36 对于图 8-15(a)的逆变器,  $V=36\text{V}$ ,  $R=2.5\ \Omega$ ,  $\omega L=2.5\ \Omega$ (在基频)。确定提供给负载的功率。通过计算电源电流,表明该功率被两个电源等分。

答案:52.5W

8.37 增加  $4.0\ \Omega$  的容性电抗,将其与题 8.36 中的负载相串联。对于 250Hz 的逆变器频率,通过计算关断时间,确定是否需要强迫换向。

答案:不需要

8.38 斩波器频率是 200Hz,占空比为 0.4。其控制一台直流电动机,且包括一个续流二极管。电动机电流在 36A 和 18A 之间波动。计算(a)二极管电流和(b)电机电流的有效值和平均值。

答案:(a)17.44A, 10.8A; (b)27.5A, 27A

8.39 一台斩波器驱动直流电动机具有  $0.1\text{mH}$  电枢电感和  $10\text{m}\ \Omega$  电枢电阻。斩波器运行于 72V 和 200Hz,包括一个续流二极管。如果电动机以 1500rpm 运转;在运行励磁电流作用下的反电势常数为  $0.4\text{V/rpm}$ ;电枢电流从不等于零。确定(a)导通时间的脉宽;(b)占空比。忽略电枢电阻的作用。

答案:(a)4.17ms; (b)0.83

# 附录

## A. 单位转换

符 号	描 述	1 (SI 单位)	等 于	
			(英制单位)	(CGS 单位)
$B$	磁通密度	$T (= 1 \text{ Wb/m}^2)$	$6.452 \times 10^4 \text{ lines/in}^2$	$10^4 \text{ gauss}$
$H$	磁场强度	$A/m$	$0.0254 \text{ A/in}$	$0.004\pi \times 10^{-3} \text{ oersted}$
$\phi$	磁 通	$\text{Wb}$	$10^8 \text{ lines}$	$10^8 \text{ maxwells}$
$b$	阻尼系数	$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$	$0.73756 \text{ lb-ft-s}$	$10^7 \text{ dyne-cm-s}$
$F$	作 用 力	$\text{N}$	$0.2248 \text{ lb}$	$10^8 \text{ dynes}$
$J$	转动惯量	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	$23.73 \text{ lb-ft}^2$	$10^7 \text{ g-cm}^2$
$T$	力 矩	$\text{N} \cdot \text{m}$	$0.73756 \text{ ft-lb}$	$10^7 \text{ dyne-cm}$
$W$	能 量	$\text{J}$	$1 \text{ Watt-s}$	$10^7 \text{ ergs}$

注:  $\text{lb}_f$  = pound force;  $\text{lb}_m$  = pound mass



B. Characteristics of Single-Film-Coated, Rounded, Magnet Wire

AWG Size	Base Wire Diameter (Nominal), in	Film Additions, in		Overall Diameter, in			Weight at 20°C (68°F)			Resistance at 20°C (68°F)		Wires/in (Nom.)	AWG Size
		Min.	Max.	Min.	Max.	Lbs/1000ft (Nom.)	Ft/lb (Nom.)	Ohms/1000ft (Nom.)	Ohms/lb (Nom.)				
8	.1285	.0016	.0026	.1288	.1306	.1324	50.20	19.92	.6281	.01251	7.66	8	
9	.1144	.0016	.0026	.1149	.1165	.1181	39.81	25.12	.7925	.01991	8.58	9	
10	.1019	.0015	.0025	.1024	.1039	.1054	31.59	31.66	.9988	.03162	9.62	10	
11	.0907	.0015	.0025	.0913	.0927	.0941	25.04	39.94	1.26	.05032	10.8	11	
12	.0808	.0014	.0024	.0814	.0827	.0840	19.92	50.20	1.59	0.7982	12.1	12	
13	.0720	.0014	.0023	.0727	.0728	.0750	15.81	62.25	2.00	.1265	13.5	13	
14	.0641	.0014	.0023	.0649	.0659	.0670	12.49	80.06	2.52	.2018	15.2	14	
15	.0571	.0013	.0022	.0578	.0588	.0599	9.948	100.5	3.18	.3196	17.0	15	
16	.0508	.0012	.0021	.0515	.0525	.0534	7.880	126.9	4.02	.5101	19.0	16	
17	.0453	.0012	.0020	.0460	.0469	.0478	6.269	159.5	5.05	.8055	21.3	17	
18	.0403	.0011	.0019	.0410	.0418	.0426	4.970	201.2	6.39	1.286	23.9	18	
19	.0359	.0011	.0019	.0366	.0374	.0382	3.943	253.6	8.05	2.041	26.7	19	
20	.0320	.0010	.0018	.0327	.0334	.0341	3.138	318.7	10.1	3.219	29.9	20	
21	.0285	.0010	.0018	.0292	.0299	.0306	2.492	401.2	12.8	5.135	33.4	21	
22	.0253	.0010	.0017	.0260	.0267	.0273	1.969	507.9	16.2	8.228	37.5	22	
23	.0226	.0009	.0016	.0233	.0238	.0244	1.572	636.1	20.3	12.91	42.0	23	
24	.0201	.0009	.0015	.0208	.0213	.0218	1.240	806.5	25.7	20.73	46.9	24	
25	.0179	.0009	.0014	.0186	.0191	.0195	.988	1012	32.4	32.79	52.4	25	
26	.0159	.0008	.0013	.0165	.0169	.0174	.779	1284	41.0	52.64	59.2	26	
27	.0142	.0008	.0013	.0149	.0153	.0156	.623	1605	51.4	82.50	65.4	27	
28	.0126	.0007	.0012	.0132	.0136	.0139	.491	2037	65.3	133.0	73.5	28	
29	.0113	.0007	.0012	.0119	.0122	.0126	.395	2532	81.2	205.6	82.0	29	
30	.0100	.0006	.0011	.0105	.0109	.0112	.310	3226	104	335.5	91.7	30	
31	.0089	.0006	.0011	.0094	.0097	.0100	.246	4065	131	532.5	103	31	
32	.0080	.0006	.0010	.0085	.0088	.0091	.199	5025	162	814.1	114	32	
33	.0071	.0005	.0009	.0075	.0078	.0081	.157	6394	206	1317	128	33	
34	.0063	.0005	.0008	.0067	.0070	.0072	.123	8130	261	2122	143	34	
35	.0056	.0004	.0007	.0059	.0062	.0064	.0977	10235	331	3388	161	35	
36	.0050	.0004	.0007	.0053	.0056	.0058	.0783	12771	415	5300	179	36	
37	.0045	.0003	.0006	.0047	.0050	.0052	.0632	15823	512	8101	200	37	
38	.0040	.0003	.0006	.0042	.0045	.0047	.0501	19960	648	12934	222	38	
39	.0035	.0002	.0005	.0036	.0039	.0041	.0383	26110	847	22115	256	39	
40	.0031	.0002	.0005	.0032	.0035	.0037	.0301	33222	1080	35880	286	40	
41	.0028	.0002	.0004	.0029	.0031	.0033	.0244	40984	1320	54099	323	41	
42	.0023	.0002	.0004	.0026	.0028	.0030	.0195	51282	1660	85128	357	42	
43	.0022	.0002	.0003	.0023	.0025	.0026	.0153	65360	2140	139870	400	43	
44	.0020	.0001	.0003	.0020	.0022	.0024	.0124	80645	2590	208870	455	44	

## C. 磁性材料和永磁体的特性

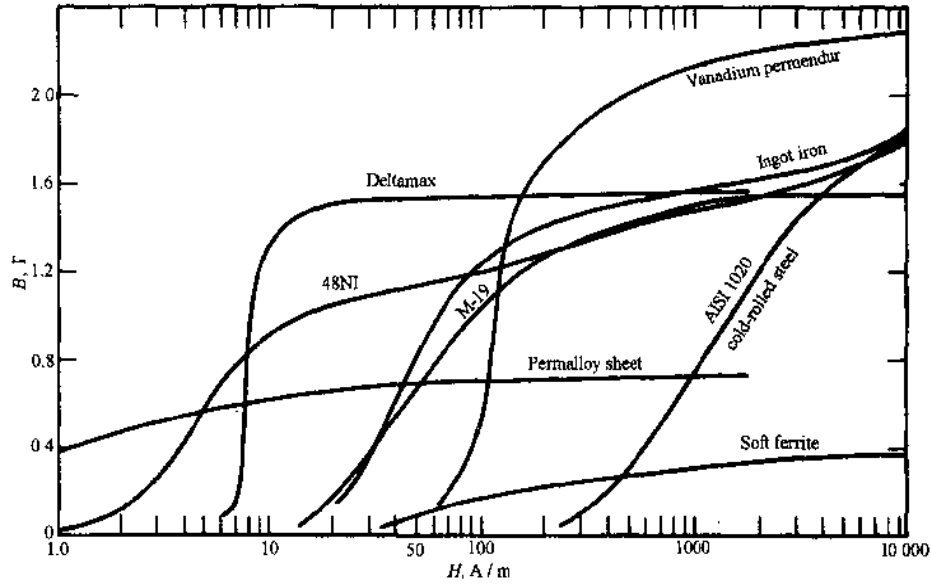


图 C-1 选择的软磁材料 SB-H 曲线

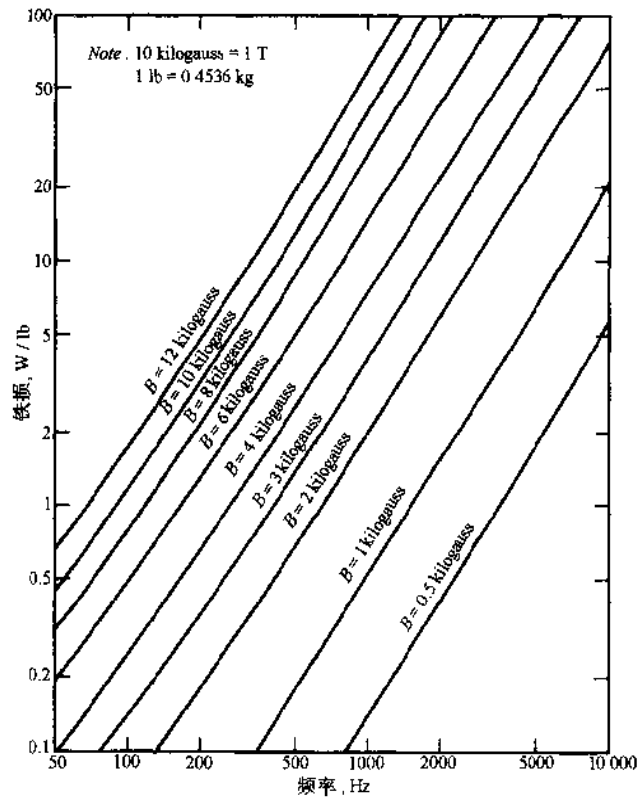


图 C-2 非定向的硅钢 0.019 厚度叠片的铁损

表 C-1 工业用铝镍钴合金的性质\*

类 型	商 标	组成百分量 (Balance, Fe)					磁体性质**		
		Al	Ni	Co	Cu	Others	$B_r, T$	$(BH)_{max}, kJ/m^3$	$H_c, kA/m$
Isotropic, cobalt-free	Alni, Alnico III	12~14	24~26		0~4	0~1 Ti	0.5~0.6	10	57~40
Isotropic, with cobalt	Alnico, Alnico 2, Reco	9~11	16~20	12	3~6	0~1 Ti	0.65~0.8	13~14	50~60
Isotropic, high $H_c$	Hynico, Alnico XII	8~10	18~21	17~20	2~4	4~8 Ti	0.6~0.7	14~16	72~60
Field-treated random grain	Alernmax, Alnico V, Ticonal G	8~8.5	13~15	24	2~4	0~1 Ti	1.1~1.3	36~44	60~45
Field-treated random grain, high $H_c$	Hycamax, Alnico VIII, Ticonal X	7~8	14~15	34~40	3~4	0~2 Nb	0.75~0.90	40~48	160~110
Field-treated directed grain	Columax, Alnico V-7	8~8.5	13~15	24	2~4	0~1 Nb	1.3~1.4	56~64	62~56
Field-treated directed grain, high $H_c$	Columax Hycamax, Ticonal XX, Alnico IX	7~8	14~16	24~40	3~4	4~6 Ti	1~1.1	50~75	140~110
						0~1 Nb			
						0.3 S			

\* 摘自 J. E. Gould, "Permanent Magnets," *IEEE Reviews*, Vol. 125, No. 11R, November 1978, pp. 1137~1151.

\*\* 参列例 1.13.

表 C-2 工业用铁氧磁体的性质\*

类 型	商 标	比重	磁体性质**		
			$B_r$ , T	$(BH)_{max}$ , kJ/m <sup>3</sup>	$H_c$ , kA/m
Sintered isotropic	Magnadur 1, Ferroba 1	4.8	0.22	8	140
Sintered anisotropic	Magnadur 2, Ferroba 2	5.0	3.6	29	150
Sintered anisotropic, high $H_c$	Magnadur 3, Ferroba 3	4.9	0.36	26	240
Plastic bonded		3.6	0.14	3	90
Plastic bonded, anisotropic		0.39	0.2	2	110

\* 摘自 J. E. Gould, "Permanent Magnets," *IEEE Reviews*, Vol. 125, No. 11R, November 1978, pp. 1137-1151.

\*\* 参见例 1.1.